

للعلميين والمهندسين

الميكانيكا و الديناميكا الحرارية

تأليف

ريموند أ. سيرواي　　روبرت ج. بكتر　　جون و. جيويت

ترجمة

أ.د. محمد محمود عمار　　أ.د. طه زكي سكر　　أ.د. صلاح كامل البني

مراجعة

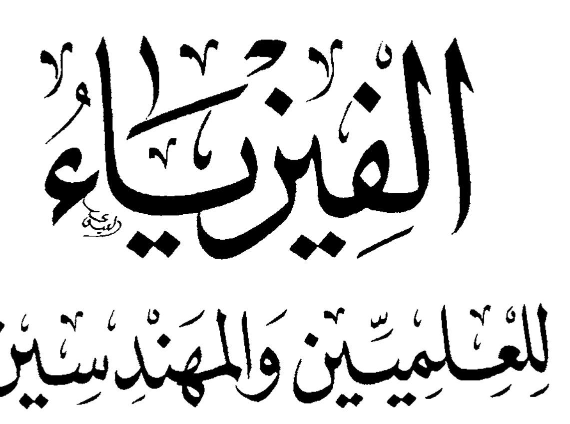
أ.د. أحمد أمين حمزة　　أ.د. محمد محمود عمار　　أ.د. محمد عبد الفتاح مبروك



الفيزياء

للعلميين والمهندسين

الميكانيكا والديناميكا الحرارية



الميكانيكا والديناميكا الحرارية

تأليف

ريموند أ. سيرواي | روبرت ج. بكنر | جون و. جيويت

ترجمة

د. محمد محمود عمار
أستاذ الفيزياء
المعهد القومى للقياس والمعايرة

د. طه زكى سكر
أستاذ الفيزياء
كلية العلوم - جامعة المنصورة

د. صلاح كامل اللبنى
أستاذ الفيزياء
كلية العلوم بدمياط - جامعة المنصورة

مراجعة

د. أحمد أمين حمزة
أستاذ الفيزياء
كلية العلوم - جامعة المنصورة

د. محمد محمود عمار
أستاذ الفيزياء
المعهد القومى للقياس والمعايرة

د. محمد عبد الفتاح مبروك
أستاذ الفيزياء
كلية العلوم بدمياط - جامعة المنصورة



ص.ب : 10720 الرياض : 11443 فاكس 4657939 + (009661)

المملكة العربية السعودية - هاتف : 4647531 / 4658523 + (009661)

الفيزياء للعلميين والمهندسين

الطبعة الخامسة

تأليف

ريموند أ. سيرواي   روبرت ج. بكتر   جون و. جيويت

الترجمة العربية للكتاب تتألف من الأجزاء التالية:

الجزء الأول: الميكانيكا والديناميكا الحرارية

ترجمة: د. محمد محمود عمار   د. طه زكي سكر   د. صلاح كامل اللبني

مراجعة: د. أحمد أمين حمزة   د. محمد محمود عمار   د. محمد عبدالفتاح مبروك

الجزء الثاني: الكهربية والمغناطيسية

ترجمة: د. محمد عبدالفتاح مبروك

مراجعة: د. طه زكي سكر   د. صلاح كامل اللبني

الجزء الثالث: الموجات الميكانيكية والضوء والبصريات

ترجمة: د. أحمد أمين حمزة   د. طه زكي سكر

مراجعة: د. محمد محمود عمار   د. أحمد أمين حمزة   د. محمد عبدالفتاح مبروك

الجزء الرابع: الفيزياء الحديثة

ترجمة: د. صلاح كامل اللبني

مراجعة: د. محمد محمود عمار   د. طه زكي سكر

ردمك : 9 - 517 - 24 - 9960

© دار المريخ للنشر

الرياض ، المملكة العربية السعودية ، 1429هـ / 2008م

الرياض – المملكة العربية السعودية   ص.ب : 10720 – الرمز البريدي : 11443

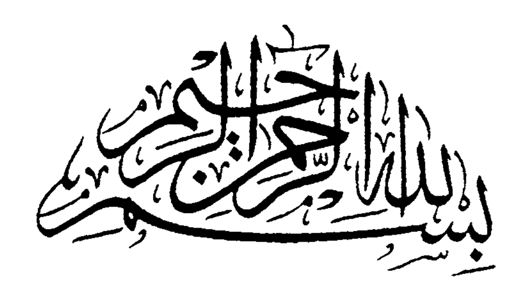
فاكس: 4657939   هاتف : 4647531 / 4658523 + (009661)

البريد الإلكتروني : Email: marspubl@zajil.net

التوزيع داخل جمهورية مصر العربية والسودان وشمال أفريقيا: دار المريخ للنشر بالقاهرة 4- شارع الفرات – المهندسين – الجيزة

الرمز البريدي : 12411 فاكس: 37609457   هاتف : 33376579 / 37609971 + (00202)

البريد الإلكتروني : Email: marspub2002@Yahoo.com



المحتويات

الموضوع | رقم الصفحة

الموضوع	رقم الصفحة

الموضوع	رقم الصفحة

الفصل الرابع عشر: قانون الجاذبية

الفصل الخامس عشر: ميكانيكا الموائع

الفصل السادس عشر: درجة الحرارة

الفصل السابع عشر: الحرارة والقانون الأول للديناميكا الحرارية

محتويات الجزء الثاني
الكهربية والمغنطيسية

الموضوع	رقم الصفحة

الموضوع	رقم الصفحة

الفصل الثلاثون: دوائر التيار المتردد

الفصل الحادي والثلاثون: الموجات الكهرمغناطيسية

محتويات الجزء الثالث
الموجات الميكانيكية والضوء والبصريات

الموضوع	رقم الصفحة

الموضوع رقم الصفحة

الفصل الرابع والثلاثون: تراكب الموجات والموجات الموقوفة

الفصل الخامس والثلاثون: طبيعة الضوء وقوانين البصريات الهندسية

الفصل السادس والثلاثون: البصريات الهندسية

الموضوع — رقم الصفحة

الفصل السابع والثلاثون: تداخل موجات الضوء

الفصل الثامن والثلاثون: الحيود والاستقطاب

محتويات الجزء الرابع
الفيزياء الحديثة

الموضوع	رقم الصفحة

الفصل التاسع والثلاثون : النسبية

الفصل الأربعون: مقدمة فيزياء الكم

مقدمة المترجمون

يسعدنا أن نقدم للقارئ والدارس للفيزياء الترجمة العربية للطبعة الخامسة من كتاب "الفيزياء للعلميين والمهندسين متضمناً الفيزياء الحديثة"

"Physics For Scientists and Engineers With Modern Physics"

تأليف: Raymond A.Serway, Robert J.Beichner and John W.Jewett, Jr. والذي صدر عن دار نشر Saunders College Publishing سنة 2000. ويهدف هذا الكتاب إلى تقديم مقرر في الفيزياء الكلاسيكية والحديثة للسنوات الأولى والثانية لطلاب كليات العلوم والهندسة وكليات التربية والسنوات الاعدادية أو الأولى بالكليات العملية.

يحتوي الكتاب على أربعة أجزاء مقسمة إلى ستة وأربعين فصلاً. يتضمن الجزء الأول أساسيات الميكانيكا وفيزياء الموائع وقوانين الحركة وتطبيقاتها بالإضافة إلى أساسيات الحرارة والديناميكا الحرارية ونظرية الحركة في الغازات، ويتضمن الجزء الثاني الكهربية والمغنطيسية ومجالاتهما ومصادر هذه المجالات والتيار المتردد والموجات الكهرومغنطيسية، ويحتوي الجزء الثالث على موضوعات الحركة الموجية والصوت وتراكب الموجات بالإضافة إلى الضوء والبصريات بداية من طبيعة الضوء إلى البصريات الهندسية ثم البصريات الفيزيائية مع شرح واف لظواهر تداخل وحيود واستقطاب الضوء. ويتضمن الجزء الرابع الفيزياء الحديثة بداية من النظرية النسبية ثم مقدمة عن ميكانيكا الكم والفيزياء الذرية والنووية والإنشطار والإندماج النووي والجسيمات الأولية والأشعة الكونية.

ويركز هذا الكتاب على توضيح المفاهيم الأساسية للنظريات الكلاسيكية والحديثة والتأكيد على الفهم العميق لهذه النظريات والمبادئ من خلال أمثلة محلولة، مسائل متدرجة في درجةصعوبتها، ومسائل مرجعية تحتاج إلى معرفة عدة مفاهيم فيزيائية لحلها، وأسئلة كثيرة في نهاية كل باب بالإضافة إلى إختبارات سريعة داخل متن الكتاب والإجابة عليها عن طريق الإختيار

من بين الإجابات المتعددة المطروحة مع هذه الأسئلة. وكذلك يوجد شرح لبعض التجارب المعملية التي تساعد على فهم الموضوع ويسهل اجراؤها باستخدام بعض المكونات التي يتم الحصول عليها بسهولة وبأثمان زهيدة.

نرجو أن يكون هذا الكتاب عوناً لأبنائنا طلاب الكليات العملية والدارسين في مجالات العلوم والهندسة والتربية وبقية الكليات العملية، وكذلك للباحثين عن ربط الفيزياء بالمجتمع وبالحياة التي نعيشها وتفسير الظواهر الفيزيائية تفسيراً علمياً ومنطقياً، وأن يكون إضافة قيمة للمكتبة العلمية العربية.

والله الموفق

المترجمون

مقدمة الطبعة الخامسة من النسخة الأصلية باللغة الإنجليزية

لقد حاولنا أن نجعل الطبعة الخامسة أكثر وضوحاً في العرض اعتماداً على الملاحظات التي وردت إلينا من القراء والنقاد ومراجعي الطبعة الرابعة من الكتاب، وتم توفير قرص مدمج CD-ROM يحتوي على شرح للطلاب.

ولهذا الكتاب هدفان رئيسيان، أولاً: إعطاء الدارس فكرة واضحة ومنطقية عن المفاهيم الأساسية لمبادئ الفيزياء، وثانياً: مساعدته في فهم أكثر لهذه المفاهيم والمبادئ من خلال أمثلة تطبيقية من العالم المحيط به. ولتحقيق هذه الأهداف كان اهتمامنا الأكبر هو التركيز على المنطق الفيزيائي السليم وطريقة حل المسائل، وفي الوقت نفسه كان اهتمامنا بدور الفيزياء في المجالات المختلفة مثل الهندسة والكيمياء وغيرها.

يبدأ كل فصل بصورة محيرة Puzzler وتعليق عليها لإثارة اهتمام الطالب أو القارئ بموضوع هذا الفصل، والتوضيح الخاص بهذه الصورة والمفاهيم التي تستخرج منها موجودة في متن الفصل عند العلامة ✱.

ويوجد في كل فصل عدة تجارب معملية سريعة .Quick Lab تشجع الدارس على إجراء تجارب بسيطة يستخدم فيها مكونات رخيصة التكاليف ويسهل الحصول عليها. وفي معظم الحالات يُطلب من الدارس أن يلاحظ نتيجة هذه التجربة ويفسرها في ضوء ما تعلمه من هذا الفصل. وفي بعض الأحيان يطلب من الدارسين تسجيل النتائج ورسمها على هيئة علاقات بيانية.

هناك العديد من الاختبارات السريعة Quick Quizzes في كل فصل لاختبار مدى إدراك الدارس للمفهوم الفيزيائي الموضح. والعديد منها مقدمة بطريقة الاختيارات المتعددة للإجابة Multiple- choice والتي تتطلب من الدارس اختيار أحد الإجابات وتفسيرها بطريقة علمية. وتهدف بعض هذه الاختيارات إلى تصحيح بعض المفاهيم الخاطئة. ويوجد في نهاية كل فصل إجابات هذه الاختيارات السريعة.

تحتوي بعض الفصول على تطبيقات توضح للدارسين كيفية تطبيق المبادئ والمفاهيم الفيزيائية الموضحة في هذه الفصول في الحياة اليومية وكذلك في المجالات الهندسية.

يشتمل هذا الكتاب على الموضوعات الأساسية في الفيزياء الكلاسيكية Classical Physics مع مقدمة في الفيزياء الحديثة Modern Physics. ويقسم هذا الكتاب إلى ستة أجزاء مقسمة

إلى ستة وأربعين فصلاً. يتضمن الجزء الأول (الفصول من 1 : 15) أساسيات الميكانيكا النيوتونية Newtonian Mechanics وفيزياء الموائع، ويختص الجزء الثاني (الفصول من 16 إلى 18) بالحركة الموجية والصوت، ويتضمن الجزء الثالث الحرارة والديناميكا الحرارية، ويختص الجزء الرابع (الفصول من 23 إلى 34) بالكهربية والمغنطيسية بما في ذلك الموجات الكهرومغناطيسية. ويتضمن الجزء الخامس (الفصول من 35 إلى 38) الضوء والبصريات. ويأتي الجزء السادس في النهاية متضمناً الفصول من 39 إلى 46 والتي تقدم النظرية النسبية والفيزياء الحديثة. ويبدأ كل جزء من هذه الأجزاء الستة بملخص شامل للموضوعات التي يغطيها مع مقدمة تاريخية. كما تبدأ معظم فصول الكتاب بمقدمة قصيرة تتضمن مناقشة أهداف هذه الفصول ومحتوياتها.

يوجد في متن فصول الكتاب الكثير من الأمثلة المحلولة لتدريب الدارسين على التعرف على المفاهيم الأساسية التي تُشرح في هذه الفصول، وتعتبر في كثير من الأحوال نماذج لحل المسائل الموجودة في نهاية كل فصل.

يتضمن نهاية كل فصل مجموعة من الأسئلة والمسائل حيث تحتوي هذه الطبعة من الكتاب على أكثر من ألف سؤال. وتقيس بعض هذه الأسئلة مدي إستيعاب الدارس وتمكنه من معرفة المفاهيم التي قدمت في كل فصل. وبعضها يصلح لأن يكون مجالاً لإثارة موضوعات للمناقشة في الفصل الدراسي. وتوجد حلول لهذه المسائل في كتاب Student Solution Manual of Study Guide.

كما توجد أيضاً مجموعة من المسائل المرجعية Review Problems والتي تتطلب من الدارس أن يتعامل مع عدة مفاهيم فيزيائية تم شرحها في متن الكتاب. كما توجد أزواج من المسائل بحيث تكون إحدى المسائل عددية والتي تليها هي نفس المسألة ولكن بإستخدام الرموز. ويوجد في معظم الفصول مسألة أو أكثر تحتاج في حلها إلى حاسب آلي أو Graphing Calculator، وتميز هذه المسائل بعلامة 💻.

ويستخدم في هذا الكتاب النظام الدولي للوحدات (SI) أما النظام الهندسي البريطاني للوحدات فيستخدم في أضيق الحدود في الفصول الخاصة بالميكانيكا والحرارة والديناميكا الحرارية.

وقد تم تقديم كل الإشارات التي تساعد الطالب في دراسة هذا الكتاب في كتيب لحلول المسائل والقرص المدمج CD- ROM والموقع على الإنترنت. وكذلك الكتاب الذي يتضمن التجارب التي تساعد على فهم المواضيع التي قدمت في الستة والأربعين فصلاً من الكتاب في طبعته الخامسة.

المؤلفون

الفيزياء

للعلميين والمهندسين

(الجزء الأول)

الميكانيكا والديناميكا الحرارية

تقديم الجزء الأول

الجزء الأول ترجمة للقسمين الأول (الميكانيكا) والثالث (الديناميكا الحرارية) من كتاب الفيزياء للمهندسين والعلميين - الطبعة الخامسة - تأليف سيرواى وآخرون

أولاً: الميـكانيـكا

يحتوي هذا القسم من الكتاب خمسة عشر فصلاً يتناول الميكانيكا الكلاسيكية وهو العلم الذي تعنى بحركة الأجسام الأكبر من الذرات والتى تتحرك بسرعة أقل كثيرا من سرعة الضوء. ويهتم الكتاب من هذا القسم بتوضيح المفاهيم الأساسية لهذا العلم وأهميته العلمية والتكنولوچية فى حياة الإنسان ولزيادة توضيح تلك المفاهيم يعطي العديد من الأمثلة العملية من واقع الحياة اليومية ومن الطبيعة المحيطة بنا، كما يعطى للطالب العديد من الإختبارات السريعة التي تبين له مدى استيعابه للقوانين الفيزيائية الواردة في كل فصل ويهتم الكتاب بإعطاء العديد من الأمثلة العددية المحلولة لزيادة قدرة الطالب على حل المسائل الواردة في نهاية كل فصل والتي غالبا ما تكون من واقع الحياة اليومية أو تمثل مشكلة تكنولوچية حقيقية يمكن أن يتعرض لها الطالب فيما بعد. كما يهتم الكتاب بإلقاء الضوء على علاقة القوانين الواردة في فصول الكتاب المختلفة بالعلوم الأخرى مثل الكيمياء والهندسة والطب وغير ذلك.

ولدراسة القسم الأول (الميكانيكا) من هذا الكتاب يجب أن يكون الطالب قد أتم دراسة أساسيات علم التفاضل والتكامل على مدى فصل دراسي واحد على الأقل.

يتناول الفصل الأول في هذا الجزء من الكتاب النظام الدولي لوحدات القياس الذي أقره المكتب الدولي للمقاييس والموازين بباريس عام 1960 كما يتناول بعض الموضوعات الأخرى ذات الصلة مثل تحليل الأبعاد.

يتناول الفصل الثاني الحركة في بعد واحد وهي أول خطوة في دراسة الميكانيكا الكلاسيكية وتتناول الحركة بدلالة المكان والزمان مع عدم الأخذ في الإعتبار العوامل المسببة لتلك الحركة. ويطلق على هذا الفرع من الميكانيكا إسم الكينماتيكا Kinematics ويحتوى هذا الفصل على المفاهيم الأساسية للحركة مثل السرعة والعجلة (التسارع) والسقوط الحر والقوانين الخاصة بذلك.

يناقش الفصل الثالث مفهوم المتجهات vectors ففي دراستنا سوف نتناول العديد من الكميات الفيزيائية التي لها قيم عددية وخواص اتجاهية. وهذا الباب يلقى الضوء على جبر المتجهات وطرحها وجمعها وخواص الكميات المتجهة vector quantities وتمثيلها بيانيا.

يتضمن الفصل الرابع كينماتيكا الجسيمات التي تتحرك في بعدين تحت تأثير عجلة ثابتة، والمقذوفات، والحركة الدائرية، والعجلة المماسية، والعجلة في اتجاه نصف القطر، والحركة في مستو.

يتناول الكتاب في الفصل الخامس القوى التي تحدث الحركة وكتلة الأجسام المتحركة وهو ما لم يسبق ذكره في الفصول السابقة. هذا الفصل يلقى الضوء على قوانين نيوتن الثلاث للحركة ومن ثم يمكن الإجابة على التساؤلات مثل لماذا تتسارع بعض الأجسام أكثر من الأخرى؟ وكيف تتغير حركة الأجسام؟ كما يتم شرح قوة الجاذبية، وثقل الأجسام، وقوى الإحتكاك.

يلقى الفصل السادس الضوء على الحركة الدائرية وبعض استخدامات قوانين نيوتن في حالة حركة الأجسام في مسار دائري والحركة في الأوساط اللزجة كما يتضمن الحركة في إطار إسناد متسارع.

يتناول الفصل السابع مفهوم الشغل وطاقة الحركة والقدرة ومفهوم طاقة الحركة في السرعات العالية والشغل الناتج عن قوة متغيرة أو قوة ثابتة. كما يتم شرح ضرب المتجهات.

يتضمن الفصل الثامن نوعا آخر من أنواع الطاقة هي طاقة الوضع كما يتناول قانون حفظ الطاقة والقوى المحافظة وغير المحافظة، كما يوضح ما المقصود بحفظ الطاقة والقوى المحافظة والعلاقة بين القوى المحافظة وطاقة الوضع، وتكافؤ الكتلة والطاقة، والطاقة في فيزياء الكم، والشغل المبذول بالقوى غير المحافظة.

يتناول الفصل التاسع كمية الحركة الخطية وقانون حفظ كمية الحركة الخطية والتصادم المرن وغير المرن، ومركز الكتلة، ودفع الصواريخ، وحركة منظومة مكونة من مجموعة من الأجسام.

يلقى الفصل العاشر الضوء على دوران الأجسام الجاسئة حول محور ثابت، والجسم الجاسئ هو الجسم الذي يظل محتفظا بشكله وأبعاده. كما يتناول الإزاحة الزاوية والسرعة والعجلة والحركة الدورانية الكينماتيكية مع ثبات التسارع الزاوى. يتناول بعد ذلك حساب عزم القصور الذاتي وعزم الدوران Torque والعلاقة بينه وبين التسارع الزاوى، والشغل والقدرة والطاقة في الحركة الدورانية.

يتناول الفصل الحادي عشر الحركة التدحرجية وكمية الحركة الزاوية. في هذه الحالة يكون محور الدوران ليس ساكنا في الفراغ، وقانون بقاء كمية الحركة الزاوية وهو قانون أساسي من قوانين الفيزياء.

يتناول الفصل الثاني عشر الأجسام الجاسئة في حالة الإتزان الإستاتيكي، وشروط الإتزان، والمبادئ التي ينص عليها وهي ذات أهمية كبيرة في الهندسة الإنشائية والهندسية الميكانيكية والعمارة. كما يتضمن تغير شكل الأجسام تحت تأثير الأحمال ومعاملات المرونة المختلفة.

يتناول الفصل الثالث عشر نوعاً خاصاً من أنواع الحركة وهي الحركة الترددية أو الحركة التوافقية البسيطة ومن أمثلة تلك الحركة تذبذب ثقل معلق في زنبرك، واهتزازات أوتار الآلات الموسيقية، والموجات الكهرمغنطيسية ودوائر التيار الكهربائي المتردد. كما يتناول حالة الترددات المتضائلة والترددات القسرية وطاقة المتذبذبات التوافقية البسيطة والبندول.

خصص الفصل الرابع عشر لدراسة قانون الجاذبية كما يتناول حركة الكواكب كما استنتجها كبلر (1571-1630) وكيف يمكن استنتاجها من قانون الجاذبية لنيوتن. بعد ذلك يتناول هذا الفصل قياس ثابت الجذب العام وعجلة السقوط، ثم طاقة الوضع وطاقة الجاذبية بين جسم ممتد وجسيم.

يتناول الفصل الخامس عشر والأخير ديناميكا الموائع. والموائع مثل الغازات والسوائل تتميز بقوى بينية ضعيفة وجزيئاتها تتخذ شكلا عشوائياً. ويتناول هذا الفصل الموائع الساكنة واستنتاج علاقة الضغط الناتج عن مائع بالعمق والكثافة، وقانون الطفو. بعد ذلك يتناول حركة الموائع (ديناميكا الموائع) وقانون برنولي كما يشرح الإستخدامات المختلفة لهذا القانون والإنسياب الخطي ومعادلة الإستمرارية.

ثانياً: الديناميكا الحرارية

وقد جاء هذا القسم في الفصول من التاسع عشر إلى الثاني والعشرين في الطبعة الانجليزية من الكتاب، يتناول هذا القسم موضوع الديناميكا الحرارية ومفهوم كمية الحرارة ودرجة الحرارة. وقد كان لتطور هذا العلم على يدى سا دى كارنو الفرنسي (1796-1832) وكلاوزيوس الألماني (1822-1888) وغيرهما أثرا هاماً على تطور الآلات الحرارية وحساب كفاءتها.

أول فصول هذا الجزء هو الفصل السادس عشر ويتناول موضوع درجات الحرارة كما يعطي تعريفا دقيقا للمصطلحات المستخدمة في علم الديناميكا الحرارية مثل درجة الحرارة والطاقة الداخلية. يتناول هذا الفصل القانون الصفرى للديناميكا الحرارية ثم يتناول المقاييس المستخدمة لدرجات الحرارة مثل مقياس كلفن ومقياس سلسيوس ومقياس فهرنهيت. كما يتناول بعض أنواع الترمومترات الشائعة الإستخدام. كما يلقى الضوء على الغازات المثالية والعلاقة بين الضغط والحجم ودرجة الحرارة لهذه الغازات والتمدد الحرارى للأجسام الصلبة والسوائل.

يتناول الفصل السابع عشر مفهوم الطاقة الداخلية وكيف تتحول إلى طاقة ميكانيكية أو إلى أنواع أخرى من أنواع الطاقة. ثم يتناول القانون الأول للديناميكا الحرارية وهو قانون حفظ الطاقة وتطبيقاته المختلفة، كما يتناول طرق إنتقال الطاقة الحرارية بالحمل والتوصيل والإشعاع، والحرارة الكامنة والسعة الحرارية والشغل والحرارة في عمليات الديناميكا الحرارية.

يتناول الفصل الثامن عشر نظرية الحركة للغازات وطبقاً لهذه النظرية تتحرك جزيئات الغاز بشكل عشوائي وتتصادم ببعضها البعض وبجدار الوعاء الذي يحتويها وهذا الفصل يتناول النموذج الجزيئى للغاز المثالي، والحرارة النوعية المولية، والتجزؤ المتساوى للطاقة، وقانون التوزع لبولتزمان، وتوزع السرعات الجزيئية، والمسار الحر المتوسط لجزيئات الغاز.

الفصل التاسع عشر وهو الفصل الأخير من الجزء الأول من الكتاب يلقى الضوء على القانون الثاني للديناميكا الحرارية والأنتروبي والآلات الحرارية مثل آلة كارنو وآلتي الديزل والجازولين والثلاجات، كما يوضح مفهوم العمليات العكوسة وغير العكوسة ويتناول تغير الأنتروبي في العمليات غير العكوسة. ومن وجهة النظر التكنولوجية لعل أهم ما جاء به القانون الثاني للديناميكا الحرارية هو أن كفاءة الآلات الحرارية لا يمكن أن تصل إلى مائة في المائة. كما يبين أن الأنتروبي في الكون في زيادة مستمرة وهو ما يعني ازداد العشوائية بينما الطاقة في الكون ثابتة أي محفوظة طبقا للقانون الأول للديناميكا الحرارية.




أولاً

الميــكانيــكا
Mechanics

الفصل الأول : الفـيزيــاء والقـيـــاس

الفصل الثانى : الحركة في بعد واحد

الفصل الثالث : المتجهات

الفصل الرابع : الحركة فى بعدين

الفصل الخامس : قوانين الحركة

الفصل السادس : الحركة الدائرية وتطبيقات أخرى لقوانين نيوتن

الفصل السابع : الشغل وطاقة الحركة

الفصل الثامن : طاقة الوضع وحفظ الطاقة

الفصل التاسع : كمية الحركة الخطية والتصادم

الفصل العاشر : دوران الجسم الجاسئ حول محور ثابت

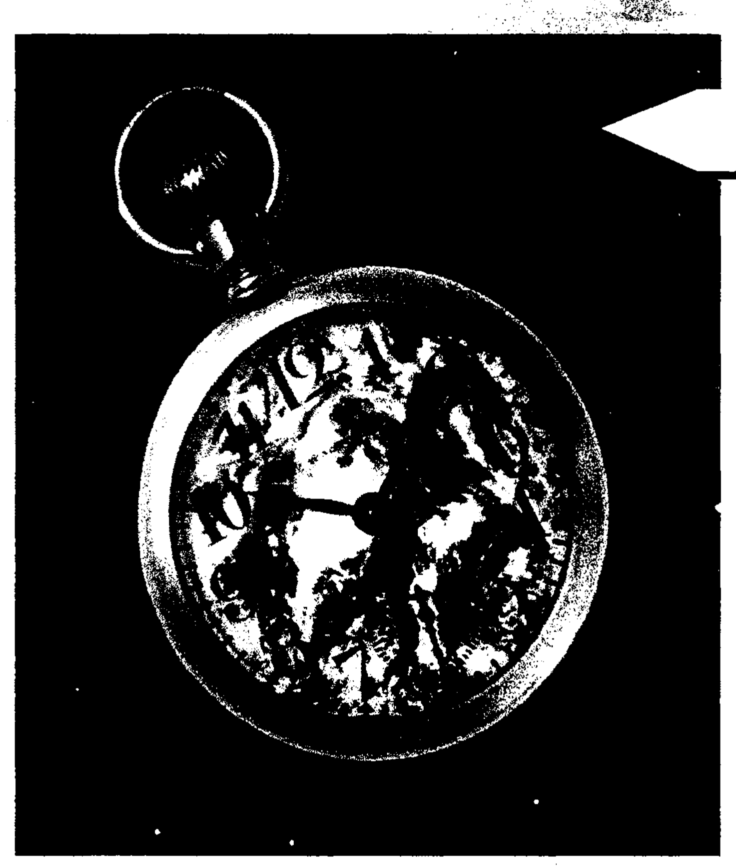
الفصل الحادى عشر : الحركة التدحرجية وكمية الحركة الزاوية

الفصل الثاني عشر : الإتزان الإستاتيكي والمرونة

الفصل الثالث عشر : الحركة الترددية

الفصل الرابع عشر : قانون الجاذبية

الفصل الخامس عشر : ميكانيكا الموائع



✱ صورة محيرة

من آلاف السنين يمدنا دوران الأرض بالقياس الطبيعي للوقت. ولكن منذ سنة 1972 اضفنا لساعاتنا أكثر من 20 ثانية لكي نحفظ لها تزامنها مع الأرض. لماذا نحتاج لهذا الضبط؟ وكم تأخذ ليكون مستواها جيد؟

بتصريح من
(Don Mason/ The Stock Market and NASA)

الفصل الأول
1

الفيزياء والقياس
Physics and Measurement

ويتضمن هذا الفصل :

1.1 معايير الطول، والكتلة والزمن
Standards of Length, Mass, and Time

2.1 بناء كتلة المادة
Building Blocks of Matter

3.1 الكثافة **Denisty**

4.1 تحليل الابعاد **Dimensional Analysis**

5.1 تحويل الوحدات **Conversion of Units**

6.1 الحسابات التقريبية
Estimates and Order- of- Magnitude Calculations

7.1 الأرقام المعنوية
Significant Figures SF

مثل جميع العلوم الأخرى، تعتمد الفيزياء على ملاحظات عملية وقياسات كمية. الهدف الرئيسي للفيزياء هو إيجاد عدد محدود من القوانين الأساسية التي تحكم الظواهر الطبيعية، نستخدمها لننمي نظريات يمكنها التنبؤ بنتائج التجارب المستقبلية. ونستخدم القوانين الرئيسية في تنمية نظريات توُصف بلغة الرياضيات، وهي الوسائل التي تمدنا بما يربط بين النظري والعملي.

وعندما ينشأ تعارض بين النظري والعملي يجب أن تظهر نظريات جديدة لإزاحة هذا التعارض. وفي أوقات كثيرة تتحقق نظرية فقط تحت شروط محددة، وربما تحقق النظرية الأكثر شمولاً بدون مثل هذه الشروط. فمثلاً قوانين الحركة التي وضعها إسحق نيوتن Isaac Newton (1642- 1727) في القرن السابع عشر تصف بدقة حركة الأجسام التي تسير بسرعة عادية ولكن لاتنطبق على الأجسام التي تسير بسرعة قريبة من سرعة الضوء. وعلى العكس النظرية النسبية الخاصة والتي اكتشفت بواسطة ألبرت آينشتين Albert Einstein (1879- 1955) في أوائل القرن التاسع عشر تعطي نفس النتائج مثل قوانين نيوتن عند السرعات المنخفضة ولكنها أيضاً صحيحة في وصف الحركة عند سرعات تقترب من سرعة الضوء. ومن ثم تكون نظرية آينشتين أكثر شمولاً لنظرية الحركة.

كل الفيزياء التي عرفت قبل 1900 تعرف بالفيزياء الكلاسيكية، وتشمل النظريات، والمبادئ، والقوانين والتجارب في الميكانيكا الكلاسيكية، والديناميكا الحرارية والكهرومغناطيسية.

وقد تمت أهم الإسهامات للفيزياء الكلاسيكية على يد نيوتن الذي طور الميكانيكا الكلاسيكية لمنظومة نظرية حيث كان واحداً من مؤسسي التفاضل والتكامل كطريقة رياضية. وتمت معظم التطورات في الميكانيكا في القرن الثامن عشر ولكن علم الديناميكا الحرارية والكهربية والمغناطيسية لم تُطور حتى النصف الثاني من القرن التاسع عشر لأنه قبل هذا الوقت كانت الأجهزة التي تتحكم في التجارب المعملية إما غير دقيقة أو غير مكتملة.

ظهرت الفيزياء الحديثة في نهاية القرن التاسع عشر وأهم تطور فيها كان في نظريات النسبية وميكانيكا الكم. أحدثت هاتان النظريتان تغيراً أساسياً في المفاهيم التقليدية للفضاء، والزمن والطاقة. ميكانيكا الكم، التي طبقت على الحالات الميكروسكوبية Microscopic والماكروسكوبية Macroscopic قد تم صياغتها بواسطة عدد من العلماء المتميزين لوصف الظواهر الفيزيائية على المستوى الذري.

يعمل العلماء بصفة مستمرة في تطوير فهمنا للظواهر والقوانين الأساسية كما تظهر اكتشافات جديدة في كل يوم. في كثير من مساحات البحث يوجد تداخل في تفاصيل كثيرة بين علم الفيزياء والكمياء والجيولوجيا والبيولوجي وأيضاً علم الهندسة. وبعض من التطورات الملحوظة: (1) العدد الهائل من البعثات إلى الفضاء وهبوط رواد الفضاء على القمر. (2) الكمبيوتر ذات السرعات العالية. (3) تصور التقنيات معقدة وهي تستخدم في الأبحاث العلمية والطبية. إن أثر مثل هذه التطورات

والاكتشافات على مجتمعنا عظيم وكثير، ومن حسن الحظ أن الاكتشافات المستقبلية وتنميتها سوف تكون محل إثارة وتحدي وفائدة عظيمة للبشرية.

1.1 معايير الطول، والكتلة والزمن STANDARDS OF LENGTH, MASS AND TIME

القوانين الفيزيائية يعبر عنها بدلالة كميات أساسية تتطلبّ تعريفا واضحا. ففي الميكانيكا الثلاث كميات الأساسية هي الطول (L) والكتلة (M) والزمن (T). وكل الكميات الأخرى في الميكانيكا يمكن أن نعبر عنها بدلالة هذه الكميات الأساسية الثلاث.

إذا أردنا كتابة تقرير عن نتائج بعض القياسات لأحد الأشخاص يريد الحصول على هذه القياسات، يجب علينا أن نعرف المقياس المستخدم فلايوجد هناك معنى إذا كان هناك زائر من كوكب آخر يريد أن يتحدث إلينا عَن طول 8 جليتشان (Glitches) إذا كنا لا نعلم معنى الوحدة جليتش. من ناحية أخرى إذا كان شخص على علم بنظام قياساتنا وقد قدر أن طول ارتفاع حائط هو 2 متر، ووحدة معيار الطول المستخدم هي واحد متر، فسوف نعلم أن ارتفاع الحائط هو ضعف وحدة الطول. وبالمثل إذا تحدثنا عن شخص كتلته 75 كيلو جرام وكان معيار الكتلة يعرف على أنه واحد كيلو جرام. وعليه تكون كتلة الشخص 75 مرة مثل وحدة الكتلة. أي أن الاختيار لوحدة القياس يجب أن يعطي القياسات التي تؤخذ بواسطة أشخاص من أماكن مختلفة نفس النتيجة.

في عام 1960 وفي مؤتمر دولي أُقرت مجموعة معايير للطول والكتلة وكميات أخرى أساسية. والنظام الذي اتفق عليه هو النظام المتري ويسمى نظام SI للوحدات. (SI تعني بالفرنسية "System International"). في هذا النظام معيار الطول، والكتلة والزمن هي متر، وكيلو جرام، وثانية على الترتيب Meter, Kilogram and Second. المعايير الأخرى للنظام SI أُقرت بواسطة المؤتمر هي درجة الحرارة "كلفن" (The Kelvin)، والتيار الكهربي Electric Current "أمبير" (The Ampere)، وشدة الإضاءة Luminous Intensity "قنديلة" (Candel)، وكمية المادة Amount of Substance "مول" (The Mole). وفي دراستنا للميكانيكا سوف نعني فقط بمعيار الطول، والكتلة والزمن.

الطول Length

في سنة 1120 ميلادية أصدر ملك انجلترا مرسوماً أن معيار الطول في هذا البلد يجب أن يسمى "الياردة" The Yard وكانت تساوي بدقة المسافة من حافة أنفه إلى نهاية ذراعة المشدود إلى الخارج. وبالمثل كان أصل وحدة "القدم" The Foot كما حددها الفرنسيون هي طول القدم الملكي للملك لويس الرابع عشر. هذه الوحدة ظلت معمولا بها حتى عام 1799 عندما أصبح المعيار الأساسي للطول هو المتر وعرف بأنه يساوي 10000000 /1 (جزء من عشرة مليون جزء) من المسافة بين خط الأستواء والقطب الشمالي على امتداد خط الطول المار بمدينة باريس.

وقد ظهرت على مر السنين نظم كثيرة أخرى لمعيار الطول، ولكن مميزات النظام الفرنسي جعلته مسيطر في معظم الدول وفي الدوائر العلمية أينما وجدت. وحديثاً وفي عام 1960 عُرف طول المتر على أنه المسافة بين علامتين محفورتين عند نهايتي قضيب من سبيكة البلاتين والإيريديوم Platinum- Iridium محفوظ في فرنسا تحت شروط معينة ثابتة. هذا التعريف لم يعد معمولا به لعدة أسباب، ولكن السبب الرئيسي هو الدقة المحدودة للمسافة التي تفصل بين الخطين على القضيب التي يمكن قياسها لاتقابل التطور المطلوب للعلم والتكنولوجيا. وفي الستينات والسبعينات من القرن العشرين عُرف المتر على أنه يساوي 16507763,73 قدر الطول الموجي للضوء البرتقالي- الأحمر الصادر من مصباح (Krypton-86). وفي عام 1983 أعيد تعريف المتر (m) على أنه المسافة التي يقطعها الضوء في الفراغ خلال فترة زمنية مقدارها 1/ 29979 ثانية. وبالتالي فإن هذا التعريف الأخير يقدر أن سرعة الضوء في الفراغ هي بالضبط 299792458 m/s. الجدول 1.1 يدون القيم التقريبية لبعض الأطوال المقاسة.

الجدول 1.1 القيم التقريبية لبعض الأطوال المقاسة

المسافة	الطول (m)
المسافة من الأرض إلى أبعد مجرة معروفة	9×10^{25}
المسافة من الأرض إلى أقرب مجرة معروفة	2×10^{22}
المسافة من الشمس إلى أقرب نجم (بروكسيما سينتاوري) (Proxima Centauri)	4×10^{16}
سنة ضوئية	9.46×10^{15}
متوسط نصف مدار الأرض حول الشمس	1.50×10^{11}
متوسط المسافة من الأرض إلى القمر	3.48×10^{8}
المسافة من خط الاستواء إلى القطب الشمالي	1.00×10^{7}
متوسط نصف قطر الأرض	6.37×10^{6}
طول ملعب كرة القدم	9.1×10^{1}
طول ذبابة المنزل	5×10^{-3}
حجم أصغر ذرة غبار	$\sim 10^{-4}$
حجم خلية معظم الكائنات الحية	$\sim 10^{-5}$
قطر ذرة الهيدروجين	$\sim 10^{-10}$
قطر نواة الذرة	$\sim 10^{-14}$
قطر البروتون	$\sim 10^{-15}$

معيار الكتلة Mass

المعيــار الأســاسي للكتلة هو كـيلو جـرام The Kilogram (Kg) ويعـرف على أنه كـتلة اسطوانة مـصنوعـة من سـبـيكة من البـلاتين - والأيرديوم Platinum- Iridium مـحـفـوظة فـي المكتب الـدولي للمقاييس والموازين في مدينة سفر sevres قرب باريس. هذا المعيار تم إعداده في عام 1887 ولم يتغير منذ هذا التاريخ لأن سبيكة بلاتين ايريديوم تكون عادة سبيكة مستقرة (الشكل 1.1) كما تحفظ نسخة من هذه السـبيكة في: المعهـد القومي للقياس والتكنولوجيـا National Institute of Standards and Technology (NIST) في جيترسبرح بولاية ميرلاند.

الجـدول 2.1 يعطي قـيمـا تقـريبـيـة لكتل بعض الأجسام المختلفة

جدول 2.1 كتل أجسام مختلفة (قيم تقريبية)

الجسم	الكتلة (kg)
العالم المرئي Visible Universe	$\sim10^{52}$
مجرة Milky Way Galaxy	7×10^{41}
الشمس Sun	1.99×10^{30}
الأرض Earth	5.98×10^{24}
القمر Moon	7.36×10^{22}
الحصان Hourse	$\sim10^{3}$
الانسان Human	$\sim10^{2}$
ضفدعة Frog	$\sim10^{-1}$
بعوضة Mosquito	$\sim10^{-5}$
البكتيريا Bactirium	$\sim10^{-15}$
ذرة الهيدروجين Hydrogen Atom	1.67×10^{-27}
الالكترون Electron	9.11×10^{-31}

معيار الزمن Time

قبل عـام 1960 كان معيـار الزمن يعَّرف عن طريق مـتـوسط اليـوم الشـمـسي لعـام 1900. متوسط الثانية الشمسية كان يعرف على أنه $\left(\frac{1}{60}\right)\left(\frac{1}{60}\right)\left(\frac{1}{24}\right)$ من متـوسط اليـوم الشمسي. ومن المعروف الآن أن دوران الأرض يتغيـر تغيـراً بسيطاً مع الزمن ولذلك لاتكون هذه الحـركة جديرة لاستخدامها في تعريف معيار الزمن.

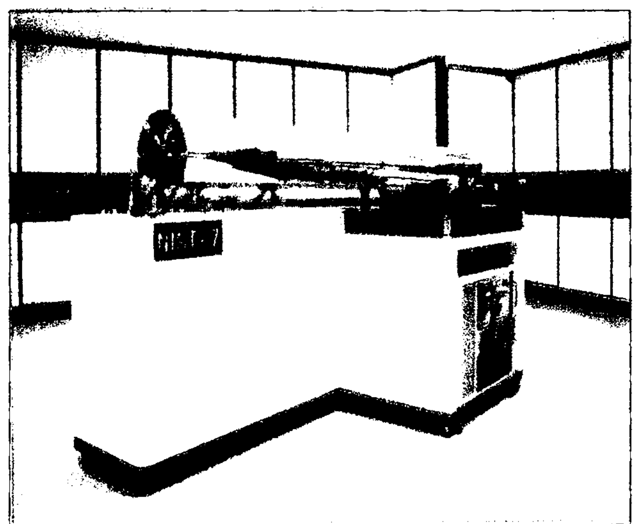
وبالتـالي في سنة 1967 عُـرفت الثـانيـة بدقة متناهية عن طريق جهاز يعرف بالساعة الذرية (شكل 1.1b). وفي هذا الجهاز يمكن قياس الترددات المصاحبة لانتقالات ذرية معينة بدقة تصل إلى جزء من 10^{12} جـزء وهذا يعـادل خطأ أقل من ثانيـة كل 30000 سنة. ولذلك في سنة 1967 أعيـد تعريف وحدات SI للزمن، الثانية Second، على أساس التردد المميز لذرات السـيزيوم Cesium Atom "كساعة عيارية". وحدة SI للزمن الثـانية (S) تعرف على أنها تساوي 9192631770 مـرة قدر الزمن الدوري لتذبذب إشعاع صادر من ذرة السيزيوم Cesium- 133. ولحفظ هذه السـاعات الذرية وبالتالي كل السـاعات الشـائعة وسـاعات اليـد وبقائها متـزامنة أحيـاناً يجب أن نضيف بعض الثـواني لسـاعاتنا تسـمى الثـواني المنطوطة leapseconds وهذه ليس بفكرة جـديدة. ففـي عـام 49 ق.م أضـاف يوليـوس قيصر أياماً إضافية إلى التقويم أثناء السنة الكبيسة لكى تبدأ الفصول في نفس الميعاد من كل عام.



الشكل 1.1 (الصورة العليا) الكيلوجرام المعياري القومي رقم 20. نسخة دقيقة من الكيلوجرام المعياري الدولي محفوظة في فرنسا، وضعت تحت ناقوس مزدوج في سرداب بالمركز القومي للمعايرة والتقنية (NIST).

(الصورة السفلى) الساعة الذرية الموجودة في NIST. هذا الجهاز يجعل الخطأ في الوقت يساوي جزء من مليون جزء من الثانية كل عام بتصريح من

(Courtesy of National Institute of Standards and Technology, U.S. Department of Commerce)



وبعد أن وضع أينشتين النظريتين النسبية العامة والنسبية الخاصة وأصبح القياس الدقيق للفترات الزمنية يتطلب أن نعرف كلاً من حالة الحركة للساعة المستخدمة في قياس الفترة الزمنية وفي بعض الأحيان موضع الساعة أيضاً، لهذا السبب فإن نظام الساعات الذرية المحمولة بالأقمار الصناعية حول العالم لتحديد المكان لن يستطيع تحديد موضعك بدقة كافية إذا كنت محتاج للمساعدة.

القيم التقريبية لبعض الفترات الزمنية موجودة في الجدول (3.1) بالإضافة إلى نظام الوحدات SI ما زال النظام البريطاني الهندسي British Engineering System (في بعض الأحيان يسمى النظام التقليدي) ومازال يُستخدم في الولايات المتحدة على الرغم من قبول النظام SI من باقي دول العالم. في هذا النظام وحدات الطول، والكتلة والزمن هي القدم Foot (FT) والباوند والثانية على الترتيب. وفي هذا الكتاب سوف نستخدم وحدات النظام الانجليزي الهندسي استخداماً محدوداً في دراسة الميكانيكا الكلاسيكية.

الجدول 3.1 القيم التقريبية لفترات الزمن

	الفترة الزمنية بالثواني
عمر الكون	5×10^{17}
عمر الأرض	1.3×10^{17}
متوسط عمر الطالب الجامعي	6.3×10^{8}
سنة واحدة	3.16×10^{7}
يوم واحد (زمن دورة واحدة للأرض حول محورها)	8.46×10^{4}
الزمن بين ضربات القلب الطبيعية	8×10^{-1}
الزمن الدوري للموجات الصوتية المسموعة بوضوح	$\sim 10^{-3}$
الزمن الدوري لموجات الراديو	$\sim 10^{-6}$
الزمن الدوري لاهتزاز ذرة في الجوامد	$\sim 10^{-13}$
الزمن الدوري لموجات الضوء المرئي	$\sim 10^{-15}$
زمن التصادم النووي	$\sim 10^{-22}$
الزمن الذي يأخذه الضوء في عبور بروتون	$\sim 10^{-24}$

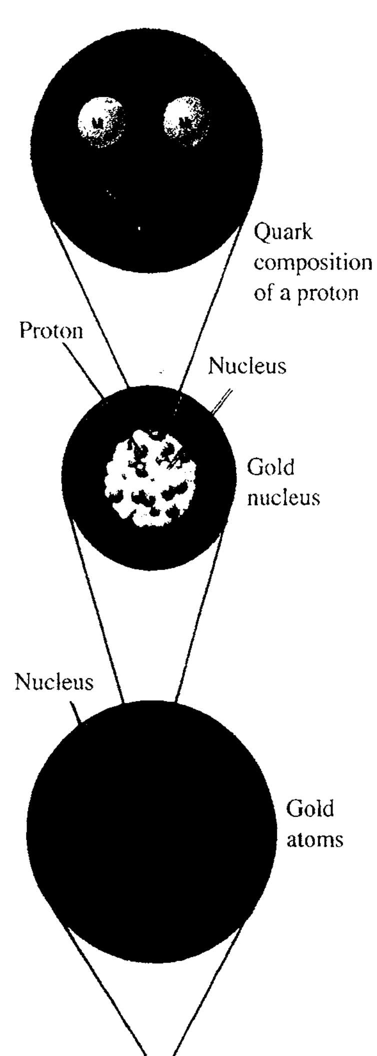
وبالإضافة إلى وحدات SI الأساسية للمتر والكيلو جرام والثانية يمكننا أيضاً استخدام وحدات أخرى مثل مليمتر ونانو ثانية Nanoseconds حيث تحديد الملي والنانو تشير إلى أس العدد عشرة والمضروبة في أصل الوحدة. بعض من معظم الأجزاء المستخدمة والمحددة ورموزها مدونة في الجدول 4.1 فمثلاً 10^{-3} m تساوي 1 مليمتر (mm) و 10^{3} m تمثل كيلو متر (Km).

1Kg هو 10^{3} جرام (g) و 1 ميجافولت (MV) هو 10^{6} فولت (V).

الجدول 4.1 محددات (أجزاء) لوحدات الـ SI

Power القوة	Prefex المحددة	Abbreviation الرمز
10^{-24}	Yocto	y
10^{-21}	Zepto	z
10^{-18}	Atto	a
10^{-15}	Femto	f
10^{-12}	Pico	p
10^{-9}	Nano	n
10^{-6}	Micro	μ
10^{-3}	Milli	m
10^{-2}	Centi	c
10^{-1}	Deci	d
10^{1}	Deko	da
10^{3}	Kilo	k
10^{6}	Mega	M
10^{9}	Giga	G
10^{12}	Tero	T
10^{15}	Peto	P
10^{18}	Exa	E
10^{21}	Zetta	Z
10^{24}	Yotta	Y

بناء كتلة المادة
THE BUILDING BLOCKS OF MATTER



الشكل 2.1 مستويات الهيئة في المادة. تتكون المادة الطبيعية من ذرات وفي مركز كل ذرة توجد نواة مدمجة تحتوي على بروتونات و نيترونات. وتتكون البروتونات والنيترونات من الكواركات "Quarks" مكونات الكورك في البروتون موضحة.

مكعب من الذهب الصلب كتلته 1 كيلو جرام وطول ضلعه 3.73 cm. هب هذا المكعب لا يمثل شيئاً أكثر من أنه ذهب من الجدار للجدار بدون فراغ؟ إذا قُطع المكعب إلى نصفين تظل القطعتان محتفظتين بتركيبهما الكميائي كذهب في حالته الصلبة. ولكن ماذا يحدث لو قُسمت القطعتان مرة أخرى ثم مرة أخرى إلى مالانهاية؟ هل سوف تكون القطع الأصغر فالأصغر ذهباً دائماً؟ مثل هذه الأسئلة ترجع إلى فلاسفة الإغريق الأوائل. اثنان من هؤلاء الفلاسفة Leucippus وتلميذه Democritus لم يقبلا فكرة أن يستمر مثل هذا التقسيم إلى مالانهاية. وقد فكروا أن مثل هذه العملية سوف تنتهي حتماً عندما ينتج جزءاً لايمكن تقطيعه. وتعني كلمة Atoms بالأغريقي "Not Sliceable" (غير قابل للتقسيم). ومن هنا جاءت الكلمة الإنجليزية Atoms (ذرة). دعنا نجري مراجعة مختصرة عما يعرف عن تركيب المادة. تتكون جميع المواد العادية من ذرات، وكل ذرة تتكون من الكترونات تدور حول نواة مركزية. وبعد اكتشاف النواه في عام 1911 ظهور السؤال: هل لها تركيب؟ بمعنى هل النواة جزءاً واحد أم تجمع لجسيمات؟ مكونات النواة لا تزل غير معروفة بالكامل حتى يومنا هذا، ولكن في أوائل الثلاثينات 1930s وضع نموذج لنظرية ساعدتنا في فهم كيف تتصرف النواة. حدد العلماء أن النواة تحتوي بداخلها على مكونين أساسيين هما البروتونات والنيوترونات. و يحمل البروتون شحنات موجبة وأي عنصر خاص يميز بعدد البروتونات في النواة. وهذا العدد يسمى بالعدد الذري (Atomic Number) للعنصر. وعلى سبيل المثال نواة ذرة الهيدروجين تحتوي على بروتون واحد (ولذلك فإن العدد الذري للهيدروجين 1)، ونواة ذرة الهيليوم تحتوي على بروتونين (العدد الذري 2)، وتحتوي نواة ذرة اليورانيوم على 92 بروتون (العدد الذري 92). وبالإضافة إلى العدد الذري هناك عدد آخر يميز الذرة وهو العدد الكتلي (Mass Number)، ويعرف على أنه عدد البروتونات والنيوترونات في النواة. وسوف نرى أن العدد

الذري للعنصر لايتغير مطلقاً (بمعنى أن عدد البروتونات لايتغير) ولكن عدد الكتلة يمكن أن يتغير (أي أن عدد النيوترونات يتغير). ذرتان أو أكثر لنفس العنصر تحتوي على أعداد كتلية مختلفة تكون نظائر لبعضهما.

وجود النيوترونات تحقق بطريقة حاسمة في عام 1932 . ليس للنيوترون شحنة وله كتلة تعادل كتلة البروتون. وأحد فوائده الأساسية أنه يؤثر كمادة "غروية" أي أنه يعمل على تماسك النواة مع بعضها. فإذا كانت النيوترونات غير موجودة في النواة، تتسبب قوة التنافر بين الشحنات الموجبة في أن تصبح النواة أجزاء منفصلة.

ولكن هل هذا هو السبب الوحيد في عدم الانهيار؟ معروف الآن أن البروتونات والنيوترونات تتكون من مجموعة من الجسيمات تكون ستة أنواع مختلفة من الجسيمات تسمى كوركات "Quarks" والتي أعطيت الأسماء أعلى "Up" وأسفل "Down"، وغريب "Strang" وسِحْر "Sharm" وقاع "Bottom" وقمة "Top" والكواركات الأعلى والقمة والسحر لها شحنة تساوي (2/3 +) من شحنة البروتون بينما الكواركات أسفل وغريب وقاع لها شحنة (-1/3) من شحنة البروتون. ويتكون البروتون من اثنين كوارك أعلى وكوارك أسفل واحد (الشكل 2.1) ويمكنك أن ترى بسهولة أن ذلك يعطي الشحنة الصحيحة للبروتون. وبالمثل يتكون النيترون من اثنين كوارك أسفل وواحد كوارك أعلى ومجموعها يعطي شحنة قدرها صفر.

3.1 الكثافة DENSITY

من خصائص أي مادة كثافتها ρ (حرف جريكي ينطق "رو" Roh) وتعرف على أنها كتلة ما تحتويه المادة في وحدة الحجوم، والذي يعبر عنه دائماً بالكتلة لوحدة الحجوم:

$$\rho \equiv \frac{m}{V} \qquad (1.1)$$

فمثلاً الألومنيوم له كثافة $2.70\ g/cm^3$ والرصاص له كثافة $11.3\ g/cm^3$. ولذلك قطعة الألومنيوم ذات الحجم $10.0\ cm^3$ لها كتلة 27.09 بينما الحجم المكافئ للرصاص يكون له كتلة 113g ويعطي الجدول 5.1 قيم للكثافة لمواد مختلفة.

والاختلاف بين كثافة الألومنيوم والرصاص يرجع نتيجة لاختلاف كتلة الذرة Atomic Mass، في الجزئ. العدد الكتلي لعنصر هو متوسط كتلة ذرة واحدة في عينه من العنصر والتي تحتوي على جميع نظائر العنصر، حيث نسبة كمية النظائر هي نفس النسبة للكمية الموجودة في الطبيعة. والوحدة للكتلة الذرية هي وحدة الكتلة الذرية Atomic Mass Unit (U)، حيث $U= 1.6605402x\ 10^{-27}\ Kg$. الكتلة الذرية للرصاص هي 207 U وللألومنيوم هي 27.0 U بينما نسبة الكتلة الذرية 207U/ 27.0U= 7.67 لها تمثل نسبة الكثافات $(11.3g/cm^3)/ (2.70g/cm^3)= 4.19$ والتناقض ناتج عن الاختلاف في المسافة بين الذرات والترتيب الذري في التركيب البلوري Crystal لهاتين المادتين.

تقاس كتلة النواة بالنسبة إلى كتلة نواة نظير ذرة الكربون 12. وغالباً ما تكتب ^{12}C. (نظير الكربون هذا له ستة بروتونات وستة نيترونات، والنظائر الأخرى للكربون لها ستة بروتونات ولكن أعداد مختلفة من النيوترونات). وعملياً معظم وزن الذرة ناتج من محتويات النواة. حيث أن العدد الكتلي لـ ^{12}C يعرف على أنه 12U بالضبط، فإن كلاً من البروتون النيترون له كتلة حوالي 1U.

يعرف مول واحد (mol) من مادة على أنه كمية المادة التي تحتوي على عدد من الجسيمات (ذرات أو جزيئات أو جسيمات أخرى) مثل عدد الذرات الموجودة في 12g من نظير الكربون- 12، ويحتوي المول الواحد من المادة A على نفس عدد الجسيمات الموجودة في مول واحد من مادة أخرى B. وعلى سبيل المثال مول واحد من الألومنيوم يحتوي على نفس عدد الذرات الموجودة في مول واحد من الرصاص.

الجدول 5.1 كثافة مواد مختلفة

Substance المادة	Denisty P (10^3Kg/ m^3) الكثافة
ذهب	19.3
يورانيوم	18.7
رصاص	11.3
نحاس	8.92
حديد	7.86
ألومنيوم	2.7
ماغنسيوم	1.75
ماء	1.00
هواء	0.0012

وقد أوضحت التجارب أن هذا العدد، المعروف بعدد أفوجادرو Avogardro's Number و N_A وهو:

$$N_A = 6.022137 \times 10^{23} \text{ Particles/ mol}$$

وعلى ذلك يعرف عدد أفوجادرو على أنه 1 mol من Carbon-12 له كتلة 12g بالضبط. وعموماً الكتلة الموجودة في 1mol لأي عنصر هي الكتلة الذرية للعنصر معبراً عنها بالجرام. وعلى سبيل المثال، 1mol من الحديد (الوزن الذري= 55.85U) له كتلة تساوي 55..85g (ونقول وزنه المولي Molar Mass هو 55.85g/mol)، و 1mol من الرصاص (العدد الكتلي= 207U) له كتلة 207g (وزنه المولي molar mass هو 207 g/mol). وحيث أنه يوجد 6.02×10^{23} جسيم في 1mol لأي عنصر، تكون الكتلة لكل ذرة لعنصر هي:

$$\text{كتلة الذرة} \quad m_{atom} = \frac{\text{molar mass}}{N_A} \qquad (2.1)$$

وعلى سبيل المثال كتلة ذرة الحديد هي:

$$m_{Fe} = \frac{55.85 \text{ g/mol}}{6.02 \times 10^{23} \text{atoms/mol}} = 9.28 \times 10^{-23} \text{g/atom}$$

مثال 1.1 كم عدد الذرات في المكعب

مكعب صلب من الألومنيوم (كثافته $2.7 g/cm^3$) له حجم 0.20 cm^3. كم ذرة ألومنيوم يحتويها المكعب؟

الحل: حيث إن الكثافة تساوي الكتلة لكل وحدة حجوم، إذن كتلة المكعب هي:

$$m = \rho V = (2.7 g/cm^3)(0.20 cm^3) = 0.54 g$$

لكي نجد عدد الذرات N في هذه الكتلة من الألومنيوم يمكن أن نستخدم التناسب باستخدام حقيقة أن واحد مول من الألومنيوم (27g) يحتوي على $6.02 \text{x } 10^{23}$ atoms:

$$\frac{N_A}{27 \text{ g}} = \frac{N}{0.54 \text{ g}}$$

$$\frac{6.02 \times 10^{23} \text{atoms}}{27 \text{ g}} = \frac{N}{0.54 \text{ g}}$$

$$N = \frac{(0.54 \text{ g})(6.02 \times 10^{23} \text{atoms})}{27 \text{ g}} = 1.2 \times 10^{22} \text{atoms}$$

4.1 تحليل الأبعاد DIMENSIONAL ANALYSIS

كلمة البعد Dimension لها معنى خاص في الفيزياء. أنها تدل دائماً على طبيعة الكميات. وعلى الرغم من أن المسافة تقاس بوحدة الطول "القدم" ووحدة الطول "المتر" إلا أنها تظل مسافة. ونقول البعد- الطبيعة الفيزيائية- للمسافة هو الطول.

والرموز التي سوف نستخدمها في هذا الكتاب لأبعاد الطول، والكتلة والزمن L، و M، و T على الترتيب. وسوف نستخدم غالباً الأقواس [ ] لنعبر عن أبعاد كمية فيزيائية فمثلاً الرمز الذي نستخدمه للسرعة في هذا الكتاب هو V وفي رمزنا لبعد السرعة نكتب $[V] = L/T$. وكمثال آخر أبعاد المساحة، والتي نستخدم لها الرمز A هو $[A] = L^2$، أبعاد المساحة، والحجم، والسرعة، والعجلة مدونة في الجدول 6.1.

وفي حل مسائل الفيزياء، توجد طريقة مفيدة وقوية تسمى التحليل البعدي. هذه الطريقة، والتي يجب أن تُستخدم دائماً، سوف تساعد في تقليل الاحتياج لحفظ المعادلات. التحليل البعدي يجعلنا نستخدم الحقيقة التي تقول أن الأبعاد يمكن معالجتها مثل الكميات الجبرية. بمعنى أنه يمكن فقط إضافة أو طرح كميات إذا كانت لها نفس الأبعاد. علاوة على ذلك جمع الحدود على كلا الطرفين يجب

يكون لها نفس الأبعاد. وبمتابعة هذه القواعد البسيطة، يمكنك استخدام التحليل البعدي للمساعدة في معرفة أي التعبيرات تكون صحيحة. ويمكن للعلاقات أن تكون صحيحة فقط إذا كانت الأبعاد واحدة على جانبي المعادلة.

الجدول 6.1 أبعاد ووحدات شائعة للمسافة، والحجم والسرعة والتسارع (العجلة)

System	Area (L^2)	Volume (L^3)	Speed (L/Y)	Acceleration (L/Y^2)
SI	m^2	m^3	m/s	m/s^2
British engineering	ft^2	ft^3	ft/s	ft/s^2

ولتوضيح هذه الطريقة، افرض أنك ترغب في اشتقاق صيغة للمسافة، تقطعها سيارة في زمن t إذا بدأت السيارة من السكون وتحركت بتسارع ثابت a. وسوف نجد في الفصل الثاني أن التعبير الصحيح هو $x = \frac{1}{2}at^2$. والآن سوف نستخدم تحليل الأبعاد لاختيار صحة هذا التعبير. الكمية x في الطرف الأيسر لها بعد طولي. ولكي تكون المعادلة صحيحة الأبعاد يجب أن تكون الكمية في الطرف الأيمن لها بعد الطول أيضاً. ويمكننا أن نعيد اختيار الأبعاد بواسطة تعويض الأبعاد للتسارع، L/T^2، والزمن T في المعادلة بمعنى أن تكون الأبعاد للمعادلة $x = \frac{1}{2}at^2$ هي:

$$L = \frac{L}{\cancel{T^2}}.\cancel{T^2} = L$$

وحدات الزمن المربعة تشطب كما هو مبين وتترك وحدات الطول.

وبطريقة عامة أكثر عموماً يستخدم تحليل الأبعاد لتحقيق تعبير على الشكل

$$x \propto a^n t^m$$

حيث n وm أسس يجب تعيينها والرمز $\propto$ يرمز إلى التناسب وتكون العلاقة صحيحة فقط إذا كانت أبعاد كلا الجانبين واحدة. وحيث أن وحدات الطرف الأيسر هي طول، يجب أن تكون وحدات الطرف الأيمن هي الطول أيضاً أي أن:

$$[a^n t^m] = L = LT^0$$

وحيث إن أبعاد التسارع هي L/T^2 وبعد الزمن هو T نحصل على:

$$\left(\frac{L}{T^2}\right)^n T^m = L^1$$

$$L^n T^{m-2n} = L^1$$

وحيث إن الأسس L و T يجب أن تكون واحدة في كلا الجانبين فسوف تتزن معادلة الأبعاد تحت الشرط $m-2n=0$، و $n=1$، و $m=2$. وبالرجوع إلى التعبير الأساسي $x \propto a^n t^m$ نصل إلى $x \propto at^2$. هذه النتيجة تختلف بقيمة 2 عن التعبير الصحيح، والذي يكون $x = \frac{1}{2}at^2$. ولأن الحد $\frac{1}{2}$ ليس له وحدات، ليس هناك طريق لتعيينه باستخدام التحليل البعدي.

1.1 تساؤل سريع:

صح أم خطأ: أن تحليل الأبعاد يمكن أن يعطيك القيمة العددية لثوابت التناسب والتي ربما تظهر في تعبير جبري.

مثال 2.1 تحليل معادلة:

بين أن التعبير $v = at$ صحيح بُعدياً، حيث v تمثل السرعة و a التسارع وt الفترة الزمنية.

الحل بالنسبة لحد السرعة نجد في الجدول 1.6 أن:

$$[v] = \frac{L}{T}$$

ونفس الجدول يعطينا L/T^2 لأبعاد التسارع ولهذا فإن أبعاد at هي:

$$[at] = \left(\frac{L}{T^{\not 2}}\right)(\not T) = \frac{L}{T}$$

ولهذا فإن العلاقة صحيحة (إذا أعطى التعبير على الصورة $v = at^2$ يكون بعدياً غير صحيح حاول ولاحظ ذلك).

مثال 3.1 تحليل قانون الأسس

افرض أُننا أخبِرنا أن التسارع a لجسيم يتحرك بسرعة منتظمة v في دائرة نصف قطرها r تتناسب مع r مرفوعة لأس ما وليكن r^n وv مرفوعة لأس ما ويمكن v^m. كيف نستطيع تعيين قيمة n و m؟

الحل: دعنا نأخذ a لتكن

$$a = kr^n v^m$$

حيث k ثابت لاأبعاد له. وبمعرفة أبعاد a، و r، و v نرى أن معادلة الأبعاد يجب أن تكون

$$L/T^2 = L^n(L/T)^m = L^{n+m}/T^m$$

تتزن هذه المعادلة تحت هذه الشروط:

$$n + m = 1 \quad \text{و} \quad m = 2$$

ولذلك $n = -1$ ويمكن كتابة تعبير التسارع كما يلي:

$$a = kr^{-1}v^2 = k\frac{v^2}{r}$$

وعندما نناقش آجلاً الحركة الدائرية المنتظمة سوف نرى أن $K=1$ إذا استخدمت مجموعة وحدات مناسبة. والثابت K قد لايساوي 1 إذا كانت v على سبيل المثال بوحدات Km/h بينما أنك تريد a بوحدات m/s^2.

5.1 تحويل الوحدات CONVERSION OF UNITS

من الضروري في بعض الأحيان أن نحول الوحدات من نظام إلى آخر. عامل التحويل بين نظام وحدات SI والوحدات المتعارف عليها للطول هي كما يلي:

1 mi= 1609m = 1.609 Km   1 ft = 0.3048m = 30.48cm

1m = 39.37in. = 3.281 ft   1in .≡ 0.0254m = 2.54cm (exactly)

ومعظم عوامل التحليل يمكن أن تجدها في الملحق A. يمكن معاملة الوحدات مثل الكميات الجبرية والتي يمكنها أن تلغي بعضها الآخر. وعلى سبيل المثال، افرض أننا نريد تحويل 15.0 in إلى السنتيمترات. وحيث إن 1 in (بوصة) يعرف على أنه 2.54 cm بالضبط، ونجد أن:

$$15.0 \text{ in.} = (15.0 \text{ in.})(2.54 \text{ cm/ in.}) = 38.1 \text{ cm}$$

وهذا صحيح حيث إن الضرب في $\left(\frac{2.54 \text{ cm}}{1 \text{ in.}}\right)$ هو مثل الضرب في 1، حيث أن البسط والمقام يصفان أشياءاً متماثلة.

تجربة سريعة:

قدر وزن إنائين كبيرين من المياه الغازية بالباوند. لاحظ أن 1L من الماء له كتله حوالي 1Kg. استخدم الحقيقة أن جسم كتلته 2.2 Ib له كتلة 1Kg. اوجد بعض قراءات ميزان الحمام ثم افحص تقديرك.

مثال 4.1 كثافة مكعب:

كتلة مكعب صلب هو 856 g وكل ضلع (حافة) له طول 5.32 cm عين الكثافة ρ للمكعب بوحدات نظام SI.

الحل: حيث أن $1g= 10^{-3}$ Kg و $1cm= 10^{-2}m$، الكتلة m والحجم V بوحدات النظام SI يكون:

$$m= 856g \times 10^{-3}Kg/g= 0.856 \text{ Kg}$$

$$V= L^3= (5.35cm \times 10^{-2} \text{ m/ cm})^3$$

$$= (5.35)^3 \times 10^{-6}m^3 = 1.53 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

ولذلك،

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0.856 \text{ kg}}{1.53 \times 10^{-4} \text{m}^3} = 5.59 \times 10^3 \text{kg/m}^3$$

6.1 الحسابات التقريبية

ESTIMATES AND ORDER- OF- MAGNITUDE CALCULATIONS

إنه من المفيد غالباً أن نحسب إجابات تقريبية للمسائل الفيزيائية عندما تتوفر فقط معلومات قليلة. مثل هذه الإجابات التقريبية يمكن استخدامها لتعيين حسابات دقيقة ضرورية. تعتمد التقريبات غالباً على فروض معينة، والتي يجب تطويرها كلما تحتاج إلى دقة أكبر. ولذلك سوف نشير أحياناً إلى رتبة المقدار لكمية معينة أس الرقم 10 (Power of Ten) من الرقم الذي يصف الكمية. وكمثال إذا قلنا أن الكمية تزيد في القيمة بثلاث رتب للمقدار (Three order of magnitude)، هذا يعني أن قيمتها تزداد بالمعامل $10^3 = 1000$. وأيضاً إذا أعطيت كمية 3×10^3، نقول أن رتبة المقدار لتلك الكمية هي 10^3 (أو بطريقة أبسط $3 \times 10^3 \sim 10^3$). وبالمثل الكمية $8 \times 10^7 \sim 10^8$.

مثال 5.1 تقدير عدد الاستنشاقات طوال العمر

قدر عدد مرات التنفس التي يتنفسها شخص مدة حياته على الأرض.

الحل: سوف نبدأ بتخمين أن عمر الأنسان على الأرض هو 70 عاماً. والتقدير الآخر هو عدد مرات التنفس في الدقيقة الواحدة. هذا العدد يختلف معتمداً على حالة الشخص هل هو مُثار، نائم، غاضب، هادئ. لكي نصل لأقرب قيمة تقريبية، سوف نختار 10 مرات تنفس كل دقيقة كتقدير للمتوسط (وهذا أقرب للحقيقة من نفس واحد في الدقيقة أو مائة أنفاس في الدقيقة) عدد الدقائق في السنة تكون بالتقريب

$$1\, \cancel{yr} \times 400 \frac{\cancel{days}}{\cancel{yr}} \times 25 \frac{\cancel{hr}}{\cancel{day}} \times 60 \frac{\text{min}}{\cancel{hr}} = 6 \times 10^5 \text{min}$$

لاحظ أنه لأكثر سهولة نضرب 400×25 بدلاً من الضرب في القيم الدقيقة 365×24. هذه القيم التقريبية لعدد الأيام في السنة وعدد الساعات في اليوم قريبة قرباً كافياً من أجل غرضنا. ولذلك في 70 سنة سوف يكون $(70\ yr)(6 \times 10^5\ min/yr) = 4 \times 10^7\ min$. لمعدل 10 أنفاس كل دقيقة يعمل الشخص 4×10^8 مرات تنفس في حياته.

مثال 6.1

قدر عدد الخطوات التي يأخذها شخص مرتجل من نيويورك إلى لوس أنجلوس.

الحل: دون النظر إلى المسافة بين هاتين المدينتين لعلك تتذكر من دروس الجغرافيا أنها حوالي 3000 mi. والتقريب التالي الذي يجب أن نقوم به هو طول الخطوة. وبالتأكيد يعتمد هذا الطول على الشخص الذي يقوم بالمشي ولكننا نقدر تلك الخطوة حوالي 2 ft. وبهذا التقدير يمكننا تعيين عدد

الخطوات في 1mi . وحيث أن هذا حساب تقريبي. نحول 5280 ft/ mi إلى 5000 ft/ mi . (كم تكون نسبة الخطأ الذي يدخله هذا التحويل؟) هذا التحويل يعطينا:

$$\frac{5\,000 \text{ ft/mi}}{2 \text{ ft/step}} = 2\,500 \text{ steps/mi}$$

والآن نرغب في رموز علمية لكي نستطيع عمل الحسابات ذهنياً:

$$(3 \times 10^3 \text{ mi})(2.5 \times 10^3 \text{ steps/ mi}) = 7.5 \times 10^6 \text{ steps}$$

$$\sim 10^7 \text{ steps}$$

ولذلك إذا أردنا أن نمشي عبر الولايات المتحدة، سوف نأخذ في حدود عشرة مليون خطوة. هذا التقدير يكون أصغر من الحقيقة حيث إننا لم نأ... ي الحسبان إنحناء الطرق وصعود وهبوط الجبال. ومما لاشك فيه أنه من المحتمل أن تكون ا... ة في حدود الإجابة الصحيحة.

مثال 7.1 ما مقدار الجازولين الذي نستخدمه؟

قدر عدد الجالونات التي تستخدم كل عام بواسطة جميع السيارات في الولايات المتحدة.

الحل: يوجد حوالي 270 مليون شخص في الولايات المتحدة ولذلك نقدر عدد السيارات بحوالي 100 مليون (نخمن أنه يوجد سيارة لكل شخصين أو ثلاثة أشخاص). ونقدر أيضاً أن متوسط المسافة التي تسيرها كل سيارة كل عام هو 10000 mi . وإذا فرضنا أن استهلاك الجازولين هو 20 mi/ gal أو 0.05 gal/ mi . ولذلك فإن كل سيارة تستهلك 500 gal/ yr . وبضرب هذا في العدد الكلي للسيارات في الولايات المتحدة يعطي تقدير للاستهلاك الكلي 5×10^{10} gal~ 10^{11} gal .

7.1 الأرقام المعنونة SIGNIFICANT FIGURES SF

عند قياس كميات فيزيائية فإن القيم المقاسة تكون معلومة في حدود تجريبية غير مؤكدة. مقدار عدم الدقة يعتمد على عدة عوامل مثل جودة الجهاز، مهارة الباحث وعدد القياسات التي تم تسجيلها.

افترض ان المطلوب قياس مساحة لاصقة قرص الكمبيوتر باستخدام مسطرة مترية. دعنا نفترض أن الدقة في القياس باستخدام المسطرة هي 0.1 cm ± . إذا كان طول اللاصقة هو 5.5 cm فإنه يمكن القول أن طولها يقع بين 5.6 cm, 5.4 cm . في هذه الحالة نقول أن القيمة المقاسة لها رقمين معنويين (أي لها اثنين SF). بالمثل إذا كان عرض اللاصقة المقاس هو 6.4 cm، فإن القيمة الحقيقية تقع بين 6.5 cm, 6.3 cm.

وهكذا يمكننا كتابة القيم المقاسة في الصورة (5.5± 0.1) cm و (6.4± 0.1) cm الآن افترض ان المطلوب ايجاد مساحة اللاصقة بضرب القيمتين المقاستين. إذا افترضنا أن المساحة

$(5.5\ cm)\ (6.4\ cm)= 35.2\ cm^2$ فإن اجابتنا ينقصها الدقة لأن الاجابة تحتوي على ثلاث أرقام معنوية SF وهي أكبر من عدد الأرقام المعنوية SF في أي من الاطوال المقاسة. يمكن ذكر قاعدة لتحديد عدد الأرقام المعنوية:

عند ضرب عدة كميات في بعضها فإن عدد الأرقام المعنوية SF في النتيجة النهائية يجب أن يساوي تماماً عدد S′ F′ الأرقام المعنوية لأقل قيمة مضبوطة في الكميات المضروبة، حيث أقل قيمة مضبوطة تعني أقل عدد من SF . كذلك تطبق نفس القاعدة في حالة القسمة أيضاً.

عند تطبيق هذه القاعدة على المثال السابق فإن المساحة يجب أن تشمل على رقمين معنويين لأن الاطوال المقاسة لها فقط رقمين معنويين. كل ما يمكننا قوله أن المساحة هي $35\ cm^2$ وتقع بين $(5.4cm)\ (6.3cm)= 34\ cm^2$ و $(5.6\ cm)\ (6.5\ cm)= 36\ cm^2$

قد تكون الأصفار أرقام معنوية أو لاتكون. الأصفار التي تستخدم لتحديد موضع العلامة العشرية في مثل هذين الرقمين 0.03 ، 0.0075 ليست أرقام معنوية. وهكذا يوحد رقم معنوي واحد ورقمين معنويين على التوالي في القيمتين السابقتين. مع ذلك عندما تأتي الأصفار بعد أرقام أخرى هنا ث التباس في التفسير. على سبيل المثال. افرض ان كتلة جسيم ما هي 1500g . هذه القيمة غامض ننا لاتعرف ما إذا كا الصفران الاخيران يستخدمان لتحديد موضع العلامة العشرية أم انهما لان أرقام معنوية في القياسات. لازالة هذا الغموض من الأفضل استخدام الرمز العلمي لتوضيح عدد أرقام معنوية. في هذه الحالة يجب كتابة الكتلة 1.5×10^3 g إذا كان هناك رقمين معنويين في القيمة المقاسة و 1.50×10^3 g إذا كان يوجد ثلاث أرقام معنوية و 1.500×10^3 g لاربعة أرقام معنوية. نفس القاعدة تتحقق عندما تكون القيمة أقل من 1 مثل 2.3×10^{-4} لها رقمين معنويين (ويمكننا كتابتها 0.00023) و 2.30×10^{-4} ولها ثلاث أرقام معنوية. بصورة عامة الرقم المعنوي هو رقم معلوم كاف (أو يمكن الاعتماد عليه) (بعكس الاصفار التي تحدد موضع العلامة العشرية).

في الجمع والطرح يجب الأخذ في الاعتبار عدد اماكن الأرقام العشرية عند تحديد عدد الأرقام المعنوية.

عند اضافة أو طرح أعداد، يكون عدد مواضع الأرقام العشرية في النتيجة النهائية يساوي أقل عدد من مواضع الأرقام العشرية في أي حد من المجموع على سبيل المثال إذا اردنا حساب 5.35+ 123 فإن الاجابة التي تعطي العدد الصحيح من الرقم المعنوي هو 128 وليس 128.35 . عند حساب 0.0003 +1.0001 ليساوي 1.0004 القيمة النهائية بها خمسة أرقام معنوية حتى وإن كان احد حدود المجموع هو 0.003 والذي له رقم معنوي واحد. بالمثل عند إجراء عملية الطرح 0.004= 0.998 -1.002 النتيجة النهائية لها رقم معنوي واحد حتى وإن كان أحد الحدود له ثلاث أرقام معنوية والآخر أربعة أرقام معنوية. في هذا الكتاب معظم الأمثلة العددية وكذلك مسائل نهاية كل فصل تعطي الاجابات لها ثلاث أرقام معنوية. ولكن عند عمل تقديرات سنكتفي برقم معنوي واحد.

1.2 تساؤل سريع:

افترض أنك تقوم بقياس موضع كرسي بمسطرة مترية وسجلت أن مركز المقعد يقع على بعد 1.043 860 564 2 m من الحائط. ماذا يستنتج القارئ من هذا القياس.

مثال 8.1 مساحة المستطيل:

شريحة مستطيلة الشكل طولها (21.3± 0.2) cm وعرضها (9.80± 0.1) cm. احسب مساحة الشريحة ومقدار اللايقين في المساحة المقاسة.

الحل: المساحة $\ell w = (21.3 \pm 0.2\,\text{cm}) \times (9.80 \pm 0.1\,\text{cm})$

$$\approx (21.3 \times 9.80 \pm 21.3 \times 0.1 \pm 0.2 \times 9.80)\,\text{cm}^2$$

$$\approx (209 \pm 4)\,\text{cm}^2$$

حيث إن الطول أو العرض له ثلاث أرقام معنوية فإنه لايمكن إضافة أي أرقام في القيمة النهائية (لها ثلاث أرقام معنوية). هل ترى لماذا لاتحتاج إلى ضرب قيمتا اللايقين 0.2 cm و 0.1 cm ؟

مثال 9.1 فرش سجادة

عند فرش سجادة في غرفة طولها هو 12.71 m وعرضها 3.46 m. احسب مساحة الغرفة.

الحل: إذا تم ضرب 12.71 m في 3.46 m بالآلة الحاسبة سنحصل على الاجابة 43.9766 m^2 أي من هذه الأعداد سوف نحافظ عليها. قاعدة الضرب تنص على البقاء على SF لأقل قيمة دقيقة من القيم المقاسة. في هذا المثال هي ثلاث أرقام معنوية وبالتالي تكون المساحة هي 44.0 m^2.

لاحظ أنه عند اختزال الرقم 43.9766 إلى ثلاث أرقام معنوية في اجابتنا استخدمنا قاعدة تقريب الارقام والتي تنص على أن العدد العشري الاخير يبقى عليه (9 في هذا المثال) ويزداد بـ 1 عند إسقاط الرقم العشري الأول (هنا 7) وذلك عندما يكون 5 أو أكبر. لتجنب تراكم الخطأ، يجب تأجيل عملية التقريب في العمليات الحسابية الطويلة حتى نحصل على النتيجة النهائية. انتظر حتى تكون مستعداً لكتابة الإجابة من الآلة الحاسبة الشخصية قبل التقريب إلى العدد الصحيح من الأرقام المعنوية.

ملخص SUMMARY

الثلاث كميات الفيزيائية الأساسية في الميكانيكا هي الطول والكتلة والزمن وهي التي تكون لها وحدات المتر (m) والكيلوجرام (Kg) والثانية (S) على الترتيب وذلك في النظام SI. وتُعرف كثافة المواد على أنها كتلتها لكل وحدة حجوم. والمواد المختلفة لها كثافات مختلفة بسبب اختلافها في العدد الكتلي والترتيب الذري.

عدد الجسيمات في الوزن الجزيئي الجرامي لأي عنصر أو مركب تسمى عدد آفوجادرو Avogadrro's Number N_A ويساوي 6.02×10^{23}.

طريقة تحليل الأبعاد هي طريقة جيدة جداً في حل المسائل الفيزيائية. ويمكن أن تُعامل على أنها كميات جبرية. وبعمل تقدير وعمل حدود تقريبية للحسابات، تكون قادراً على تقريب حل المسائل عندما لاتوجد معلومات كافية.

أسئلة QUESTIONS

1 - في هذا الباب وصفنا كيف استخدم دوران الأرض حول محورها لتعريف قياس وحدة الزمن. ما هي الظواهر الطبيعية الآخرى التي يمكن أن تستخدم كقياس زمن اختياري؟

2 افرض أن الثلاث معايير الأساسية للنظام المتري كانت الطول، الكثافة، والزمن بدلاً من الطول، والكتلة والزمن معيار الكثافة في هذا النظام يُعرف منسوبا للماء. ما هي الاعتبارات حول الماء التي ربما نحتاجها لتكون متأكداً أن معيار الكثافة دقيقاً كلما أمكن؟

3 - تعرف اليد على أنها 4 بوصة، ويعرف القدم على أنه 12 بوصة. لماذا تكون اليد أقل قبولاً كوحدة عن القدم؟

4 عبر عن الكميات التالية مستخدماً المحددات المعطاة في الجدول 1.4:

(a) 3×10^{-4} m. (b) 5×10^{-5} s. (c) 72×10^{2} g.

5 افرض أن الكميتين A و B لهما وحدات مختلفة. اذكر أياً من العمليات الحسابية التالية تكون لها معنى فيزيائي: (a) A+B (b) A/B (c) B- A (d) A-B

6 ما مقدار مستوى الدقة الذي يتضمن الحساب باستخدام رتبة المقدار؟

7 - هل حسبت بالتقريب رتبة المقدار لجميع الأوضاع اليومية التي ربما تقابلك. فعلى سبيل المثال، كم من المسافات تمشيها أو تقودها كل يوم؟

8 - قدر عمرك بالثواني.

9 - قدر كتلة هذا الكتاب بالكيلو جرام. إذا كان لديك ميزان، افحص تقديرك.

مسائل PROBLEMS

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي

☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل

= فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

القسم 3.1 الكثافة

1 - الكيلو جرام العياري هو اسطوانة من الإيريديوم- البلاتين طولها 39.0 mm وقطرها 39.0mm. ما هي كثافة مادتها؟

2 - كتلة كوكب 5.64×10^{26} Kg ونصف قطره $6.[illegible] \times 10^{7}$ m احسب كثافته.

3 - ما هي د[illegible] النحاس مقدرة بالجرامات والمطلوب لعمل إسطوانة مجوفة قطرها الداخلي 5.7 cm وقطرها الخارجي 5.75 cm؟ مع العلم أن ك[illegible] النحاس هي 8.92 g/ cm^3.

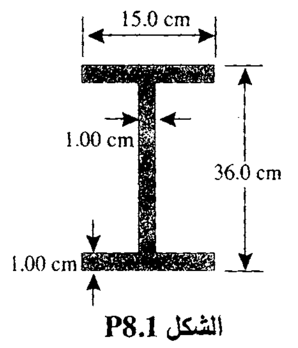
4 - ما هي كتلة مادة كثافتها ρ تستخدم لعمل اسطوانة مجوفة نصف قطرها الداخلي r_1 ونصف قطرها الخارجي r_2؟

5 - قطعت كرتان من صخرة معينة منتظمة. نصف قطر احداهما 4.50 cm وكتلة الأخرى تساوي خمسة أضعاف الأولى. أوجد نصف قطرها.

6 - في يوم الزفاف أهدى الزوج لزوجته دبلة ذهبية كتلتها 3.80 g وبعد خمسين عاماً من الزواج أصبحت كتلة الدبلة 3.35 g. كم ذرة في المتوسط كُشطت كل ثانية من الدبلة خلال عمر زواجهما. كتلة المول للذهب هي 197 g/ mol.

7 - فُحص مكعب من الحديد تحت ميكروسكوب مجهري إذا كان طول حافتة 5.00×10^{-6} cm. أوجد (a) كتلة المكعب و(b) عدد ذرات الحديد في المكعب. كتلة المول للحديد 55.9 g/mol وكثافته 7.86 g/cm^3.

8 - دعامة بناء من الصلب منظر مقطعها المستعرض على شكل حرف I وأبعادها موضحة في الشكل P8.1. (a) ما هي كتلة مقطع طوله 1.50m. (b) كم ذرة موجودة في هذا المقطع. مع العلم أن كثافة الصلب 7.56×10^3 Kg/m^3.



الشكل P8.1

القسم 4.1:

9 - إزاحة جسيم يتحرك تحت تأثير عجلة منتظمة تكون دالة في الزمن المستغرق والتسارع. افرض أننا كتبنا هذه الأزاحة

على الصـورة $S= Ka^m t^n$ حيث K ثابت ليس له وحدات. بين بطريقة التحليل البصري أن هذه الصورة صحيحة إذا كانت m=1 و n= 2. هل هذه الطريقة تعطي قيمة K.

10- الزمن الدوري للبندول البسيط T يقاس بوحدات الزمن ويوصف بالعلاقة التالية:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

حيث ℓ هو طول البندول و g هي تسارع السقوط الحر وأبعادها هي أبعاد الطول مقسومة على مربع بعد الزمن. بين أن هذه المعادلة صحيحة بعدياً.

11- أي من المعادلات التالية صحيحة بعدياً؟

(a) $v= v_0+ ax$

(b) y= (2m) cos (kx) , where $k=2m^{-1}$

12- قانون الجذب العام لنيوتن يمثل بالعلاقة

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

حيث F هي قوة الجذب و M و m كتل و r المسافة بينهما. القوة F لها وحدات $Kg\ m/s^2$ SI. ما هي وحدات SI لثابت التناسب G؟

القسم 5.1:

13- قطعة أرض بناء مستطيلة الشكل 150 ft x 100 ft. احسب مساحة هذه الأرض بوحدة m^2.

14- كتلة الشمس 1.99×10^{30} Kg وكتلة ذرة الهيدروجين التي تتكون منها الشمس هي 1.67×10^{-27} Kg تقريباً. كم ذرة موجودة في الشمس؟ WEB

15| جالون من زيت الطلاء (حجمه $3.78 \times 10^{-3}\ m^3$) يغطي مساحة $25.0\ m^2$. كم يكون سمك الطلاء [illegible] الحائط؟

16- افرض أن 70% من سطح الأرض مغطى بالماء بمتوسط عمق قدره 2.3 km. قدر كتلة الماء على الأرض بالكيلو جرام.

17- افرض أن P_{Al} يمثل كثافة الألومنيوم و P_{Fe} تمثل كثافة الحديد. أوجد نصف قطر كرة الألومنيوم التي تتزن مع كرة من الحديد نصف قطرها r_{Fe} على ذراع ميزان.

القسم 6.1:

18- إذا قُدم إليك عرض أن تكسب بليون دولار إذا استطعت الانتهاء من عدهم بشرط أن يكون الورق من فئة دولار واحد. هل تقبل هذا العرض؟ افرض أنك تستطيع عد ورقة كل ثانية وإنك تكون مشغول في اليوم الواحد لمدة ثماني ساعات بين النوم والطعام وإن عمرك الآن 18 عاماً.

القسم 7.1:

19- عين عدد الأرقام في القيم المقاسة التالية:

(a) 23 cm (b) 3.589 s (c) 4.67×10^3 m/s

(d) 0.0032 m

20- عند قياس نصف قطر دائرة وجد أنه 10.5± 0.2 m احسب (a) مساحة الدائرة (b) محيط الدائرة وأحسب مقدار عدم الدقة لكل قيمة.

21- اجر العمليات الحسابية التالية:

(a) مجموع القيم المقاسة 756 ،37.2 ،0.83 ،2.5.

(b) حاصل ضرب 3.620 x π

22- نصف قطر كرة مصمتة هو (6.50± 0.20) cm وكتلتها (1.85± 0.02) Kg احسب كثافة الكرة بالكيلو جرام لكل متر مكعب ومقدار اللادقة في الكثافة.

23- احسب عدد SF للأرقام التالية:

78.9± 0.2 (a) 3.788×10^{9} (b)

2.46×10^{-6} (c)   0.0053 (d)

24- يقوم فلاح بقياس محيط حقل مستطيل. طول الضلع الأكبر 38.44 m وطول الضلع الأصغر 19.5 m . ما هي المسافة الكلية حول الحقل.

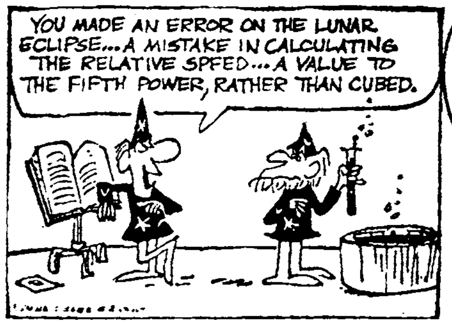
25- يراد بناء رصيف للمشاة حول حمام السباحة أبعاده: (10.0± 0.1) m x (17.0± 0.1) m. إذا كان عرض الرصيف هو (11.0± 0.1)m وسُمكه (9.0± 0.1) cm . احسب حجم الخرسانة اللازمة ومقدار عدم الدقة في هذا الحجم.

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.1) خطأ. تحليل الأبعاد يعطي وحدات ثابت التناسب ولكنه لايعطي أية معلومات عن قيمته العددية. وعلى سبيل المثال، تبين التجارب أن مضاعفة نصف قطر كرة مصمتة تزيد كتلتها 8 مرات، وإذا ضاعفنا نصف القطر ثلاث مرات تزداد الكتلة 27 مرة. ولذلك تتناسب الكتلة مع مكعب نصف القطر. وحيث إن $m \propto r^{3}$ يمكن كتابة $m= Kr^{3}$، ولكن لكي تعين قيمته العددية يتطلب قراءات معملية أخرى أو اعتبارات أخرى أو اعتبارات هندسية.

(2.1) تسجيل كل هذه الأرقام يحتم انه قد امكنا تحديد موضع مقعد الكرسي إلى أقرب من ±0.000 000 000 1 m. هذه المسافة تناظر امكانيتك لحساب عدد الذرات بالمسطرة المترية لان كل ذرة لها هذا البعد (المقاس) من الأفضل ان تسجل هذه المسافة 1.044، يعني ذلك أنك تعرف الموضع الى اقرب ملليمتر بفرض ان مسطرتك مقسمة إلى مليمترات.

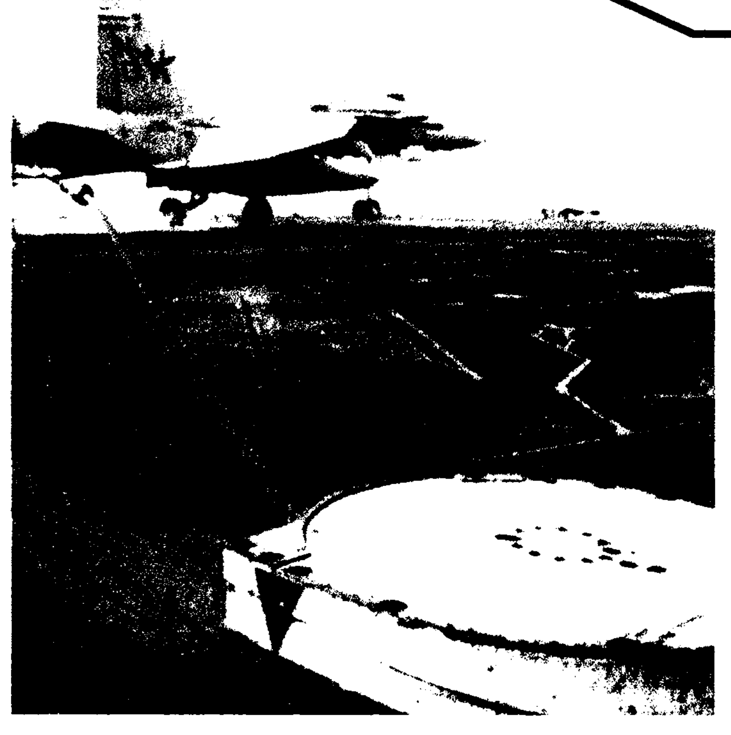
THE WIZARD OF ID   By Parker and Hart





By permission of John Hart and Field Enterprises, Inc.

صورة محيرة



الفصل الثاني
2

الحركة في بعد واحد
Motion in One Dimension

ويتضمن هذا الفصل :

1.2 الازاحة، السرعة الإتجاهية، السرعة
Displacement, Velocity, and Speed

2.2 السرعة الإتجاهية اللحظية والسرعة اللحظية
Instantaneous Velocity and Speed

3.2 التسارع (العجلة) Acceleration

4.2 الرسم البياني للحركة Motion Diagram

5.2 الحركة في خط مستقيم بتسارع ثابت
One- Dimensional Motion With Constant Acceleration

6.2 السقوط الحر للأجسام
Freely Falling Objects

7.2 استنتاج معادلات الكينماتيكا من حسابات التفاضل والتكامل (اختياري)
(OPtional) Kinematic Equations Derived From Calculus

8.2 المسائل الهادفة- خطوات الحل
Goal Problem- Solving Steps

كخطوة أولى في دراسة الميكانيكا الكلاسيكية، سوف نصف الحركة بدلالة متغيرات المكان والزمن بينما نهمل المؤثر الذي يسبب تلك الحركة. ويسمي هذا الفرع من الميكانيكا الكلاسيكية بالكينماتيكا Kinematics - (الكلمة كينماتيكا لها نفس الأساس مثل سينما. هل تستطيع أن تقول لماذا؟). في هذا الفصل سوف ندرس الحركة في بعد واحد. وسنُعرف أولاً الإزاحة، السرعة، والعجلة (التسارع). وبعد ذلك، وباستخدام هذه المفاهيم، ندرس حركة الأجسام التي تتحرك في بعد واحد (خط مستقيم) بتسارع ثابت.

ومن الخبرة اليومية سوف نميز تلك الحركة والتي تمثل التغير المستمر في موضع جسم. وفي الفيزياء يوجد ثلاث أنواع من الحركة: الحركة الانتقالية، الحركة الدورانية، والحركة الاهتزازية. حركة سيارة على طريق سريع هي مثال للحركة الانتقالية، دوران الأرض حول محورها هو مثال للحركة الدورانية وحركة البندول ذهابا وإيابا هي مثال للحركة الإهتزازية أو الترددية. وفي هذا الفصل وفي الفصول القليلية التاليةسوف نتعامل مع الحركة الانتقالية. (وفي مكان آخر من هذا الكتاب سوف نناقش الحركتان الدورانية والاهتزازية).

في دراستنا للحركة الانتقالية، نصف حركة جسم كجسيم صغير بغض النظر عن حجمه. وعلى العموم، الجسيم هو نقطة مادية متناهية الصغر. وكمثال لذلك، وإذا رغبنا ان نصف حركة الأرض حول الشمس، يمكننا ان نتعامل مع الأرض كجسيم وسوف نحصل على معلومات دقيقة مقبولة عن مدارها، وهذا التقريب مقنع لأن نصف قطر دوران الأرض أكبر من أبعاد الأرض والشمس. وكمثال على مقياس أقل كثيراً ، يمكن شرح الضغط الواقع على جدار إناء من غاز بمعاملة جزيئات الغاز كجسيمات.

1.2 الإزاحة، السرعة الإتجاهية، والسرعة DISPLACEMENT, VELOCITY, AND SPEED

تكون حركة جسيم معروفة تماماً إذا كان موضعه معروف في كل الأوقات. اعتبر سيارة تتحرك ذهاباً وإياباً على طول المحور x كما هو مبين في شكل 1.2 a . وعندما نقوم بجمع معلومات عن الموضع، تكون السيارة على بعد 30 m على يمين علامة الطريق. (دعنا نفرض ان كل المعلومات في هذا المثال معروفه لرقمين عشريين. ولتوصيل هذه المعلومات، يجب تسجيل الموضع الابتدائي على أنه 3.0×10^1 m . لقد كتبنا هذه القيمة بهذا الشكل البسيط حتى يكون من السهل تتبع المناقشة. نضبط ساعتنا ونسجل كل 10 s موضع السيارة بالنسبة للعلامة. وكما نرى في الجدول 1.2، تتحرك السيارة أولاً اتجاه اليمين (والذي نعتبره الاتجاه الموجب، اثناء اول 10 s من الحركة، وذلك من الموضع Ⓐ إلى الموضع Ⓑ. وقيمة الموضع تبدأ الان في النقصان، حيث ان العربة تعود من الموضع Ⓑ خلال الموضع Ⓕ . وفي الحقيقة عند Ⓓ، وبعد 30 s من بدء القياس، تكون السيارة على جانب العلامة التي نستخدمها كنقطة الاصل للاحداثيات. انها تستمر في الحركة جهة اليسار وأكثر من 50 m جهة اليسار من العلامة عندما نتوقف عن تسجيل المعلومات بعد النقطة السادسة والتمثيل البياني لهذه المعلومات موجود في الشكل 1.2 b . مثل هذا الرسم يسمى التمثيل البياني لمنحنى (الازاحة- الزمن).

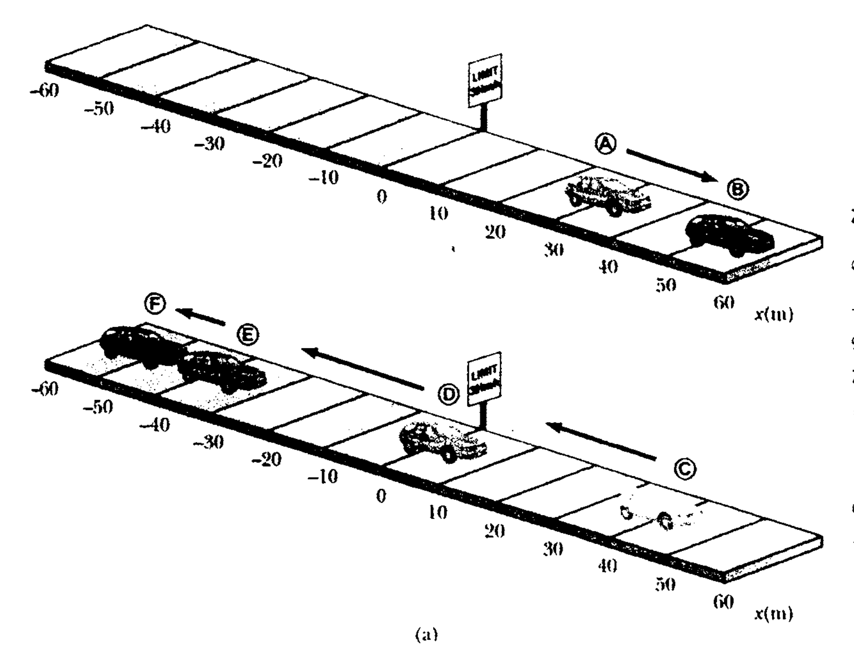
وإذا تحرك جسيم، يمكننا بسهولة تعيين التغير في موضعه. وتُعرف الإزاحة للجسيم على انها التغير في موضعه. وعندما يتحرك من الموضع الابتدائي x_i. إلى الموضع النهائي x_f نعطي إزاحة بالقيمة $x_f - x_i$. سوف نستخدم الحرف الإغريقي دلتا Δ لتمثيل التغير في موضع جسيم كما يلي:

$$\Delta x \equiv x_f - x_i \qquad (1.2)$$

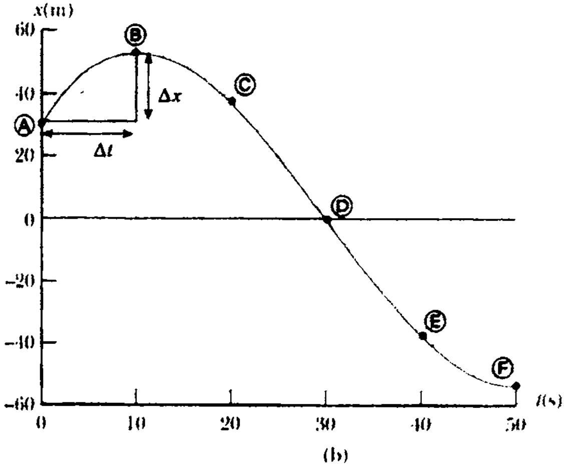
ومن هذا التعريف نرى ان Δx تكون موجبة إذاكانت x_f أكبر من x_i وسالبة إذا كانت x_f أقل من x_i.

الجدول 1.2 موضع السيارة عند أوقات مختلفة

الموضع	t [s]	x [m]
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Ⓒ	20	38
Ⓓ	30	0
Ⓔ	40	–37
Ⓕ	50	–53

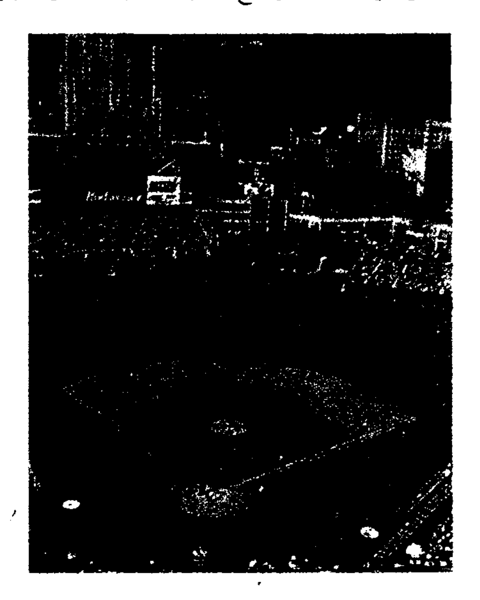


الشكل 1.2 (a) سيارة تتحرك ذهاباً وإياباً على طول خط مستقيم وهو عبارة عن المحور x. حيث اننا نهتم فقط بالحركة الانتقالية للسيارة، ويمكننا أن نتعامل معها على انها جسيم. (b) التمثيل البياني للعلاقة (الازاحة-الزمن) لحركة الجسيم.



هناك خطأ بسيط في عدم تمييز الفرق بين الإزاحة والمسافة التي يتحركها الجسيم (الشكل 2.2). لاعب كره يُسخن بعمل دوره حول الملعب فيتحرك مسافة 360 ft في الرحلة حول الممر. بينما، إزاحة اللاعب تكون صفراً لأن بداية ونهاية موضعه متماثلين.

الازاحة هي مثال لكمية متجهة. وهناك كميات فيزيائية اخرى منها السرعة والتسارع تكون كميات متجهة. وعلى العموم المتجه هو كمية فيزيائية مطلوب لتعيينه المقدار والاتجاه وعلى العكس الكمية القياسية هي كمية لها المقدار وليس لها اتجاه. وفي هذا الفصل سوف نستخدم اشارة زائد وناقص لنشير إلى اتجاه المتجه. ويمكننا عمل ذلك حيث ان هذا الفصل يتعامل مع الحركة في بعد واحد فقط، وهذا يعني أن أي جسم نقوم بدراسته يمكن أن يتحرك فقط على طول الخط المستقيم. وعلى سبيل المثال بالنسبة للحركة الأفقية، دعنا نأخذ اختيارياً الجهة اليمنى ليكن الاتجاه موجباً. ويتبع ذلك ان اي جسم يتحرك دائماً إلى جهة اليمين ليعمل إزاحة Δx +، وأي جسم يتحرك إلى اليسار يعمل ازاحة Δx -. وسوف نتعامل مع المتجهات بتفصيل أكبر في فصل 3.



الشكل 2.2 منظر علوي لملعب البيسبول اللاعب الذي يضرب الكرة يجري ويقطع مسافة 360 ft عندما يلف حول القاعدة، ولكن ازاحته خلال الرحلة تساوي صفر.
(Mark C. Burnett/ Photo Researchers, Inc)

هناك نقطة هامة لم نشر إليها بعد. لاحظ ان الرسم البياني في الشكل 1.2b لايحتوي فقط على معلومات سته احداث فقط بالضبط ولكنه في الحقيقة منحنى متصل أملس. الرسم البياني يحتوي على معلومات حول فترة 50 s كاملة اثناء ملاحظتنا لحركة السيارة. ومن السهولة أكثر ان نرى التغير في الإزاحة من الرسم البياني من الوصف المتغير أو حتى من جدول الأرقام. وعلى سبيل المثال، انه من الواضح ان السيارة قطعت معظم الأرض اثناء منتصف فترة الـ 50 s عنه في الفترة الأخيرة. فبين الموقعين Ⓒ و Ⓓ ، تكون السيارة قد قطعت حوالي 40 m ، ولكن اثناء اخر عشر ثواني بين الموقعين Ⓔ و Ⓕ ، تكون قد تحركت أقل من نصف هذه المسافة. والطريقة العامة لمقارنة هذه الحركات المختلفة هي ان نقسم الازاحة Δx التي تحدث بين قراءتين للساعة على تلك الفترة الزمنية الخاصة Δt. ويؤدي ذلك إلى نسبة مفيدة، والتي سوف نستخدمها في مواقف عديدة. و من المناسب ان نعطي النسبة اسم خاص- السرعة المتوسطة. وتعرف السرعة المتوسطة $\overline{v}_x$ لجسيم على انها ازاحة الجسيم Δx مقسومة على الفترة الزمنية Δt اثناء حدوث هذه الإزاحة.

$$\overline{v}_x \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{(السرعة المتوسطة)} \qquad (2.2)$$



حيث x التي اسفل الرمز v تشير إلى الحركة على المحور x. ومن هذا التعريف نرى ان السرعة المتوسطة لها ابعاد طول مقسومة على زمن (L/T)- متر لكل ثانية في نظام الوحدات SI.

على الرغم من ان المسافة التي تقطع لاي حركة تكون دائماً موجبة، يمكن أن تكون السرعة المتوسطة لجسيم يتحرك في بعد واحد موجبة أو سالبة، معتمدة على أشارة الازاحة. (الفترة الزمنية Δt تكون دائماً موجبة). إذا كانت أحداثيات الجسم تزيد مع الزمن (بمعنى إذا كان $(x_f > x_i$)، فإن Δx تكون موجبة وتكون $\overline{v}_x = \Delta x / \Delta t$ موجبة. هذه الحالة تتيح الحركة في الاتجاه الموجب لـ x. وإذا أنقصت الاحداثيات مع الزمن (بمعنى، إذا كان $x_f < x_i$) فإن Δx تكون سالبة ومن ثم $\overline{v}_x$ تكون سالبة أيضاً. وتتيح هذه الحالة الحركة في اتجاه x السالب.

يمكننا تفسير السرعة المتوسطة هندسياً برسم خط مستقيم بين نقطتين في التمثيل البياني لمنحني (الإزاحة- الزمن) في الشكل 1.2b . هذا الخط يمثل وتر المثلث القائم الزاوية ذو الارتفاع Δx والقاعدة Δt. وميل هذا الخط هو النسبة $\Delta x / \Delta t$. وعلى سبيل المثال، الخط بين الموضع Ⓐ والموضع Ⓑ له ميل يساوي السرعة المتوسطة للسيارة بين هذين الزمنين

$$(52\text{m} - 30\text{m}) / (10\text{ s} - 0) = 2.2\text{m/ s}.$$

في حياتنا اليومية نتبادل طريقة استعمال الاصطلاحين السرعة Speed والسرعة الإتجاهية Velocity بينما في الفيزياء يوجد فرق واضح بين هاتين الكميتين. اعتبر لاعب سباق ماراثون يجري مسافة تزيد عن 40Km حتى بلغ النهاية عند نقطة بدايته. متوسط سرعته الإتجاهية يساوي صفرا!

[illegible] بسيطة تتجزلنا معرفة هذه

[illegible] على أنها المسافة الكلية المقطوعة

[illegible]

[illegible] مثل وحدات متوسط السرعة

[illegible] عن متوسط السرعة الإتجاهية أن

[illegible] لا يوجد [illegible]

[illegible] متوسط السرعة للجسيم [illegible] بشئ عن تفاصيل الرحلة. وعلى سبيل

[illegible] في ساعات لتسافر 280 Km بسيارتك. متوسط السرعة لرحلتك هو

35 Km/h [illegible] مختلفة خلال الرحلة ومتوسط السرعة 35 Km/h يكون نتيجة عدد

[illegible]

مثال 1.2 [illegible] الحركة:

اوجد الإزاحة [illegible] السرعة الإتجاهية المتوسطة [illegible] السرعة المتوسطة للسيارة في الشكل 1.2a بين

الموضع (A) (F)

[illegible] بيجب أن تكون بالـ [illegible] النتائج [illegible] يجب أن يكون لها نفس حدود القيمة

[illegible] قد لاتحصل [illegible] أو 100 مرة أكبر أو أصغر) من رسم العلاقة

[illegible] في الشكل 1.2 [illegible] عند $x_A = 30m$ عند $t_A = 0$ s وان $x_F = -53m$ عند

[illegible] وبتعريف الإزاحة [illegible] 2.1 نجد ان:

$$\Delta x = x_F - x_A = -53m - 30m = -83m$$

هذه النتيجة تعني أن السيارة ستكون على بعد 83m في الاتجاه السالب (إلى اليسار في هذه

[illegible] له الوحدات [illegible] قيمة في نفس حدود النتائج المعطاة.

[illegible] أن هذه القيمة اجابة صحيحة.

[illegible] متوسط السرعة [illegible] أن نكمل الحسابات، ولكن نتوقع الوحدات

[illegible] وحيث أن السيارة تنتهي [illegible] من حيث بدأنا في أخذنا المعلومات فإننا

[illegible] أن متوسط [illegible] أن يكون سالباً، ومن المعادلة 2.2:

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{x_F - x_A}{t_F - t_A}$$

$$= \frac{-53\ m - 30\ m}{50\ s - 0\ s} = \frac{-85\ m}{50\ s} = -1.7\ m/s$$

ونجد ان متوسط السرعة لهذه الرحلة بإضافة المسافات المقطوعة وقسمها على الزمن الكلي:

$$\text{السرعة المطلقة المتوسطة} = \frac{22\ m + 52\ m + 53\ m}{50\ s} = 2.5\ m/s$$

2.2 السرعة اللحظية الإتجاهية والسرعة اللحظية

INSTANTANEOUS VELOCITY AND SPEED

غالباً ما نحتاج ان نعرف سرعة جسيم عند لحظة معينه من الزمن بدلاً من الفترة الزمنية المحددة. على سبيل المثال ، على الرغم من انك ربما تريد حساب متوسط سرعتك الإتجاهية خلال رحلة سيارتك الطويلة، فربما تكون لديك رغبة خاصة في معرفة سرعتك في لحظة مشاهدتك سيارة الشرطة الواقفة بجانب الطريق امامك. و بطريقة اخرى انك تريد أن تكون قادر على تحديد سرعتك الإتجاهية بالضبط في لحظة ما. وربما لايكون واضح في الحال كيف نفعل ذلك. ماذا يعني ان نتحدث عن سرعة شئ متحرك إذا "أوقفنا الزمن" وتحدثنا فقط حول لحظة واحدة؟ هذه نقطة دقيقة غير مفهومة كاملاً حتى أواخر عام 1600s . وباكتشاف طريقة الحسابات، بدأ العلماء في فهم كيف نصف حركة جسم في أي لحظة من الوقت.

لنرى كيف يحدث هذا، ندرس الشكل 3.2a . لقد ناقشنا متوسط السرعة الإتجاهية لفترة أثناء تحرك السيارة من الموضوع (A) إلى الموضوع (B) ، تعطى من ميل الخط الأزرق الغامق) وبالنسبة الفترة التي تحركتها من (A) إلى (F) (تمثل بواسطة ميل الخط الأزرق الفاتح). أي من هذين الخطين تعتقد انه اقرب تقريباً إلى السرعة الإتجاهية الابتدائية للسيارة؟ بدأت السيارة في الخروج متحركة جهة اليمين، والتي عرفناها انها الجهة الموجبة. ولذلك، كونها موجبة، فربما يكون متوسط السرعة الاتجاهية أثناء الحركة من (A) إلى (B) أقرب إلى القيمة الابتدائية عن قيمة متوسط السرعة الاتجاهية أثناء الفترة من (A) إلى (F) والتي تم تعينها في المثال 1.2 وكانت سالبة. والآن تخيل أننا نبدأ بالخط الأزرق الغامق وازحنا النقطة (B) إلى اليسار على طول المنحنى تجاه النقطة (A) كما هو في الشكل 3.2b. يصبحَ الخط بين النقطتين اكثر انحداراً ، وكلما تقاربت النقطتان أكثر لبعضهما البعض، ويصبح الخط خط مماسي للمنحنى، والموضح بالخط الأخضر في الشكل. ميل هذا المماس يمثل السرعة الإتجاهية للسيارة عند اللحظة التي عندها بدأنا أخذ القراءات، أي النقطة (A) . كل ما فعلناه هو تعيين السرعة الإتجاهية اللحظية عند لحظة معينة. بمعنى آخر، السرعة الإتجاهية اللحظية v_x تساوي نهاية قيمة النسبة $\Delta x / \Delta t$ عندما تؤل Δt إلى الصفر[1].

---

(1) لاحظ ان الازاحة Δx تقترب أيضا من الصفر عندما Δt تقترب من الصفر. وكلما أصبحت Δx و Δt أصغر فأصغر تقترب النسبة $\Delta x / \Delta t$ لقيمة تساوى ميل خط المماس للمنحنى x مع t.

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (3.2)$$

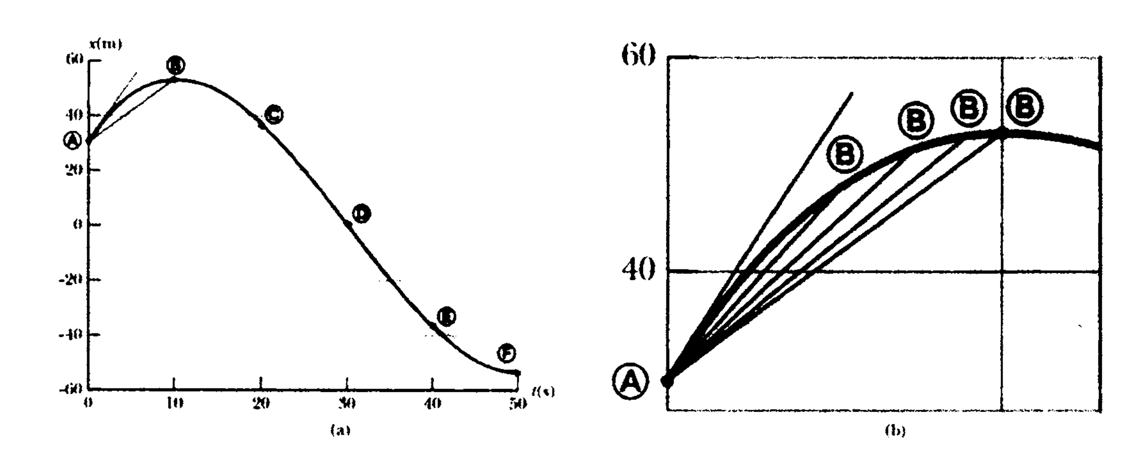
في علم التفاضل، هذه النهاية تسمى مشتقة x بالنسبة إلى t وتكتب dx/dt.

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad (4.2)$$

من الممكن أن تكون السرعة المتجهة اللحظية موجبة، سالبة أو صفر. فيكون ميل منحنى الموضع مع الزمن موجب مثلما هو واضح في أي وقت اثناء أول 10s في الشكل 3.2، تكون v_x موجبة. بعد النقطة (B) تكون $\bar{v}_x$ سالبة حيث إن الميل يكون سالباً و عند القمة يكون الميل والسرعة اللحظية صفراً.

ومن الآن وصاعدا سوف نستخدم كلمة سرعة اتجاهية لنعبر عن السرعة الإتجاهية اللحظية. وعندما تكون سرعة إتجاهية متوسطة، سوف نستخدم الصفة "متوسطة".

السرعة اللحظية The Instantaneous Speed لجسيم تُعرف على إنها مقدار سرعته الإتجاهية Magnitude of its Velocity وكما هو في السرعات المتوسطة Average Speed لا تكون للسرعة اللحظية Instantaneous Speed اتجاه مصاحب لها ومن ثم لاتحمل اشارة جبرية. وعلى سبيل المثال إذا كان أحد الجسيمات له سرعة +25 m/s على خط معين وجسيم آخر له سرعة -25m/s عند نفس الخط، يكون لكل منهما سرعة [2] Speed 25m/s.



الشكل 3.2 (a) رسم يمثل حركة السيارة في الشكل 1.2 (b) تكبير للجزء الأيسر العلوي للرسم يبين كيف يقترب الخط الأزرق بين الوضوعين (A) و (B) حتى يقترب إلى الخط المماس الأخضر وذلك عندما تصبح النقطة (B) اكثر قرباً من النقطة (A).

(2) كما فعلنا في السرعة الإتجاهية، سوف نسقط الصفة لحظية عن كلمة السرعة اللحظية. أي نعني بكلمة السرعة "السرعة اللحظية".

مثال 2.2 السرعة الإتجاهية المتوسطة والسرعة الإتجاهية اللحظية[3]

يتحرك جسيم على الاحداثي x. يتغير إحداثه مع الزمن تبعاً للتعبير $x= -4t+ 2t^2$، حيث x تقدر بالامتار، و t بالثواني[4]. منحنى الوضع مع الزمن لهذه الحركة موضح في الشكل 4.2. لاحظ ان الجسيم يتحرك في الاتجاه السالب للمحور x في أول ثانية من الحركة ويكون ساكناً عند اللحظة $t = 1s$ ثم يتحرك في الاتجاه الموجب لـ x عند $t > 1s$. (a) عين الإزاحة التي يحدثها الجسيم في الفترة الزمنية من $t = 0$ إلى $t = 1s$ وكذلك من $t = 1s$ إلى $t = 3$ s.

الحل - اثناء أول فترة زمنية يكون الميل سالب ومن ثم سرعة إتجاهية سالبة. ولذلك نعرف أنه لابد أن تكون الإزاحة بين Ⓐ و Ⓑ عدد سالب له وحدات الامتار. وبالمثل، نتوقع الازاحة بين Ⓑ، Ⓓ ان تكون موجبة.

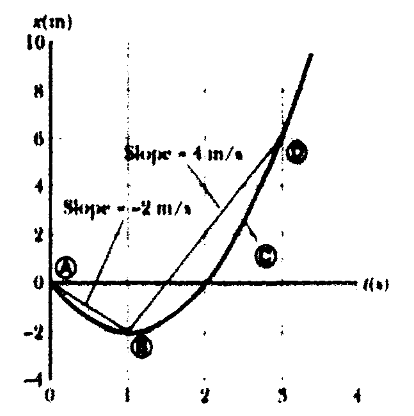
في الفترة الزمنية الاولى نضع $t_i = t_A = 0$ و $t_f = t_B = 1s$. باستخدام المعادلة 1.2 في الصورة $x = -4t + 2t^2$ نحصل على ما يلي بالنسبة لاول ازاحة:

$$\Delta x_{A\to B} = x_f - x_i = x_B - x_A$$
$$= [-4(1) + 2(1)^2] = [-4(0) + 2(0)^2]$$
$$= -2m$$

ولحساب الازاحة اثناء الفترة الزمنية الثانية نضع $t = t_B = 1s$ و $t_f = t_d = 3$ s

$$\Delta x_{A\to D} = x_f - x_i = x_D - x_B$$
$$= [-4(3) + 2(3)^2] - [-4(1) + 2(1)^2]$$
$$= +8m$$

يمكن الحصول على هاتين الإزاحتين مباشرة من الرسم البياني الموضح مع الزمن.



الشكل 4.2 العلاقة بين الموضع- الزمن لجسيم له احداثي x يتغير مع الزمن تبعاً للعلاقة $x= -4t+ 2t^2$

---

(3) عندما نذكر السرعة فيما يلي فإننا نعنى السرعة الإتجاهية velocity.

(4) لعملية التبسيط في قراءتها سوف تستخدم المعادلة التجريبية $x = -4t + 2t^2$ بدلا من $x=(-4.0\ m/s)t + (2.0\ m/s^2)t^2$

(b) احسب السرعة الإتجاهية المتوسطة Average Velocity اثناء هاتين الفترتين.

الحل- في أول فترة زمنية $\Delta t = t_f - t_i = t_B - t_A = 1\ s$. و لذلك باستخدام المعادلة 2.2 وحساب الازاحة في (a) نجد أن

$$\bar{v}_{x(A \to B)} = \frac{\Delta x_{A \to B}}{\Delta t} = \frac{-2\ m}{1\ s} = -2\ m/s$$

في الفترة الزمنية الثانية $\Delta t = 2S$، ولذلك

$$\bar{v}_{x(B \to D)} = \frac{\Delta x_{B \to D}}{\Delta t} = \frac{8\ m}{2\ s} = +4\ m/s$$

هاتان القيمتان تتفقان مع ميل الخطوط التي تربط ... النقطة في الشكل 2.4.

(c) أوجد السرعة اللحظية ...stantaneous Speed ...جسيم عند t= 2.5 S.

الحل- بالتأكيد نستطيع ان نخمن هذه السرعة اللحظية على أنها في نفس حدود القيمة لنتائجنا السابقة أي حوالي 4 m/s. وبدراسة الرسم نرى أن ميل المماس عن الموضع (C) يكون أكبر من ميل الخط الازرق الذي يربط النقطتين (B) و (D). ولذلك نتوقع الاجابة أكبر من 4m/s. وبقياس الميل للعلاقة (الموضع- الزمن) عند 2.5 s نجد أن:

$$v_x = +6 m/s$$

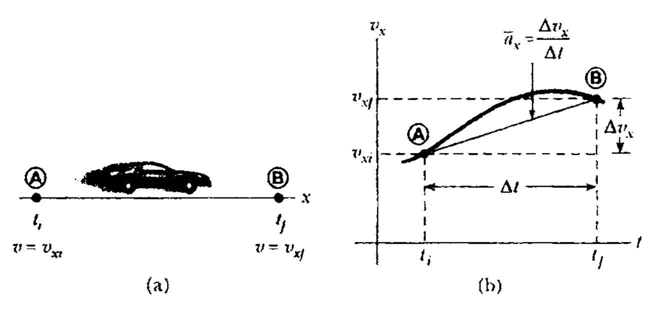
3.2 التسارع (العجلة) ACCELERATION

في اخر مثال تعاملنا مع الوضع الذي تتغير فيه سرعة جسيم اثناء تحركه. وهذا شائع الحدوث. (ما هو مدى ثبوت سرعتك عندما تركب اتوبيس المدينة؟) ومن السهل ان نحدد مقدار التغير في السرعة كدالة في الزمن بنفس الطريقة التي نحدد بها مقدار التغير في الموضع كداله في الزمن. وعندما تتغير سرعة الجسيم مع الزمن يقال للجسيم إنه يتحرك بتسارع (بعجلة). وعلى سبيل المثال تزداد سرعة السيارة عندما تضغط على البنزين وتقل عندما تستخدم الفرامل. وعلى العموم نحن نحتاج إلى تعريف التسارع (العجلة) افضل من ذلك.

افرض جسيماً متحركاً على الاحداثي x بسرعة v_{xi} عند الزمن t_i وسرعة v_{xf} عند الزمن t_f كما هو في الشكل 5.2a.

يُعرف التسارع المتوسط (العجلة المتوسطة) للجسيم بانه التغير في السرعة Δv_x مقسومة على الفترة الزمنية Δt والتي يحدث فيها التغير:

$$\bar{a}_x \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} \qquad (5.2)$$



الشكل 5.2 (a) جسيم يتحرك على المحور x من Ⓐ إلى Ⓑ بسرعة v_{xi} عند $t= t_i$ وسرعة v_{xf} عند $t=t_f$.
(b) العلاقة الخطية السرعة– الزمن لجسيم يتحرك في خط مستقيم. يكون ميل الخط المستقيم الازرق الذي يربط Ⓐ و Ⓑ هو التسارع المتوسط في الفترة الزمنية $\Delta t= t_f- t_i$.

وكما في حالة السرعة، عندما تكون الحركة في اتجاه واحد يمكن ان نستخدم إشارة موجبة أو سالبة لنشير إلى اتجاه التسارع (العجلة). ولان ابعاد السرعة هي L/T وبعد الزمن هو T فإن التسارع يأخذ الابعاد طول مقسوم على مربع الزمن أي L/T^2. وحدات النظام SI للتسارع تكون متر لكل ثانية تربيع (m/s^2) . وعلى سبيل المثال قد يكون من السهل ان تفسر هذه الوحدات إذا ما عرفنا أنها متر/ ثانية/ ثانية.

افرض ان جسم له تسارع $2m/ s^2$ يجب ان تكون صوره عن جسم له سرعة على خط مستقيم وتزداد بقيمة 2m/s في فترة مقدارها 1s . فإذا بدأ الجسم الحركة من السكون يمكنك ان تتصور انه يتحرك بسرعة +2m/s بعد 1s، 4m/s بعد 2s وهكذا. وفي هذا الكتاب نستخدم المرادفات "التسارع، العجلة، عجلة التسارع" بنفس المعنى.

وفي بعض الأحوال ربما تكون قيمة التسارع المتوسط مختلفة خلال الفترات المختلفة. ولذلك من المفيد أن نعرف التسارع اللحظي على أنه نهاية متوسط السرعة مقسومة على Δt عندما تؤول Δt إلى الصفر. هذه المفاهيم مماثلة لتعريف السرعة اللحظية التي تم مناقشتها في القسم السابق. وإذا تخيلنا ان النقطة Ⓑ تقترب أكثر و أكثر من النقطة Ⓐ في الشكل 5.2a وأخذت نهاية $\Delta v_x / \Delta t$ عندما تؤول Δt إلى الصفر، فنحصل على التسارع اللحظي (العجلة اللحظية):

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \qquad (6.2)$$

(التسارع اللحظي)

بمعنى ان التسارع اللحظي (العجلة اللحظية) تساوي مشتقة السرعة بالنسبة للزمن، ومن التعريف تكون هي ميل المنحنى البياني للعلاقة (السرعة– الزمن) (الشكل 5.2b). ولذلك نقول، كما ان سرعة جسيم متحرك هو ميل المنحنى البياني للجسيم ($x–t$) يكون تسارع الجسيم هو ميل المنحنى البياني للجسيم (v_x-t) . ويمكننا تفسير تفاصيل السرعة بالنسبة للزمن على انه المعدل الزمني للتغير في

السرعة. وإذا كانت a_x موجبة، سوف يكون التسارع في الاتجاه الموجب للاحداثي x، وإذا كانت a_x سالبة يكون التسارع في الاتجاه السالب لـx.

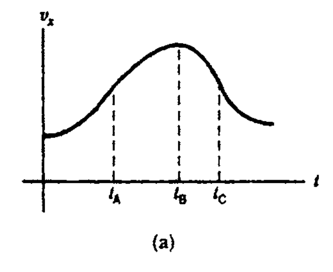
وفيما يلي سوف نستخدم الاصطلاح التسارع "العجلة" لنعبر عن التسارع اللحظي. وعندما نعني التسارع المتوسط سوف نستخدم دائماً الصفة "المتوسط".

ولان $\upsilon_x = dx/dt$ يمكن أيضاً كتابة التسارع على الصورة:

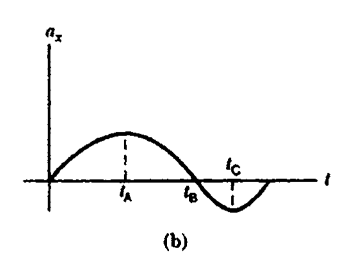
$$a_x = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad (7.2)$$

بمعنى إنه في الحركة في بعد واحد يكون التسارع مساوياً للمشتقة الثانية بالنسبة للزمن.

ويوضح الشكل 2.6 ارتباط منحنى (التسارع- الزمن) (Acceleration- Time) بمنحنى (السرعة- الزمن). ويكون التسارع عند أي زمن مساوياً ميل المنحنى (السرعة- الزمن) عند هذا الزمن. والقيمة الموجبة للتسارع متعلقة بتلك النقط في الشكل 6.2a حيث ان السرعة تزداد في الاتجاه الموجب لـx. ويصل التسارع القيمة القصوى عند الزمن t_A ، عندما يكون ميل المنحنى (السرعة- الزمن) قيمة قصوى. ثم يؤول التسارع إلى الصفر عند الزمن t_B ، وعندما تكون السرعة قيمة عظمى (بمعنى انه عندما يساوي المنحنى $(\upsilon_x - t)$ صفراً). ويكون التسارع سالباً عندما تقل السرعة في الاتجاه الموجب لـx وتصل إلى أكبر قيمة سالبة عند الزمن t_C.



(a)



(b)

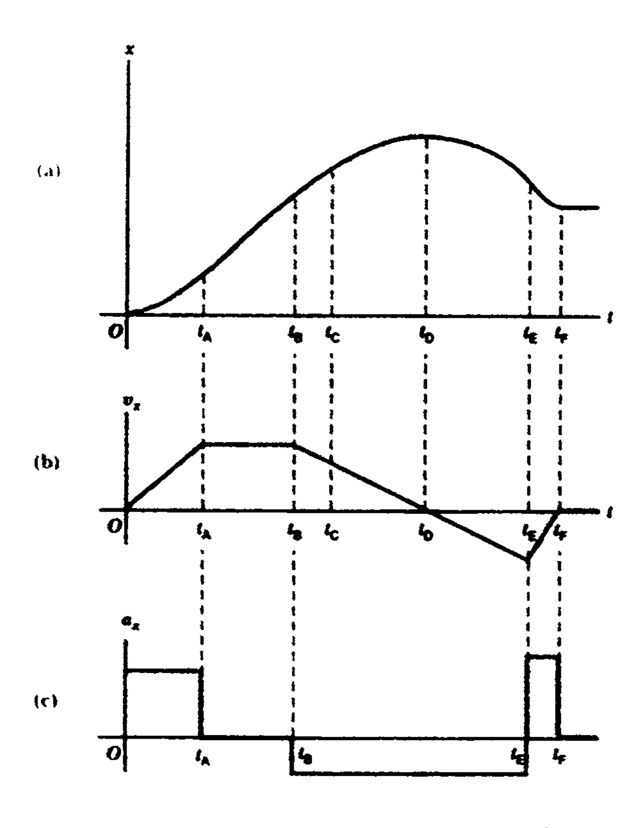
الشكل 6.2 يمكن الحصول على التسارع اللحظي من المنحنى البياني $\upsilon_x - t$. (a) المنحنى البياني للعلاقة (السرعة- الزمن) كجزء من الحركة. (b) المنحنى البياني للعلاقة (التسارع الزمن) لنفس الحركة.
التسارع المعطى من المنحنى البياني $(a_x - t)$ لاي قيمة لـ t يساوي ميل خط المماس للمنحنى البياني $(\upsilon_x - t)$ عند نفس القيمة لـ t.

3.2 مثال ذهني: العلاقات البيانية التي تربط x، υ_x، a_x

يتغير موقع جسم عندما يتحرك على المحور x مع الزمن كما في الشكل 7.2a. ارسم منحنى السرعة مع الزمن والتسارع مع الزمن للجسم.

الحل- السرعة عند أي لحظة هي ميل المماس للمنحنى البياني للعلاقة (x-t) عند تلك اللحظة. بين t=0 و $t=t_A$ يزداد ميل المنحنى البياني (x-t) بإنتظام، ولذلك تزداد السرعة زيادة مستقيمة، كما هو موضح في الشكل 7.2b. وبين t_A و t_B يكون ميل المنحنى (x-t) ثابتاً. ولذلك تظل السرعة ثابتة. وعند t_D يكون ميل المنحنى (x-t) مساوياً للصفر، ولذلك تكون السرعة مساوية الصفر عند تلك اللحظة. وبين t_D وt_E يكون ميل المنحنى (x-t) وبالتالي السرعة كليهما سالباً وتتناقص بانتظام خلال هذه الفترة. وفي الفترة من t_E إلى t_F يظل المنحنى (x-t) سالباً، وعند t_F يؤول إلى الصفر. وأخيراً بعد t_F يكون ميل المنحنى (x-t) مساوياً للصفر، وذلك يعني أن الجسم ساكن عند ($t > t_F$).

ويكون التسارع في أي لحظة مساوياً ميل المماس للمنحنى البياني (υ_x -t) عند تلك اللحظة. المنحنى البياني للتسارع مع الزمن لهذا الجسم موضح في الشكل 7.2c. ويكون التسارع ثابتاً وموجباً بين صفر و t_A حيث ميل المنحنى البياني يكون موجباً. ويكون صفراً بين t_A و t_B وبالنسبة لـ $t > t_F$، حيث يكون ميل المنحنى البياني (υ_x-t) مساوياً للصفر في هذه الأزمنة وتكون سالبة بين t_B و t_E لأن الميل للمنحنى البياني (υ_x-t) يكون سالباً خلال هذه الفترة.



الشكل 7.2 (a) المنحنى البياني لـ (الموضع- الزمن) لجسم يتحرك على طول المحور x. (b) المنحنى البياني (للسرعة- الزمن) لجسم و الذي يمكن الحصول عليه من قياس الميل للمنحنى البياني (الموضع- الزمن) عند كل لحظة. (c) المنحنى البياني لـ (التسارع- الزمن) للجسم يمكن الحصول عليه من قياس ميل المنحنى البياني لـ (السرعة- الزمن) عند كل لحظة.

تساؤل سريع:

ارسم المنحنى البياني لـ (السرعة- الزمن) للسيارة في الشكل a 1.2 واستخدم رسمك للمنحنى البياني لتعيين لماذا كانت سرعة السيارة تزيد عن السرعة المطلقة المحدده على علامات الطريق وهي (30 Km/h).

مثال 4.2

تتغير سرعة جسيم يتحرك على طول المحور x مع الزمن طبقاً للعلاقة $\upsilon_x = (40 - 5t^2)$ m/s حيث t بالثواني. (a) أوجد التسارع المتوسط في الفترة الزمنية من t=0 إلى t= 200s.

الحل- الشكل 8.2 يمثل المنحنى البياني (υ_x -t) والذي تم الحصول عليه من العلاقة بين السرعة والزمن المعطى في هذه المسألة. وحيث ان الميل على طول المنحنى (υ_x-t) يكون سالباً تماماً، نتوقع ان يكون التسارع سالباً.

ويمكننا أن نحسب السرعة عند $t_i = t_A = 0$، $t_F = t_B = 2.0$s بالتعويض عن هذه القيم للزمن t في التعبير الخاص بالسرعة:

$$\upsilon_{xA} = (40 - 5t_A^2)\, m/s = [40 - 5(0)^2]\text{ m/s} = +40\text{ m/s}$$

$$\upsilon_{xB} = (40 - 5t_B^2)\, m/s = [40 - 5(0)^2]\text{ m/s} = +20\text{ m/s}$$

ولذلك يكون التسارع المتوسط في الزمن المحدد في الفترة $\Delta t = t_B - t_A = 2.0$s هو:

$$\bar{a}_x = \frac{\upsilon_{xf} - \upsilon_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{\upsilon_{xB} - \upsilon_{xA}}{t_B - t_A} = \frac{(20 - 40)\text{m/s}}{(2.0 - 0)\text{ s}}$$

$$= -10\text{ m/s}^2$$

والإشارة السالبة في هذا التعبير تعني أن التسارع المتوسط سالب هو الذي يُمثل بميل الخط (غير الظاهر في الرسم) الذي يربط بين نقطتي البداية والنهاية في المنحنى البياني (السرعة- الزمن)

(b) عين التسارع عند t= 2.0s.

الحل- السرعة عند أي زمن t تعطى بالعلاقة υ_{xi}= (40- m/s والسرعة عند زمن آخر $t + \Delta t$ يكون:

$$\upsilon_{xf} = 40 - 5(t + \Delta t)^2 = 40 - 5t^2 - 10t\Delta t - 5(\Delta t)^2$$

ولذلك التغير في السرعة خلال الفترة Δt هو:

$$\Delta\upsilon_x = \upsilon_{xf} - \upsilon_{xi} = [\ -10t\Delta t - 5(\Delta t)^2]\text{ m/s}$$

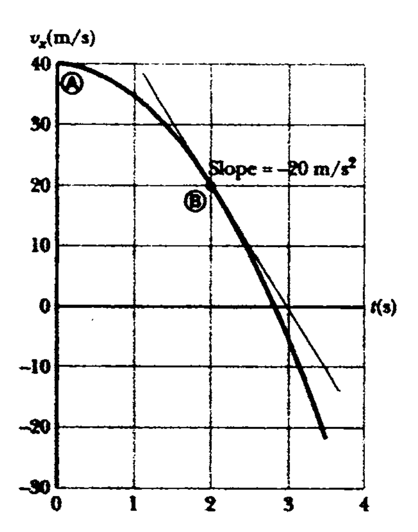
ونستنتج التسارع عند أي زمن t:

بقسمة هذا التعبير على Δt وأخذ النهاية للنتيجة عنما تؤول Δt إلى الصفر:

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (-10t - 5\Delta t) = -10t \text{ m/s}^2$$

ولذلك عند الزمن t= 2.0s

$$a_x = (-10)(2.0) \text{ m/s}^2 = -20 \text{ m/s}^2$$



الشكل 8.2 الرسم البياني لمنحنى العلاقة (السرعة-الزمن) لجسيم يتحرك على طول المحور x تبعاً للعلاقة $v_x = (40- 5t^2)$ m/s. التسارع عند $t= 2$ s يساوي ميل خط المماس الأزرق عند ذلك الزمن.

وهذا الحل يمكن الحصول عليه بمقارنة التسارع المتوسط خلال الفترة بين Ⓐ و Ⓑ (-10 m/s^2) مع القيمة اللحظية عند Ⓑ (-20 m/s^2) وذلك بمقارنة ميل الخط (غير مبين على الرسم) الواصل بين Ⓐ و Ⓑ مع ميل المماس عند Ⓑ .

لاحظ أن التسارع ليس ثابتاً في هذا المثال. والحالة التي تحتوي على تسارع ثابت سوف نتعامل معها في القسم 5.2.

نحن قمنا بتقدير مشتقات الدالة بأن بدأنا بتعريف الدالة ثم أخذنا نهاية نسبة معينة. ومن المألوف ان هناك قواعد معينة لعمل المشتقات بسرعة. وعلى سبيل المثال تبين احدى هذه القواعد ان مشتقة اي ثابت تساوي صفراً. ومثال آخر، افرض ان x تتناسب مع t المرفوعة للقوة n مثل هذه العلاقة

$$x = At^n$$

حيث A و n ثوابت. (هذه صورة دالة مألوفة جداً).

مشتقة x بالنسبة لـ t هي:

$$\frac{dx}{dt} = nAt^{n-1}$$

وبتطبيق هذه القاعدة في مثال 2.4 حيث ان:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -10t \quad \text{نجد أن} \quad v_x = 40 - 5t^2$$

4.2 التمثيل البياني للحركة MOTION DIAGRAMS

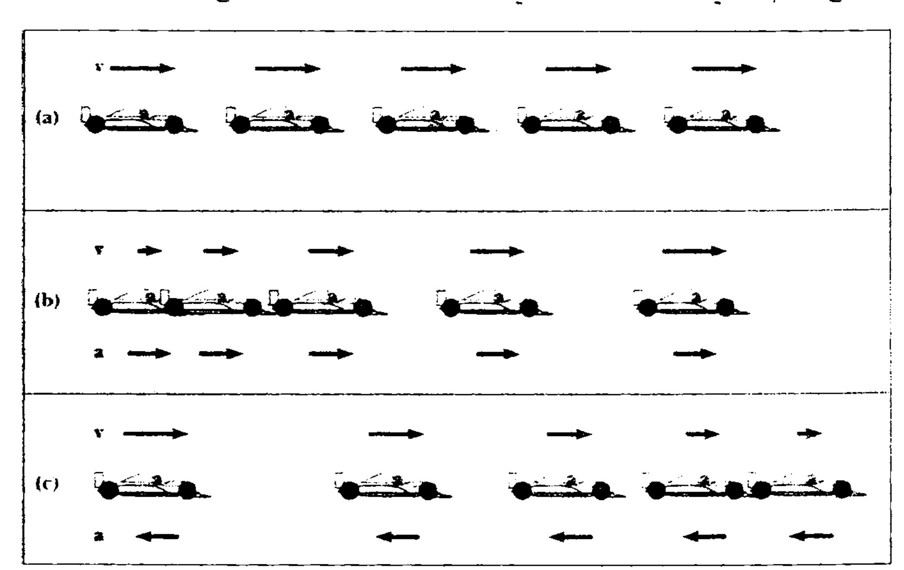
يتداخل غالباً مفهومي السرعة والتسارع مع بعضهما، ولكنهما في الحقيقة كميتان مختلفتان تماماً. ولتوضيح ذلك نستخدم تمثيل الحركة برسم بياني لوصف السرعة والتسارع عندما يكون الجسم في حالة حركة وحتى لا يحدث خلط بين هاتين الكميتين المتجهتين نهتم بالمقدار والاتجاه لكل منهما، وسوف نستخدم اللون الأحمر لمتجه السرعة واللون البنفسجي لمتجه التسارع كما هو مبين في الشكل 9.2. وفيه تم رسم المتجهات رسماً تخطيطياً عند لحظات عديدة اثناء حركة الجسم، وبفرض ان الفترات الزمنية بين موقعين متتاليين متساوية. ويمثل هذا التوضيح ثلاث مجموعات من الصور المقطعة لسيارة تتحرك من الشمال إلى اليمين على طول طريق مستقيم. بحيث تكون الفترات الزمنية بين التصوير "Flashes" متساوية في كل رسم.

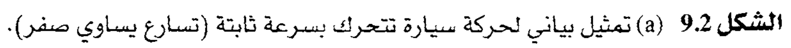
في الشكل 9.2 a تكون صور السيارة على أبعاد متساوية بما يعني أن السيارة تقطع نفس المسافة في كل فترة زمنية ولذلك تتحرك السيارة بسرعة موجبة ثابتة وبتسارع يساوي صفراً.

وفي الشكل 9.2 b تصبح الصور على مسافات أكثر تباعداً كلما زاد الزمن. في هذه الحالة يزداد متجه السرعة مع الزمن وتتحرك السيارة بسرعة موجبة وتسارع موجب.

وفي الشكل 9.2 c يمكن القول ان السيارة تتباطأ كلما تحركت في اتجاه اليمين حيث تتناقص الأزاحة بين كل صورتين متتاليتين مع الزمن. وتتحرك السيارة في هذه الحالة جهة اليمين بتسارع سالب ثابت. ويقل متجه السرعة مع الزمن حتى يصل إلى الصفر. ونرى من هذا الرسم التخطيطي ان متجهي السرعة والتسارع ليسا في اتجاه واحد. فتتحرك السيارة بسرعة موجبة بينما التسارع سالب.

ويمكن وضع رسم بياني لسيارة تتحرك في البداية تجاه الشمال بتسارع ثابت سالب أو موجب.



الشكل 9.2 (a) تمثيل بياني لحركة سيارة تتحرك بسرعة ثابتة (تسارع يساوي صفر).
(b) الرسم البياني لسيارة لها تسارع ثابت اتجاهه في نفس اتجاه سرعتها. يمثل متجه السرعة عند كل لحظه بسهم أحمر ويمثل التسارع الثابت بالسهم البنفسجي. (c) الرسم البياني لسيارة تسارعها ثابت في اتجاه عكس اتجاه السرعة في كل لحظة.

تساؤل سريع 2.2:

(a) إذا كانت السيارة تسير تجاه الشرق، هل يمكن ان يكون تسارعها في اتجاه الشرق؟

(b) إذا كانت السيارة تبطئ من سرعتها، هل يمكن ان يكون تسارعها موجباً؟

5.2 الحركة في خط مستقيم بتسارع ثابت

ONE- DIMENSIONAL MOTION WITH CONSTANT ACCELERATION

إذا تغير تسارع جسم مع الزمن تكون حركته معقدة وصعبة التحليل. ومن أنواع الحركة في بعد واحد والشائع جداً هي تلك الحركة التي يكون فيها التسارع ثابت. وفي هذه الحالة، يكون التسارع المتوسط عبر أي فترة زمنية مساوياً للتسارع اللحظي عند اي لحظة خلال الفترة، وتتغير السرعة بنفس المعدل خلال الحركة.

وإذا بدلنا $\overline{a}_x$ بـ a_x في المعادلة 5.2 وأخذنا $t_i = 0$ و t_f الزمن عند وقت اخر t نجد ان:

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t}$$

أو

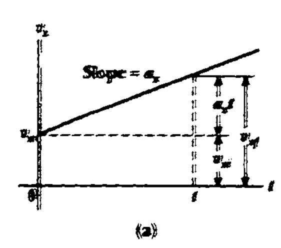
$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t \qquad (8.2)$$ السرعة كدالة في الزمن

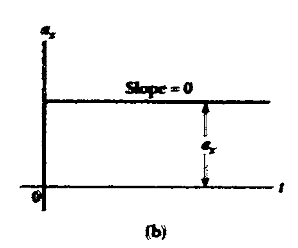
هذا التعبير القوي يُمكننا من تعيين سرعة جسم عند اي لحظة t إذا عرفنا السرعة الابتدائية وتسارعه الثابت. المنحنى البياني للعلاقة (السرعة- الزمن) للحركة بتسارع ثابت موضح في الشكل 10.2a . ويكون المنحنى البياني خطاً مستقيماً، والميل (ثابت) يمثل التسارع a_x، وهذا متوافق مع حقيقة ان $a_x = d v_x / dt$ تكون ثابتة. لاحظ ان الميل موجب، وهذا يدل على ان التسارع موجب. وإذا كان التسارع سالباً يجب ان يكون ميل الخط في الشكل 10.2 a سالباً.

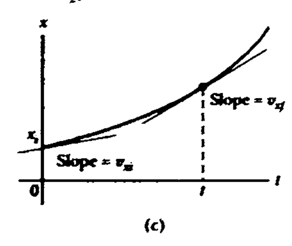
وعندما يكون التسارع ثابتاً يكون منحنى التسارع مع الزمن (الشكل 10.2 b) خط مستقيم ميله يساوي صفر.

تساؤل سريع 8.2:

أوصف معنى كل حد في المعادلة **2.8**







الشكل 10.2 جسم يتحرك على طول المحور x بتسارع ثابت a_x.

(a) المنحنى البياني للعلاقة (السرعة- الزمن). (b) المنحنى البياني للعلاقة (التسارع- الزمن) (c) المنحنى البياني العلاقة (الموضع- الزمن).

حيث ان السرعة عند التسارع الثابت تتغير خطياً مع الزمن طبقاً للمعادلة 8.2، يمكننا التعبير عن السرعة المتوسطة في اي فترة زمنية كمتوسط حسابي للسرعة الابتدائية v_{xi} و السرعة النهائية v_{xf} :

$$\bar{v}_x = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2}$$ **(9.2)** عند ثبوت a_x

لاحظ ان التعبير عن السرعة المتوسطة يطبق فقط في حالة ما إذا كان التسارع ثابتاً.

ويمكننا استخدام المعادلات 1.2، 2.2، 9.2 للحصول على الإزاحة لاي جسم كدالة في الزمن. وبإعادة تسمية Δx في المعادلة 2.2 لتمثيل $x_f - x_i$ وباستخدام t بدلا من Δt (حيث اننا نأخذ $t_i=0$) يمكننا ان نقول:

$$x_f - x_i = \bar{v}_x t = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$$ **(10.2)** (عند ثبوت a_x)

نستطيع ان نحصل على تعبير اخر مُفيد للازاحة عند التسارع الثابت بالتعويض من المعادلة 8.2 في المعادلة 10.2.

$$x_f - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xi} + a_x t)t$$

$$x_f - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$ **(11.2)**

نحصل على المنحنى البياني للعلاقة (الموضع- الزمن) لحركة تسارعها ثابت (موجب) والمبين في الشكل 2.10c من المعادلة 11.2 . نلاحظ أن المنحنى قطع مكافئ. ميل خط المماس لهذا المنحنى عند $t = t_i = 0$ يساوي السرعة الابتدائية v_{xi} ، وميل خط المماس عند اي زمن اخر يساوي السرعة عند هذا الزمن v_{xf} .

ويمكننا عمل اختبار للتحقق من صحة المعادلة 11.2 بنقل الحد x_i إلى الطرف الايمن للمعادلة ونفاضل المعادلة بالنسبة للزمن:

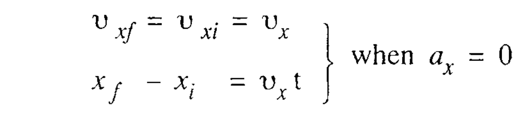
$$v_{xf} = \frac{dx_f}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2\right) = v_{xi} + a_x t$$

وأخيراً يمكننا الحصول على تعبير للسرعة النهائية خالياً من الزمن بالتعويض عن قيمة t من المعادلة 8.2 في المعادلة 10.2:

$$x_f - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})\left(\frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x}\right) = \frac{v_{xf}^2 - v_{xi}^2}{2a_x}$$

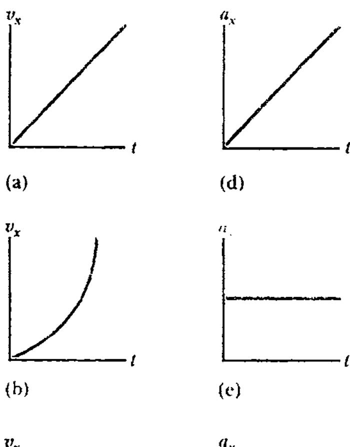
$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$$ (عند ثبوت a_x)

وبالنسبة للحركة عند تسارع يساوي صفراً، نرىٰ من المعادلة 8.2 و 11.2 ان:



$$\left.\begin{aligned} v_{xf} &= v_{xi} = v_x \\ x_f - x_i &= v_x t \end{aligned}\right\} \text{ when } a_x = 0$$

بمعنى انه عندما يكون التسارع صفراً، تكون السرعة ثابتة والازاحة متغيره خطياً مع الزمن.



(c) (f)

الشكل 11.2 الاجزاء (a)، (b)، (c) هي منحنيات بيانية للعلاقة $(v_x\text{-}t)$ لجسم يتحرك في بعد واحد. وترى التسارع الممكن لكل جسم كدالة في الزمن في (d)، (e) و (f).

اختبار سريع 4.2

في الشكل 11.2 طابق كل منحنى بياني للعلاقة $(v_x\text{-}t)$ مع المنحنى البياني الامثل لوصف الحركة.

المعادلات من 8.2 حتى 12.2 هي تعبيرات كينماتيكية والتي ربما تستخدم في حل أي مسألة تحتوي على حركة في بعد واحد بتسارع ثابت. آخذين في الاعتبار ان هذه العلاقات كانت مشتقة من تعريف السرعة والتسارع معاً مع بعض المعالجات الجبرية البسيطة باليد وبشرط ان يكون التسارع ثابتاً.

الاربع معادلات الكينماتيكية المستخدمة في معظم الاحيان مدونة في قائمة بالجدول 2.2. اختيار اي من المعادلات لاستخدامها لحالة معينة يعتمد على المعلومات التي تعطى لك. واحياناً يكون من الضروري استخدام معادلتين من هذه المعادلات لحل مجهولين. وعلى سبيل المثال، افرض ان السرعة الابتدائية v_{xi} والتسارع a_x معطى لك. يمكنك بعد ذلك ان تجد (1) السرعة بعد مضي فترة زمنية t باستخدام المعادلة $v_{xf} = v_{xi} + a_x t$ و (2) الإزاحة بعد مضي فترة زمنية t، بإستخدام المعادلة $x_f - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$. ويجب التحقق من الحركة في اتجاه المحور x.

الجدول 2.2 المعادلات الكينماتيكية لحركة في خط مستقيم بشرط أن يكون التسارع ثابت

المعلومات المعطاة بالمعادلة	المعــــادلـة
السرعة كدالة في الزمن	$v_{xf} = v_{xi} + a_x t$
الإزاحة كدالة في السرعة والزمن	$x_f - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$
الإزاحة كدالة في الزمن	$x_f - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$
السرعة كدالة في الإزاحة	$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$

لاحظ أن الحركة في اتجاه المحور x

ستجد ان الكميات التي تتغير اثناء الحركة هي السرعة، الإزاحة، والزمن.

وسوف تحصل على خبرة عظيمة في استخدام هذه المعادلات بحل عدد من التمارين والمسائل. وسوف تكتشف في مرات كثيرة ان اكثر من طريقة يمكن ان تُستخدم للحصول على الحل. ونذكر ان هذه المعادلات الكينماتيكية لايمكن ان تستخدم في الحالة التي يتغير فيها التسارع مع الزمن. ولكنها تُستخدم فقط عندما يكون التسارع ثابتاً.

مثال ذهني 5.2: السرعة لاجسام مختلفة.

اعتبر ان الحركات التالية في بعد واحد: (a) تقذف كره إلى أعلى لتصل إلى أعلى نقطة ثم تسقط لتعود ليد قاذفها (b) سيارة سباق تبدأ من السكون وتزداد سرعتها حتى تصل إلى 100 m/s (c) سفينة فضائية تندفع خلال الفضاء بسرعة ثابتة. هل هناك أي نقط في الحركة لهذه الاجسام والتي تكون عندها السرعة اللحظية مساوية للسرعة المتوسطة على طول الحركة (خلال الحركة)؟ إذا كان كذلك حدد النقطة (أو النقاط).

الحل- (a) تكون السرعة المتوسطة للكرة المقذوفة مساوية صفراً بسبب ان الكرة ترجع لنقطة بدايتها، ولذلك تكون ازاحتها صفراً (تذكر ان السرعة المتوسطة تعرف على انها $\Delta x / \Delta t$). توجد نقطة واحدة التي عندها السرعة اللحظية تساوي الصفر عند أعلى نقطة في الحركة. (b) لايمكن تقييم السرعة المتوسطة للسيارة من المعلومات المعطاه ولكن يجب ان تكون هناك بعض القيم بين الصفر و 100 m/s ولان السيارة سوف يكون لها سرعة لحظية بين الصفر و 100 m/s في بعض الاوقات خلال الفترة الزمنية، فإنه يجب ان يكون هنا بعض اللحظات التي تكون عندها السرعة اللحظية تساوي السرعة المتوسطة.

(c) لان السرعة اللحظية للسفينة ثابتة، تكون سرعتها اللحظية عند أي وقت وسرعتها المتوسطة خلال الفترة الزمنية واحدة.

مثال 6.2 : الحركة مع فيض مروري.

(a) قدر متوسط تسارعك عندما تقود من مدخل طريق منحدر إلى طريق سريع يربط بين ولايتين.

الحل- تحتوي هذه المسألة على اكثر من المقادير المعتاده التي نقدرها! سوف نحاول ان نأتي بقيمة التسارع a_x، ولكن من الصعب تقدير قيمتها مباشرة.

الثلاث متغيرات الاخرى التي تحتويها الكينماتيكا هي الموضع، السرعة، والزمن وربما تكون

السرعة هي أسهل واحدة للتقدير. دعنا نفرض ان السرعة 100 Km/h ، ولذلك يمكنك الاندماج في حركة المرور. ونضرب هذه القيمة في 1000 لنحول الكيلومترات إلى امتار ثم نقسم على 3600 لنحول الساعات إلى ثواني. هذه الحسابات تساوي تقريباً قسمة القيمة على 3. في الحقيقة دعنا نقول ان السرعة النهائية تساوي $v_{xf} \approx 30$ m/s (تذكر انك يمكن ان تبعد عن النتيجة بهذا النوع من التقريب بإسقاط الارقام العشرية عندما نُجري حسابات ذهنية فإذا بدأت بوحدات بريطانية تستطيع أن تقرب 1mi/ h إلى 0.5 m/s ونستمر في ذلك).

والآن نفرض انك بدأت الصعود للطريق المنحدر بثلث سرعتك النهائية أي أن $v_{xi} \approx 10$ m/s . واخيراً نفرض أنك تأخذ حوالي 10s لكي تنتقل من v_{xi} إلى v_{xf} ، اساس هذا التقدير يعتمد على خبرتك السابقة في السيارات. ويمكننا بعد ذلك ان نوجد التسارع باستخدام المعادلة 8.2 :

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} \approx \frac{30 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2$$

هذا النوع من المجهود الذهني في حل المسائل يكون مدهشاً ومفيداً وغالباً ما يعطي نتائج قد لاتكون مختلفة كثيراً عن تلك التي نتوصل إليها من القياسات الدقيقة.

(b) إلى اي بعد سوف تصل اثناء نصف الفترة الزمنية والتي تحركت اثنائها بتسارع؟

الحل- يمكن ان نحسب المسافة المقطوعة اثناء أول 5s من المعادلة 11.2 :

$$x_f - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \approx (10 \text{ m/s})(5 \text{ s}) + \frac{1}{2}(2 \text{ m/s}^2)(5 \text{ s})^2$$

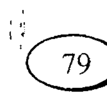
$$= 50 \text{ m} + 25 \text{ m} = 75 \text{ m}$$

مثال 7.2: مهبط حاملة طائرات

تهبط طائرة على حاملة طائرات بسرعة 140 mi/h≈(63 m/s) (a) ما هو تسارعها إذا وقفت بعد 2.0 s؟

الحل- نُعرف الاحداثي x بانه اتجاه حركة الطائرة. القراءة المتأنية للمسألة تُظهر انه بالاضافة إلى معرفة السرعة الابتدائية المعطاه 63 m/s، نعرف ايضاً ان السرعة النهائية تساوي صفراً. ونلاحظ ايضاً اننا لم نُعطى ازاحة الطائرة اثناء توقفها. المعادلة 8.2 هي المعادلة الوحيدة في الجدول 2.2 التي لاتحتوي الازاحة، ولذلك نستخدمها لايجاد التسارع:

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} \approx \frac{0 - 63 \text{ m/s}}{2.0 \text{ s}} = -31 \text{ m/s}^2$$



(b) ما هي ازاحة الطائرة اثناء توقفها؟

الحل- نستطيع الان ان نستخدم أي من المعادلات الثلاث الاخرى في الجدول 2.2 لحساب الازاحة. دعنا نختار المعادلة 2.10:

$$x_f - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t = \frac{1}{2}(63 \text{ m/s} + 0)(2.0 \text{ s}) = 63 \text{ m}$$

وإذا قطعت الطائرة إزاحة أكبر من هذه، فربما تسقط في المحيط. وعلى الرغم من ان فكرة استخدام حبال التوقف لتمكين الطائرات من الهبوط بسلام على السفن قد استخدمت لاول مرة خلال فترة الحرب العالمية الأولى، إلا ان الحبال مازالت جزءاً هاماً وضروري لعمل حاملات الطائرات الحديثة.

مثال 8.2: متابعة حدود السرعة المسموح بها

تسير سيارة بسرعة ثابتة 45.0 m/s تمر على رجل مرور مختبأ خلف لوحة اعلانات. وبعد ثانية واحدة من مرور السيارة على لوحة الاعلانات يخرج رجل المرور من وراء اللوحة ليلحق بها، ويبدأ في السير بتسارع ثابت مقداره 3.0 m/s^2 . ما هو طول المسافة الي يقطعها ليصل إلى السيارة؟

الحل- من القراءة المتأنية دعنا نصف هذه المسألة بأنها مسألة تسارع ثابت. ونعرف انه بعد 1s من البداية سوف يأخذ رجل المرور 15s إضافية يتحرك بتسارع حتى تصل سرعته إلى 45.0 m/s. وبالطبع سوف يستمر بعد ذلك في زيادة سرعته (بمعدل 30 m/s كل ثانية) ليلحق بالسيارة. وفي أثناء حدوث كل هذا تستمر السيارة في الحركة. ولذلك يجب علينا ان نتوقع ان النتيجة سوف تكون اكثر من 15s . الرسم التخطيطي (الشكل 12.2) يساعد في تتابع الأحداث.

أولاً : نكتب علاقة لموضع كل سيارة كدالة في الزمن. ومن المناسب ان نختار موقع لوحة الاعلانات نقطة الاصل ونضع $t_B = 0$ هو الزمن الذي يبدأ فيه رجل المرور الحركة. في هذه اللحظة تكون السيارة قد تحركت مسافة 45.0 m لانها تسير بسرعة ثابتة $v_x = 45.0$ m/s لمدة 1s . ولذلك الموضع الابتدائي للسيارة المتحركة هو $x_B = 45.0$m .

وحيث ان السيارة تسير بسرعة ثابتة يكون تسارعها مساوياً للصفر. وبتطبيق المعادلة 11.2 (مع $a_x = 0$) تعطي موضع السيارة عند اي زمن t:

$$x_{car} = x_B + v_{xcar}\, t = 45.0 \text{ m} + (45.0 \text{ m/s})t$$

وبفحص سريع لهذه العلاقة تظهر انه عند $t = 0$ يعطي هذا التعبير موضع السيارة الابتدائي الصحيح عندما يبدأ رجل المرور في الحركة: $x_{car} = x_B = 45.0$ m.

يبدأ رجل المرور من السكون عند $t=0$ ويتحرك بتسارع $3.0\ m/s^2$ بعيداً عن نقطة الأصل. ومن ثم يمكن حساب موقعه بعد اي فترة زمنية من المعادلة 2.11:

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

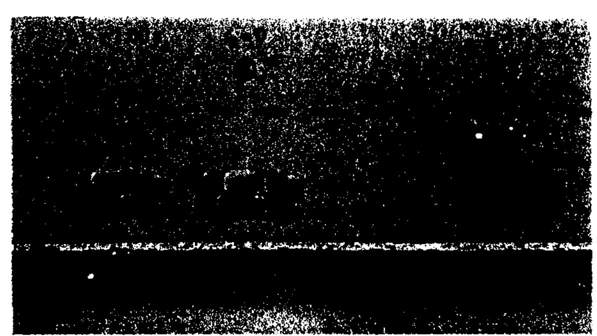
$$x_{trooper} = 0 + 0t + \frac{1}{2}a_x t^2 = \frac{1}{2}(3.00\ m/s^2)t^2$$

يدرك رجل المرور السيارة في اللحظة التي يكون فيها موقعه متطابق مع (يساوي) موقع السيارة وهو الموقع Ⓒ :

$$x_{trooper} = x_{car}$$

$$1/2\ (3.00\ m/s^2)\ t^2 = 45.0\ m + (45.0\ m/s)t$$

وهذا يعطى معادلة تربيعية: $1.50\ t^2 - 45.0\ t - 45.0 = 0$



والحل الموجب لهذه المعادلة هو $t = 31.0\ s$ (وللمساعدة في حل المعادلات التربيعية) لاحظ انه في هذه الفترة الزمنية 31.0 s، يقطع رجل المرور مسافة حوالي 1440 m (هذه المسافة يمكن حسابها من السرعة الثابتة للسيارة:

$$(45.0\ m/s)\ (31+1) = 1440 = m$$

تمرين: يمكن حل هذه المسألة بيانياً . على نفس الرسم البياني، ارسم علاقة الموضع مع الزمن لكل سيارة. ومن نقطة تقاطع المنحنين عين الزمن الذي عنده يدرك رجل المرور السيارة.

6.2: السقوط الحر للاجسام FREELY FALLING OBJECTS

من المعروف جيداً الان أنه في غياب مقاومة الهواء، تسقط جميع الاجسام الساقطة بالقرب من سطح الكرة الأرضية في اتجاه الارض بنفس التسارع الثابت تحت تأثير الجاذبية الأرضية. حتى عام 1600 لم تكن تلك النتيجة مقبولة. وقبل هذا الوقت كانت تعاليم الفيلسوف العظيم ارسطو Aristotle (384- 322 B.C) تقول ان الاجسام الثقيلة تسقط اسرع من الخفيفة.

كان العالم الايطالي جاليليو جاليلي Galileo Galilei (1564- 1642) هو من وضع الأفكار الحالية المتعلقة بسقوط الاجسام. هناك اسطورة بأنه وصف سقوط الاجسام بملاحظة وزنين مختلفين يسقطان معاً من برج بيزا المائل ليصطدما بالأرض عند نفس الزمن تقريباً . وعلى الرغم من انه يوجد

بعض الشك بأنه قام بإجراء هذه التجربة الخاصة. ومن الثابت ان جاليليو صمم كثيراًمن التجارب على أجسام تتحرك على مستوى مائل. في هذه التجارب دحرج كره إلى أسفل بمستوى مائل قليلاً وقاس المسافة التي قطعتها في فترات زمنية متتابعة. وكان الغرض من الميل هو تقليل التسارع؛ وبتقليل التسارع استطاع جاليليو ان يقيس الفترات الزمنية بدقة. وبواسطة زيادة ميل المستوى المائل بالتدريج، استطاع جاليليو في النهاية ان يرسم النتيجة حول السقوط الحر للاجسام حيث ان سقوط الكرة حر يكافئ تحرك الكرة إلى أسفل في مستوى عمودي (مائل بزاوية 90°).

تساؤل سريع:

استخدم قلم رصاص في عمل ثقب في قاع فنجان من الورق ثم غطي الثقب باصبعك واملاء الفنجان بالماء. امسك الفنجان إلى أعلى امامك ثم اتركه ليسقط. هل يخرج الماء من الثقب اثناء سقوط الفنجان؟ لماذا "نعم" أو لماذا "لا"؟

وربما تحاول عمل التجربة التالية. اسقط معاً في ان واحد قطعة نقود وقطعة من ورق مجعده من نفس الارتفاع. فإذا اهمل تأثير مقاومة الهواء، فسوف يأخذ الاثنان نفس الحركة وسوف يصطدمان بالأرض في نفس الوقت. في الحالة المثالية، والتي فيها تكون مقاومة الهواء غائبة مثل هذه الحركة ترجع إلى السقوط الحر. إذا استطعنا تنفيذ نفس التجربة في الفراغ، والذي تكون فيه مقارمة الهواء مهملة حقاً، يجب أن يسقط الورق وقطعة النقود بنفس التسارع حتى عندما تكون الورقة غير مجعدة. في الثاني من اغسطس عام 1971 تم اجراء هذه التجربة على القمر بواسطة رائد الفضاء ديفيد اسكوت David Scott . فقد ترك شاكوش وريشة حران، فسقطا في نفس اللحظة على سطح القمر. وبالتأكيد هذه التجربة تُسعد جاليليو!

وعندما نستخدم التعبير "السقوط الحر للاجسام" ليس بالضرورة أن نشير إلى جسم يسقط من السكون. فالسقوط الحر للأجسام هو أي جسم يتحرك حراً تحت تأثير الجاذبية وحدها بغض النظر عن حركته الابتدائية. ويكون السقوط الحر بمجرد إطلاقه. فأي سقوط حر لجسم سوف يعاني تسارع متجهاً لاسفل بغض النظر عن حركته الابتدائية.

وسوف نشير إلى قيمة تسارع السقوط الحر بالرمز g. وتقل قيمة g الموجودة بالقرب من سطح الأرض مع زيادة الارتفاع. وعلاوة على ذلك يحدث تغير بسيط في g مع التغير في الارتفاع. ومن الشائع ان نعرف "إلى أعلى Up" باتجاه $(+y)$ ونستخدم y لتغير الموضع في معادلات الكينماتيكا. وعلى سطح الأرض قيمة g تساوي تقريباً $9.8\ m/s^2$. وإذا لم تعط فسوف نستخدم هذه القيمة لـ g عندما نجري الحسابات. ولعمل تقدير سريع نستخدم $g= 10\ m/s^2$.

وإذا اهملنا مقاومة الهواء وفرضنا ان تسارع السقوط الحر لايتغير مع الارتفاع خلال مسافات عمودية قصيرة، سوف تكون الحركة لجسم يسقط عمودياً سقوط حر مكافئ لحركة في بعد واحد

تحت تأثير تسارع ثابت. ولذلك يمكن تطبيق المعادلات التي عرضناها في القسم 5.2 لجسم يتحرك بتسارع ثابت. التعديل الوحيد هو ملاحظة أن هذه المعادلات لاجسام تسقط سقوطاً حرا وأن الحركة في الاتجاه العمودي (اتجاه y) بخلاف الاتجاه الافقي (x) وان ذلك التسارع يكون متجها لاسفل له قيمة $9.80\ m/s^2$. ولذلك دائماً نأخذ $a_y = -g = -98\ m/s^2$، حيث إن الاشارة سالبة تعني ان التسارع لجسم يسقط سقوطا حرا يكون متجهاً لاسفل. في الفصل 14 سوف ندرس كيف نتعامل مع التغير في g بتغير الارتفاع.

مثال ذهني 9.2: اقدام غواص فضاء.

يقفز غواص فضاء إلى الخارج من طائرة هيليكوبتر وهي تطير، وبعد عده ثواني يقفز غواص اخر، ويسقطا الاثنان عبر نفس الخط العمودي. اهمل مقاومة الهواء، ولذلك يسقط كلاهما بنفس التسارع. هل يظل الفرق في سرعتيهما ثابت خلال السقوط؟ وهل تظل نفس المسافة بينهما خلال السقوط ثابتة؟ وإذا اتصل الغواصان بحبل مطاط طويل، هل قوة الشد في الحبل تزيد، تقل، أم تظل ثابتة أثناء السقوط؟

الحل- عند اي لحظة معطاه، تختلف سرعة الغواصين لان احدهما بدأ قبل الاخر. في اي فترة زمنية Δt بعد هذه اللحظة، تزداد سرعة الغواصين بنفس المقدار حيث ان لهما نفس التسارع. لذلك يظل الفرق في سرعتيهما ثابت خلال السقوط.

يكون للغواص الأول دائماً سرعة اكبر من الثاني. لذلك فانه في الفترة الزمنية المعطاه يقطع الغواص الأول مسافة اكبر من الثاني. لذلك تزداد المسافة التي تفصلهم.

وبمجرد أن تصل المسافة بين الغواصين طول الحبل المطاط تزداد قوة الشد في الحبل. وكلما زادت قوة الشد تصبح المسافة بين الغواصين اكبر واكبر.



مثال 10.2: وصف الحركة لكرة مقذوفة.

تقذف كرة رأسياً إلى اعلى بسرعة $25\ m/s$. قدر سرعتها خلال فترات زمنية كل منها $1s$.

الحل- دعنا نختار الاتجاه إلى اعلى هو الاتجاه الموجب. و بغض النظر عن ان الكرة تتحرك إلى اعلى أو إلى اسفل، تتغير سرعتها العمودية بحوالي ($-10\ m/s$) كل ثانية تمكثها في الهواء. تبدأ الكره بسرعة $25\ m/s$. وبعد انقضاء $1s$ تستمر الكرة في التحرك إلى أعلى ولكن بسرعة $15\ m/s$ حيث ان تسارعها إلى اسفل (التسارع لاسفل بسبب نقصان سرعتها وبعد ثانية اخرى تنقص سرعتها لاعلى إلى $5\ m/s$. والان نأتي إلى الجزء الذي يحدث فيه الخدعة - بعد نصف ثانية اخرى تصبح سرعتها صفر. الكرة صعدت إلى اقصى ارتفاع يمكن ان تصل إليه. وبعد هذه النصف ثانية الاخيرة من الفترة الزمنية $1s$ تتحرك الكرة بسرعة ($-5\ m/s$) (الاشارة السالبة تبين ان الكرة تتحرك الان في الاتجاه

إلى اسفل). والذي فيه تتغير سرعتها من 5 m/s + إلى 5 m/s - خلال تلك الفترة 1s. والتغير في السرعة خلال هذه الثانية مازال $-10\ m/s = ([+5] - -5)$. وتستمر في الهبوط وبعد انقضاء (مرور) 1s اخرى تسقط الكرة بسرعة 15 m/s-. وأخيراً وبعد 1s اخرى تصل إلى نقطة بدايتها الأصلية وتتحرك إلى أسفل بسرعة 25 m/s-. وفي حالة قذف الكرة عمودياً من منحدر شاهق، تستطيع ان تستمر في الهبوط مع استمرار تغير سرعتها بمقدار حوالي 10 m/s- كل ثانية.

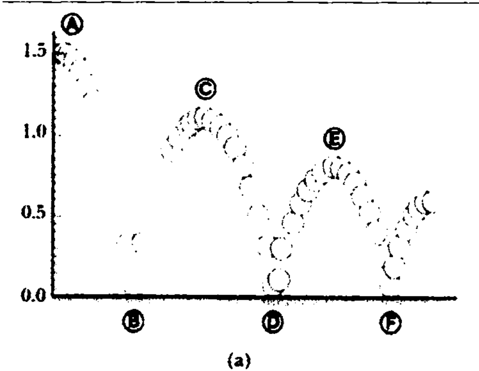
مثال ذهني 11.2: متابعة ارتداد كرة

تسقط كرة تنس من ارتفاع مستوى الكتف (حوالي 1.5m) وترتد ثلاث مرات قبل امساكها. ارسم المنحنيات البيانية لموضعها، سرعتها وتسارعها كدالة في الزمن، مع اعتبار الاتجاه الموجب للاحداثي y+ هو الاتجاه إلى اعلى.

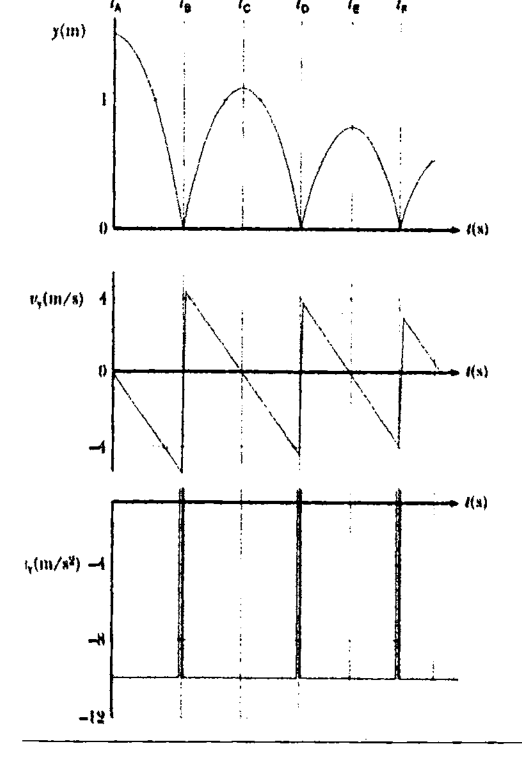
الحل- في رسوماتنا دعنا نمد الأشياء إلى الخارج أفقيا لنرى ما سوف يحدث. (حتى إذا ما تحركت الكرة أفقيا فإن ذلك لا يؤثر على حركتها رأسيا).

نرى من الشكل 13.2 ان الكرة تلامس الأرض عند النقاط (B)، (D)، (F). ولان سرعة الكرة تتغير من السالب إلى الموجب ثلاث مرات خلال هذه الوثبات، يجب ان يتغير ميل المنحنى البياني للعلاقة (الموضع- الزمن) بنفس الطريقة. لاحظ ان الفترة الزمنية بين الوثبات تقل. لماذايحدث هذا ؟

وأثناء سكون الكرة يجب ان يكون ميل منحني (السرعة- الزمن) يساوي $-9.8 m/s^2$ ويكون منحني (التسارع- الزمن) خط افقي عند هذه الازمنه لان التسارع لا يتغير عندما تكون الكره في حاله سقوط حر. وعندما تتلامس الكرة مع الأرض، تتغير السرعة خلال فترة زمنية قصيرة جداً، ولذلك يجب ان يكون التسارع كبير جدا. وهذا يناظر كل الخطوط الممتدة لاعلى في منحنى (السرعة- الزمن) وبالنسبة للخطين في منحنى (التسارع- الزمن).



الشكل 13.2 (a) أسقطت كرة من ارتفاع 1.5 m وارتدت من الارض (لم يُأخذ في الاعتبار الحركة الافقية لأنها لاتؤثر على الحركة الرأسية). (b) المنحنيات البيانية لعلاقة كل من "الموضع، السرعة، والتسارع مع الزمن.



تساؤل سريع 5.2:

ما هي القيم التي تمثل سرعة الكرة وتسارعها عند النقط Ⓐ ، Ⓒ، Ⓔ في الشكل 13.2 .

(a) $v_y = 0, a_y = 0$

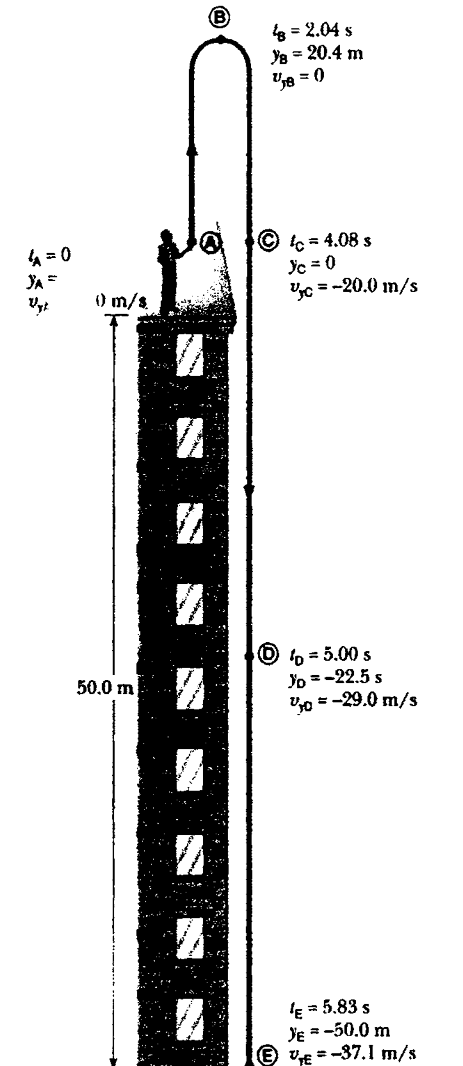
(b) $v_y = 0, a_y = 9.80\ m/s^2$

(c) $v_y = 0, a_y = -9.80\ m/s^2$

(d) $v_y = -9.80\ m/s, a_y = 0$

مثال 12.2: قذف ليس برديء لمجند جديد

قُذف حجر من قمة مبنى بسرعة ابتدائية 20.0 m/s في خط مستقيم إلى اعلى. وكان ارتفاع المبنى 50.0 m، وقد اخطأ الحجر حافة سطح المبنى وهو في طريقه للهبوط، كما هو موضح في الشكل 14.2 . وباستخدام $t_A = 0$ هو الزمن الذي يترك الحجر يد القاذف عند الموقع Ⓐ، عين (a) الزمن الذي يعود فيه الحجر إلى الارتفاع الذي قذف منه. (b) اقصى ارتفاع. (c) الزمن الذي يعود فيه الحجر إلى الارتفاع الذي قذف منه. (d) سرعة الحجر عند هذه اللحظة. (e) سرعة وموضع الحجر عند t= 5.0s.



الشكل 14.2 الموضع والسرعة مع الزمن لسقوط حر لحجر يُقذف رأسياً لاعلى بسرعة ابتدائية مقدارها $v_{yi} = 20.0$ m/s

الحل- (a) اثناء انتقال الحجر من Ⓐ إلى Ⓑ تتغير سرعته بمقدار 20 m/s لانه يقف عند Ⓑ. ولان عجلة الجاذبية الأرضية تسبب تغير السرعة العمودية بقيمة 10m/s كل ثانية في السقوط الحر. يجب ان يأخذ الحجر حوالي 2 s ليذهب من Ⓐ إلى Ⓑ الموضحان في الرسم. (في مثل هذه المسائل، بالتأكيد سوف يساعدك الرسم في تنظيم تفكيرك). ولحساب الزمن t_B الذي عنده يصل الحجر إلى اقصى ارتفاع، نستخدم المعادلة 2.8، $v_{yB} = v_{yA} + a_y t$ ، لاحظ ان $v_{yB} = 0$ وضع بداية قراءة ساعتك عند $t_A = 0$

$$20.0\ m/s + (-9.80\ m/s^2)\ t = 0$$

$$t = t_B = \frac{20.0 \text{ m/s}}{9.80 \text{ m/s}^2} = 2.04 \text{ s}$$

تقديرنا كان قريباً جداً.

(b) حيث ان السرعة المتوسطة خلال الفترة الزمنية الاولى هي 10 m/s (متوسط 20 m/s و 0m/s) ولانها تسير لمدة حوالي 2 s، نتوقع ان يقطع الحجر حوالي 20 m. وبالتعويض عن فترتنا الزمنية في المعادلة 11.2 نستطيع ان نوجد اقصى ارتفاع مقاس من موضع الشخص القاذف حيث نضع $y_i = y_A = 0$:

$$y_{max} = y_B = v_{yA}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$y_B = (20.0 \text{ m/s})(2.04 \text{ s}) + \frac{1}{2}(-9.80 \text{m/s}^2)(2.04 \text{ s})^2$$

$$= 20.4 \text{ m}$$

تقديرنا للسقوط الحر يكون دقيق جداً.

(c) ليس هناك سبب يجعلنا نعتقد ان حركة الحجر من Ⓑ إلى Ⓒ ليست هي خلاف عكس حركته من Ⓐ إلى Ⓑ ولذلك فإن الزمن الذي يحتاجه لان يذهب من Ⓐ إى Ⓒ يجب ان يكون ضعف الزمن الذي يحتاجه لينتقل من Ⓐ إلى Ⓑ. و عندما يعود الحجر إلى الارتفاع الذي قذف منه (الموضع Ⓒ) تكون احداثيات y الصفر مرة اخرى. وباستخدام المعادلة 11.2 مع $y_f = y_c = 0$ و $y_i = y_A = 0$ نحصل على

$$y_C - y_A = v_{yA}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$0 = 20.0t - 4.90t^2$$

وهذه معادلة تربيعية ولذلك لها حلان لـ $t = t_C$. وتكون المعادلة على الصورة:

$$t\,(20.0 - 4.90\,t) = 0$$

احدى الحلول $t = 0$ هو زمن بداية حركة الحجر. والحل الاخر هو $t = 4.08$ s ، وهو الحل الذي نبحث عنه. لاحظ انه ضعف قيمة حسابات t_B.

(d) مرة اخرى نتوقع ان كل شئ عند Ⓒ هو نفسه عند Ⓐ، ما عدا ان السرعة الان في الاتجاه المضاد. قيمة t التي تم الحصول عليها في Ⓒ يمكن ادخالها في المعادلة 2.8 لتعطي

$$v_{yC} = v_{yA} + a_y t = 20.0 \text{ m/s} + (-9.80 \text{ m/s}^2)(4.08 \text{ s})$$

$$= -20.0 \text{ m/s}$$

سرعة الحجر عندما يعود مرة اخرى لارتفاعه الاصلي تساوي في المقدار سرعته الابتدائية، ولكن في الاتجاه العكسي. وهذا يدل على ان الحركة متماثلة.

(e) في هذا الجزء سنأخذ في الإعتبار ما يحدث عندما يسقط الحجر من الوضع Ⓑ حيث كانت

سرعة العمودية صفر إلى الموضع Ⓓ . وحيث ان الوقت المستغرق لهذا الجزء من الحركة حوالي 3 s، فإننا نعتبر ان عجلة الجاذبية قد غيرت من السرعة. بحوالي 30 m/s . ونستطيع حساب هذا من المعادلة 8.2 حيث نأخذ $t = t_D - t_B$.

$$v_{yD} = v_{yB} + a_y t = 0\text{ m/s} + (-9.80\text{ m/s}^2)(5.00\text{ s} - 2.04\text{ s})$$
$$= -29.0\text{ m/s}$$

نستطيع بسهولة كما أجرينا حساباتنا بين الموضعين A و D أن نتأكد من اننا نستخدم الفترة الزمنية الصحيحة $t = t_D - t_A = 5.0$ s .

$$v_{yD} = v_{yA} + a_y t = 20.0\text{ m/s} + (-9.80\text{ m/s}^2)(5.00\text{ s})$$
$$= -29.0\text{ m/s}$$

ولوصف قوة معادلتنا الكينماتيكية، يمكن ان نستخدم المعادلة 11.2 لتحديد موضع الحجر عند $t_D = 5.0$ s باعتبار التغير في الموضع بين زوج مختلف من المواضع Ⓒ و Ⓓ. وفي هذه الحالة يكون الزمن $t_D - t_C$:

$$y_D = y_C + v_{yC} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$
$$= 0\text{ m} + (-20.0\text{ m/s})(5.00\text{ s} - 4.08\text{ s})$$
$$+ \frac{1}{2}(-9.80\text{ m/s}^2)(5.00\text{ s} - 4.08\text{ s})^2$$
$$= -22.5\text{ m}$$

تمرين: اوجد (a) سرعة الحجر قبل ارتطامه بالأرض مباشرا عند Ⓔ و (b) الزمن الكلي الذي يبقاه الحجر في الهواء.

الاجابة- (a) -37.1 m/s (b) 5.83 s

قسم اختياري

7.2: استنتاج معادلات الكينماتيكا من حساب التفاضل والتكامل
KINEMATIC EQUATIONS DERIVED FROM CALCULUS

هذا قسم اختياري يفترض ان القارئ يجيد طرق حساب التفاضل والتكامل. وإذا كنت لم تدرس بعد التكامل في منهج التفاضل والتكامل، يجب عليك ان تتخطى هذا القسم او تدرسه بعد دراستك للتكامل.

يمكن الحصول على سرعة جسيم متحرك في خط مستقيم إذا كان موضعه معروفاً كدالة في الزمن. ورياضياً السرعة هي مشتقة إحداثي المكان بالنسبة للزمن. ومن الممكن ايضاً إيجاد إزاحة جسيم إذا كانت سرعته معروفة كدالة في الزمن. وفي حساب التفاضل والتكامل الطريقة التي

تستخدم لتحقيق هذا الهدف هي اما التكامل أو بايجاد عكس التفاضل. وهو ما يكافئ في الرسم البياني إيجاد المساحة أسفل المنحنى.

افرض المنحنى البياني للعلاقة $\upsilon_x - t$ لجسيم يتحرك على طول الاحداثي x كما هو مبين في الشكل 15.2 دعنا نقسم الفترة الزمنية $t_f - t_i$ إلى فترات عديدة صغيرة، كل فترة طولها Δt_n. ومن تعريف السرعة المتوسطة نرى ان الازاحة خلال اي فترة زمنية صغيرة، مثل تلك المظللة في الشكل 15.2، تعطى بـ $\Delta x_n = \bar{\upsilon}_{xn}\,\Delta t_n$، حيث $\bar{\upsilon}_{xn}$ هي متوسط السرعة في تلك الفترة الزمنية. ولذلك ببساطة تكون الازاحة اثناء الفترة الزمنية الصغيرة هي مساحة المستطيل المظلل. والازاحة الكلية للفترة $t_f - t_i$ هي مجموع مساحات كل المستطيلات

$$\Delta x = \sum_{n} \bar{\upsilon}_{xn} \Delta t_n$$

حيث الرمز $\sum$ يمثل مجموع كل الحدود. في هذه الحالة، يتم جمع كل المستطيلات من t_i إلى t_f. والان كلما جعلنا الفترة اصغر فاصغر كلما زاد عدد الحدود في الجمع ويقترب الجمع من قيمة تساوي المساحة تحت منحنى (السرعة– الزمن). ولذلك عندما تؤول n إلى ∞ (Limit $n \rightarrow \infty$) او $\Delta t_n \rightarrow 0$، تكون الإزاحة:

$$\Delta x = \lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_{n} \upsilon_{xn} \Delta t_n \qquad \textbf{(13.2)}$$

أو Displacement= area under the υ_x - t graph

الازاحة = المساحة تحت المنحنى "υ_x - t"

لاحظ اننا في الجمع بدلنا متوسط السرعة $\bar{\upsilon}_{xn}$ بالسرعة اللحظية υ_{xn}. وكما ترى في الشكل 15.2 ان هذا التقريب يتحقق بوضوح في نهاية فترات زمنية صغيرة جداً. ونستنتج اننا إذا عرفنا منحنى $\upsilon_x - t$ للحركة على خط مستقيم نستطيع الحصول على الازاحة اثناء اي فترة زمنية بقياس المساحة تحت المنحنى المتعلق بتلك الفترة الزمنية.

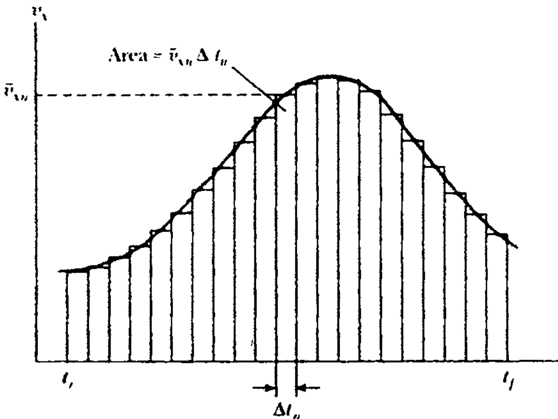
نهاية الجمع المبين في المعادلة 13.2 يسمى تكامل محدود ويكتب

$$\lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_{n} \upsilon_{xn} \Delta t_n = \int_{t_i}^{t_f} \upsilon_x(t)\, dt \qquad \textbf{(14.2)}$$

حيث ان $\upsilon_x(t)$ تشير إلى السرعة عند اي زمن t. وإذا كانت الدالة $\upsilon_x(t)$ دالة صريحة، والنهايات معطاه فإنه يمكن بعد ذلك حساب التكامل.

في بعض الاحيان يأخذ المنحنى البياني $\upsilon_x - t$ لجسيم يتحرك بشكل ابسط بكثير من ذلك المبين في الشكل 15.2. وعلى سبيل المثال افرض ان جسيم يتحرك بسرعة ثابتة υ_{xi}. في هذه الحالة يكون

المنحنى البياني υ_x- t كما هو مبين بالشكل 16.2 تكون إزاحته اثناء الفترة الزمنية Δt هي ببساطة مساحة المستطيل المظلل:

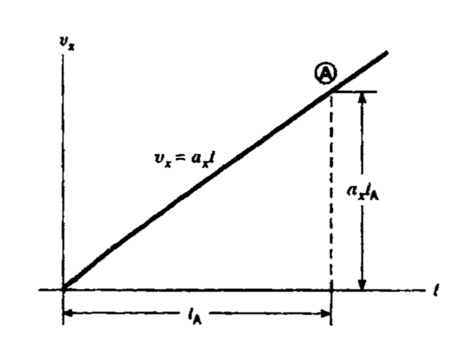


الشكل 15.2 السرعة مع الزمن لجسيم يتحرك على طول الاحداثي x. مساحة المستطيل المظلل تساوي الازاحة Δx في فترة زمنية Δt_n، بينما المساحة الكلية تحت المنحنى هي الازاحة الكلية للجسيم.

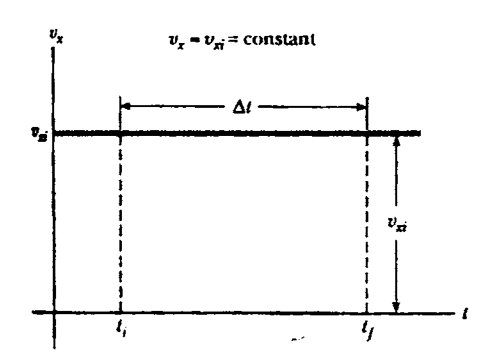
عندما يكون (ثابت $= \upsilon_{xf} = \upsilon_{xi}$)، نحصل على $\Delta x = \upsilon_{xi}\,\Delta t$

وكمثال آخر، اعتبر جسيم يتحرك بسرعة تتناسب مع t كما هو مبين في الشكل 17.2. وباخذ $\upsilon_x = a_x t$ حيث a_x هي ثابت التناسب (التسارع)، نجد أن إزاحة الجسيم اثناء الفترة من $t = 0$ إلى الفترة $t= t_A$ تساوي مساحة المثلث المظلل في الشكل 17.2:

$$\Delta x = \frac{1}{2}(t_A)\,(a_x t_A) = \frac{1}{2}a_x t_A^{\,2}$$



الشكل 17.2 منحنى (السرعة- الزمن) لجسيم يتحرك بسرعة تتناسب مع الزمن



الشكل 16.2 منحنى (السرعة- الزمن) لجسيم يتحرك بسرعة ثابتة υ_{xi} . ازاحة الجسيم اثناء الفترة الزمنية $t_f - t_i$ تساوي مساحة المستطيل المظلل.

معادلات الكينماتيكا Kinematic Equations

والآن نستخدم تعريف المعادلات للتسارع والسرعة لنشتق معادلتان من معادلات الكينماتيكا، المعادلة 8.2 و 11.2.

المعادلة المعروفة للتسارع (Eq 6.2) هي

$$a_x = \frac{d\upsilon_x}{dt}$$

وربما تكتب على الصورة $d\upsilon_x = a_x\,dt$ او في صورة التكامل (أو عكس التفاضل)، مثل:

$$\upsilon_x = \int a_x dt + C_1$$

حيث C_1 هو ثابت التكامل. وللحالة الخاصة التي فيها يكون التسارع ثابتاً، يمكن ان نضع a_x خارج التكامل لتعطي

$$\upsilon_x = a_x \int dt + C_1 = a_x t + C_1 \qquad \textbf{(15.2)}$$

قيمة C_1 تعتمد على الشروط الابتدائية للحركة. فإذا اخذنا $\upsilon_x = \upsilon_{xi}$ عند $t = 0$ وبالتعريض عن هذه القيم في المعادلة الاخيرة نحصل على:

$$\upsilon_{xi} = a_x (0) + C_1$$

$$C_1 = \upsilon_{xi}$$

وبتسمية $\upsilon_x = \upsilon_{xf}$ السرعة بعد مرور الفترة الزمنية t وبالتعويض عن قيمة C_1 المحسوبة من المعادلة 15.2، نحصل على معادلة الكينماتيكا 8.2:

$$\upsilon_{xf} = \upsilon_{xi} + a_x t \qquad (\text{عند ثبوت } a_x)$$

والآن دعنا ندرس المعادلة لمعرفة تعريف للسرعة (Eq. 2.4)

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}$$

يمكننا كتابة ذلك في الصورة $dx = \upsilon_x\,dt$ او في صورة التكامل

$$x = \int \upsilon_x dt + C_2$$

حيث C_2 ثابت اخر للتكامل. ولان $\upsilon_x = \upsilon_{xf} = \upsilon_{xi} + a_x t$ يصبح هذا التعبير كما يلي:

$$x = \int (\upsilon_{xi} + a_x t) dt + C_2$$

$$x = \int \upsilon_{xi} dt + a_x \int t\,dt + C_2$$

$$x = \upsilon_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2 + C_2$$

ولإيجاد C_2 نستخدم الشروط الابتدائية $x=x_i$ عندما $t=0$ وهذا يعطي $C_2=x_i$. ولذلك بعد التعويض عن x بـ x_f نحصل على:

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \qquad (\text{عند ثبوت } a_x)$$

وعندما نضع x_i في الجانب الايسر من المعادلة نحصل على معادلة الكينماتيكا 11.2. تذكر أن $x_f - x_i$ تساوي ازاحة الجسم، حيث x_i تمثل موضعه الابتدائي.

7.2: المسائل الهادفة- خطوات الحل GOAL PROBLEM- SOLVING STEPS

1- جمع المعلومات Gather information

اول شئ يجب عمله عند الاقتراب من المسألة هو فهم الحالة. اقرأ خطوات المسألة بعناية، البحث عن مفتاح الطريقة مثل "من السكون" أو "سقوط حر"، ما هي المعلومات المعطاه؟ ما هو السؤال الذي نسأله بالضبط؟ ولاتنسى ان تجمع معلومات من خبرتك الخاصة والحس الشائع. ما هي الاجابة التي تبدو معقولة؟ لايجب ان تحسب سرعة سيارة لتكون 5×10^6 m/s. هل تعرف الوحدات المتوقعة؟ هل هناك اي حالات محدودة تستطيع ان تأخذها في الاعتبار؟ ماذا يحدث عندما تقترب الزاوية من $0°$ أو $90°$ أو عندما تصبح الكتلة ضخمة أو تؤول إلى الصفر؟ وايضاً يجب التأكد انك تدرس بعناية اي رسومات مصاحبة للمسألة.

2- تنظيم طريقتك لفهم الموضوع Organize your approach

عندما تأخذ فكرة حقيقية جيدة عن ماذا تكون المسألة، فإنك تحتاج ان تفكر عما تفعله بعد ذلك. هل قابلك مثل هذا النوع من المسائل من قبل؟ وكلما كنت قادراً على تصنيف المسألة كان من السهل ان تضع الخطه كلها. ويجب ان تعمل في معظم الاحيان رسم سريع للحالة. ضع الاحداث والرموز الهامة بحروف داخل دوائر. آشر إلى قيم معروفة في جدول أو في كراستك مباشرة.

3- حلل المسألة Analyze the problem

وحيث انك صنفت بالفعل المسألة، لايكون من الصعب جداً ان تختار المعادلات المناسبة التي تطبق على هذا النوع. استخدم الجبر (وحساب التفاضل والتكامل في حالة الضرورة) لايجاد حل للمتغيرات المجهولة بدلالة القيم المعطاه. عوض في اعداد مناسبة، واحسب النتيجة، وحولها لعدد مناسب له معنى.

4- تعلم من مجهودك Learn from your efforts

هذا هو اهم جزء. اختبر اجابتك العددية. هل هي تتفق مع توقعك من اول خطوة؟ ماذا عن الشكل الجبري للإجابة- قبل تعويضها بالاعداد؟ هل لها معنى؟ (حاول ان تنظر إلى المتغيرات لترى فيها أي اجابة تتغير بطريقة فيزيائية ذو معنى إذا كانت تزداد أو تقل بعنف أو حتى تصبح صفراً). فكر كيف ان هذه المسألة تماثل اخرى قد تكون قد قمت بحلها من قبل إلى اي مدى يتشابهان؟ ما هي المناطق الحرجة التي تختلفان فيها؟ يجب عليك أن تتعلم شئ من حلها. هل يمكنك ان تعدد لماذا.

عند حل المسائل المعقدة، ربما تحتاج إلى اعتبار مسائل جزئية ابسط Subproblem وتطبق طريقة الهدف لكل منها. وبالنسبة للمسائل البسيطة، من المحتمل انك لاتحتاج طريقة الهدف على الاطلاق. ولكن عندما تنظر إلى مسألة تعلم ماذا تفعل في الخطوة التالية، تذكر ماذا تمثل الحروف في عملية الهدف لاستخدامها كمرشد.

ملخص SUMMARY

بعد تحرك جسيم على الاحداثي x من موضع ابتدائي ما x_i إلى موضع نهائي ما x_f تكون ازاحته هي:

$$\Delta x \equiv x_f - x_i \qquad (1.2)$$

السرعة المتوسطة لجسيم اثناء فترة زمنية ما هي الإزاحة Δx مقسومة على الفترة الزمنية Δt التي تحدث فيها الازاحة

$$\bar{v}_x \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (2.2)$$

متوسط السرعة لجسيم تساوي النسبة بين المسافة الكلية التي يقطعها الجسيم إلى الزمن الكلي الذي يأخذه ليقطع تلك المسافة.

تعرف السرعة الإتجاهية اللحظية لجسيم على أنها نهاية النسبة $\Delta x / \Delta t$ عندما تؤول Δt إلى الصفر. ومن التعريف، هذه النهاية تساوي مشتقة x بالنسبة إلى t او هي معدل تغير الموضع بالنسبة للزمن.

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad (4.2)$$

السرعة اللحظية للجسيم تساوي القيمة العددية لسرعته الإتجاهية.

يعرف التسارع المتوسط لجسيم على انه النسبة بين التغير في السرعة Δv_x والفترة الزمنية Δt التي يحدث اثنائها ذلك التغير.

$$\bar{a}_x \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} \qquad (5.2)$$

التسارع اللحظي هو نهاية النسبة $\Delta v_x / \Delta t$ عندما تؤول Δt إلى الصفر. ومن التعريف، هذه النهاية تساوي مشتقة v_x بالنسبة إلى t او هي معدل تغير السرعة بالنسبة للزمن.

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \qquad (6.2)$$

معادلات الكينماتيكا لجسيم متحرك على طول الاحداثي x بتسارع منتظم a_x (ثابت في المقدار والاتجاه) هي :

$$v_{xf} = v_{xi} + a_x t \qquad (8.2)$$

$$x_f - x_i = \bar{v}_x t = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t \qquad (10.2)$$

$$x_f - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \qquad (11.2)$$

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i) \qquad (12.2)$$

يجب ان تكون قادراً ان تستخدم هذه المعادلات و التعريفات في هذا الفصل لتحليل حركة اي جسم يتحرك بتسارع ثابت.

يعاني الجسم الذي يسقط حراً في وجود تسارع الجاذبية الارضية بتسارع السقوط الحر في اتجاه مركز الأرض وإذا كانت مقاومة الهواء مهملة، وكانت الحركة تحدث بالقرب من سطح الأرض، وإذا كان مدى الحركة صغيراً بالمقارنة بنصف قطر الأرض، يكون تسارع السقوط الحر g ثابتاً خلال مدى الحركة، حيث g تساوي $9.8\ m/s^2$.

افضل طريقة منظمة للاقتراب من المسائل المعقدة هي ان تكون قادراً على اعادة استدعاء وتطبيق خطوات استراتيجية الهدف عندما تكون في حاجة إليها.

أسئلة QUESTIONS

1- السرعة المتوسطة والسرعة الإتجاهية اللحظية كميتان مختلفتان على وجه العموم. هل يمكن ان تكونا متساويتان لنوع معين من الحركة؟ اشرح.

2- إذا كانت السرعة المتوسطةغير صفرية في فترة زمنية ما، هل هذا يعني ان السرعة الإتجاهية اللحظية لاتساوي الصفر ابدا اثناء هذه الفترة؟ فسر ذلك.

3- إذا كانت السرعة المتوسطة تساوي الصفر في فترة زمنية ما Δt وإذا كان $v_x(t)$ دالة متصلة. بيّن ان السرعة الإتجاهية اللحظية يجب ان تؤول إلى الصفر في لحظة ما في هذه الفترة (ربما يكون من المفيد ان ترسم العلاقة بين x، t عند برهانك).

4- هل من الممكن ان تحصل على حالة تكون فيها السرعة والتسارع مختلفا الإشارة؟ إذا كان كذلك ارسم المنحنى البياني للعلاقة (السرعة- الزمن) لتأييد رأيك.

5- إذا كانت سرعة جسيم لاتساوي صفراً، هل من الممكن ان يساوي تسارعه الصفر؟ فسر ذلك.

6- إذا كانت سرعة جسيم تساوي الصفر، هل من الممكن الايساوي تسارعه الصفر؟ اشرح.

7- هل يكون لجسيم تسارع ثابت إذا توقف في اي وقت وبقي متوقفاً؟

8- قذف حجر رأسياً إلى أعلى من على قمة مبنى. هل تعتمد ازاحة الحجر على موضع نقطة اصل احداثيات النظام؟ وهل تعتمد سرعة الحجر على نقطة الأصل؟ (افرض ان احداثيات النظام ثابتة بالنسبة للمبنى) فسر ذلك.

9- يقف طالب على قمة مبنى ارتفاعه h، قذف كرة رأسياً إلى أعلى بسرعة ابتدائية v_{yi} ثم قذف كره اخرى إلى اسفل بنفس السرعة الابتدائية للأولى. قارن بين السرعة النهائية للكرتين عندما تصل كل منهما إلى الارض؟

10- هل من الممكن ان تكون القيمة العددية للسرعة الإتجاهية اللحظية اكبر من القيمة العددية لمتوسط السرعة في اي وقت؟ هل من الممكن ان تكون اقل؟

11- إذا كانت السرعة المتوسطة لجسم تساوي صفراً في فترة زمنية ما، ما الذي يمكن ان تقوله عن ازاحة الجسم لتلك الفترة؟

12- ينمو نبات نمواً سريعاً بحيث يتضاعف طوله كل اسبوع. وفي نهاية فترة اليوم الخامس والعشرين يصل طول النبات إلى ارتفاع مبنى. في أي زمن كان طول النبات يساوي ربع طول المبنى؟

13- تتحرك سيارتان في نفس الاتجاه في حارتين متوازيتين لطريق سريع. عند لحظة ما تزيد سرعة السيارة A عن سرعة السيارة B. هل يعني ذلك أن تسارع السيارة A اكبر من تسارع السيارةB؟ فسر ذلك.

14- اسقطت تفاحة من ارتفاع ما على سطح الارض، بإهمال مقاومة الهواء، ما مقدار الزيادة في سرعة التفاحة كل ثانية اثناء هبوطها؟

15- اعتبر إتحادات الاشارات والقيم والتسارع التالية لجسيم بالنسبة للاحداثي x. احادي البعد.

التسارع Acceleration	السرعة Velocity
a. موجب	موجب
b. سالب	موجب
c. صفر	موجب
d. موجب	سالب
e. سالب	سالب
f. صفر	سالب
g. موجب	صفر
h. سالب	صفر

اوصف ماذا يعمل الجسيم في كل حالة، اعطي مثالاً حقيقي من الحياة لسيارة تتحرك من الشرق إلى الغرب، اعتبر الشرق هو الاتجاه الموجب.

مسائل PROBLEMS

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي ☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

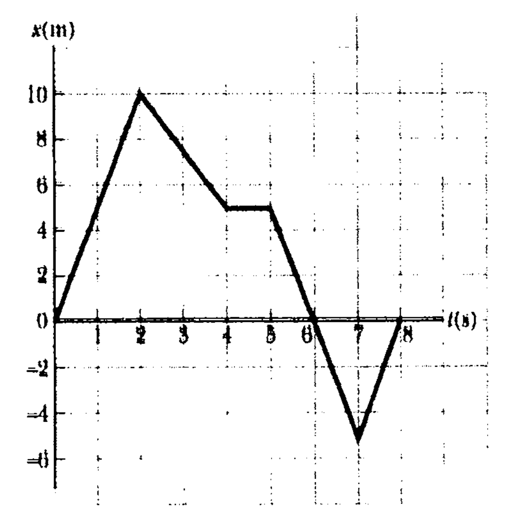
WEB = الحل موجود في: /http:// www. sanunderscollege. com/ physics

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل = فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

القسم 1.2 الإزاحة، السرعة الإتجاهية، السرعة

1- العلاقة بين الازاحة والزمن لجسيم معين متحرك على طول الاحداثي x موضحة في الشكل P1.2. اوجد السرعة المتوسطة في الفترات الزمنية التالية (a) 0 to 2s (b) 0 to 4s (c) 2s to 4s (d) 4s to 7s (e) 0 to 8s.



الشكل P1.2

2- يتحرك جسيمَ طبقاً للمعادلة $x= 10\ t^2$، حيث x بالامتار و t بالثواني. (a) أوجد السرعة المتوسطة للفترة الزمنية من 2s حتى 3s. (b) أوجد السرعة المتوسطة للفترة الزمنية من 2s حتى 1.2 s.

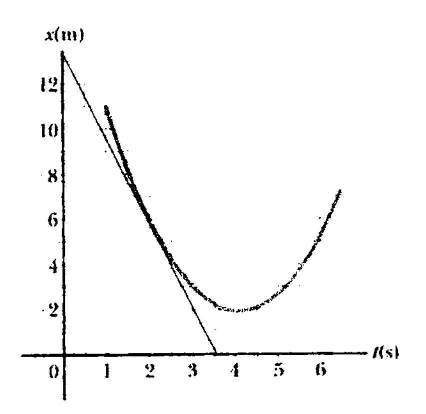
3- يسير شخص أولاً بسرعة مطلقة ثابتة 5.0 m/s في خط مستقيم من النقطة A إلى النقطة B ثم يعود على نفس الخط من B إلى A بسرعة ثابتة 3.0 m/s كم تكون (a) متوسط سرعته خلال كل الرحلة و (b) السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها؟

4- يسير شخص بسرعة ثابتة υ_1 على خط مستقيم من A إلى B ثم يعود على نفس الخط من B إلى A بسرعة ثابتة υ_2. كم تكون متوسط سرعته خلال الرحلة كلها و (b) السرعة المتوسطة عبر الرحلة كلها؟

القسم 2.2: السرعة الإتجاهية اللحظية والسرعة:

5- جسيم متحرك بسرعة ثابتة. عند الزمن $t= 1.0$ s يكون موضعه عند $x= 3.0$ m وعند الزمن $t = 6.0$ s يكون موضعه عند $x= 5.0$ m (a) من هذه المعلومات ارسم الموضع كدالة في الزمن (b) عين سرعة الجسيم من ميل هذا الرسم.

WEB 6 الشكل P 6.2 يبين الرسم البياني للعلاقة "الموضع- الزمن" لجسيم يتحرك على الاحداثي x (a) اوجد السرعة المتوسطة في الفترة الزمنية من $t= 1.5$ s حتى $t= 4.0$ s (b) عين السرعة الاتجاهية اللحظية عند الزمن $t= 2.0$ s بقياس خط المماس المبين في الشكل (c) عند اي قيمة للزمن t تكون السرعة مساوية للصفر؟

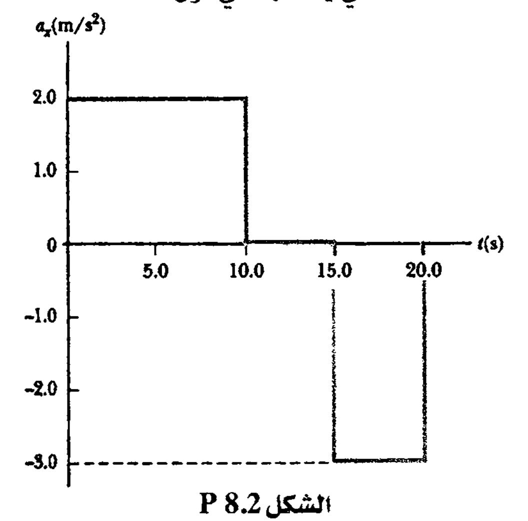


الشكل P 6.2

القسم 3.2 التسارع:

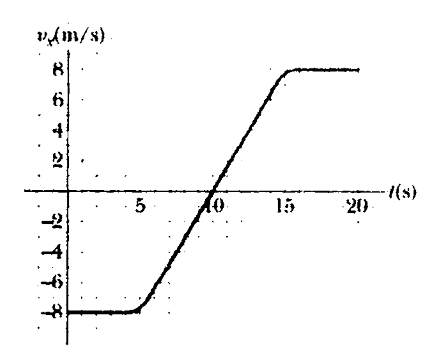
7- جسيم يتحرك بسرعة 60.0 m/s في الاتجاه الموجب لـ x عند $t=0$. بين $t=0$ و $t=15s$ تقل السرعة بانتظام حتى تصل إلى الصفر. ما هو التسارع (العجلة) اثناء تلك 15.0 s؟ ما اهمية الإشارة لإجابتك؟

8- يبدأ جسيم حركته من السكون بتسارع كما هو مبين في الشكل p 2.8 عين (a) السرعة للجسيم عند $t=10$ s وعند $t=20$ s و (b) المسافة التي يقطعها في اول 20 s.



الشكل P 8.2

9- الرسم البياني للعلاقة "السرعة- الزمن" لجسم يتحرك على الاحداثي x مبين في الشكل P 9.2 (a) ارسم علاقة التسارع مع الزمن (b) عين متوسط التسارع للجسم في الفترة الزمنية من $t=5.0$ s حتى $t=15$ s ومن $t=0$ حتى $t=20$ s.



الشكل P 9.2

10- يتحرك جسيم على المحور x طبقاً للعلاقة $x=2.0+3.0\,t+t^2$ حيث x بالامتار و t بالثواني. عند $t=3.0$ s اوجد (a) موضع الجسيم، (b) سرعته، و (c) تسارعه.

11- يتحرك جسم على المحور x تبعاً للمعادلة:

$$x=(3.0\,t^2-2.0\,t+3.0)\text{ m}$$

عين (a) متوسط السرعة بين $t=2.0$ s و $t=3.0$ s (b) السرعة اللحظية عند $t=2.0$ s و $t=3.0$ s. (c) متوسط التسارع بين $t=2.0$ s و $t=3.0$ s. (d) التسارع اللحظي عند $t=2.0$ s و $t=3.0$ s.

القسم 5.2 الحركة في بعد واحد بتسارع ثابت

12- اقل مسافة تحتاجها سيارة عند تحركها بسرعة 35 mi/h لكي تتوقف هي 40.0 ft. ما هي اقل مسافة تحتاجها نفس السيارة لكي تتوقف عند تحركها بسرعة 70.0 mi/h بفرض نفس معدل التسارع.

13- جسيم يتحرك على المحور x، تعطي موضعه بالعلاقة

$$x=2.0+3.0\,t-4.0\,t^2$$

حيث x بالأمتار و t بالثواني. عين (a) موضعه عند لحظة تغيير اتجاهه و (b) سرعته عندما يعود للموضع الذي كان فيه عند $t=0$.

14- إذا كانت السرعة الابتدائية لجسم هي 5.2 m/s ما هي سرعته المطلقة بعد 2.5 s (a) إذا كان الجسم يتحرك بتسارع منتظم $3.0\ m/s^2$ و (b) إذا كان يتحرك بتسارع منتظم $-3.0\ m/s^2$؟

15- يسير قطار في خط مستقيم بسرعة 20.0 m/s وعندما استخدم سائق القطار الفرامل تحرك القطار بتسارع $-1.0\ m/s^2$ طوال حركته. ما المسافة التي يقطعها القطار خلال 40.0 s من بداية استخدام الفرامل؟

16- يتحرك الكترون في انبوبة شعاع الكاثود بتسارع منتظم بحيث تتغير سرعته من $2.0\times 10^4\ m/s$ حتى $6.0\times 10^6\ m/s$ خلال 1.5 cm.

(a) ما هو الزمن الذي يستغرقه الالكترون لقطع هذه المسافة؟ (b) ما تسارعه؟

17 - تبدأ كره حركتها من السكون لتتحرك إلى اسفل مستوى مائل طوله 9.0 m بتسارع $5.0\ m/s^2$. وعندما تصل الكرة إلى قاع المستوى تتدحرج على مستوى اخر إلى اعلى لتسكن بعد أن تقطع 15.0 m على هذا المتسوى المائل؟ (a) ما هي سرعة الكرة عند قاع المستوى الأول؟ (b) ما هو الزمن الذي تستغرقه الكره للتدحرج على المستوى الأول (c) ما هو التسارع الذي تتحرك به الكره الى المستوى الثاني؟ (d) ما هي سرعة الكرة بعد قطع مسافة 8.0 m على المستوى الثاني؟

القسم 6.2: السقوط الحر للاجسام:

18- تنطلق كره من السكون لتسقط من على قمة مبنى عالي جداً احسب (a) الموضع و (b) سرعة الكره بعد 1.0 s، 2.0 s، 3.0 s.

WEB **19** يقذف شخص مجموعة مفاتيح عمودياً لاعلى ليلتقطها صديقه الواقف في شباك على بعد 4 m. فإذا التقطها صديقه بعد 1.5 s (a) بأي سرعة قُذفت مجموعة المفاتيح لأعلى (b) ما هي سرعتها قبل الإمساك بها مباشرة.

20 - تقذف كره مباشرة لاسفل بسرعة ابتدائية 8.0 m/s من مبنى ارتفاعه 30.0 m كم ثانية تستغرقها الكرة حتى ترتطم بالأرض؟

21- اسقطت كره من الوضع الساكن من على ارتفاع h من الارض. وفي نفس اللحظة قذفت كره اخرى من الارض رأسياً لاعلى. عين سرعة الكرة الثانية إذا تقابلت الكرتان على مسافة h/2 من مستوى الارض.

22- تقذف كره رأسياً لاعلى من على الارض بسرعة ابتدائية 15.0 m/s

(a) كم تستغرق الكرة لتصل الى اقصى ارتفاع؟ ما هو اقصى ارتفاع تصل إليه الكرة (c) عين سرعة وتسارع الكرة بعد 2.0 s.

القسم 7.2: استنتاج معادلات الكينمانيكا من حسابات التفاضل والتكامل (اختياري)

23- تسارع قطعة من المرمر تتحرك داخل سائل معين تتناسب مع مربع سرعتها وتعطى بالعلاقة (بوحدات SI) $a = -3.0\,v^2$ for $v > 0$ فإذا دخلت الكره هذا السائل بسرعة 1.5 m/s. كم تستغرق الكره من الوقت لتنخفض سرعتها إلى نصف سرعتها الابتدائية؟

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.2) يجب ان يكون رسماً يشبه إلى حد ما ذلك الرسم الموجود في (a) هذا الرسم البياني (υ_x - t) يبين ان اقصى سرعة هي حوالي 5.0 m/s وهي 18 Km/h (11 mi/ h=) ولذلك لايكون السائق مسرعاً هل يمكن اشتقاق الرسم البياني (التسارع- الزمن) من الرسم البياني (السرعة- الزمن)؟ وهو يشبه إلى حد ما ذلك الرسم الموجود في (b).

(2.2) (a) نعم. يحدث ذلك عندما تبطئ السيارة من سرعتها، لذلك يكون اتجاه تسارعها عكس اتجاه حركتها. (b) نعم. إذا كانت الحركة في الاتجاه المختار كأتجاه سالب، يسبب التسارع الموجب في انخفاض السرعة.

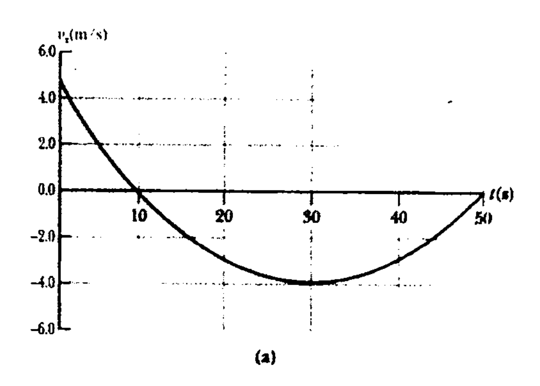
(3.2) يمثل الطرف الايسر السرعة النهائية للجسم. الحد الأول في الطرف الايمن هو سرعة الجسم الابتدائية في اللحظة التي لاحظناه فيها. الحد الثاني هو التغير في تلك السرعة الابتدائية والتي تحدث بواسطة تسارع الجسم. وإذا كان الحد الثاني موجباً، حينئذ سوف تزداد السرعة الابتدائية ($\upsilon_{xf} > \upsilon_{xi}$). وإذا كان هذا الحد سالباً، سوف تنخفض السرعة الابتدائية ($\upsilon_{xf} < \upsilon_{xi}$).

(4.2) الرسم البياني (a) له ميل ثابت اي تسارع ثابت وهذا ممثل في الشكل (e).

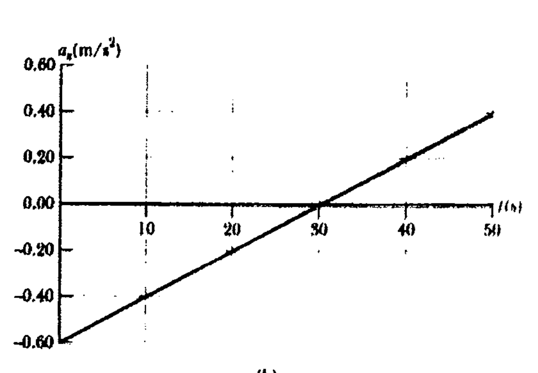
الرسم البياني (b) يمثل سرعة تزداد باستمرار ولكن ليس بمعدل منتظم. ولذلك يجب ان يزداد التسارع. واحسن رسم يمثلها هو (d). الرسم البياني (c) يمثل تلك السرعة التي تزداد أولاً بمعدل ثابت، بما يعني ان هناك تسارع ثابت. ثم تتوقف السرعة عند الزيادة وتصبح ثابتة، موضحة ان التسارع يساوي صفر. واحسن تمثيل لهذه الحالة هو الرسم البياني (f).

(5.2) (c) كما هو مبين من الرسم 2.13b، تسكن الكرة لفترة زمنية صغيرة جداً عند هذه النقاط الثلاث.

وبالرغم من ذلك يستمر التسارع في التأثير على الرغم من ان الكرة لاتتحرك لحظياً.



(a)



(b)



صورة محيرة

عندما تعود نحلة العسل إلى خليتها، ستخبر النحل الآخر كيف يحصلون على الطعام. بالتحرك في نموذج خاص ودقيق، تنقل النحلة المعلومات التي يحتاجون إليها. ويتم إتصال النحل ببعضه بـ"المحادثة مع المتجهات". ماذا ستقول النحلة للنحل لتحدد لهم المكان الذي يتواجد فيه الزهور بالنسبة للخلية.

الفصل الثالث 3

المتجهات

Vectors

ويتضمن هذا الفصل :

1.3 منظومة الإحداثيات

Coordinate Systems

2.3 الكميات المتجهة والقياسية

Vectors and Scalar Quantities

3.3 بعض خواص المتجهات

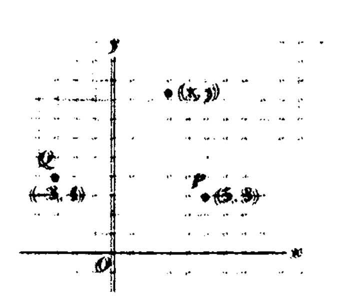
Some Properties of Vectors

4.3 مركبات المتجه ووحدة المتجهات

Components of a Vectors and Unit Vectors

غالباً ما نحتاج أن نتعامل بالكميات الفيزيائية التي لها كل من الخواص العددية والاتجاهية. وكما أشرنا في قسم 2.1، تُمثل الكميات التي لها هذه الطبيعة بمتجهات. ويتعلق هذا الفصل أولاً مع جبر المتجهات وبعض الخواص العامة للكميات المتجهة. وسوف نناقش جمع وطرح الكميات المتجهة. مع بعض التطبيقات الشائعة للحالات الفيزيائية.

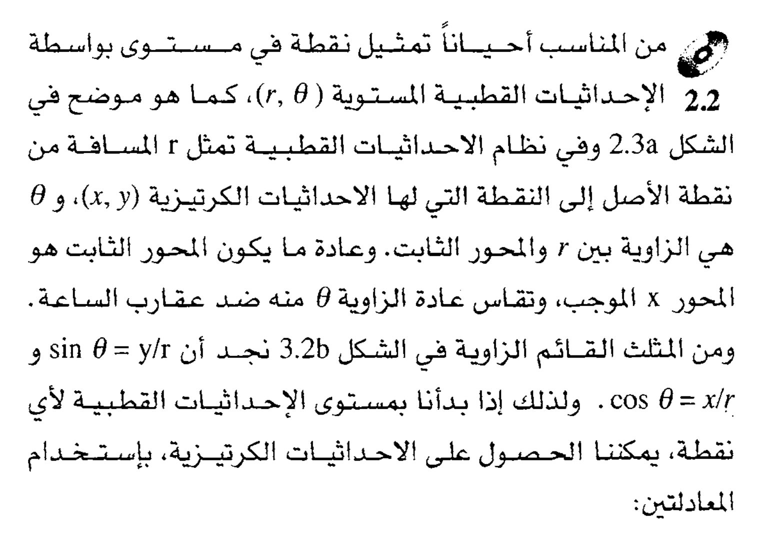
تستخدم الكميات المتجهة خلال هذا الكتاب، ولذلك يجب أن نفهم فهماً كاملاً كلا من خواصها الجبرية ورسمها بيانياً.



الشكل 1.3 وصف النقطة في نظام الاحداثيات الكرتيزية. كل نقطة يرمز لها بالإحداثيات (x,y).

1.3 منظومة الاحداثيات COOI ATE SYSTEMS

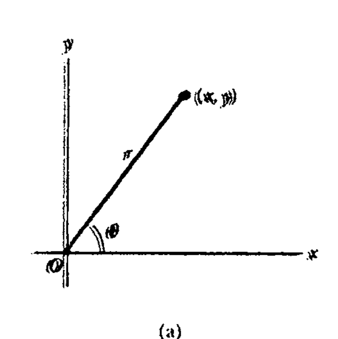
بعض الموضوعات الفيزيائية تتناول بشكل أو بآخر الوضع في الفراغ. وعلى سبيل المثال في فصل 2 رأينا أن الوصف الرياضي لحركة جسم يتطلب طريقة لتحديد موضع الجسم عند أزمنة عديدة. هذا الوصف يتم بإستخدام الاحداثيات، وفي فصل 2 استخدمنا نظام الاحداثيات الكرتيزية، والذي يتقاطع فيه المحور الأفقي والمحور الرأسي في نقطة تأخذ على أنها نقطة الأصل (Fig 1.3). ويطلق على هذه المنظومة أيضاً بالإحداثيات المستطيلة.

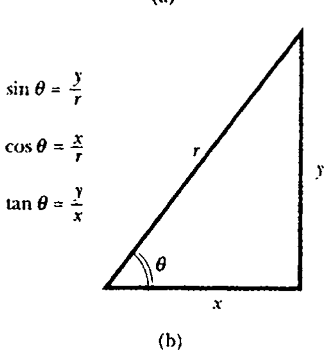


2.2 من المناسب أحياناً تمثيل نقطة في مستوى بواسطة الإحداثيات القطبية المستوية (r, θ)، كما هو موضح في الشكل 2.3a وفي نظام الاحداثيات القطبية تمثل r المسافة من نقطة الأصل إلى النقطة التي لها الاحداثيات الكرتيزية (x, y)، و θ هي الزاوية بين r والمحور الثابت. وعادة ما يكون المحور الثابت هو المحور x الموجب، وتقاس عادة الزاوية θ منه ضد عقارب الساعة. ومن المثلث القائم الزاوية في الشكل 3.2b نجد أن $\sin\theta = y/r$ و $\cos\theta = x/r$. ولذلك إذا بدأنا بمستوى الإحداثيات القطبية لأي نقطة، يمكننا الحصول على الاحداثيات الكرتيزية، بإستخدام المعادلتين:

$$x = r\cos\theta \qquad (1.3)$$

$$y = r\sin\theta \qquad (2.3)$$





الشكل 2.3 تمثيل الإحداثيات القطبية المستوية لنقطة بالمسافة r والزاوية θ، حيث θ تقاس ضد عقارب الساعة من الاتجاه الموجب للإحداثي x (b) مثلث قائم الزاوية يستخدم لربط (x, y) بـ (r, θ).

وعلاوة على ذلك، من حساب المثلثات نجد أن:

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \qquad (3.3)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad (4.3)$$

تطبق فقط هذه العلاقات الأربعة التي تربط الإحداثيات (x, y) بالإحداثيات (r, θ) عندما تُعرف θ كما هو موضح في الشكل 2.3a. وبطريقة أخرى، عندما تكون θ الموجبة هي زاوية مقاسة عكس عقارب الساعة من الاحداثي x الموجب. (بعض الآلات الحاسبة تقوم بالتحويل بين الاحداثيات الكرتيزية والقطبية معتمدة على هذه المصطلحات الأساسية). إذا تم اختيار محور الإسناد للزاوية القطبية θ ليكون خلاف المحور الموجب x أو إذا كان معنى زيادة θ يتم اختياره بطريقة مختلفة، في هذه الحالة سوف تختلف العلاقات التي تربط مجموعتي الإحداثيات.



هل تستخدم نحلة العسل التي تم ذكرها في بداية هذا الفصل الاحداثيات الكرتيزية أم القطبية لكى تحدد موقع الزهرة؟ لماذا؟ ما الذي تستخدمه النحلة كنقطة أصل للإحداثيات؟

مثال 1.3: الإحداثيات القطبية

الإحداثيات الكرتيزية لنقطة في المستوى xy هي:

$(x, y) = (-3.5, -2.5)$ m كما هو مبين في الشكل 3.3. اوجد الاحداثيات القطبية لهذه النقطة.

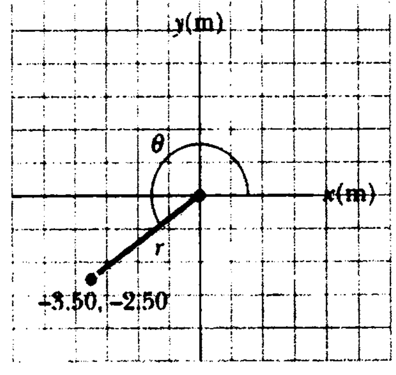
الحل:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3.50 \text{ m})^2 + (-2.50 \text{ m})^2} = 4.30 \text{ m}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-2.50 \text{ m}}{-3.50 \text{ m}} = 0.714$$

$$\theta = 216^\circ$$

لاحظ أنه يجب أن تستخدم إشارات x، y لتجد أن هذه النقطة تقع في الربع الثالث في نظام الاحداثيات بمعنى أن $\theta = 216^\circ$ وليست 35.5°.



الشكل 3.3 إيجاد الإحداثيات القطبية عندما تعطى الإحداثيات الكرتيزية.

2.3 الكميات المتجهة والقياسية VECTOR AND SCALAR QUANTITIES

كما أشرنا في الفصل 2 فإن بعض الكميات الفيزيائية هي كميات قياسية بينما تكون هناك كميات أخرى متجهة. عندما تريد معرفة درجة الحرارة بالخارج لكي تعرف ما هو الرداء المناسب، تكون المعلومة الوحيدة التي نحتاجها هي مقدار ووحدة درجة الحرارة "degrees C" أو "degrees F" . ولذلك تكون درجة الحرارة مثال للكمية القياسية، التي تُعرَّف على أنها تلك الكمية والتي تُوصف تماماً بواسطة قيمة عددية ووحدات مناسبة بمعنى:

تعرف الكمية القياسية بقيمة واحدة مع وحدة مناسبة وليس لها اتجاه.

ومن الأمثلة الأخرى للكميات القياسية هي الحجم، الكتلة، والزمن. ونستخدم قواعد الحساب العادي للتعامل مع الكميات القياسية.

إذا كنت مستعد للإقلاع بطائرة صغيرة ومحتاج لمعرفة سرعة الرياح، يجب معرفة كل من السرعة للرياح واتجاهها.

وحيث إن الاتجاه جزء من المعلومات المعطاه، تكون السرعة كمية متجهة، والتي تُعرف على أنها كمية فيزيائية بمعنى إنها تُعرف تماماً بمقدار ووحده مناسبة بالإضافة إلى الاتجاه. أي أن:

الكمية المتجهة لها مقدار واتجاه.

الإزاحة هي مثال آخر للكمية المتجهة. افرض أن جسيم يتحرك من نقطة ما Ⓐ إلى نقطة ما Ⓑ على طول مسار مستقيم كما هو موضح بالشكل 4.3، وتمثل هذه الإزاحة برسم سهم من Ⓐ إلى Ⓑ، ورأس السهم يشير إنه خارج من نقطة البداية. اتجاه رأس السهم تمثل اتجاه الإزاحة ويمثل طول السهم مقدار الإزاحة. وإذا ما تحرك الجسيم عبر مسار آخر ما من Ⓐ إلى Ⓑ، مثل الخط المتقطع في الشكل 4.3، مازالت إزاحته هي السهم المرسوم من Ⓐ إلى Ⓑ.

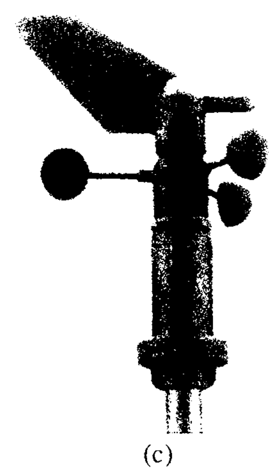


الشكل 4.3 عندما يتحرك جسيم من Ⓐ إلى Ⓑ على مسار اختياري يمثل بالخط المتقطع، تكون إزاحته هي كمية متجهة تُوضح بواسطة السهم المرسوم من Ⓐ إلى Ⓑ.


(a)



(b)


(c)

(a) عدد من حبات التفاح في السلة. هو أحد أمثلة الكمية القياسية. هل يمكنك التفكير في أمثلة أخرى؟ (b) السيدة جينفر تشير إلى جهة اليمين. الكمية المتجهة هي الكمية التي يجب وصفها بكل من المقدار و الاتجاه (Photo by Ray Serway) (c) مقياس الرياح يقيس شدة الرياح وسرعتها يستخدمه علماء الأرصاد للتنبؤ بحالة الطقس. لف الأكواب يبين السرعة الإتجاهية للرياح. ويشير المؤشر إلى اتجاه الرياح.

(Courtesy of Peet Bros. Company, 1308 Doris Avenue, Ocean, NJ 07712)

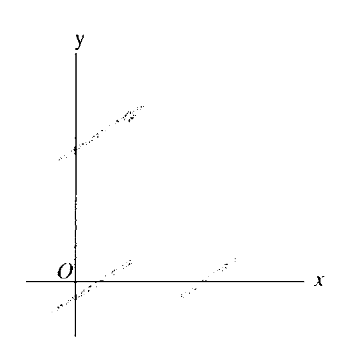
تستخدم في هذا الكتاب حروف سوداء ثقيلة مثل **A** لتمثيل الكميات المتجهة. وهناك طريقة أخرى نرمز بها للمتجه وهي إستخدام سهم فوق الحرف، مثل $\vec{A}$ ويُكتب مقدار هذا المتجه **A** إما A أو |**A**|. مقدار المتجه له وحدات فيزيائية، مثل الأمتار بالنسبة للإزاحة أو متر لكل ثانية بالنسبة للسرعة.

3.3 بعض خواص المتجهات SOME PROPERTIES OF VECTORS

مساواة متجهان Equality of Two Vectors

لكثير من الأغراض يمكن تعريف المتجهان **A**، **B** بأنهما متساويان إذا كان لهَمَا نفس المقدار ويشيران إلى نفس الاتجاه بمعنى أن **A**= **B** فقط إذا كان $A = B$ و إذا كان **A** و **B** يشيران إلى نفس الاتجاه عبر خطان متوازيان.

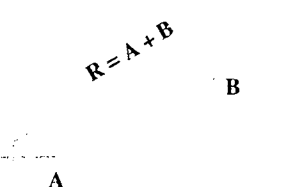
وعلى سبيل المثال تكون جميع المتجهات في الشكل 5.3 متساوية على الرغم من أنها لها نقاط بداية مختلفة. هذه الخاصية تسمح لنا أن نحرك متجه إلى موضع موازي لنفسه في الرسم بدون التأثير على المتجه.



الشكل 5.3 هذه المتجهات الأربع متساوية لأن لهم جميعاً أطوال متساوية ولهم نفس الاتجاه.

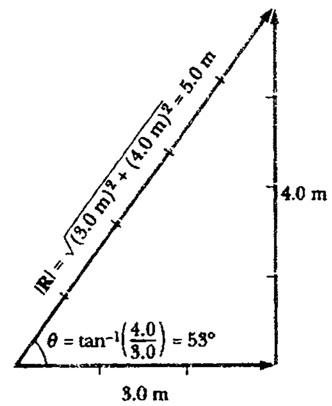
جمع المتجهات Adding Vectors

2.3 قواعد جمع المتجهات يمكن وصفها بسهولة بإستخدام الطرق الهندسية ولإضافة المتجه **B** إلى المتجه **A**، ارسم أولاً المتجه **A**، بتمثيل قيمته بمقياس رسم مناسب على ورقة رسم بياني ثم ارسم المتجه **B** بنفس مقياس الرسم بحيث يبدأ ذيله من رأس A كما هو موضح بالشكل 6.3. R متجه المحصلة **R resultant Vector** هو متجه مرسوم من ذيل **A** إلى رأس **B** هذه الطريقة تُعرف بطريقة المثلث للجمع.



الشكل 6.3 عند جمع المتجه **B** إلى المتجه **A** تكون المحصلة **R** متجه يبدأ من ذيل **A** إلى رأس **B**.

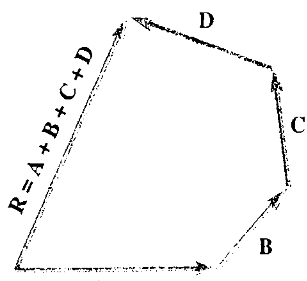
وعلى سبيل المثال إذا تحركت 3.0 m تجاه الشرق ثم 4 m تجاه الشمال كما هو موضح بالشكل 7.3، سوف تجد نفسك 5.0 m من نقطة بدايتك، مقاسة عند زاوية 53° شمال شرق. وتكون إزاحتك الكلية هي الجمع الاتجاهي للإزاحتين.



الشكل 7.3 جمع المتجهات. يسير أولاً 3.0 m تجاه اشرق ثم 4.0 m تجاه الشمال تجد نفسك على بعد |R| =5.0 من نقطة بدايتك.

يمكن أيضاً إستخدام البناء الهندسي لجمع أكثر من متجهين. وهذا موضح في الشكل 8.3 في حالة أربع متجهات. المتجه المحصلة **R= A+ B+ C+ D** هو المتجه الذي يكمل متعدد الأضلاع. وبطريقة أخرى **R** هو متجه مرسوم من ذيل أول متجه إلى رأس أخر متجه.

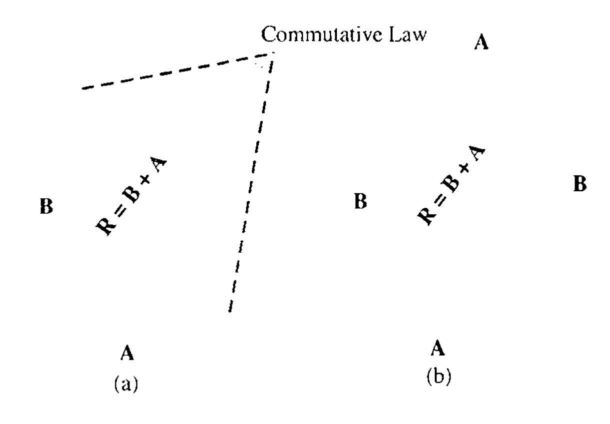
هناك طريقة أخرى لجمع متجهين والمعروفة بقاعدة متوازي الأضلاع للجمع، موضحة في الشكل 9.3a. في هذا الرسم يكون ذيلي المتجهين **A** و **B** متصلان مع بعضهما. ويكون المتجه المحصلة الناتج **R** هو قطر متوازي الأضلاع المتكون من المتجهين **A** و **B** كائنين من أضلاعه الأربعة.



الشكل 8.3 رسم هندسي لجمع أربع متجهات. ويكون المتجه المحصلة **R** بالتعريف ذلك الذي يكمل متعدد الأضلاع.

عند جمع متجهان لايعتمد الجمع على ترتيب الإضافة: (هذه الحقيقة ربما تبدو تافهة، ولكن كما سوف [illegible] في الفصل 11 أن الترتيب هام عند ضرب المتجهات). ويمكن رؤية ذلك من الرسم الهندسي في الشكل 9.3b ويعرف بقانون التبادل للجمع:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A} \qquad (5.3)$$



الشكل 9.3 (a) في هذا الرسم المتجه المحصلة **R** هو قطر متوازي الأضلاع الذي له الضلعين **A** و **B**. (b) هذا الرسم يبين أن **A+ B= B+ A** وبطريقة أخرى يكون جمع المتجهات تبادلي.

Associative Law

A + (B + C)　C　B + C　B　A

(A + B) + C　C　A + B　B　A

الشكل 10.3 التخطيط الهندسي لتحقيق قانون ترتيب الحدود

عند جمع ثلاث متجهات أو أكثر، لايعتمد مجموعهم على الطريقة التي يجمع بها المتجهات المفردة. يعطي الشكل 10.3 البرهان الهندسي لهذه القاعدة في حالة ثلاث متجهات. وهذا يسمى بقانون "قانون التوزيع".

قانون ترتيب الحدود **(6.3)** $$\mathbf{A}+ (\mathbf{B}+ \mathbf{C})= (\mathbf{A}+ \mathbf{B})+ \mathbf{C}$$

وتلخيصا لما سبق، الكمية المتجه هي كمية لها مقدار واتجاه كما انها تخضع لقوانين جمع المتجهات كما هو موضح في الأشكال من 6.3 إلى 10.3 . وعند إضافة متجهين أو أكثر، يجب أن يكون لكل منهم نفس الوحدات (على سبيل المثال ليس هناك معنى لإضافة متجه السرعة (60 Km/h جهة الشرق على سبيل المثال) إلى متجه الإزاحة (200 Km جهة الشمال على سبيل المثال) لأن كل منهما يمثل كمية فيزيائية مختلفة. وتطبق أيضاً نفس القاعدة على الكميات القياسية. وعلى سبيل المثال، ليس هناك معنى لإضافة فترة زمنية إلى درجة حرارة.

سالب المتجه Negative of a Vector:

يعرف سالب المتّجه **A** إنه المتجه الذي عندما يضاف إلى المتجه **A** يعطي صفراً عند الجمع الإتجاهي. بمعنى $\mathbf{A}+ (-\mathbf{A})= 0$. المتجهان **A** و **A-** لهما نفس المقدار ولكن يشيران إلى اتجاهين مختلفين.

طرح المتجهات Subtracting Vectors

تستخدم عملية طرح المتجهات لتعريف سالب المتجه. وتعرف العملية **A- B** على إنها إضافة المتجه **B-** إلى المتجه **A**.

$$\mathbf{A}- \mathbf{B}= \mathbf{A}+ (-\mathbf{B}) \qquad (7.3)$$

الشكل 11.3 (a) يوضح هذا الرسم كيف تطرح متجه **B** من متجه (**A**). المتجه (**-B**) يساوي في المقدار المتجه **B** ونشير إلى الاتجاه المعاكس ولكي تطرح **B** من **A** نطبق قاعدة جمع المتجهات لدمج **A** و (**-B**): ارسم **A** على محور مناسب، ثم ضع ذيل (**-B**) على رأس **A**، و **C** هو الفرق **C= A- B** هو المتجه الذي يجب إضافته إلى **B** لنحصل على **A**.

الرسم الهندسي لطرح متجهين بهذه الطريقة موضح في الشكل 11.3a.

وهناك طريقة أخرى للنظر إلى طرح المتجه وهي أن نلاحظ أن الفرق **A- B** بين المتجهين **A** و **B** هو الذي يجب إضافته إلى المتجه الثاني للحصول على المتجه الأول. وفي هذه الحالة يتجه المتجه **A- B** من رأس الثاني إلى رأس الأول. كما هو موضح في الشكل 11.3b.

مثال 2.3: رحلة في أجازة

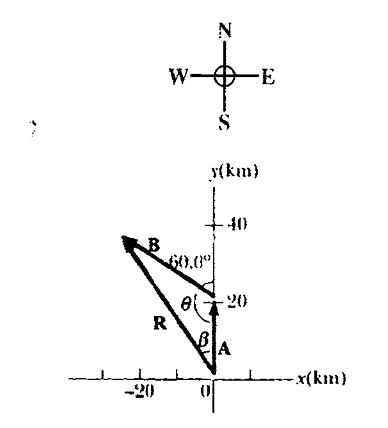
تقطع سيارة مسافة 20.0 Km تجاه الشمال ثم بعد ذلك 35.0 Km في اتجاه °60 ناحية الشمال الغربي، كما هو موضح في الشكل 12.3 . أوجد مقدار واتجاه محصلة إزاحة السيارة.

الحل: في هذا المثال، سنوضح طريقتين لإيجاد محصلة المتجهين يمكننا حل المسألة هندسياً بإستخدام ورقة رسم ومنقلة كما هو موضح في الشكل 12.3 (في الحقيقة حتى لو علمت كيف تحل المسألة بالحسابات فإن لزاماً عليك أن ترسم المتجهات لكي نتأكد من نتائجك). وتكون الإزاحة **R** هي المحصلة عند جمع كل من الإزاحتين **A** و **B**.

ولحل المسألة جبرياً، نلاحظ أن مقدار **R** يمكن الحصول عليه من قانون جيب التمام عند تطبيقه على مثلث وباستخدام $\theta = 180° - 60° = 120°$ و $R^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$ نجد أن:

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}$$
$$= \sqrt{(20.0\text{ km})^2 + (35.0\text{ km})^2 - 2(20.0\text{ km})(35.0\text{ km})\cos 120°}$$
$$= 48.2\text{ km}$$

يمكن الحصول على اتجاه **R** المقاسة من اتجاه الشمال من قانون الجيب sines :



الشكل 12.3 الطريقة البيانية لايجاد الإزاحة المحصلة الناتجة **R = A + B**.

$$\frac{\sin\beta}{B} = \frac{\sin\theta}{R}$$

$$\sin\beta = \frac{B}{R}\sin\theta = \frac{35.0 \text{ km}}{48.2 \text{ km}}\sin 120^\circ = 0.629$$

$$\beta = 38.9^\circ$$

وتكون محصلة إزاحة السيارة هي 48.2 Km في اتجاه يصنع زاوية 38.9° في الشمال الغربي. وهذه النتيجة تتطابق مع التي حصلنا عليها بيانياً.

ضرب متجه بكمية قياسية Multiplying a Vector by Scalar

إذا ضرب المتجه **A** في كمية قياسية موجبة m يكون حاصل الضرب m**A** متجه له نفس اتجاه **A** وقيمته m**A**، وإذا ضرب متجه **A** في كمية قياسية سالبة $-m$، يكون حاصل الضرب $-m$**A** له اتجاه عكس اتجاه **A**. وعلى سبيل المثال 5**A** له طول خمس أضعاف **A** ونفس اتجاه **A**؛ المتجه $-\frac{1}{3}$ **A** له مقدار يساوي ثلث قيمة **A** واتجاه عكس اتجاه **A**.

تساؤل سريع 2.3:

إذا أضيف المتجه **B** إلى المتجه **A**، تحت أي شرط يكون متجه المحصلة **A+ B** قيمته تساوي **A+ B** ؟ وتحت أي شرط يكون المتجه الناتج يساوي صفراً؟

4.3 مركبات المتجه ووحدة المتجهات

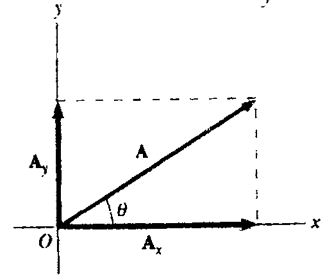
COMPONENTS OF A VECTORS AND UNIT VECTORS

2.4

لا تفضل الطريقة الهندسية في جمع المتجهات عندما يكون مطلوب دقة عالية أو في المسائل ثلاثية الأبعاد. وسوف نوضح في هذا القسم طريقة جمع المتجهات بإستخدام مساقط المتجهات على محاور الإحداثيات. وتسمى هذه المساقط بمركبات المتجه. ويمكن وصف أي متجه تماماً بواسطة مركباته.

افترض متجه **A** يقع في المستوى xy ويعمل زاوية إختيارية θ مع محور x الموجب، كما هو موضح بالشكل 13.3. يمكن التعبير عن هذا المتجه كمجموع متجهين $\mathbf{A}_x$, $\mathbf{A}_y$. ونرى من الشكل 13.3 أن الثلاث متجهات تُكون مثلث قائم الزاوية وأن $\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y$ (إذا لم تستطيع التأكد من لماذا يتحقق هذا

التساوي، ارجع إلى الشكل 9.3 وراجع قاعدة متوازي الأضلاع). وسوف نشير دائماً إلى "مركبات المتجه **A**" تكتب A_x و A_y (بدون حروف سوداء). المركبة A_x تمثل مسقط **A** على المحور x والمركبة A_y تمثل مسقط **A** على المحور y. يمكن أن تكون هذه المركبات موجبة أو سالبة. وتكون المركبة A_x موجبة إذا اتجه $\mathbf{A}_x$ في اتجاه x الموجب وسالبة إذا اتجه $\mathbf{A}_x$ في اتجاه x السالب وهذا صحيح أيضاً بالنسبة للمركبة A_y.



الشكل 13.3 يمكن أن يُمثل أي متجه يقع في المستوى xy بواسطة متجه $\mathbf{A}_x$ يقع على المحور السيني x وبالمتجه $\mathbf{A}_y$ يقع على المحور y حيث $\mathbf{A}= \mathbf{A}_x+ \mathbf{A}_y$.

من الشكل 13.3 وتعريف الجيب وجيب التمام ترى أن:

$$\cos\theta = \frac{A_x}{A} \quad ، \quad \sin\theta = \frac{A_y}{A}$$

، ومن ثم تكون مركبتا **A**

مركبات المتجه **A**

$$A_x= A\cos\theta \qquad \textbf{(8.3)}$$

$$A_y= A\sin\theta \qquad \textbf{(9.3)}$$

تكون هذه المركبات جانبين من مثلث قائم الزاوية طول وتره A. ولذلك يتبع ذلك أن مقدار اتجاه **A** يرتبط بمركباته من خلال العلاقتين:

قيمة **A**

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \qquad \textbf{(10.3)}$$

اتجاه **A**

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right) \qquad \textbf{(11.3)}$$

لاحظ أن إشارة المركبتين $\mathbf{A}_x$و $\mathbf{A}_y$ تعتمد على الزاوية θ. فعلى سبيل المثال إذا كانت $\theta = 120°$، تكون A_x سالبة، A_y موجبة. وإذا كانت $\theta = 225°$، تكون كل من A_xو A_y سالبتين. ويلخص الشكل 14.3 إشارات المركبات عندما تقع **A** في الأرباع المختلفة.

عند حل المسائل، تستطيع وصف المتجه **A** إما بمركباته A_x و A_y أو بمقداره وإتجاهه A و θ.

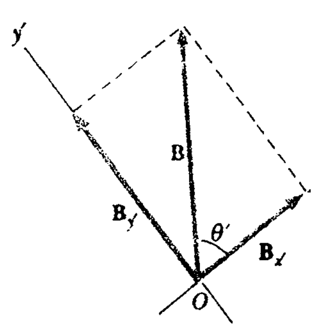
A_x negative, A_y positive	A_x positive, A_y positive
A_x negative, A_y negative	A_x positive, A_y negative

الشكل 14.3 تعتمد إشارات المركبات للمتجه **A** على الربع الذي يقع فيه المتجه.

تساؤل سريع 3.3:

هل يمكن أن تكون مركبة متجه أكبر من مقدار المتجه؟

افرض إنك تحل مسألة فيزيائية مطلوب فيها تحليل المتجه إلى مركباته. في كثير من التطبيقات يكون من المناسب أن نعبر عن المركبات في منظومة إحداثيات لها محاور ليست بالضرورة أن تكون أفقية ورأسية ولكنهما عموديان على بعضهما البعض. إذا اخترت محاور اسناد أو زاوية غير المحاور والزاوية المبينة في الشكل 13.3، فإنه يجب تعديل المركبات تبعاً لذلك. افرض متجه **B** يعمل زاوية θ' مع المحور 'x المعرف في الشكل 15.3. مركبتا **B** على المحورين 'x و 'y هي $B_x' = B \cos \theta'$ و $B_y' = B \sin \theta'$ كما تعبر عنها المعادلتان 8.3 و 9.3. وتحصل على مقدار واتجاه **B** من تعبير مكافئ للمعادلتين 10.3 و 11.3. ولذلك يمكننا التعبير عن مركبتي المتجه في نظام احداثي مناسب لحالة خاصة.



الشكل 15.3 مركبات المتجه **B** في نظام إحداثي مائل.

وحدة المتجهات Unit Vecors

غالباً يُعبر عن الكميات المتجهة بدلالة وحدة المتجهات ووحدة المتجه ليس لها وحدات ولها مقدار 1 بالضبط. وتستخدم وحدة المتجهات في وصف اتجاه معين وليس لها أي مغزى فيزيائي أخر.

وتستخدم فحسب كمجرد وصف مناسب للاتجاه في الفراغ. وسوف نستخدم الرموز **i**، **j**، **k** لتمثيل وحدة المتجهات مشيرة إلى الاتجاه الموجب لـ x، y، z على الترتيب.

تشكل وحدة المتجهات مجموعة من متجهات عمودية بالتبادل في المنظومة الاحداثية لليد اليمنى، كما هو موضح بالشكل 16.3a. مقدار كل متجه وحدة يساوي 1، بمعنى $|\mathbf{i}| = |\mathbf{j}| = |\mathbf{k}| = 1$.

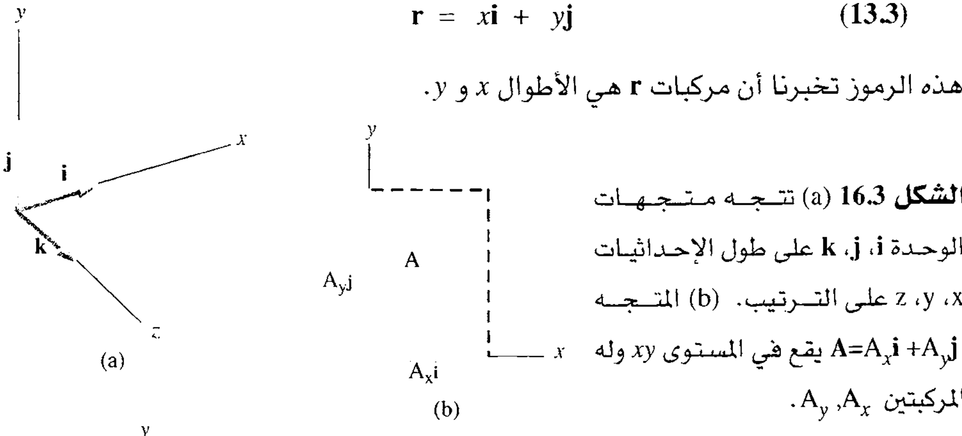
اعتبر المتجه **A** يقعَ في المستوى *xy*، كما هو موضح بالشكل 16.3a ويكون حاصل ضرب المركبة A_x في وحدة المتجه **i** هو المتجه $A_x\mathbf{i}$ والذي يقع على الاحداثي *x* وله مقدار $|A_x|$. (ويكون المتجه $A_x\mathbf{i}$ تمثيل آخر متناوب للمتجه A_x). وبالمثل يكون $A_y\mathbf{j}$ هو متجه له المقدار $|A_y|$ ويقع على المحور *y*. (ومرة أخرى يكون المتجه $A_y\mathbf{j}$ تمثيل آخر للمتجه A_y) ولذلك يكون رمز المتجه **A** بدلالة وحدة المتجه هو:

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} \qquad (12.3)$$

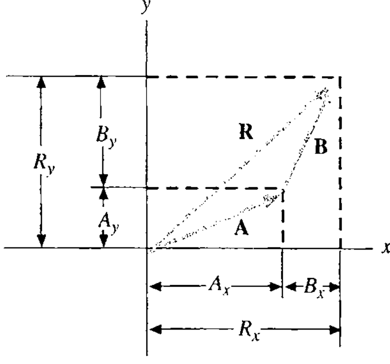
وعلى سبيل المثال اعتبر نقطة تقع في المستوى *xy* ولها احداثيات كرتيزية (x,y) كما في الشكل 17.3. ويمكن أن توصف بمتجه الموضع **r** والذي يُعطى على شكل وحدة المتجه بالصورة:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} \qquad (13.3)$$

هذه الرموز تخبرنا أن مركبات **r** هي الأطوال x و y.



الشكل 16.3 (a) تتجه متجهات الوحدة **i**، **j**، **k** على طول الإحداثيات x، y، z على الترتيب. (b) المتجه $\mathbf{A}=A_x\mathbf{i}+A_y\mathbf{j}$ يقع في المستوى xy وله المركبتين A_x، A_y.



الشكل 18.3 هذا الشكل الهندسي لمجموع متجهين يبين العلاقة بين مركبات المحصلة **R** ومركبات المتجهات المفردة.

الشكل 17.3 النقط ذات الاحداثيات الكرتيزية(x,y) يمكن أن تمثل بمتجه الموضع $\mathbf{r}=x\mathbf{i}+y\mathbf{j}$.

والآن دعنا نرى كيف نستخدم المركبات في جمع المتجهات عندما لا تكون الطريقة الهندسية دقيقة بدرجة كافية. أفرض أننا نريد جمع المتجه **B** والمتجه **A**،حيث المتجه **B** له مركبات B_x، B_y. كل الذي نفعله هو جمع المركبات في اتجاه x واتجاه y كل بمفرده. الذي يكون المتجه المحصلة **R=A+B** هو

$$\mathbf{R} = (A_x\mathbf{j} + A_y\mathbf{j}) + (B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j})$$

or

$$\mathbf{R} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} \qquad (14.3)$$

وحيث أن $\mathbf{R} = R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j}$، نرى أن مركبات المتجه الناتج هي:

$$R_x = A_x + B_x$$
$$R_y = A_y + B_y \qquad (15.3)$$

ونحصل على المقدار لـ **R** والزاوية مع المحور x من مركباته باستخدام العلاقتين

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2} \qquad (16.3)$$

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x} \qquad (17.3)$$

ويمكننا التأكد من هذا الجمع بواسطة المركبات في الرسم الهندسي كما هو مبين في الشكل 18.3 وتذكر أنك يجب أن تلاحظ إشارات المركبات عند استخدام أي من الطريقتين الجبرية أو الهندسية.

وفي نفس الوقت يجب أن تفرض الحالة التي تحتوي على حركة في ثلاث اتجاهات. ويكون إمتداد طريقتنا إلى متجه الثلاث أبعاد بطريقة مباشرة إذا كان كلاً من **A**، **B** لهما مركبات x، y، z ، يمكن التعبير عنهما في الصورة

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k} \qquad (18.3)$$

$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_y\mathbf{k} \qquad (19.3)$$

ويكون الجمع **B,A**

$$\mathbf{R} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z)\mathbf{k} \qquad (20.3)$$

لاحظ أن المعادلة 20.3 تختلف عن المعادلة 14.3، في المعادلة 20.3. تحتوي المتجه المحصلة له مركبات في اتجاه Z $R_z = A_z + B_z$

تجربة سريعة

اكتب تعبيراً يصف إزاحة حشرة تتحرك من أحد أركان أرضية الحجرة التي تتواجد فيها إلى الركن المقابل بالقرب من السقف

تساؤل سريع 4.3

إذا كان أحد مركبات متجه ليس صفراً، هل يمكن أن يكون مقدار المتجه يساوي صفراً ؟ إشرح

تساؤل سريع 5.3

إذا كان **A+B=0** ما الذي يمكنك أن تقوله عن مركبات المتجهين ؟

مسائل - توجهات عند حل المسائل

جمع المتجهات

إذا كنت في حاجة إلى جمع متجهين أو أكثر استخدم طريقة خطوة- خطوة التالية:-

- اختيار نظام الإحداثيات المناسب (حاول أن تقلل عدد المركبات التي تحتاج تعيينها باختيار محاور تقع على اكبر عدد من المتجهات كلما أمكن)
- ارسم رسم تخطيطي للمتجهات المعطاه في المسألة.
- اوجد المركبات y, x لجميع المتجهات ومركبات المحصلة (الجمع الجبري للمركبات) في إتجاهي y ،x.
- إذا كان ضرورياً ، استخدام نظرية فيثاغورث لايجاد مقدار متجه المحصلة وإختار الدالة المثلثية المناسبة لحساب الزاوية التي يعملها متجه المحصلة مع المحور x.

مثال 3.3 جمع متجهين

اوجد مجموع المتجهين **B**,**A** اللذين يقعان في المستوى xy. ويعطيان بـ:

$$\mathbf{A} = (2.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j})\ \text{m} \quad \text{and} \quad \mathbf{B} = (2.0\mathbf{i} + 4.0\mathbf{j})\ \text{m}$$

الحل : بمقارنة هذا التعبير لـ **A** مع التعبير العام $\mathbf{A}=A_x\mathbf{i}+A_y\mathbf{j}$ نرى أن $A_x = 2.0$ m و $A_y = 2.0$m . وبالمثل ، $B_x = 3.0$m و $B_y = -4.0$m . ونحصل على المتجه **R** بإستخدام المعادلة 14.3

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (2.0+2.0)\mathbf{i}\ \text{m} + (2.0 - 4.0)\mathbf{j}\ \text{m}$$

$$= (4.0\mathbf{i} - 2.0\mathbf{j})\text{m}$$

أو

$$R_x = 4.0\ \text{m} \quad R_y = -2.0\ \text{m}$$

ويعطى مقدار R من المعادلة 16.3:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(4.0\ \text{m})^2 + (-2.0\ \text{m})^2} = \sqrt{20}\ \text{m}$$

$$= 4.5\ \text{m}$$

ويمكن أن نجد اتجاه **R** من المعادلة 17.3 :

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-2.0\ \text{m}}{4.0\ \text{m}} = -0.50$$

والآلة الحاسبة تعطي الإجابة $-27°$ لـ $\theta = \tan^{-1}(-0.5)$

هذه الإجابة تكون صحيحة إ ذا فسرتها للمعنى $27°$ مع اتجاه عقارب الساعة من المحور x. والصورة القياسية هي أن تعطى قياس الزوايا عكس اتجاه عقارب الساعة من المحور x + ، ولذلك تكون الزاوية لهذا المتجه $\theta = 333°$

مثال 4.3 محصلة الإزاحة

جسيم تحت تأثير ثلاث إزاحات متتالية:

$$\mathbf{d}_1 = (15\mathbf{i} + 30\mathbf{j} + 12\mathbf{K})\ \text{cm}$$

$$\mathbf{d}_2 = (23\mathbf{i} + 14\mathbf{j} + 5.0\mathbf{K})\ \text{cm}$$

$$\mathbf{d}_3 = (-13\mathbf{i} + 15\mathbf{j})\ \text{cm}$$

أوجد مركبات محصلة الإزاحة ومقدارها.

الحل: بدلاً من النظر إلى رسم على صفحة مستوية، تخيل المسألة كما يلي: إبدأ برأس إصبعك أمام الركن الأيسر لقمة طاولتك الأفقية. حرك رأس إصبعك 15 cm إلى اليمين، ثم 30 cm تجاه الجانب البعيد للطاولة، ثم 12 cm عمودياً إلى اليسار و(اخيراً ؛ 15 cm تجاه ظهر الطاولة. الحسابات الرياضية تحفظ مسار هذه الحركة على ثلاث محاور عمودية:

$$\begin{aligned}\mathbf{R} &= \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 + \mathbf{d}_3 \\ &= (15 + 23 - 13)\mathbf{i}\ \text{cm} + (30 - 14 + 15)\mathbf{j}\ \text{cm} \\ &\quad + (12 - 5.0 + 0)\mathbf{K}\ \text{cm} \\ &= (25\mathbf{i} + 31\mathbf{j} + 7.0\mathbf{K})\ \text{cm}\end{aligned}$$

الإزاحة الناتجة لها مركبات R_x=25cm ,R_y=31cm ,R_z=7.0cm

ومقدارها يساوي

$$\begin{aligned}R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} \\ &= \sqrt{(25\ \text{cm})^2 + (31\ \text{cm})^2 + (7.0\ \text{cm})^2} = 40\ \text{cm}\end{aligned}$$

مثال 5.3 عمل نزهة

بدأت رحالة رحلتها بالمشي 25.0km جهة الجنوب الشرقي من سيارتها.

ثم وقفت وذهبت إلى خيمتها للمبيت. وفي اليوم التالي مشت 40.0 km في اتجاه يصنع زاوية

60.0° شمال شرق عند نقطة اكتشفت فيها برج (Tower) حارس الغابة (a) عين مركبات إزاحة المتنزهة في كل يوم.

الحل : إذا رمزنا إلى متجه الإزاحة في اليوم الأول والثاني بـ **A** و**B** على الترتيب، ونستخدم السيارة كنقطة أصل للإحداثيات، سوف نحصل على المتجهات المبينة في الشكل 19.3 . الإزاحة **A** لها مقدار 25.0 km واتجاه 45.0° أسفل الموجب للإحداثي x. ومن المعادلة 8.3 تكون مركباته

$$A_x = A\cos(-45.0^\circ) = (25.0\text{km})(0.707) = 17.7\text{ km}$$

$$A_y = A\sin(-45.0^\circ) = -(25.0\text{km})(0.707) = -17.7\text{ km}$$

وتشير الإشارة السالبة لـ A_y أن الرحالة في اليوم الأول مشت في الإتجاه y السالب. إشارة A_x و A_y واضحة أيضاً من الشكل 19.3 . ومقدار الإزاحة الثانية **B** هو 40.0km وتصنع زاوية 60.0° ناحية الشمال الشرقي. ومركبتيهما

$$B_x = B\cos 60.0^\circ = (40.0\text{km})(0.500) = 20.0\text{ km}$$

$$B_y = B\sin 60.0^\circ = (40.0\text{km})(0.866) = 34.6\text{ km}$$

(b) عين مركبتي محصلة الإزاحة **R** للرحالة خلال رحلتها. أوجد تعبيراً لـ **R** بدلالة وحدة المتجهات

الحل : الإزاحة الناتجة للرحلة **R = A + B** لها مركبات تعطى بالمعادلة 15.3:

$$R_x = A_x + B_x = 17.7\text{km}+20.0\text{km} = 37.7\text{ km}$$

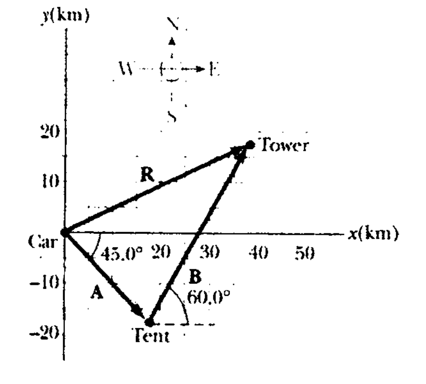
$$R_y = A_y + B_y = -17.7\text{km}+34.6\text{km} = 16.9\text{ km}$$

ونتمكن أن نكتب الإزاحة الكلية بدلالة وحدة المتجهات:

$$\mathbf{R} = (37.7\mathbf{i}+16.9\mathbf{j})\text{km}$$

تمرين: عين مقدار واتجاه الإزاحة الكلية.

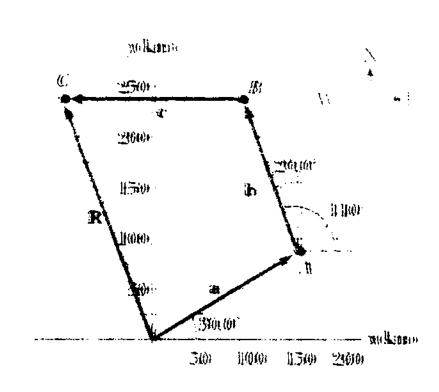
الإجابة : 24.1°, -41.3km الشمال الشرقي من السيارة.



الشكل 19.3 الإزاحة الكلية للرحالة هي المتجه R=A+B

مثال 6.3 دعنا نطير

تأخذ الطائرة المسار الموضح في الشكل 3.20. أولاً، تطير الطائرة من نقطة أصل نظام الإحداثيات بالمدينة A، والتي تبعد مسافة 175 km في اتجاه 30.0° الشمال الشرقي، وبعد ذلك تطير مسافة 153 km بزاوية 20.0° شمال غربي حتى تصل إلى المدينة B. وأخيراً تطير 125 km تجاه الغرب لتصل إلى المدينة C. أوجد موقع المدينة C بالنسبة لنقطة الأصل.



الشكل 20.3 تبدأ طائرة من نقطة الأصل، وتطير أولاً إلى المدينة A ثم إلى المدينة B. وأخيراً تطير إلى المدينة C.

الحل: من المناسب أن تختار الإحداثيات المبينة في الشكل 20.3 حيث الاحدثي x يشير إلى الشرق والإحداثي y يشير إلى الشمال.

دعنا نشير إلى المركبات الثلاث المتعاقبة بالمتجهات **a**، **b** و **c**.

الإزاحة a لها مقدار 175 km ومركبتيها

$a_x = a\cos(30.0°) = (175km)(0.866) = 152\ km$

$a_y = a\sin(30.0°) = (175km)(0.500) = 87.5\ km$

الإزاحة **b** التي مقدارها 153 km ومركبتيها

$b_x = b\cos(110°) = (153km)(-0.342) = 52.3\ km$

$b_y = b\sin(110°) = (153km)(0.940) = 144\ km$

وأخيراً الإزاحة **C** مقدارها 195 km ولها المركبتين

$C_x = C\cos(180°) = (195km)(-1) = -195\ km$

$C_y = C\sin(180°) = 0$

ولذلك مركبات متجه الموضع **R** من نقطة البداية الى المدينة C هما

$R_x = a_x + b_x + c_x = 152\ km - 52.3\ km - 195\ km$

$= -95.3km$

$R_y = a_y + b_y + c_y = 87.5km + 14.4km + 0$

$= 232\ km$

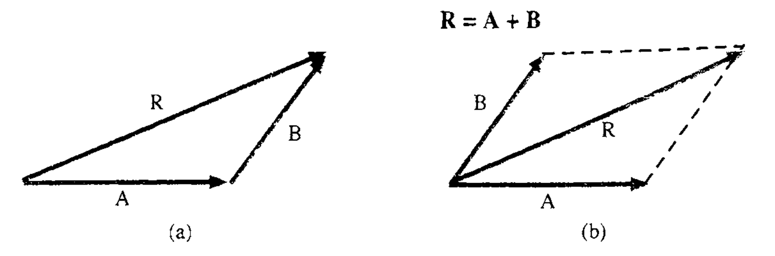
وبدلالة متجه الوحدة

$$\mathbf{R} = (-95.3\mathbf{i} + 232\mathbf{j})\ km$$

بمعنى أن الطائرة تستطيع الوصول إلى المدينة C من نقطة البداية بالطيران أولاً 95.3 km تجاه الغرب ثم الطيران 232km إلى الشمال.

تمرين: أوجد مقدار واتجاه **R**

الحل: 22.3° , 251 km شمال غرب.



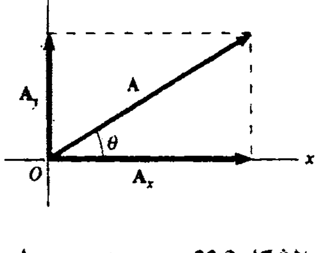
الشكل 21.3 (a) جمع المتجهات بطريقة المثلث. (b) جمع المتجهات بقاعدة متوازي الأضلاع.

ملخص SUMMARY

الكميات القياسية هي تلك التي لها مقدار فقط غير مصحوبة باتجاه. والكميات المتجهه تعرف بكل من المقدار والاتجاه وتخضع لقوانين جمع المتجهات. نستطيع جمع المتجهين **A** و **B** بيانياً بإستخدام إما طريقة المثلث أو قاعدة متوازي الأضلاع. في طريقة المثلث (شكل 21.3 a)، المتجه الناتج **R= A+ B** يجري من ذيل **A** إلى رأس **B** . وفي طريقة متوازي الأضلاع (الشكل 21.3 b) يكون **R** هو وتر متوازي الأضلاع الذي يكون فيه **A**، **B** اثنين من أضلاعه. وتستطيع أن تجمع أو تطرح المتجهات، بإستخدام هذه الطرق البيانية.

مركبة المتجه **A** في اتجاه x و A_x يساوي مسقط **A** على المحور x في النظام الاحداثي كما هو مبين في الشكل 22.3 حيث $A_x = A \cos \theta$. والمركبة في اتجاه الاحداثي y "A_y" للمتجه **A** هي مسقط **A** على الإحداثي y، حيث $A_y = A \sin \theta$. تأكد إنك تستطيع تعيين الدوال المثلثية التي يجب أن نستخدمها في جميع الاحوال، خاصة عندما تُعرف θ بشئ مخالف لزاوية عكس اتجاه عقارب الساعة من الاحداثي x الموجب.

إذا كان المتجه **A** له المركبة A_x في اتجاه x والمركبة A_y في اتجاه y يمكن التعبير عن المتجه بدلالة وحدة المتجهين في الصورة $\mathbf{A}= A_x\mathbf{i}+ A_y\mathbf{j}$ وفي هذه الصيغة تكون **i** هي وحدة المتجه في اتجاه الاحداثي x الموجب، **j** هو وحدة المتجه في إتجاه الاحداثي y الموجب. ولأن **i** و **j** يكونا وحدة المتجهين $|\mathbf{i}| = |\mathbf{j}| = 1$.



الشكل 22.3 جمع متجهين $\mathbf{A}_x$ و $\mathbf{A}_y$ يعطي متجه **A**. لاحظ أن $\mathbf{A}_x = A_x\mathbf{i}$ و $\mathbf{A}_y = A_y\mathbf{j}$ حيث إن A_x، A_y هما مركبتا المتجه **A**.

نستطيع إيجاد محصلة متجهين أو أكثر بتحليل كل المتجهات إلى مركباتها في اتجاه x وفي اتجاه y، وجميع محصلة المركبات x، y، وبعد ذلك نستخدم نظرية فيثاغورث لإيجاد مقدار المتجه الناتج. ونستطيع ايجاد الزاوية التي يصنعها المتجه الناتج بالنسبة للإحداثي السيني x بإستخدام دوال مثلثية مناسبة.

QUESTIONS أسئلة

1- متجهان مقدارهما غير متساوي. هل يمكن أن يكون جمعهما يساوي الصفر؟ فسر ذلك.

2- هل يمكن أن تكون قيمة إزاحة جسيم أكبر من المسافة المقطوعة؟ إشرح.

3- مقدار المتجهين **A** و **B** هو A= 5 units و B= 2 units. أوجد أكبر وأصغر مقدار ممكن للمتجه الناتج **R= A+ B**.

4 المتجه **A** يقع في المستوى xy. ما هي الاتجاهات المحتملة حتى تكون كلتا مركبتيه سالبة؟ وفي أي وضع تكون لمركبتيه إشارات مختلف؟

5- إذا كانت مركبة المتجه **A** في اتجاه المتجه **B** تساوي صفراً، ماذا نستنتج عن هذين المتجهين؟

6- هل يمكن أن يكون مقدار المتجه قيمة سالبة؟ فسر ذلك.

7- أي مما يلي يكون متجهاً وأي منهما يكون غير ذلك:

القوة، درجة الحرارة، الحجم، الإرتفاع، السرعة، العمر؟

8- تحت أي ظروف يجب للمتجهات غير الصفرية التي تقع في المستوى xy أن يكون لها دائماً وابداً مركبات متساوية في المقدار؟

9 هل من الممكن جمع كمية متجة مع كـ ـة قياسية؟ فسر ذلك.

PROBLEMS مسائل

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي

☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل

= فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

القسم 1.3 أنظمة إحداثيات:

WEB 1 الاحداثيات القطبية لنقطة هي $r =$ 5.5 m و 240 = θ ما هي الاحداثيات الكرتيزية لهذه النقطة؟

2- نقطتان في المستوى xy لهما احداثيات كرتيزية (2.0, -4.0) m و (-3.0, 3.0) m. عين (a) المسافة بين هاتين النقطتين و (b) احداثيتهما القطبية.

3- إذا كانت الاحداثيات الكرتيزية لنقطة هي (2, y) والاحداثيات القطبية لها هي (r, 30°) عين r, y.

4- نقطتان في مستوى لهما إحداثيات قطبية (2.5m, 30°) و (3.8m, 120°). عين (a) الاحداثيات الكرتيزية لهاتين النقطتين. (b) المسافة بينهما؟

5- إذا كانت الاحداثيات القطبية (x,y) هما

(r, θ) عين الاحداثيات القطبية للنقط (a) $(-x, y)$، (b) $(-2x, -2y)$ و(c) $(3x, -3y)$.

القسم 2.3 الكميات المتجهة والكميات القياسية

والقسم 3.3 بعض خواص المتجهات

6- تطير طائرة 200km تجاه الغرب من المدينةA إلى المدينة B ثم تطير 300km في اتجاه°30 الشمال الغربي من المدينةB إلى المدينة C (a) كم تبعد المدينة C من المدينة A (في خط مستقيم). (b) ما هو اتجاه المدينة C بالنسبة للمدينة A.

7- يتحرك رجل على قدميه مسافة 6.0km جهة الشرق ثم 13.0km جهة الشمال. بإستخدام الطريقة البيانية إوجد مقدار واتجاه متجه الإزاحة الناتج.

8- تطير طائرة من القاعدة إلى البحيرة A لمسافة 280km في اتجاه °20.0 الشمال الشرقي. وبعد إسقاط حمولتها تطير إلى البحيرة B والتي تبعد مسافة 190km وتصنع زاوية °30.0 الشمال الغربي من البحيرةA.

عين بيانياً المسافة والاتجاه من البحيرةB للقاعدة.

9- المتجه **A** له المقدار 8.0 وحدات ويصنع زاوية°45.0 مع الاحداثي x الموجب. والمتجه **B** أيضاً له مقدار 8.0 وحدات ومتجه على طول الإتجاه السالب للمحور x. بإستخدام الطريقة البيانية أوجد:

(a) المجموع الاتجاهي **A+B**. (b) الفرق الاتجاهي **A-B**.

10- كلب يبحث عن عظمة، يمشي مسافة3.5 m جنوبياً ثم 8.2 بزاوية °30.0 الشمال الشرقي ثم 15.0°m تجاه الغرب. بإستخدام الطريقة البيانية إوجد متجه الإزاحة الكلية للكلب.

القسم 4.3 مركبات المتجه ووحدة المتجه

11- يمشي شخص بزاوية°25.0 جهة الشمال لمسافة 3.10km.

كم يجب أن يمشي تجاه الشمال واتجاه الشرق ليصل إلى نفس الموضع.

12- متجه **B** له المركبات x , y , z مقدارها 3.0,6.0,4.0 وحدة على التوالي. إحسب مقدار **B** والزوايا التي يصنعها **B** مع محاور الإحداثيات.

13-يقع متجه إزاحة في المستوى xy مقداره 5.0m ويتجه بزاوية °120 من الاحداثيx الموجب. أوجد المركبتان y,x لهذا المتجه وعبر عن المتجه بدلالة الوحدة.

14- اوجد مقدار واتجاه محصلة ثلاث إزاحات مركباتها في y وx هي m(2.0 , 3.0)، m(-5.0 , 3.0) وm(6.0 , 1.0).

15 إذا كان المتجة **A=3i-2j** والمتجه **B=-i-4j** احسب (a) **A+B**، (b) **A-B**، (c) |**A+B**| (d) |**A-B**|

(e) إتجاه **A+B** واتجاه **A-B**.

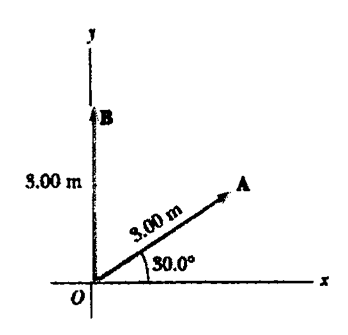
16 اوجد تعبيراً بدلالة المركبات لمتجهات الموضع التي لها الاحداثيات القطبية (a) 12.8 m ، 150° (b) 3.3cm ، 60° (c) 22 in ، 215°.

17- افرض متجهات الإزاحة $\mathbf{A}=(3\mathbf{i}+3\mathbf{j})m$ ، $\mathbf{B}=(\mathbf{i}-4\mathbf{j})m$ و $C=(-2\mathbf{i}+5\mathbf{j})m$. باستخدام طريقة المركبات عين (a) مقدار واتجاه المتجه $\mathbf{D}=\mathbf{A}+\mathbf{B}+\mathbf{C}$ و (b) مقدار واتجاه $\mathbf{E}=-\mathbf{A}-\mathbf{B}+\mathbf{C}$.

18- المتجهان **A**،**B** لهما مقداران متساويان 5.0 فإذا كان مجموع **A**و**B** هو المتجه $6.0\mathbf{j}$،عين الزاوية بين **A** و **B**.

19-بإعطاء متجهات الإزاحة $\mathbf{A}=(3\mathbf{i}-4\mathbf{j}+4\mathbf{k})m$ و$\mathbf{B}=(2\mathbf{i}+3\mathbf{j}-7\mathbf{k})$ ، أوجد مقدار المتجهات (a) $\mathbf{C}=\mathbf{A}+\mathbf{B}$ و$\mathbf{D}=2\mathbf{A}-\mathbf{B}$،وعبر أيضاً عن كل منهما بدلالة المركبات في x،y وz.

WEB **20** ثلاث متجهات موضحة بالشكل P20.3 حيث |**A**| =(20 وحدة) |**B**| =(40 وحدة) و |C| =(30 وحدة). اوجد (a) المركبتان في اتجاه x، y لمتجه المحصلة (معبراً عنه بمتجه الوحدة) و (b) مقدار واتجاه متجه المحصلة.



الشكل P 20.3

21- إذا كان $\mathbf{A} = (6.0\mathbf{i} - 8.0\mathbf{j})$ units، $\mathbf{B}= (-8\mathbf{i}+ 3\mathbf{j})$ units، $\mathbf{C}=(26.0\mathbf{i}+19.0\mathbf{j})$ units عين a،b التي تحقق $a\mathbf{A}+b\mathbf{B}+\mathbf{C}=0$

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.3) تحتاج النحلة الإتصال بالنحل الآخر لتخبره ببعدها عن الزهور وفي أي اتجاه يجب أن تطير. وهذا النوع من المعلومات هي بالضبط التي تعطيها الإحداثيات القطبية طالما أن الخلية هي نقطة الأصل.

(2.3) المحصلة لها المقدار **A+B** عندما يأخذ المتجه **A** نفس اتجاه المتجه **B**. المتجه الناتج **A+B=0** عندما يأخذ المتجه **A** عكس اتجاه المتجه**B** و $A=B$.

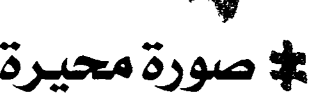
(3.3) لا. في بعدين، المتجه ومركباته يكونوا مثلث قائم الزاوية. المتجه هو الوتر ويجب أن يكون أطول من أي من الضلعين الآخرين.

(4.3) لا. مقدار المتجه **A** يساوي $\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$. ولذلك إذا كانت مركباته لاتساوي الصفر لذلك لايمكن أن يكون A مساوي الصفر.

(5.3) الحقيقة **A+B=0** تخبرنا أن **A=-B**. ولذلك تكون مركبات المتجهين بإشارات مختلفة ومقادير متساوية:

$A_x = -B_x$ ، $A_y = -B_y$ و $A_z = -B_z$.





* صورة محيرة

هذه الطائرة تستخدمها الناسا NASA لتدريب الطيارين عندما تطير عبر مسار منحنى معين، يبدأ أي شئ غير مربوط إلى أسفل في الطفو إلى أعلى. ما الذي يسبب هذا التأثير الغريب؟ (NASA)

web

لمزيد من المعلومات حول كيفية استخدام هذه الطائرة قم بزيارة الموقع:
http://imocc. imoc- com/
- acft- ops/rgpindex. htm

الفصل الرابع 4

الحركة في بعدين
Motion in Two Dimensions

ويتضمن هذا الفصل :

1.4 متجهات الإزاحة، السرعة المتجهة والتسارع
The Displacement, Velocity, and Acceleration Vectors

2.4 الحركة في بعدين بتسارع ثابت
Two- Dimensional Motion With Constant Acceleration

3.4 حركة المقذوفات
Projectile Motion

4.4 الحركة الدائرية المنتظمة
Uniform Circular Motion

5.4 العجلة (التسارع) الماسية والعجلة العمودية
Tangential and Radial Acceleration

6.4 السرعة النسبية والعجلة النسبية
Relative Velocity and Relative Acceleration

في هذا الفصل نهتم بديناميكا حركة الأجسام المادية في بعدين. ومعرفة أساسيات الحركة في بعدين سوف تسمح لنا بدراسة الفصول اللاحقة- أنواع مختلفة من الحركة، تبدأ من حركة الأقمار الفضائية في مداراتها إلى حركة الإلكترونات في مجال كهربي منتظم. وسوف نبدأ في دراسة الطبيعة الاتجاهية للإزاحة، السرعة، والتسارع بتفصيل واسع. وكما فعلنا في الحركة في بعد واحد، سوف نستنبط المعادلات الكينماتيكية للحركة في بعدين من التعريفات الأساسية لهذه الكميات الثلاثة. وسوف نتعامل مع حركة المقذوفات والحركة الدائرية المنتظمة كحالات خاصة للحركة في بعدين. وسوف نناقش أيضاً مفاهيم الحركة النسبية والتي تبين لماذا يقيس الراصدون في أطر الإسناد المختلفة إزاحات، وسرعات، وعجلات تسارع مختلفة لجسم ما.

1.4 متجهات الإزاحة، السرعة المتجهة والتسارع

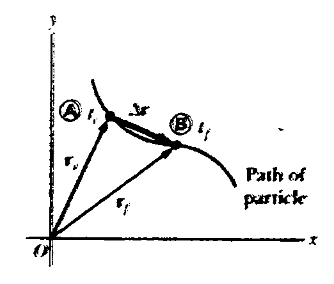
THE DISPLACEMENT, VELOCITY, AND ACCELERATION VECTORS

لقد وجدنا في الفصل 2 أن حركة جسيم في خط مستقيم تكون معروفة تماماً إذا كان موقعه معرف كدالة في الزمن.

والآن دعنا نمد هذه الفكرة للحركة في المستوى xy. ونبدأ بوصف موضع جسيم بواسطة متجه موضعه $\mathbf{r}$، والمرسوم من نقطة أصل لمجموعة إحداثيات ما إلى موقع الجسيم في المستوى xy كما هو في الشكل 1.4 . عند الزمن t_i يكون الجسيم عند النقطة Ⓐ وعند زمن آخر t_f يكون عند النقطة Ⓑ .

وليس من الضرورة أن يكون المسار من Ⓐ إلى Ⓑ خطا مستقيما . عندما يتحرك الجسيم من Ⓐ إلى Ⓑ في فترة زمنية $\Delta t = t_f - t_i$، يتغير متجه موضعه من $\mathbf{r}_i$ إلى $\mathbf{r}_f$. وكما ذكرنا في الفصل 2، الإزاحة متجه وتكون إزاحة الجسيم هي الفرق بين موضعه النهائي وموضعه الابتدائي. والآن نعرِّف ازاحة المتجه $\Delta\mathbf{r}$ لجسيم في الشكل 1.4 على أنه الفرق بين متجه موضعه النهائي ومتجه موضعه الابتدائي:

$$\Delta\mathbf{r} \equiv \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i \qquad \text{متجه الإزاحة} \qquad (1.4)$$



الشكل 1.4 يعين موضع جسيم يتحرك في المستوى xy بالمتجه $\mathbf{r}$ المرسوم من نقطة الأصل إلى الجسيم. إزاحة الجسيم عندما يتحرك من Ⓐ إلى Ⓑ في الفترة الزمنية $\Delta t = t_f - t_i$ تساوي المتجه $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i$.

اتجاه $\Delta\mathbf{r}$ مشار إليه في الشكل 1.4 . وكما نرى من الشكل تكون قيمة $\Delta\mathbf{r}$ أقل من المسافة التي قطعها الجسيم عبر منحنى المسار.

وكما شاهدنا في الفصل 2، يكون من المفيد دائماً تحديد الحركة بالنظر إلى نسبة الإزاحة مقسومة على الفترة الزمنية في التي أثنائها حدثت هذه الإزاحة. وكل شئ في كينماتيكا البعدين (أو ثلاث- أبعاد) هو نفسه كما في كينماتيكا البعد الواحد عدا إننا نستخدم الآن المتجهات بدلاً من استخدام الإشارات زائد أو ناقص للتعبير عن اتجاه الحركة.

ونُعرف **السرعة المتوسطة** لجسيم أثناء فترة زمنية Δt على أنها الإزاحة للجسيم مقسومة على الفترة الزمنية:

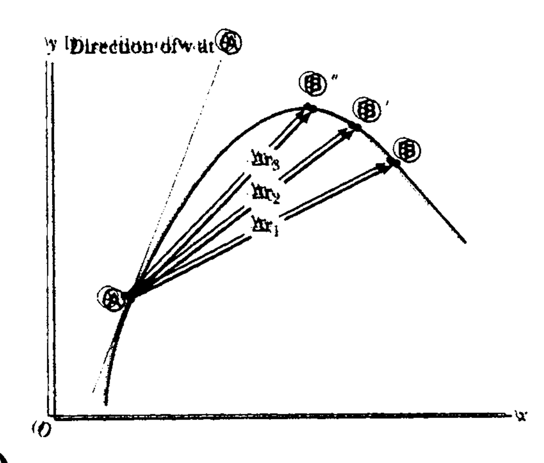
$$\bar{\mathbf{v}} \equiv \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \qquad \textbf{(2.4)} \quad \text{السرعة المتوسطة}$$

من المعروف أن ضرب أو قسمة كمية متجهة بكمية قياسية يغير فقط قيمة المتجه، وليس اتجاهه. وحيث أن الإزاحة هي كمية متجهة والفترة الزمنية كمية قياسية، نستنتج أن السرعة المتوسطة كمية متجهة تتجه نحو $\Delta \mathbf{r}$.

لاحظ أن السرعة المتوسطة بين نقطتين لاتعتمد على المسار.

يحدث ذلك لأن السرعة المتوسطة تتناسب مع الإزاحة وهي تعتمد فقط على موضع المتجهين الابتدائي والنهائي وليس المسار المأخوذ. وكما فعلنا في الحركة في بعد واحد، نستنتج أنه إذا بدأ الجسيم الحركة من نقطة ما ورجع إلى هذه النقطة بواسطة أي مسار، تكون السرعة المتوسطة مساوية للصفر لهذه الرحلة حيث إن إزاحته تساوي صفراً.

ومرة أخرى اعتبر حركة جسيم بين نقطتين في المستوى xy، كما هو مبين في الشكل 2.4. كلما أصبحت الفترة الزمنية للحركة التي نرصدها أصغر فأصغر، يتقرب اتجاه الازاحة من خط المماس للمسار عند Ⓐ .

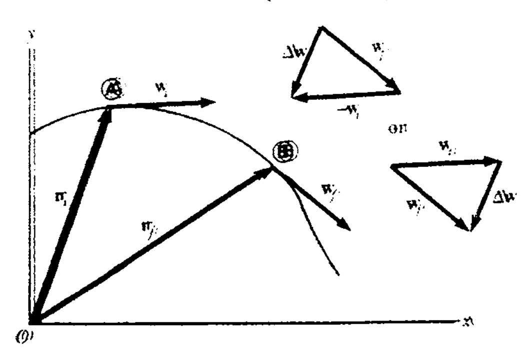


الشكل 2.4 عندما يتحرك جسيم بين نقطتين تكون سرعته المتوسطة في اتجاه متجه الإزاحة $\Delta \mathbf{r}$. وعندما تتحرك نقطة النهاية للمسار مَن Ⓑ إلى 'Ⓑ إلى "Ⓑ تصبح الازاحات المتتالية والفترات الزمنية المناظرة لها أصغر فأصغر. وفي النهاية تقترب النقطة النهائية من Ⓐ، Δt تقترب من الصفر، ويقترب اتجاه $\Delta \mathbf{r}$ من خط المماس للمنحنى عند Ⓐ. ومن التعريف تكون السرعة اللحظية عند Ⓐ في اتجاه خط المماس.

وتُعرف **السرعة اللحظية** بأنها نهاية السرعة المتوسطة $\Delta\mathbf{r}/\Delta t$ عندما تؤول Δt إلى الصفر.

السرعة اللحظية (3.4)
$$\mathbf{v} \equiv \lim_{\Delta t\to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

بمعنى أن السرعة اللحظية تساوي تفاضل متجه الموضع بالنسبة للزمن. ويكون اتجاه متجه السرعة اللحظية عند أي نقطة في مسار الجسيم هو اتجاه خط المماس للمسار عند تلك النقطة وفي اتجاه الحركة (الشكل 3.4).



الشكل 3.4 جسيم يتحرك من الموضع (A) إلى الموضع (B). يتغير متجه سرعته من $\mathbf{v}_i$ إلى $\mathbf{v}_f$. يوضح الرسم البياني للمتجهات في أعلى اليمين طريقتين لتعيين المتجه $\Delta\mathbf{v}$ من السرعة الابتدائية والنهائية.

تسمى قيمة متجه السرعة اللحظية $v = |\mathbf{v}|$ بالسرعة وهي كما تعلم كمية قياسية.

وعندما يتحرك جسيم من نقطة لأخرى على مسار ما، يتغير متجه سرعته اللحظية من $\mathbf{v}_i$ عند الزمن t_i إلى $\mathbf{v}_f$ عند الزمن t_f. وبمعرفة السرعة عند هذه النقاط يمكننا تعيين متوسط عجلة الجسيم.

وتُعرف **العجلة (التسارع) المتوسطة** لجسيم عندما يتحرك من إحدى المواضع إلى موضع آخر بأنها التغير في متجه السرعة اللحظية $\Delta\mathbf{v}$ مقسوماً على الزمن Δt الذي يحدث فيه هذا التغير:

العجلة المتوسطة (4.4)
$$\bar{\mathbf{a}} \equiv \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta \mathrm{t}}$$

وحيث أنها نسبة بين كمية متجهة$\Delta\mathbf{v}$ وكمية قياسية نستنتج أن العجلة (التسارع) المتوسط $\bar{\mathbf{a}}$ كمية متجهة في اتجاه $\Delta\mathbf{v}$. وكما هو مشار إليه في شكل 3.4 يمكن إيجاد اتجاه $\Delta\mathbf{v}$ بواسطة إضافة $-\mathbf{v}_i$ (سالب $\mathbf{v}_i$) إلى متجه $\mathbf{v}_f$، حيث إن التعريف $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i$

وعندما تتغير العجلة المتوسطة لجسيم أثناء فترات زمنية مختلفة، من المفيد أن تعرف عجلتها اللحظية (التسارع اللحظي) $\mathbf{a}$:

تُعرف **العجلة (التسارع) اللحظية** بأنها نهاية قيمة النسبة $\Delta v / \Delta t$ عندما تؤول Δt إلى الصفر.

العجلة اللحظية (5.4)
$$\mathbf{a} \equiv \lim_{\mathrm{A}t\to 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

وبطريقة أخرى، العجلة اللحظية تساوي تفاضل متجه السرعة بالنسبة للزمن.

3.5 من المهم أن نميز التغيرات المختلفة التي يمُكن أن تحدث عندما يتساوع الجسيم. أولاً، يتغير

مقدار متجه السرعة مع الزمن مثل الحركة في خط مستقيم (حركة أحادية البعد). ثانياً، ربما يتغير اتجاه متجه السرعة مع الزمن حتى لو ظل مقدار السرعة ثابتا، كما في حركة المسار - المنحنى (حركة ثنائية البعد). وأخيراً، ربما يتغير كل من مقدار واتجاه متجه السرعة معاً.

تساؤل سريع 1.4

تسمى دواسة البنزين في السيارة معجل accelerator (a) هل يوجد أي أجهزة تحكم أخرى في السيارة يمكن اعتبارها معجلات ؟ (b) متى لا تكون دواسة البنزين معجلا ؟

2.4 الحركة في بعدين بتسارع ثابت
TWO-DIMENSIONAL MOTION WITH CONSTANT ACCELERATION

دعنا نعتبر حركة في بعدين تظل العجلة (التسارع) ثابتة أثنائها في المقدار والاتجاه.

يمكن كتابة متجه الموضع لجسيم يتحرك في المستوى xy على الصورة

$$\mathbf{r} = x\,\mathbf{i} + y\,\mathbf{j} \qquad (6.4)$$

حيث يتغير x ، y ،و$\mathbf{r}$ مع الزمن عندما يتحرك الجسيم بينما يظل $\mathbf{i}$ و $\mathbf{j}$ ثابت. وإذا أصبح متجه الموضع معلوماً يمكن الحصول على سرعة الجسيم من المعادلتين 3.4 و 6.4 والتي تعطى

$$\mathbf{v} = \upsilon_x\,\mathbf{i} + \upsilon_y\,\mathbf{j} \qquad (7.4)$$

وحيث إننا افترضنا $\mathbf{a}$ ثابتة، تكون مركبتيها a_x و a_y ثابتين أيضاً.

ولذلك يمكننا تطبيق معادلات الكينماتيكا للمركبتين x وy لمتجه السرعة. بتعويض $\upsilon_{xf} = \upsilon_{xi} + a_x t$ و $\upsilon_{yf} = \upsilon_{yi} + a_y t$ في المعادلة 7.4 لتعيين السرعة النهائية عند أي زمن t، نحصل على

$$\mathbf{v}_f = (\upsilon_{xi} + a_x t)\mathbf{i} + (\upsilon_{yi} + a_y t)\mathbf{j}$$
$$= (\upsilon_{xi}\mathbf{i} + \upsilon_{yi}\mathbf{j}) + (a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j})t$$

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t \qquad (8.4)$$

متجه السرعة كدالة في الزمن

تدل هذه النتيجة على أن السرعة لجسيم في أي زمن t تساوي مجموع متجه سرعته الابتدائية $\mathbf{v}_i$ والسرعة الإضافية $\mathbf{a}t$ المكتسبة في الزمن t كنتيجة للتسارع الثابت.

وبالمثل من المعادلة 11.2 نعرف أن الاحداثيات x و y لجسيم يتحرك بتسارع ثابت هي:

$$x_f = x_i + \upsilon_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \qquad y_f = y_i + \upsilon_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

وبالتعويض عن هذين التعبيرين في المعادلة 6.4 نحصل على

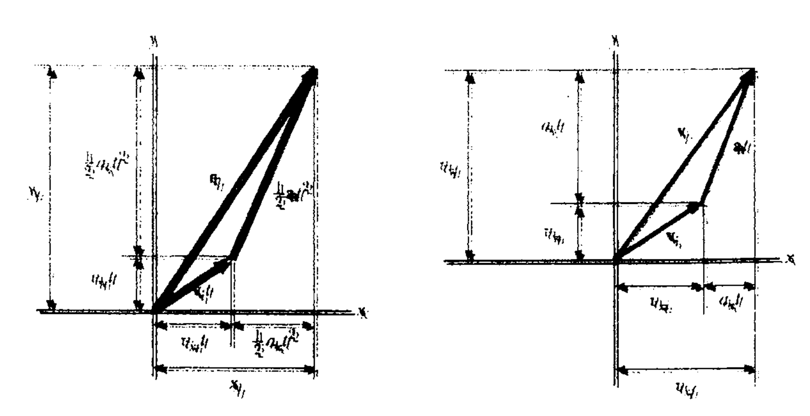
$$\mathbf{r}_f = (x_i + \upsilon_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2)\mathbf{i} + (y_i + \upsilon_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2)\mathbf{j}$$
$$= (x_i\mathbf{i} + y_i\mathbf{j}) + (\upsilon_{xi}\mathbf{i} + \upsilon_{yi}\mathbf{j})t + \frac{1}{2}(a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j})t^2$$

متجه الموضع كدالة في الزمن $$\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \quad (9.4)$$

تبين هذه المعادلة أن الازاحة $\Delta\mathbf{r}=\mathbf{r}_f-\mathbf{r}_i$ هو متجه مجموع الإزاحة $\mathbf{v}_i t$ التي تنشأ من السرعة الابتدائية للجسيم والإزاحة $\frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$ الناتجة من التسارع المنتظم للجسيم.

يبين الشكل 4.4 التمثيل البياني للمعادلتين 8.4 و 9.4 .

وللتبسيط في رسم الشكل اخترنا $\mathbf{r}_i = 0$ في الشكل 4.4a . بمعنى إننا نفرض أن الجسيم يكون عند نقطة الأصل عند $t = t_i = 0$. لاحظ من الشكل 4.4a أن $\mathbf{r}_f$ لاتكون في اتجاه $\mathbf{v}_i$ أو $\mathbf{a}$ لأن العلاقة بين هذه الكميات هي علاقات متجهة. ولنفس السبب نلاحظ من الشكل 4.4 b أن $\mathbf{v}_f$ لاتكون بالضرورة في اتجاه $\mathbf{v}_i$ أو $\mathbf{a}$. وأخيراً لاحظ أن $\mathbf{v}_f$ و $\mathbf{r}_f$ لايكونان في نفس الاتجاه.



الشكل 4.4 التمثيل الاتجاهي ومركباته (a) الازاحة و (b) سرعة جسيم يتحرك بتسارع منتظم $\mathbf{a}$. ولتبسيط الرسم وضعنا $\mathbf{r}_i = 0$

وحيث إن المعادلتين 8.4 و9.4 تعبيرات اتجاهية، يمكن كتابتهما في صيغة مركبات:

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t \qquad \begin{cases} v_{xf} = v_{xi} + a_x t \\ v_{yf} = v_{yi} + a_y t \end{cases} \qquad (8.4\ a)$$

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \qquad \begin{cases} x_f = x_i + v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y_f = y_i + v_{yi} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \end{cases} \qquad (9.4\ a)$$

هذه المركبات موضحة في الشكل 4.4. ويوضح لنا شكل المركبات لمعادلتي $\mathbf{v}_f$ و $\mathbf{r}_f$ أن الحركة في بعدين بتسارع ثابت تكافئ حركتين لاتعتمدان على بعضهما البعض - واحدة في اتجاه x وأخرى في أتجاه y - لهما عجلتان (تسارعان) ثابتتان a_x و a_y .

مثال 1.4 الحركة في مستوٍ

يبدأ جسيم من نقطة الأصل عند $t=0$ بسرعة ابتدائية مركبتها في أتجاه x تساوي 20m/s ومركبتها y تساوي ‎-15m/s‎. يتحرك الجسيم في المستوى xy بمركبة للتسارع في اتجاه x فقط تعطى بالعلاقة a_x=4.0m/s^2 . (a) عين مركبات متجه السرعة عند أي وقت ومتجه السرعة الكلي عند أي وقت.

الحل: بعد قراءة جيدة للمسألة نستطيع أن نضع υ_{xi} =20m/s ، υ_{yi} =-15m/s ، a_x =4.0m/s^2 ،a_y =0 .

وهذا يسمح لنا أن نرسم الحركة رسما تقريبيا لهذه الحالة. مركبة السرعة في اتجاه x تبدأ بسرعة 20m/s وتزداد 4.0m/s كل ثانية.

والمركبة y للسرعة لاتتغير أبداً من قيمتها الابتدائية والتي تساوي ‎-15m/s‎. ومن هذه المعلومات نرسم رسماً توضيحياً لبعض متجهات السرعة كما هو مبين في الشكل 5.4 . لاحظ أن المسافة بين صورتين متتالتين تزداد كلما زاد الزمن بسبب زيادة السرعة.

معادلات الكينماتيكية تعطى

$$\upsilon_{xf} = \upsilon_{xi} + a_x t = (20 + 4.0t) \text{ m/s}$$

$$\upsilon_{yf} = \upsilon_{yi} + a_y t = -15 \text{ m/s} + 0 = -15 \text{ m/s}$$

ولذلك

$$\mathbf{v}_f = \upsilon_{xf}\mathbf{i} + \upsilon_{yf}\mathbf{j} = [(20 + 4.0t)\mathbf{i} - 15\mathbf{j}] \text{ m/s}$$

ويمكننا أيضاً الحصول على هذه النتيجة باستخدام المعادلة 8.4 مباشرة. لاحظ أن$\mathbf{a} = 4.0\mathbf{i}$ m/s^2 و $\mathbf{v}_i = (20\mathbf{i} - 15\mathbf{j})$ m/s

وتبعاً لهذه النتيجة، تزيد مركبة السرعة في اتجاه x بينما مركبة y تظل ثابتة. وهذا مطابق لما توقعناه. وبعد فترة طويلة سوف تصبح مركبة السرعة في اتجاه x كبيرة بحيث يمكن إهمال السرعة في اتجاه y.

وإذا ما أردنا مد مسار الجسم في الشكل 5.4، سوف يصبح بكل تأكيد موازيا تقريباً للمحور x. إنه من المفيد دائماً أن نقارن بين الإجابة النهائية والشروط الابتدائية المعطاة.

(b) احسب السرعة والسرعة المطلقة لجسيم عند t =5.0 s.

الحل: تعطى النتيجة للجزء (a) عند وضع t =5.0 s

$$\mathbf{v}_f = \{[20 + 4.0\,(5.0)]\mathbf{i} - 15\mathbf{j}\} \text{ m/s} = (4.0\mathbf{i} - 15\mathbf{j}) \text{ m/s}$$

تخبرنا هذه النتيجة أنه عند $t=5.0$ s، $\upsilon_{xf}=40$m/s و $\upsilon_{yf}=-15$ m/s. بمعرفة هاتين المركبتين لهذه الحركة في بعدين نستطيع أن نجد كل من مقدار واتجاه متجه السرعة. ولتعيين الزاوية θ التي تصنعها **v** مع الإحداثي x عند $t=5.0$ s نستخدم العلاقة $\tan\theta=\upsilon_{yf}/\upsilon_{xf}$:

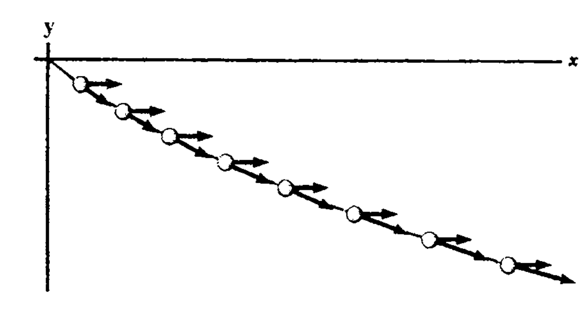
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\upsilon_{yf}}{\upsilon_{xf}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-15 \text{ m/s}}{40 \text{ m/s}}\right) = -21^\circ$$

حيث تشير الإشارة السالبة أن الزاوية 21° أسفل الإحداثي x الموجب. والسرعة المطلقة هي المقدار $\mathbf{v}_f$:

$$\upsilon_f = |\mathbf{v}_f| = \sqrt{\upsilon_{xf}^2+\upsilon_{yf}^2} = \sqrt{(40)^2+(-15)^2}\text{m/s} = 43 \text{ m/s}$$

وبالنظر في هذه النتيجة، نلاحظ أنه إذا حسبنا $\mathbf{v}_i$ من المركبات x، y نجد أن $\upsilon_f>\upsilon_i$.

(c) عين الإحداثيات x و y للجسيم عند أي زمن t ومتجه الموضع عند هذا الزمن.



الشكل 5.4 الرسم البياني لحركة جسيم

الحل : حيث $x_i=y_i=0$ عند $t=0$. المعادلة 11.2 تعطى

$$x_f = \upsilon_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = (20t + 2.0t^2)\text{ m}$$

$$y_f = \upsilon_{yi}t = (-15t)\text{ m}$$

ولذلك فإن متجه الموضع عند أي زمن t هو

$$\mathbf{r}_f = x_f\mathbf{i} + y_f\mathbf{j} = [(20t + 2.0t^2)\mathbf{i} - 15t\mathbf{j}]\text{ m}$$

(بطريقة أخري يمكننا الحصول على $\mathbf{r}_f$ بتطبيق المعادلة 9.4 مباشرة،مع $\mathbf{v}_i = (20\mathbf{i} - 15\mathbf{j})$ m/s و $\mathbf{a} = 4.0\mathbf{i}$ m/s^2. حاول ذلك!).

هكذا (على سبيل المثال) عند $t = 5.0$ s، $x = 150$ m، $y = -75$ m و $\mathbf{r}_f=(150\mathbf{i} - 75\mathbf{j})$m. يكون مقدار ازاحة الجسيم من نقطة الأصل عند $t = 5.0$ s هو قيمة $\mathbf{r}_f$ عند هذا الزمن:

$$r_f = |\mathbf{r}_f| = \sqrt{(150)^2 + (-75)^2}\text{m} = 170 \text{ m}$$

لاحظ أن هذه ليست هي المسافة التي يقطعها الجسيم في هذا الزمن!

هل يمكنك تعيين هذه المسافة من المعلومات المعطاة؟

3.4 حركة المقذوفات PROJECTILE MOTION

أي شخص يشاهد حركة كرة البيسبول (أو أي شئ يُقذَف في الهواء) يكون قد رصد حركة مقذوف. تتحرك الكرة في مسار منحني ومن السهل أن نحلل حركته إذا أخذنا بفرضين: (1) يكون تسارع السقوط الحر g ثابتاً على مدى الحركة واتجاهه إلى أسفل[1] و (2) ويكون تأثير مقاومة الهواء مهمله[2] . مع هذه الفروض نجد أن مسار المقذوف، والذي نسميه المسار المنحني لقذيفة Tra-jectory، هو قطع مكافئ دائماً . وسوف نستخدم هذه الفروض خلال هذا الفصل.

لكي نرى أن المسار المنحنى للمقذوف هو قطع مكافئ، دعنا نختار إطار إسناد بحيث يكون اتجاه yهو الاتجاه الرأسي والموجب إلى أعلى. وحيث إن مقاومة الهواء مهملة، نعلم أن $a_y = -g$ (كما هو الحال في السقوط الحر في بعد واحد) و $a_x = 0$. علاوة على ذلك، دعنا نفرض أنه عند $t=0$ يترك المقذوف نقطة الأصل ($x_i = y_i = 0$) بسرعة v_i كما هو مبين في الشكل 6.4 ويصنع المتجه $\mathbf{v}_i$ زاوية θ مع الأفقي، حيث θ هي الزاوية التي يترك بها المقذوف نقطة الأصل.


3.5

ومن تعريفات دالتي جيب التمام والجيب نجد أن:

$$\cos\theta_i = v_{xi}/v_i \qquad \sin\theta_i = v_{yi}/v_i$$

ولذلك تكون مركبات السرعة الإبتدائية y و x هي:

$$v_{xi} = v_i\cos\theta_i \qquad v_{yi} = v_i\sin\theta_i$$

وبالتعويض عن مركبة السرعة في اتجاه x في المعادلة 9.4a مع $x_i = 0$ و $a_x = 0$ نجد أن:

مركبة الموضع الأفقية
$$x_f = v_{xi}t = (v_i\cos\theta_i)t \qquad \textbf{(10.4)}$$

وبتكرار هذا مع مركبة y وباستخدام $y_i = 0$، $a_y = -g$ نحصل على

مركبة الموضع العمودية
$$y_f = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_yt^2 = (v_i\sin\theta_i)t - \frac{1}{2}gt^2 \qquad \textbf{(11.4)}$$

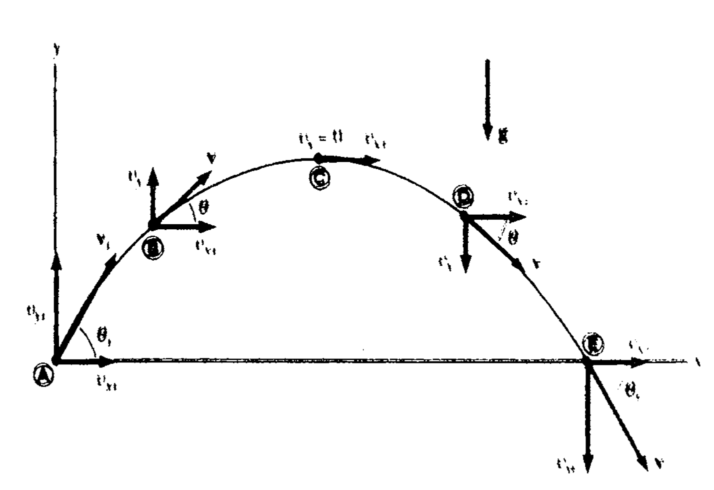
ثم، نحل المعادلة 10.4 عند $t = x_f/(v_i\cos\theta_i)$ وبالتعويض عن قيمة t في المعادلة 11.4 نحصل على:

$$y = (\tan\theta_i)x - \left(\frac{g}{2v_i^2\cos^2\theta_i}\right)x^2 \qquad \textbf{(12.4)}$$

---

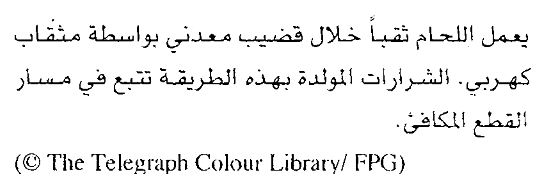
(1) هذا الفرض يكون معقولاً طالما أن مدى الحركة صغير بالمقارنة بنصف قطر الكرة الأرضية (6.4×10^6 m). في الحقيقة، هذا الفرض يكافئ فرض أن الأرض مسطحة على مدى الحركة المفروضة.

(2) عامةً هذا الفرض غير متحقق وخاصة في السرعات العالية. بالأضافة إلى أن أي دوران مغزلي للمقذوف، مثل الذي يطبق عندما يرمي لاعب كرة البيسبول الكرة المنحنية، قد يؤدي لبعض الظواهر الشيقة المصاحبة لقوى الديناميكا الهوائية التي سندرسها في الفصل 15.



الشكل 6.4 المسار قطع مكافئ لمقذوف والذي يترك نقطة الأصل بسرعة $\mathbf{v}_i$. يتغير متجه السرعة $\mathbf{v}$ مع الزمن في كل من مقداره واتجاهه. هذا التغير نتيجة أن العجلة في الاتجاه السالب للمحور y. وتظل المركبة x للسرعة ثابتة مع الزمن حيث لاتوجد عجلة في الاتجاه الأفقي. وتكون مركبة السرعة صفراً عند قمة المسار.





يعمل اللحام ثقباً خلال قضيب معدني بواسطة مثقاب كهربي. الشرارات المولدة بهذه الطريقة تتبع في مسار القطع المكافئ.

(© The Telegraph Colour Library/ FPG)

معمل سريع:

ضع كرتي تنس عند حافة منضدة. اقذف بحدة بإحدى يديك إحدى الكرتين أفقياً بينما اقرع الكرة برفق بيدك الأخرى. قارن كم تستغرق الكرتان لكي تصل الأرض. اشرح نتائجك.

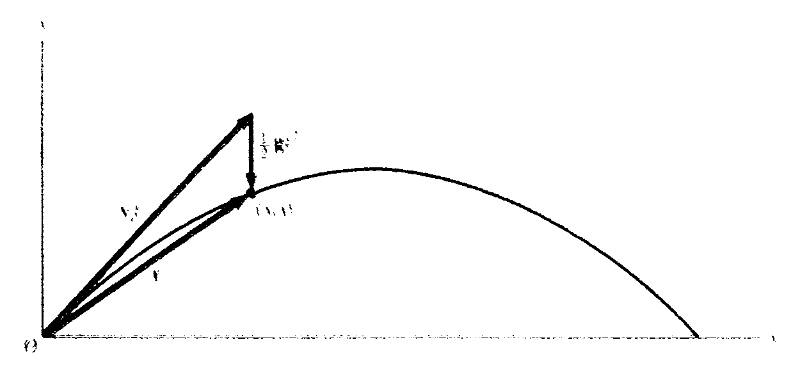
تتحقق هذه المعادلة لزاوية الإطلاق في المدى $0 < \theta_i < \pi/2$.

ولقد تركنا الرمز السفلي لـ x و y حيث إن المعادلة تتحقق لأي نقطة (x, y) على مسار المقذوف. وتكون المعادلة على الصورة $y = ax - bx^2$، وهي معادلة قطع مكافئ يمر بنقطة الأصل. ولذلك فقد رأينا أن المسار المنحنى هو قطع مكافئ. لاحظ أن المسار يوصف وصفا كاملا إذا عُرفت كل من السرعة الإبتدائية v_i وزاوية القذف θ_i.

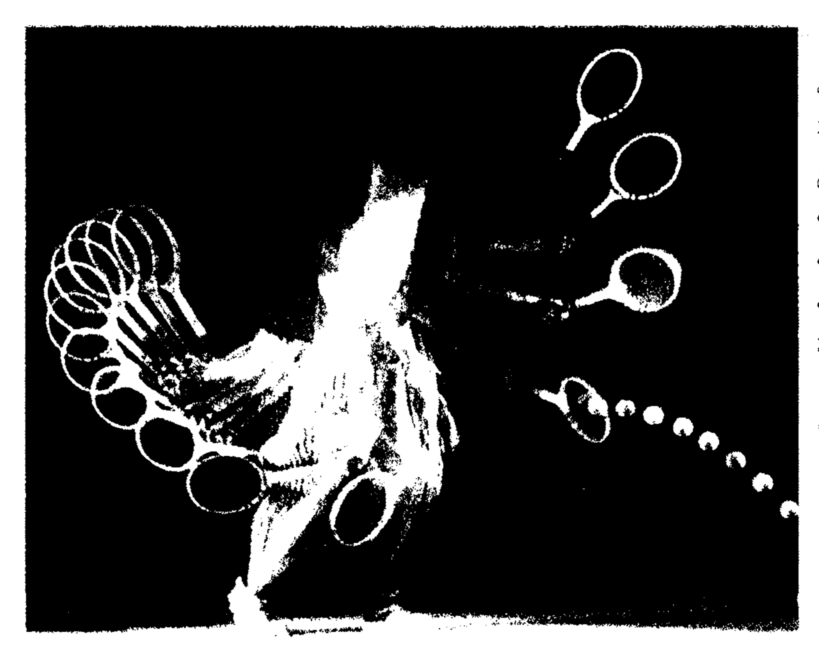
العلاقة الاتجاهية لمتجه موضع المقذوف كدالة في الزمن تنتج مباشرة من المعادلة 4.9 بوضع $\mathbf{r}_i = 0$ و $\mathbf{a} = \mathbf{g}$:

$$\mathbf{r} = \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2}\mathbf{g}t^2$$

هذه العلاقة مرسومة في الشكل 7.4.



الشكل 7.4 متجه الموضع $\mathbf{r}$ لمقذوف سرعته الابتدائية عند نقطة الأصل $\mathbf{v}_i$. وتكون إزاحة المقذوف هي المتجه $\mathbf{v}_i t$ إذا كانت الجاذبية غير مؤثرة، ويكون المتجه $\frac{1}{2}\mathbf{g}t^2$ هو إزاحته العمودية نتيجة تأثير تسارع الجاذبية عليه إلى أسفل.



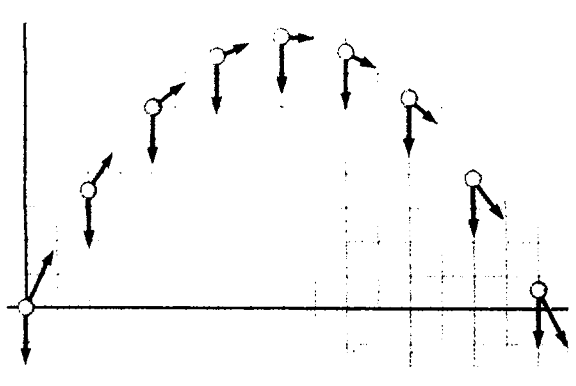
لقطات سريعة متتالية للاعب تنس ينفذ تصويب ضربة أمامية . لاحظ أن الكرة تتبع مسار قطع مكافئ يصف المقذوف. مثل هذه اللقطات تُستخدم لدراسة كفاءة الأدوات الرياضية وكذلك كفاءة اللاعب.
(© Zimmerman, F P C International).

من الأهمية أن نفهم أن حركة جسيم يمكن أن تُعتبر جمع الحد $\mathbf{v}_i t$، الإزاحة في عدم وجود العجلة، والحد $\frac{1}{2}\mathbf{g}t^2$ ، ينتج عن عجلة الجاذبية. وبطريقة أخرى، إذا كانت عجلة الجاذبية غير موجودة، يجب أن يستمر الجسيم في الحركة خلال خط مستقيم في اتجاه $\mathbf{v}_i$. ولذلك تكون الإزاحة العمودية $\frac{1}{2}\mathbf{g}t^2$ التي يسقط خلالها الجسم تحت مستوى مسار الخط المستقيم هي نفس مسافة السقوط الحر لجسيم والتي يسقطها خلال نفس الفترة الزمنية. نستنتج أن حركة مقذوف، هي جمع حركتين: (1) حركة سرعة ثابتة في الاتجاه الأفقي و (2) حركة السقوط الحر في الاتجاه العمودي. فيما عدا زمن الطيران t، المركبة الأفقية والمركبة العمودية لحركة مقذوف لايعتمد أحداهما على الآخر كلية.

مثال 2.4 تقريب حركة مقذوف

قذفت كرة بحيث كانت مركبتها الأفقية والرأسية للسرعة الابتدائية هي 40 m/s و 20 m/s، على الترتيب. احسب الزمن الكلي للطيران والمسافة التي تسقط عندها الكرة مقاسة من نقطة بدايتها.

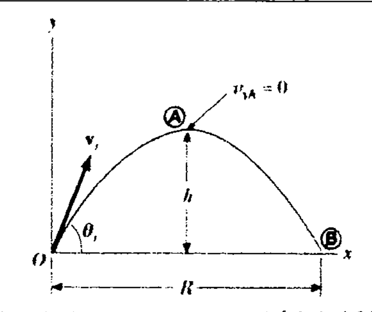
الحل: نبدأ بتذكر أن مركبتي السرعة لاتعتمدان إحداهما على الأخرى. وباعتبار الحركة الرأسية أولاً، نستطيع تعيين الفترة الزمنية التي تظلها الكرة في الهواء. ثم نستخدم زمن الطيران لحساب المسافة الأفقية المقطوعة.



الشكل 8.4 الرسم البياني لحركة مقذوف

الرسم البياني للحركة مثل الشكل 8.4 يساعدنا في تنظيم مانعرفه عن المسألة. متجهات العجلة جميعها واحدة، تشير إلى أسفل بقيمة تساوي تقريباً $10\ m/s^2$. متجهات السرعة تغير اتجاهها. مركباتها الأفقية كلها واحدة وتساوي 20 m/s. ولأن الحركة الرأسية هي حركة سقوط حر، لذلك تتغير المركبة الرأسية لمتجهات السرعة، ثانية بثانية، من 40 m/s إلى 30، 20، 10m/s تقريباً في الاتجاه الرأسي إلى أعلى، وأخيراً تقل إلى 0 m/s. ومن هنا تصبح سرعتها 10، 20، 30، 40 m/s في متجة إلى أسفل. وهكذا تأخذ الكرة حوالي 4 s لكي تصعد و 4 s لكي تعود إلى أسفل، وهكذا يكون زمن الطيران الكلي 8 ثوان. وحيث إن مركبة السرعة الأفقية تساوي 20 m/s ولأن الكرة تسير بهذه السرعة لمدة 8 s، سوف تنتهي الحركة تقريباً على بعد 160 m من نقطة بدايتها.

المدى الأفقي وأقصى ارتفاع لمقذوف
Horizontal Range and Maximum Hight of a Projectile



الشكل 9.4 أطلق مقذوف من نقطة البداية عند زمن $t=0$ بسرعة ابتدائية v_i. أقصى ارتفاع للمقذوف هو h والمدى الأفقي هو R. عند نقطة القمة Ⓐ للمسار تكون احداثيات الجسيم (h و $R/2$).

دعنا نفرض أن مقذوف يُطلق من نقطة البداية عند $t_i=0$ بمركبة سرعة موجبة v_{yi} كما هو مبين في الشكل 9.4. وهناك نقطتان هامتان للتحليل؛ نقطة القمة Ⓐ؛ والتي لها إحداثيات خاصة (h و $R/2$) والنقطة Ⓑ والتي لها إحداثيات (R ،0). وتسمى المسافة R بالمدى الأفقي للمقذوف، والمسافة h أقصى ارتفاع له. دعنا نحسب h، R بدلالة الحدود v_i ، θ_i و g.

ويمكننا قياس h بملاحظة أنه عند القمة، $\upsilon_{yA} = 0$. لذلك يمكننا استخدام المعادلة 8.4a لتعيين الزمن t_A وهو الزمن الذي يأخذه المقذوف ليصل إلى القمة:

$$\upsilon_{yf} = \upsilon_{yi} + a_y t$$
$$0 = \upsilon_i \sin\theta_i - g t_A$$
$$t_A = \frac{\upsilon_i \sin\theta_i}{g}$$

وبالتعويض من هذه العلاقة عن t_A في الجزء من المعادلة 9.4a وبإحلال $y_f = y_A$ بـ h، نحصل على علاقة لـ h بدلالة مقدار واتجاه متجه السرعة الابتدائية:

$$h = (\upsilon_i \sin\theta_i)\frac{\upsilon_i \sin\theta_i}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{\upsilon_i \sin\theta_i}{g}\right)^2$$

$$h = \frac{\upsilon_i^2 \sin^2\theta_i}{2g} \qquad \textbf{(13.4)}$$ أقصى ارتفاع للمقذوف

المدى R هو المسافة الأفقية التي يقطعها المقذوف في ضعف الزمن الذي يأخذة لكي يصل إلى القمة، أي في زمن $t_B = 2t_A$. وباستخدام الجزء الخاص بـx من المعادلة 9.4a، وبملاحظة أن $\upsilon_{xi} = \upsilon_{xB} = \upsilon_i \cos\theta_i$ وبوضع $R \equiv x_B$ عند $t = 2t_A$ نجد أن

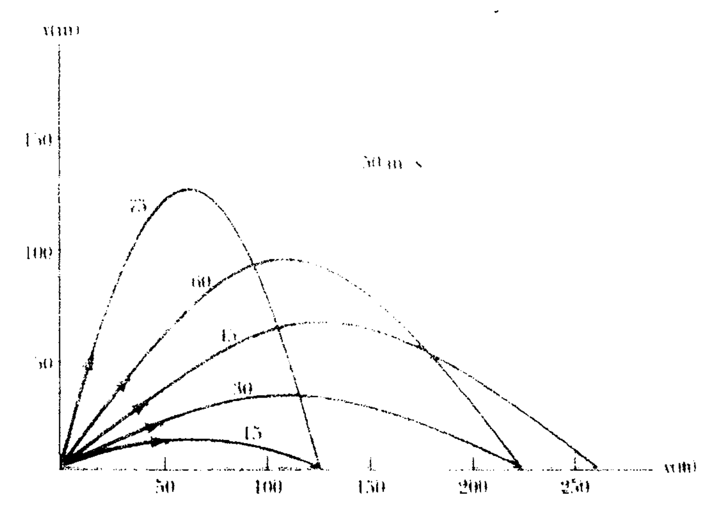
$$R = \upsilon_{xi} t_B = (\upsilon_i \cos\theta_i) 2t_A$$
$$= (\upsilon_i \cos\theta_i)\frac{2\upsilon_i \sin\theta_i}{g} = \frac{2\upsilon_i^2 \sin\theta_i \cos\theta_i}{g}$$

وباستخدام العلاقة المثلثية $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$ ، نكتب R في صيغة أكثر اختصاراً.

$$R = \frac{\upsilon_i^2 \sin^2 2\theta_i}{g} \qquad \textbf{(14.4)}$$ مدى المقذوف

تذكر أن المعادلتين 13.4 و 14.4 مفيدتان في حساب h و R فقط إذا ما كانت υ_i و θ_i معلومتين (والتي تعني أن v_i فقط محددة) وكذلك إذا هبط المقذوف عند نفس الارتفاع الذي بدأ منه، كما هو حادث في الشكل 9.4.

القيمةالعظمى لـ R من المعادلة 14.4 هي $R_{max} = \upsilon_i^2 / g$. هذه النتيجة تتضح من حقيقة أن أقصى قيمة لـ $\sin 2\theta_i$ هي 1 والتي تحدث عندما $2\theta_i = 90°$. ولذلك تكون R قيمة قصوى عندما $\theta_i = 45°$.



الشكل 10.4 أطلق مقذوف من نقطة الأصل بسرعة ابتدائية تساوي 50 m/s بزوايا مختلفة. لاحظ أن القيم المتممة للزوايا θ_i هي الزاوية التي تعطي نفس قيمة x. (مدى المقذوف).

يوضح الشكل 10.4 مسارات مختلفة لمقذوف له سرعة ابتدائية معينة ولكنه بزوايا قذف مختلفة. وكما ترى أقصى مدى يحدث عند زاوية $\theta_i = 45°$. بالإضافة لذلك أي زاوية خلاف الزاوية 45°، أي نقطة لها إحداثيات كرتيزية (0 و R) يمكن الوصول إليها باستخدام إحدى قيم الزاويتين المتممتين لـ θ_i مثل 75° و 15°. وبالتأكيد فإن أقصى ارتفاع وزمن الطيران لأحدى هاتين القيمتين لـ θ_i تكون مختلفة عن أقصى ارتفاع وزمن طيران القيمة المتممة.

تجربة سريعة:

لكي تقوم بهذه التجربة فإنك تحتاج أن تكون خارج الأبواب ومعك كرة صغيرة مثل كرة التنس وكذلك ساعة إيقاف. اقذف الكرة رأسياً إلى أعلى بقوة قدر استطاعتك وعين سرعة الانطلاق الابتدائية لقذفتك وأقصى ارتفاع تقريبي للكرة، باستخدام ساعتك فقط. ماذا يحدث عندما تقذف الكرة ببعض الزوايا $\theta \neq 90°$؟ هل هذا يغير من زمن الطيران (ربما لأنه من السهل أن تقذف)؟ هل مازال باستطاعتك تعيين أقصى ارتفاع، وكذلك السرعة الابتدائية؟

تساؤل سريع 2.4

أثناء تحرك مقذوف على مساره لقطع مكافئ، هل يوجد أي نقطة على المسار بحيث يكون متجها السرعة والعجلة (a) كل منهما عمودياً على الآخر؟ (b) كل منهما موازي للآخر؟ (c) رتب المسارات الخمسة في الشكل 10.4 بالنسبة لزمن الطيران، بدءاً من الأقصر إلى الأطول.

مسائل - توجهات عند حل المسائل

حركة مقذوف

نقترح أن تستخدم التوجيهات التالية لحل مسائل حركة مقذوف:

- اختار نظام الاحداثيات وحلل متجه السرعة الابتدائية إلى مركبتيها في اتجاهي x و y.
- اتبع الطرق المستخدمة في حل مسائل السرعة الثابتة لتحليل الحركة الأفقية. اتبع طرق حل مسائل العجلة الثابتة لتحليل الحركة الرأسية. تشترك الحركة لاتجاهي x و y في نفس زمن الطيران t.

مثال 3.4 الوثب الطويل:

يترك لاعب الوثب الطويل الأرض بزاوية $20.0°$ أعلى المستوى الأفقي وبسرعة مطلقة تساوي 11.0 m/s (a) ما هي المسافة التي وثبها اللاعب في الاتجاه الأفقي؟ (افرض أن حركته تكافئ حركة جسيم).



في أحداث الوثب- الطويل، 1993 استطاع البطل الأمريكي Mick Powell أن يتخطى مسافة أفقية 8 m على الأقل.

(Chuck Muhlstock/ FBG International)

الحل: حيث أن كلا من السرعة الابتدائية المطلقة وزاوية الاطلاق معلومتان يكون الطريق المباشر لحل هذه المسألة هو استخدام علاقة المدى المعطاه بالمعادلة 14.4. بينما يكون الوضع أكثر تشوقاً إذا أخذنا العلاقة العامة في الاقتراب الأكثر عموماً ونستخدم الشكل 9.4. وكما سبق، نضع نقطة الأصل للإحداثيات عند نقطة الانطلاق ونرمز لأقصى ارتفاع (القمة) بـ Ⓐ ونقطة الهبوط بـ Ⓑ. نصف المعادلة الأفقية بالمعادلة 10.4:

$$x_f = x_B = (v_i \cos \theta_i)t_B = (11.0 \text{ m/s})(\cos 20.0°)t_B$$

ويمكن ايجاد قيمة x_B إذا عرف الزمن الكلي للوثبة. ونستطيع ايجاد t_B عندما نتذكر أن $a_y = -g$ وباستخدام الجزء y من المعادلة 8.4a نلاحظ أيضاً أنه عند قمة الوثبة تكون المركبة العمودية للسرعة v_{yA} تساوي الصفر:

$$v_{yf} = v_{yA} = v_i \sin \theta_i - g t_A$$

$$0 = (11.0 \text{ m/s}) \sin 20.0° - (9.80 \text{ m/s}^2) t_A$$

$$t_A = 0.384 \text{ s}$$

هذا هو الزمن اللازم للوصول إلى قمة الوثبة. ولأن الحركة الرأسية تكون متماثلة، تمر فترة زمنية مماثلة قبل أن يعود اللاعب إلى الأرض. ولذلك يكون الزمن الكلي في الهواء هو $t_B = 2t_A = 0.768$ s. وبالتعويض عن هذه القيمة في العلاقة السابقة لـ x_f نحصل على،

$$x_f = x_B = (11.0 \text{ m/s}) = (\cos 20.0°)(0.768 \text{ s}) = 7.94 \text{ m}$$

وهي مسافة معقولة لمستوى لاعب دولي.

(b) ما هو أقصى ارتفاع يصل إليه؟

الحل: يمكن الحصول على أقصى ارتفاع يصل إليه باستخدام المعادلة 11.4:

$$\begin{aligned} y_{max} = y_A &= (v_i \sin \theta_i)t_A - \frac{1}{2}gt_A^2 \\ &= (11.0 \text{ m/s})(\sin 20.0°)(0.384 \text{ s}) \\ &\quad - \frac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)(0.384 \text{ s})^2 \\ &= 0.722 \text{ m} \end{aligned}$$

التعامل مع لاعب الوثب- الطويل كجسيم هو تبسيط أكثر من اللازم. ومع ذلك فإن القيم التي حصلنا عليها معقولة.

تمرين: لاختيار صحة هذه الحسابات، استخدام المعادلتين 13.4 و 14.4 في حساب أقصى ارتفاع والمدى الأفقي.



مثال 4.4 رمية صائبة في كل وقت

في محاضرة توضيحيه معروفة، يطلق مقذوف على هدف بحيث يترك المقذوف البندقية وفي نفس اللحظة يُسقط الهدف من السكون كما هو مبين في الشكل 11.4. أثبت أنه إذا وجهت البندقية ناحية الهدف الساكن فإن المقذوف سوف يصيب الهدف.

الحل: نستطيع أن نؤكد أنه سوف يحدث تصادم عند الشروط المذكورة بملاحظة أنه بمجرد تحرير المقذوف والهدف فإن كل منهما سوف يعاني نفس العجلة $a_y = -g$. لاحظ أولاً من الشكل 11.4 b أن الإحداثي y الابتدائي هو $x_T \tan \theta_i$ وإنه سوف يسقط مسافة $\frac{1}{2}at^2$ في زمن t. لذلك فإن الإحداثي y للهدف في أي لحظة بعد تحريره يعطى بالعلاقة:

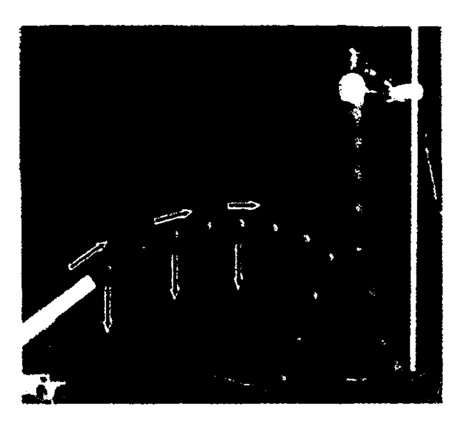
$$y_T = x_T \tan \theta_i - \frac{1}{2}gt^2$$

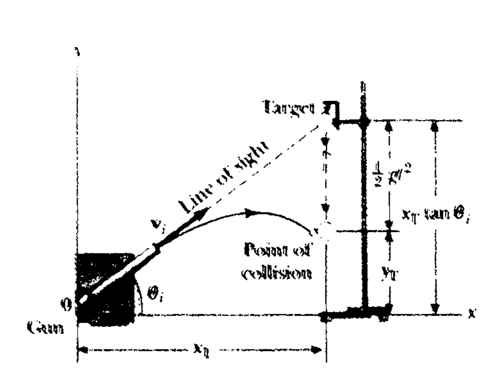
والآن إذا استخدمنا المعادلة 4.9a لكتابة علاقة لإحداثي المقذوف y عند أي لحظة، نحصل على:

$$y_P = x_P \tan \theta_i - \frac{1}{2}gt^2$$

هكـــذا، بمقارنة المعادلتين السابقتين، نلاحظ إنه عندما تكون الإحداثيات لكل من المقذوف والهدف واحدة، سوف تكون إحداثيات x لهما واحدة أيضاً ويحدث التصادم. أي إنه عندما $x_p = x_T$ ،$y_p = y_T$. ويمكنك الحصول على نفس النتيجة باستخدام العلاقات الخاصة بمتجهي السرعة للمقذوف والهدف.

لاحظ أن التصادم سوف لايحدث دائماً بسبب القيد الإضافي: يمكن أن يحدث التصادم فقط عندما $v_i \sin\theta_i \geq \sqrt{gd/2}$ ، حيث d هي الارتفاع الابتدائي للهدف فوق الأرض. إذا كانت $v_i \sin\theta_i$ أقل من هذه القيمة، سوف يرتطم المقذوف بالأرض قبل أن يصل إلى الهدف.





الشكل 11.4 (a) صور متتابعة سريعة لتوضيح حركة مقذوف مع هدف. إذا وجهت البندقية نحو الهدف مباشرة وأطلق مقذوف في نفس اللحظة التي يبدأ فيها الهدف في السقوط، سوف يصيب المقذوف الهدف في السقوط، سوف يصيب المقذوف الهدف. لاحظ أن سرعة المقذوف (الأسهم الحمراء) تتغير في الاتجاه والمقدار، بينما تظل العجلة ثابتة ومتجهة إلى أسفل (الأسهم البنفسجية). (Central Scientific Company). (b) رسم توضيحي بياني لوصف المقذوف- الهدف. يسقط كل من المقذوف والهدف معاً خلال نفس المسافة الرأسية في زمن t حيث أن لكل منهما نفس العجلة $a_y = -g$.

 **مثال 5.4**

قُذف حجر من قمة مبنى إلى أعلى بزاوية $30.0°$ مع الأفقي وبسرعة ابتدائية تساوي 20.0 m/s كما هو مبين في الشكل 12.4 . إذا كان ارتفاع المبنى 45.0 m (a) ما الزمن اللازم للحجر قبل أن يرتطم بالأرض؟

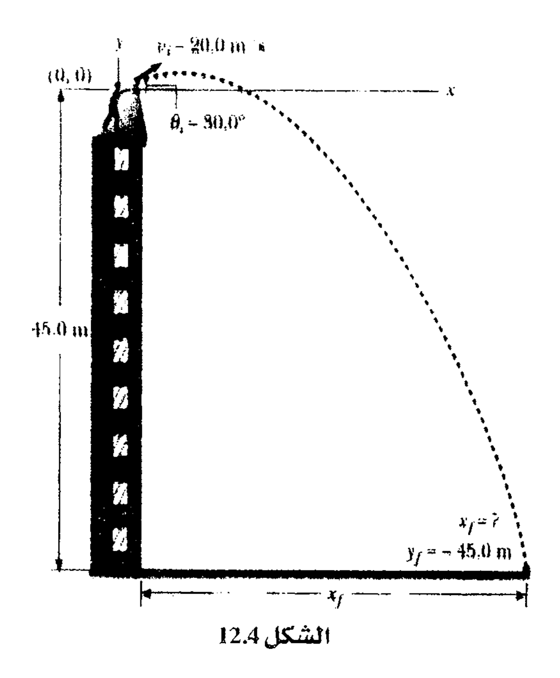
الحل: لقد أشرنا إلى البارامترات المختلفة في الشكل 12.4 . عند قدومك على حل مثل هذه المسائل يجب عمل رسم تخطيطي يوضح البيانات مثلما هو مبين في الشكل 12.4 .

المركبتان الابتدائيتان لسرعة الحجر في اتجاهي x و y هما:

$$v_{xi} = v_i \cos\theta_i = (20.0\ \text{m/s})(\cos 30.0°) = 17.3\ \text{m/s}$$

$$v_{yi} = v_i \cos\theta_i = (20.0\ \text{m/s})(\sin 30.0°) = 10.0\ \text{m/s}$$

لحساب t، يمكننا أن نستخدم $y_f = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$ (معادلة 9.4a) مع $y_f = -45.0\text{m}$ و $a_y = -g$، $v_{yi} = 10.0\ \text{m/s}$ (الإشارة السالبة للقيمة العددية لـ y_f لأننا اخترنا قمة المبنى كنقطة أصل):



الشكل 12.4

$$-45.0\ \text{m} = (10.0\ \text{m/s})t - \frac{1}{2}(9.80\ \text{m/s}^2)t^2$$

وبحل معادلة الدرجة الثانية في t فإن الجذر الموجب يعطى $t = 4.22$ s. هل الجزء السالب له أي معنى فيزيائي (هل يمكنك التفكير في طريقة أخرى لإيجاد t من المعلومات المعطاة؟)

(b) ماهي السرعة المطلقة للحجر قبل أن يرتطم بالأرض مباشرة؟

الحل: يمكننا استخدام المعادلة 8.4a، $v_{yf} = v_{yi} + a_y t$، مع $t = 4.22$ s لنحصل على مركبة y للسرعة فقط قبل ارتطام الحجر بالأرض مباشرةً.

$$v_{yf} = 10.0\ \text{m/s} - (9.80\ \text{m/s}^2)(4.22\ \text{s}) = -31.4\ \text{m/s}$$

الإشارة السالبة تشير إلى أن الحجر يتحرك إلى أسفل. وحيث أن $v_{xf} = v_{xi} = 17.3$ m/s تكون السرعة المطلقة المطلوبة هي:

$$v_f = \sqrt{v_{xf}^2 + v_{yf}^2} = \sqrt{(17.3)^2 + (-31.4)^2}\ \text{m/s} = 35.9\ \text{m/s}$$

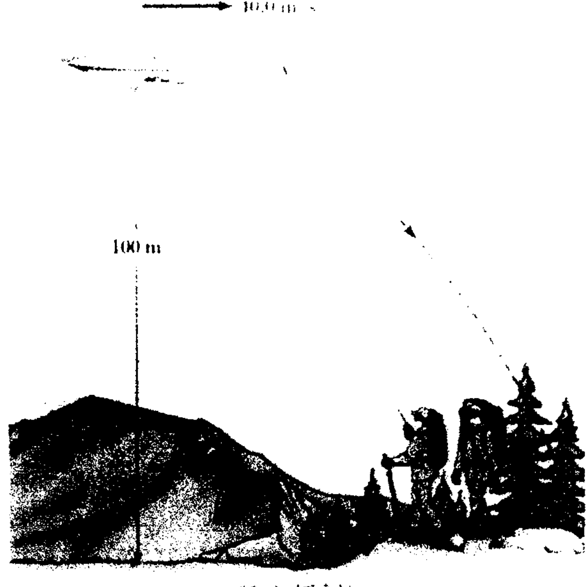
تمرين: أين يرتطم الحجر بالأرض؟

الإجابة: على بعد 73.0 m من قاعدة المبنى.

مثال 6.4

تسقط طائرة إنقاذ صندوق طعام طوارئ لمكتشفي الشواطئ كما هو مبين في الشكل 13.4. إذا كانت الطائرة تطير أفقياً بسرعة 40.0 m/s وعلى ارتفاع 100 m من الأرض، أين يرتطم الصندوق بالأرض بالنسبة للنقطة التي تم فيها إسقاط الصندوق؟

الحل: نختار نظام الإحداثيات لهذه المسألة كما هو مبين في الشكل 13.4 والذي يكون فيه نقطة الأصل هي النقطة التي يُسقط عندها الصندوق. نعتبر أولاً الحركة الأفقية للصندوق. المعادلة الوحيدة لدينا لحساب المسافة المقطوعة في الاتجاه الأفقي هي $x_f = v_{xi}t$ (المعادلة 9.4a). مركبة السرعة الابتدائية للصندوق في اتجاه x هي نفسها سرعة الطائرة عند التخلص من الصندوق: 40.0 m/s. ولذلك تكون



الشكل 13.4

$$x_f = (40.0 \text{ m/s})t$$

وإذا عرفنا t، طول زمن وجود الصندوق في الهواء، يمكننا تعيين x_f، المسافة التي يقطعها الصندوق في الاتجاه الأفقي. ولإيجاد t، نستخدم المعادلات التي تصف الحركة الرأسية للصندوق. نعلم أن الإحداثي y هي $y_f = -100$ m عند لحظة ارتطام الصندوق بالأرض. ونعلم أيضاً أن مركبة السرعة الرأسية الابتدائية للصندوق v_{yi} تساوي صفراً لأنه عند لحظة التخلص من الصندوق يكون له مركبة سرعة أفقية فقط.

من المعادلة 9.4a نجد أن:

$$y_f = -\frac{1}{2}gt^2$$

$$-100 \text{ m} = -\frac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)t^2$$

$$t = 4.52 \text{ s}$$

يعطي التعويض عن هذه القيمة لزمن الطيران في معادلة الإحداثي x

$$x_f = (40.0 \text{ m/s})(4.25 \text{ s}) = 181 \text{ m}$$

يرتطم الصندوق بالأرض على بعد 181 m يمين نقطة الاسقاط.

تمرين: ما هي مركبتا السرعة الأفقية والرأسية للصندوق قبل أن يرتطم بالأرض مباشرة؟

الإجابة: $v_{xf} = 40.0$ m/s و $v_{yf} = -44.3$ m/s

تمرين: أين تكون الطائرة عند ارتطام الصندوق بالأرض؟ (أفرض أن الطائرة لاتغير سرعتها).

الإجابة: فوق الصندوق مباشرةً.

مثال 7.4 نهاية قفزة التزحلق على الجليد

يترك لاعب قفز الجليد وهو يتحرك في الاتجاه الأفقي بسرعة مقدارها 25.0 m/s، كما هو مبين في الشكل 14.4 . تميل نقطة الهبوط تحته بزاوية 35.0°. أين يهبط على أسفل المستوى المائل؟

الحل: نتوقع أن المتزلج يطير في الهواء لأقل من 10 s ولذلك سوف لا يصل لأكثر من 250 m أفقياً. ويجب أن نتوقع قيمة d، المسافة المقطوعة عبر المستوى المائل، تكون في حدود نفس القيمة. ومن المناسب أن نختار بداية القفز كنقطة أصل $(x_i= 0, y_i= 0)$ وحيث أن $\upsilon_{xi} = 25.0$ m/s و $\upsilon_{yi} = 0$، تكون مركبات x و y من المعادلة 4.9a هي:

$$(1) \quad x_f = \upsilon_{xi}t = (25.0 \text{ m/s})t$$

$$(2) \quad y_f = \frac{1}{2}a_yt^2 = -\frac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)t^2$$

من المثلث القائم الزاوية في الشكل 14.4 نرى أن احداثيات نقطة هبوط اللاعب x,y يعطيان بالعلاقة $x_f= d\cos 35.0°$ و $y_f= -d\sin 35.0°$. بالتعويض عن هذه العلاقات في (1) و (2) نحصل على

$$(3) \quad d\cos 35.0° = (25.0 \text{ m/s})t$$

$$(4) \quad d\sin 35.0° = -\frac{1}{2}(9.80 \text{ m/s}^2)t^2$$

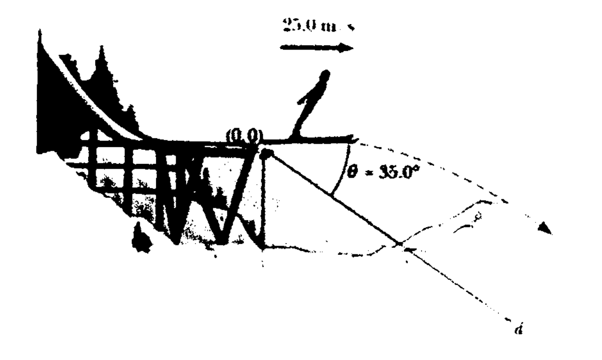
وبحل (3) بالنسبة لـ t وبالتعويض عن النتيجة في (4) نجد أن $d= 109$ m. ومن ثم تكون الإحداثيات x، y للنقطة التي عندها الهبوط هي:

$$x_f= d\cos 35.0° = (109 \text{ m})\cos 35.0° = 39.3 \text{ m}$$

$$y_f= -d\sin 35.0° = -(109 \text{ m})\sin 35.0° = -26.5 \text{ m}$$

تمرين: عين المدة التي يستغرقها اللاعب في الجو وما هي مركبة سرعته الرأسية قبل هبوطها مباشرةً.

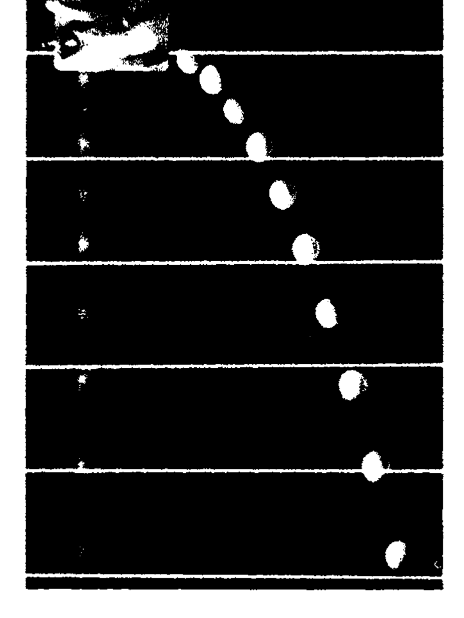
الإجابة: -35.0 m/s و 3.57 s



الشكل 14.4

ماذا يحدث في المثال السابق إذا حمل المتزلج حجر وتركه أثناء فترة وجوده في الهواء؟ حيث أن الحجر له نفس السرعة الابتدائية مثل المتزلج سوف يظل في محاذاته أثناء تحركه. بمعنى إنه يطير بجانبه. هذه هي التقنية التي تستخدمها NASA لتدريب رواد الفضاء.

تم تصوير الطائرة الموجودة في بداية الفصل وهي تسلك نفس مسار المتزلج والحجر. يسقط الركاب والبضائع بمحاذاة بعضهم؛ أي أن لهما نفس المسار. يمكن أن تحرر رائدة فضاء قطعة من المعدات وسوف تطير حرة بجانبها. ويحدث نفس الشئ في مكوك الفضاء. تسقط الطائرة وكل شئ داخلها عند دورانها حول الأرض.



الشكل 15.4 هذه الصور العديدة المتتالية للتخلص من كرتين في نفس اللحظة توضح السقوط الحر (للكرة الحمراء) وحركة المقذوف (للكرة الصفراء). الكرة الصفراء قذفت أفقياً، بينما تحررت الكرة الحمراء من السكون.

(Richard Megnol Fundamental Photograph)

معمل سريع

دون التذرع بأي شئ أكثر من مسطرة وبمعرفة أن الزمن بين اللقطات هو 1/ 30s، اوجد السرعة الأفقية للكرة الصفراء في الشكل 15.4. (تنويه: ابدأ بتحليل حركة الكرة الحمراء. لأنك تعلم عجلتها الرأسية، تستطيع عمل معايرة للمسافات المصورة في الصورة. بعد ذلك يمكنك إيجاد السرعة الأفقية للكرة الصفراء).

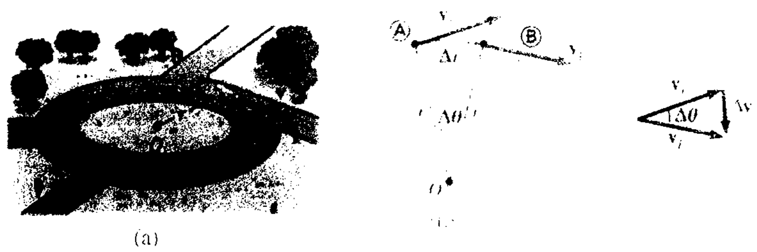
4.4 الحركة الدائرية المنتظمة UNIFORM CIRCULAR MOTION

3.6

يوضح الشكل 16.4 ã عربة تتحرك في مسار دائري بسرعة خطية ثابتة v . تسمى مثل هذه الحركة بحركة دائرية منتظمة. حيث أن اتجاه حركة العربة يتغير، وتكتسب العربة تسارعاً كما علمنا في القسم 1.4 . في أي حركة يكون متجه السرعة هو مماس المسار. وبالتالي، عندما يتحرك جسم في مسار دائري فإن متجه السرعة يكون عمودياً على نصف قطر الدائرة.

وسنوضح الآن أن متجه العجلة في حركة دائرية منتظمة يكون دائماً عمودياً على المسار ويشير دائماً تجاه مركز الدائرة وتسمى العجلة لهذه الحالة بالتسارع العمودي نحو المركز وتكون قيمتها:

$$a_r = \frac{v^2}{r} \qquad (15.4)$$



(a)

... بسرعة ثابتة تقوم بحركة دائرية منتظمة. (b) عندما ... (A) ... إلى v_f. (c) رسم تخطيطي لتعيين اتجاه تغير ... والتي تتجه إلى مركز الدائرة.

... هي نصف قطر الدائرة والرمز r ... يستخدم للدلالة على أن التسارع العمودي نحو المركز يكون في اتجاه نصف القطر.

ولكي نشتق المعادلة 15.4، افترض الشكل 16.4 b، والذي يوضح جسيم عند النقطة (A) أولاً ثم عند النقطة(B). ويكون الجسيم عند (A) عند الزمن t_i وسرعته عند هذا الزمن $\mathbf{v}_i$. يكون الجسيم عند (B) عند زمن آخر t_f، وسرعته عند هذا الزمن $\mathbf{v}_f$. دعنا هنا نفرض أن $\mathbf{v}_i$ و $\mathbf{v}_f$ يختلفان فقط في الاتجاه، وقيمتها واحدة (بمعنى أن $v_i = v_f = v$). ولحساب عجلة الجسيم، دعنا نبدأ بوضع معادلة لمتوسط العجلة (المعادلة 4.4):

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

وتوضح هذه المعادلة أننا يجب طرح $\mathbf{v}_i$ من $\mathbf{v}_f$، والتعامل معهما كمتجهات، حيث $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i$ هي التغير في السرعة. وحيث أن $\mathbf{v}_i + \Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_f$ نستطيع إيجاد المتجه $\Delta\mathbf{v}$ ، مستخدماً مثلث المتجهات في الشكل 4.16c.

والآن ... المثلث في الشكل 16.4b، الذي له الضلعان Δr و r. هذا المثلث والمثلث الموجود في الشكل 16.4c، والذي ضلعاه Δv و v متماثلان. وهذه الحقيقة تمكننا من كتابة العلاقة بين أطوال الأضلاع:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r}$$

يمكن حل هذه المعادلة بالنسبة لـ Δv وبالتعويض عن التعبير الناتج في $\bar{a} = \Delta v/\Delta t$ (المعادلة 4.4)

$$\bar{a} = \frac{v\,\Delta r}{r\,\Delta t}$$

والآن تصور أن النقطتين(A) و (B) في الشكل 16.4b قريبتان جداً من بعضهما. في هذه الحالة تشير $\Delta\mathbf{v}$ تجاه مركز المسار الدائري، ولأن العجلة تكون في اتجاه $\Delta\mathbf{v}$، فسوف تشير أيضاً تجاه المركز.

وعلاوة على ذلك كلما تقارب Ⓐ و Ⓑ من بعضهما تؤول Δt إلى الصفر وتؤول $\Delta r/\Delta t$ إلى السرعة v، ومن ثم عند النهاية $\Delta t \to 0$، تكون قيمة العجلة هي:

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

وهكذا نستنتج أنه في الحركة الدائرية المنتظمة تتجه العجلة تجاه مركز الدائرة ومقدارها يعطى بـ v^2/r ، حيث v هي السرعة للجسيم و r هي نصف قطر الدائرة. ويمكنك أن ترى أن أبعاد a_r هي L/T^2. وسوف نعود لمناقشة الحركة الدائرية في القسم 1.6.

5.4 العجلة (التسارع) المماسية والعجلة العمودية
TANGENTIAL AND RADIAL ACCELERATION

3.6 الآن افترض جسيم يتحرك على مسار منحني حيث تتغير السرعة مقداراً واتجاهاً كما هو مبين بالشكل 17.4. وكما هو الحال دائماً، يكون متجه السرعة مماساً للمسار، بينما يتغير اتجاه متجه العجلة **a** من نقطة لنقطة. وهذا المتجه يمكن تحليله إلى مركبتين متجهتين: مركبة عمودية $\mathbf{a}_r$ و مركبة متجهة مماسية $\mathbf{a}_t$؛ ولذلك يمكن كتابة **a** على الصورة:

العجلة الكلية **(16.4)** $$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$$

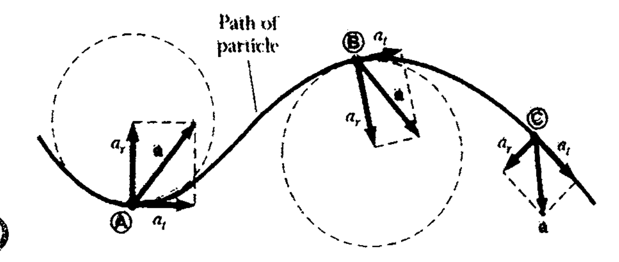
تسبب العجلة المماسية التغير في سرعة الجسيم . وتكون موازية للسرعة اللحظية وقيمتها هي:

العجلة المماسية **(17.4)** $$a_t = \frac{d|\mathbf{v}|}{dt}$$

وكما ذكرنا سابقاً تنشأ العجلة العمودية من التغير في اتجاه متجه السرعة وإن قيمة قياسية تعطى بالعلاقة:

العجلة العمودية **(18.4)** $$a_r = \frac{v^2}{r}$$

حيث r هي نصف قطر منحنى المسار عند النقطة المطلوبة. ولأن $\mathbf{a}_r$ و $\mathbf{a}_t$ هما المركبتان المتعامدتان للمتجه **a**، يتبع ذلك $a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$.



الشكل 17.4 حركة جسيم في مسار منحنى اختياري يقع في المستوى xy. فإذا تغير متجه السرعة **v** (مماساً للمسار دائماً) في الاتجاه والقيمة، تكون المركبتان الاتجاهيتان للعجلة **a** هما المركبة المماسية a_t والمركبة العمودية a_r.

وكما في حالة الحركة الدائرية المنتظمة، تشير دائماً $\mathbf{a}_r$ في الحركة الدائرية غير المنتظمة إلى اتجاه مركز الانحناء كما هو مبين في الشكل 17.4 . وأيضاً تكون $\mathbf{a}_r$ كبيرة، عند سرعة ما، عندما يكون نصف قطر المنحنى صغير (كما هو الحال عند النقطتين Ⓐ وⒷ في الشكل 17.4) وصغيرة عندما تكون r كبيرة (مثل النقطة Ⓒ). ويكون اتجاه $\mathbf{a}_t$ إما في نفس اتجاه $\mathbf{v}$ (إذا كانت v تتزايد) أو عكس $\mathbf{v}$ (إذا كانت v تتناقص).

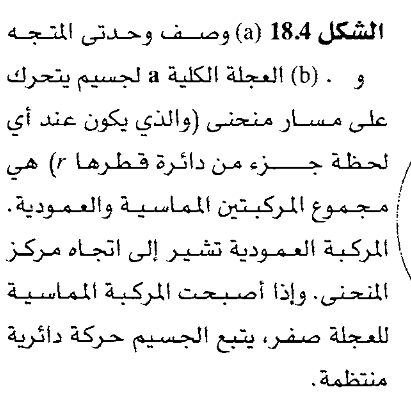
في الحركة الدائرية المنتظمة تكون v ثابتة، $a_t = 0$ وتكون العجلة كلية عمودية كما وصفنا في القسم 4.4 (لاحظ أن المعادلة 18.4 مماثلة للمعادلة 15.4). وبمنطوق آخر، تكون حركة دائرية منتظمة حالة خاصة من الحركة على مسار منحنى. علاوة على ذلك، إذا لم يتغير اتجاه $\mathbf{v}$ لا توجد عجلة نصف قطرية وتكون الحركة في بعد واحد (في هذه الحالة $a_r = 0$ ولكن ربما تكون a_t لاتساوي الصفر).

تساؤل سريع 3.4

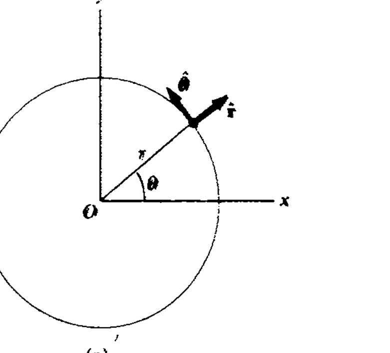
(a) ارسم رسم بياني لحركة يبين متجه السرعة والعجلة لجسيم يتحرك بسرعة ثابتة عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول دائرة. ارسم رسم بياني مماثل لجسيم يتحرك عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول دائرة ولكن (b) يتباطأ بعجلة مماسية ثابتة و (c) تتزايد سرعته بعجلة مماسية ثابتة.

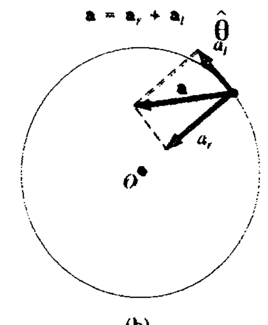
من المناسب أن نكتب عجلة جسيم يتحرك في مدار دائري بدلالة متجهات الوحدة.ونعمل ذلك بتعريف متجهي الوحدة $\hat{\mathbf{r}}$ و $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ المبينة في الشكل 18.4a، حيث إن $\hat{\mathbf{r}}$ هي وحدة المتجهات يقع في اتجاه نصف القطر ويتجه قطرياً للخارج من مركز الدائرة و $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ هي متجه المماس للدائرة. ويكون اتجاه $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ في زيادة θ، حيث تقاس θ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة من المحور x الموجب. لاحظ أن كل من $\hat{\mathbf{r}}$ و $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ "تتحرك مع الجسيم" ولذلك تتغير مع الزمن. وباستخدام هذه الملاحظة يمكن أن نعبر عن العجلة الكلية بما يلي:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_r = \frac{d|\mathbf{v}|}{dt}\hat{\theta} - \frac{v^2}{r}\hat{\mathbf{r}} \qquad (19.4)$$



الشكل 18.4 (a) وصف وحدتي المتجه و . (b) العجلة الكلية $\mathbf{a}$ لجسيم يتحرك على مسار منحنى (والذي يكون عند أي لحظة جزء من دائرة قطرها r) هي مجموع المركبتين المماسية والعمودية. المركبة العمودية تشير إلى اتجاه مركز المنحنى. وإذا أصبحت المركبة المماسية للعجلة صفر، يتبع الجسيم حركة دائرية منتظمة.





تُوصَف هذه المتجهات في الشكل 18.4 a . الإشارة السالبة للحد υ^2/r في المعادلة 19.4 تشير إلى أن عجلة التسارع العمودية تتجه دائماً ناحية القطر عكس $\hat{\mathbf{r}}$.

اختبار سريع 4.4

معتمداً على خبرتك، ارسم رسم بياني لحركة مبيناً متجهات الموضع، السرعة والعجلة لبندول يتذبذب، من الوضع الابتدائي °45 جهة اليمين من الخط الرأسي المار بالمركز، متأرجحاً في قوس ليحمله إلى الوضع النهائي °45 من الشمال للخط الرأسي الذي يمر بنقطة المركز. القوس هو جزء من دائرة ويجب أن تستخدم مركز هذه الدائرة كنقطة أصل لمتجه الوضع.

مثال 8.4 كرة متأرجحة

تتأرجح كرة مربوطة من طرف خيط طوله 0.50 m في دائرة عمودية تحت تأثير الجاذبية الأرضية كما هو موضح في الشكل 19.4 . وعندما يصنع الخيط زاوية $\theta = 20°$ مع الرأسي تكون سرعة الكرة 1.5 m/s .

(a) أوجد قيمة المركبة العمودية للعجلة في هذه اللحظة.

الحل: يطبق على هذه الحالة رسم إجابة التساؤل السريع 4.4 وبالتالي سيكون لدينا فكرة جيدة عن كيفية تغير متجه العجلة أثناء الحركة. الشكل 19.4 يجعلنا نأخذ نظرة أقرب عن هذه الحالة. تُعطى العجلة العمودية بالمعادلة 18.4 حيث $\upsilon = 1.5$ m/s و $r = 0.50$ m، ومن ثم نجد أن:

$$a_r = \frac{\upsilon^2}{r} = \frac{(1.5 \text{ m/s})^2}{0.50 \text{ m}} = 4.5 \text{ m/s}^2$$

(b) ما قيمة العجلة المماسية عند $\theta = 20°$؟

الحل: عندما تكون الكرة عند الزاوية θ من الرأسي، تكون لها عجلة مماسية قيمتها $g \sin \theta$ (مركبة **g** المماسية للدائرة). ولذلك عند $\theta = 20°$، $a_t = g \sin 20° = 3.4 \text{ m/s}^2$.

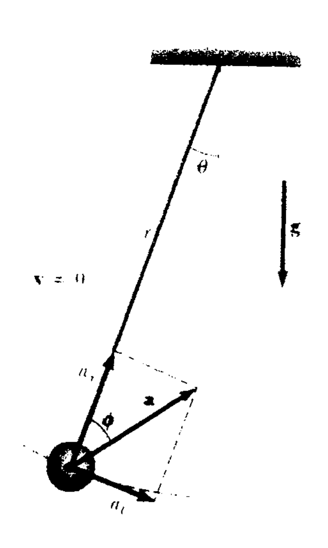
(c) أوجد مقدار واتّجاه عجلة التسارع الكلي **a** عند $\theta = 20°$.

الحل: حيث أن $\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$ تكون قيمة **a** عند $\theta = 20°$ هي:

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(4.5)^2 + (1.3)^2} \text{ m/s}^2 = 5.6 \text{ m/s}^2$$

وإذا كانت θ هي الزاوية بين **a** والخيط:

$$\phi = \tan^{-1}\frac{a_t}{a_r} = \tan^{-1}\left(\frac{3.4 \text{ m/s}^2}{4.5 \text{ m/s}^2}\right) = 37°$$



الشكل 19.4 حركة كرة معلقة بخيط طوله r، تهتز الكرة بحركة دائرية غير منتظمة في مستوى رأسي، وعجلتها **a** لها مركبة عمودية a_r وأخرى مماسية a_t.

لاحظ أن **a**، $\mathbf{a}_t$ و $\mathbf{a}_r$ تتغير في الاتجاه والقيمة عندما تهتز الكرة في دائرة. وعندما تكون الكرة عند أدنى ارتفاع ($\theta = 0$) فإن $a_t = 0$ حيث لايوجد مركبة مماسية لـ **g** عند هذه الزاوية؛ وتكون أيضاً a_r عند القيمة القصوى لأن v تكون قيمتها قصوى.

وإذا كانت الكرة لها سرعة كافية لكي تصل لأعلى موضع ($\theta = 180°$) تكون a_t مساوية للصفر مرة أخرى ولكن a_r في أدنى قيمة لها حيث تكون v في هذ اللحظة قيمة صغرى. وأخيراً في الوضعين الأفقيين ($\theta = 90°$ ،$\theta = 270°$) تكون $|\mathbf{a}_t| = g$ وتكون لـ a_r قيمة بين القيمتين الصغرى والكبرى.

6.4 السرعة النسبية والعجلة النسبية:
RELATIVE VELOCITY AND RELATIVE ACCELERATION

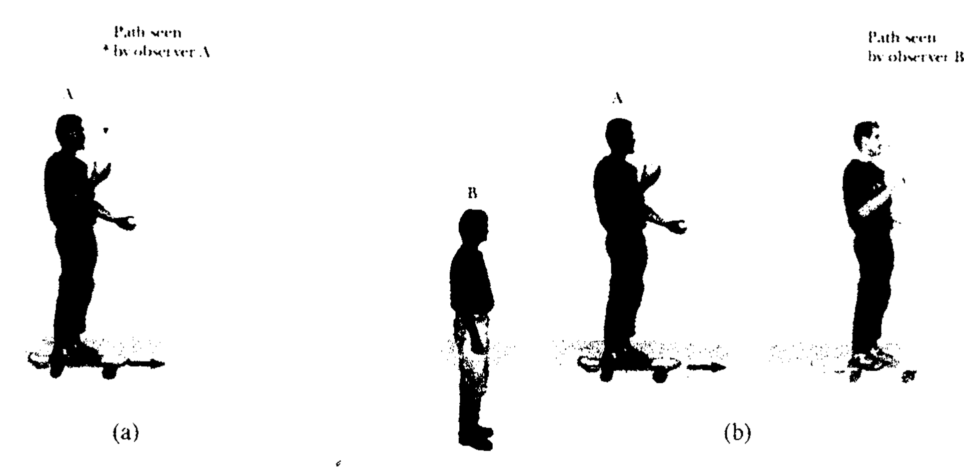
في هذا القسم نصف كيف تكون الأحداث- الظاهرة- لتسجيلات راصدين مختلفين مرتبطة ببعضها في إطاري إسناد مختلفين. سوف نجد أن الراصدين في أُطر الإسناد المختلفة ربما يقيسون ازاحات، سرعات، وعجلات مختلفة لجسيم معين (لنفس الجسم). بمعنى إنه بصورة عامة لايتفق راصدان يتحرك إحداهما بالنسبة للآخر في النتائج المقاسة.

3.7 على سبيل المثال افرض أن سيارتين متحركتين في نفس الاتجاه بالسرعتين 50 mi/ h و 60 mi/ h. بالنسبة للراكب في السيارة الأبطأ تكون سرعة السيارة الأسرع هي 10 mi/ h. وبالطبع سوف يقيس راصد ساكن سرعة السيارة الأسرع لتكون 60 mi/h وليست 10 mi/h. أي الرصدين يكون صحيحاً؟ كلاهما على حق! هذا المثال البسيط يوضح أن السرعة لجسم تعتمد على إطار الإسناد الذي تُقاس منه.

افرض أن شخص يتزلج على أرضية زلاجة (راصد Observer A) يقذف كرة بطريقة تظهر بالنسبة لإطار إسناد هذا الشخص كأنها تتحرك رأسياً إلى أعلى ثم إلى أسفل في نفس الخط الرأسي كما هو مبين في الشكل 20.4 a. ويرى راصد آخر ساكن B مسار الكرة كقطع مكافئ كما هو موضح بالشكل 20.4 b. بالنسبة للحركة النسبية من الكرة للراصد B، تكون للكرة مركبة سرعة رأسية (ناتجة من السرعة الابتدائية لأعلى وعجلة الجاذبية لأسفل) ومركبة أفقية.

مثال آخر لهذا المفهوم هو إسقاط صندوق من طائرة تطير بسرعة ثابتة، هذه الحالة درسناها في مثال 6.4 . يرى راصد في الطائرة حركة الصندوق كخط مستقيم تجاه الأرض. بينما يرى مستكشف في سفينة جانحة مسار الصندوق كقطع مكافئ. إذا استمرت الطائرة في التحرك أفقياً بنفس السرعة بمجرد اسقاط الصندوق فإن الصندوق سوف يرتطم بالأرض أسفل الطائرة مباشرة (وذلك إذا فرضنا إهمال مقاومة الهواء)!

وكحالة أكثر عموماً، اعتبر جسيم موضوع عند النقطة A في الشكل 21.4. تخيل آن حركة هذا الجسيم يتم وصفها بواسطة راصدين، واحد في إطار الاسناد S (Reference Frame) ثابت بالنسبة للأرض، والآخر في إطار الاسناد S' يتحرك جهة اليمين بالنسبة إلى S (وكذلك بالنسبة للأرض) بسرعة ثابتة $\mathbf{v}_0$ (بالنسبة للراصد عند S'، وتتحرك S إلى اليسار بسرعة $-\mathbf{v}_0$). حيث يقف الراصد في إطار إسناد لاعلاقة له بهذا الموضوع ولكن الغرض من هذا النقاش هو وضع كل راصد عند نقطة الأصل التابعة له.



الشكل 20.4 (a) راصد A على عربة متحركة يرمي كرة رأسياً إلى أعلى ويراها تعلو وتسقط في مسار خط مستقيم. (b) راصد B ساكن يرى مسار قطع مكافئ لنفس الكرة.

نرمز لموضع الجسيم بالنسبة لإطار S بمتجه $\mathbf{r}$ وبالنسبة للإطار S' بمتجه الموضع $\mathbf{r}'$، وذلك بعد فترة زمنية t . العلاقة التي تربط متجهي الموضع $\mathbf{r}$ و $\mathbf{r}'$ هي $\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{v}_0 t$ أو

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t \qquad \text{(20.4)}$$

التحويل الجاليلي للإحداثيات

بمعنى إنه بعد زمن t يُزاح الإطار S' جهة اليمين من S بمقدار $\mathbf{v}_0 t$.

وإذا قمنا بتفاضل المعادلة 20.4 بالنسبة للزمن مع اعتبار $\mathbf{v}_0$ ثابتة نحصل على:

$$\frac{d\mathbf{r}'}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{v}_0$$

التحويل الجاليلي للسرعة **(21.4)** $\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$

حيث $\mathbf{v}'$ هي سرعة الجسيم المرصودة عند S' و $\mathbf{v}$ هي سرعته المرصودة عند S. المعادلتان 20.4 و 21.4 تعرفان بتحويلات معادلات الحركة لجاليليو Galilean transformation equations. وهما يربطان الموضع والسرعة لجسيم عند قياسهما عند موضع ثابت بالنسبة للأرض بتلك القيم المقاسة عند موضع متحرك بحركة منتظمة بالنسبة للأرض.

شكل 21.4 يوصف جسيم موضوع عند Ⓐ بواسطة راصدين احدهما في إطار ثابت S والاخر في إطار `S يتحرك جهة اليمين بسرعة $\mathbf{v}_0$. والمتجه r هو متجه موضع الجسيم بالنسبة لـ S ، `r هو متجه موضعه بالنسبة لـ `S

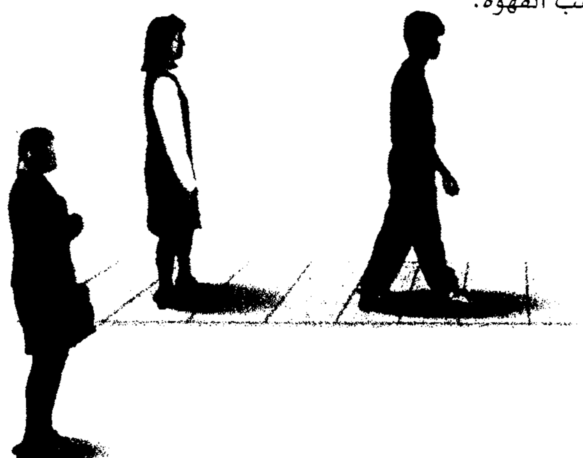
وعلى الرغم من أن الراصدين يقيسان سرعات مختلفة للجسيم إلا أنهما يقيسان نفس العجلة عندما تكون $\mathbf{v}_0$ ثابتة. ويمكن التحقق من ذلك بإجراء التفاضل بالنسبة للزمن t للمعادلة 21.4:

$$\frac{d\mathbf{v}'}{dt} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} - \frac{d\mathbf{v}_0}{dt}$$

وحيث إن $\mathbf{v}_0$ ثابتة، $d\mathbf{v}_0/dt=0$. ولذلك نستنتج أن $\mathbf{a}' = \mathbf{a}$ لان $\mathbf{a}' = \frac{d\mathbf{v}'}{dt}$ و $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$ بمعنى أن عجلة الجسيم المقاسة بواسطة راصد على الأرض هي نفس العجلة المقاسة بواسطة أي راصد آخر يتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة للأرض.

اختبار سريع 5.4

راكب في سيارة تسير بسرعة 60 mi/h يملؤ فنجانا من القهوة للسائق المتعب. اوصف مسار القهوة عندما تتحرك من الإناء إلى الفنجان كما يُرى بواسطة (a) المسافر و (b) شخص واقف بجانب الطريق وينظر إلى نافذة السيارة عندما تمر (c) ماذا يحدث إذا حدث تسارع للسيارة بينما تُصب القهوة.



ترى سيدة واقفة على سير متحرك رجل يسير عليه بسرعة أبطأ من سيدة تقف على أرضية ساكنة.

مثال 9.4 مركب يعبر نهر

يتجه مركب ناحية الشَمال عبر نهر واسع بسرعة مطلقة 10.0 km/h بالنسبة للماء. ويتحرك الماء في النهر بسرعة منتظمة 5.00 km.h ناحية الشرق بالنسبة للأرض. عين سرعة المركب بالنسبة لشخص يقف على الشاطئ.

الحل: $\mathbf{v}_{br}$ سرعة المركب بالنسبة للنهر، و $\mathbf{v}_{rE}$ سرعة النهر بالنسبة للأرض معلومتان. وكل ما نحتاجه هو حساب سرعة المركب بالنسبة للأرض $\mathbf{v}_{bE}$. العلاقة بين هذه الكميات تعطى بالمعادلة:

$$\mathbf{v}_{bE} = \mathbf{v}_{br} + \mathbf{v}_{rE}$$

الشكل 22.4

يجب معاملة الحدود في المعادلة على أنها كميات متجة؛ هذه المتجهات موضحة في الشكل 22.4. الكمية $\mathbf{v}_{br}$ ناحية الشمال، $\mathbf{v}_{rE}$ ناحية الشرق ومتجه المحصلة $\mathbf{V}_{bE}$ يصنع زاوية θ، كما هي وا حة في الشكل 22.4. هكذا نستطيع إيجاد السرعة $\mathbf{v}_{bE}$ للمركب بالنسبة للأرض باستخدام نظرية فيثاغورث:

$$v_{bE} = \sqrt{v_{br}^2 + v_{rE}^2} = \sqrt{(10.0)^2 + (5.00)^2}\,\text{km/h}$$
$$= 11.2\ \text{km/h}$$

واتجاه $\mathbf{v}_{bE}$ هو:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{rE}}{v_{br}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.00}{10.0}\right) = 26.6^\circ$$

يتحرك المركب بسرعة مطلقة 11.2 Km/h في اتجاه 26.6° الشمال الشرقي بالنسبة للأرض.

تمرين: إذا كان عرض النهر 3.0 Km، احسب الزمن الذي يستغرقه المركب لعبوره.

الإجابة: 18 min.

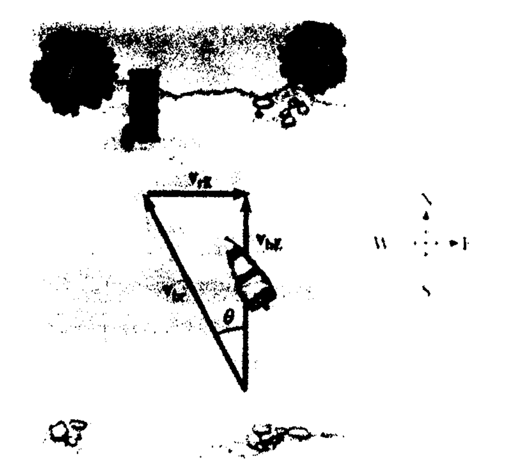
مثال 10.4 أي طريق يجب أن نسلكه؟

إذا تحرك المركب في المثال السابق بنفس السرعة 10.0 Km/h بالنسبة للنهر متجهاً ناحية الشمال، كما هو مبين في الشكل 23.4، ما هو الاتجاه الذي يجب أن يأخذه؟

الحل: كما في المثال السابق نعلم $\mathbf{v}_{rE}$ وقيمة المتجه $\mathbf{v}_{br}$ ونريد أن تكون $\mathbf{v}_{bE}$ في اتجاه عبور النهر. يبين الشكل 23.4 أن المركب يجب أن يتغلب على التيار للانتقال مباشرة تجاه الشمال عبر النهر.

لاحظ الفرق بين المثلث الموجود في الشكل 23.4 والمثلث الموجود في الشكل 23.4- خاصة وتر المثلث في الشكل 23.4 والذي لايمثل الآن بـ $\mathbf{v}_{bE}$. لذلك عندما نستخدم نظرية فيثاغورث لحساب $\mathbf{v}_{bE}$ هذه المرة نحصل على:

$$v_{bE} = \sqrt{v_{br}^2 + v_{rE}^2} = \sqrt{(10.0)^2 + (5.00)^2}\text{km/h} = 8.66 \text{ km/h}$$



الشكل 23.4

والآن بمعرفة مقدار $\mathbf{v}_{bE}$ نستطيع حساب الاتجاه الذي يأخذه المركب:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{rE}}{v_{bE}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5.00}{8.66}\right) = 30.0^\circ$$

يجب أن يتخذ المركب سبيلاً تجاه 30.0° في الشمال الغربي.

تمرين: إذا كان عرض النهر 3.0 Km، احسب الزمن الذي يستغرقه المركب لعبور النهر.

الإجابة: 21 min.

ملخص SUMMARY

إذا تحرك جسيم بعجلة ثابتة $\mathbf{a}$ وسرعة $\mathbf{v}_i$ ومتجه موضع $\mathbf{r}_i$ عند الزمن t. يكون متجهي سرعته وموضعه بعد زمن t هي:

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t \qquad (8.4)$$

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \qquad (9.4)$$

بالنسبة للحركة في بعدين في المستوى xy تحت تأثير عجلة ثابتة، كل من هذه المتجهات السابقة تكون مكافئة لمركبتين- واحدة للحركة في الاتجاه x والأخرى في الاتجاه y. ويجب أن تكون قادراً على تحليل الحركة في اتجاهين لأي جسم إلى هاتين المركبتين.

حركة المقذوف هي نوع من أنواع الحركة في بعدين تحت تأثير عجلة ثابتة حيث $a_x = 0$ و $a_y = -g$. من المفيد أن نعتبر حركة المقذوف على أنها مجموع حركتين: (1) حركة سرعة ثابتة في اتجاه x و (2) حركة سقوط حر في الاتجاه الرأسي تحت تأثير عجلة ثابتة إلى أسفل مقدارها $g = 9.80 \text{ m/s}^2$. ويجب تحليل الحركة في مركبتي السرعة الأفقية والرأسية، كما هو في الشكل 24.4.

حركة جسيم في دائرة نصف قطرها r بسرعة v' هي الحركة الدائرية المنتظمة. وهي تحت تأثير

عجلة عمودية a_r، لأن اتجاه **v** يتغير مع الزمن. ويُعطى مقدار $\mathbf{a}_r$ بالعلاقة:

$$a_r = \frac{v^2}{r} \qquad (18.4)$$

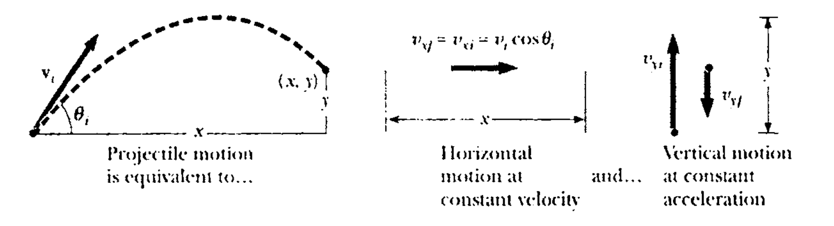
ويكون اتجاهها دائماً ناحية مركز الدائرة.

إذا تحرك جسيم على مسار منحنى بطريقة يتغير فيها مقدار واتجاه **v** مع الزمن، يكون للجسيم متجه عجلة يمكن وصفه بمركبتي متجه (1) المركبة النصف قطرية العمودية للمتجه $\mathbf{a}_r$ والتي تسبب التغير في اتجاه **v** و (2) مركبة مماسية للمتجه $\mathbf{a}_t$ والتي تسبب التغير في قيمة **v**. وقيمة a_r هي v^2/r وقيمة $\mathbf{a}_t$ هي $d\,|\mathbf{v}|/dt$. ويجب ان نرسم رسم بياني لحركة جسيم له مسار منحني ونبين كيف يتغير متجها السرعة والعجلة عندما تتغير حركة الجسم.

ترتبط السرعة **v** لجسيم والمقاسة في إطار الإسناد S بالسرعة $\mathbf{v}'$ لنفس الجسيم والمقاسة في إطار إسناد متحرك S' بالعلاقة:

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0 \qquad (21.4)$$

حيث $\mathbf{v}_0$ هي سرعة S' بالنسبة لـ S . ويمكن التحويل للخلف والأمام بين إطاري إسناد مختلفين.



الشكل 24.4 تحليل حركة مقذوف إلى المركبتين الأفقية والرأسية.

أسئلة QUESTIONS

1- هل يمكن لجسم أن يتسارع إذا كانت سرعة ثابتة؟ هل يمكن لجسم أن يتسارع إذا كانت سرعته الإتجاهية ثابتة؟

2- إذا كان متوسط سرعة جسيم يساوي صفر في فترة زمنية ما، ما الذي تقوله عن إزاحة الجسيم في تلك الفترة؟

[3] إذا علمت متجه موضع جسيم عند نقطتين على مساره وعلمت كذلك الزمن الذي يأخذه لينتقل من نقطة للأخرى، هل تستطيع أن تعين السرعة اللحظية للجسيم؟ وكذلك متوسط سرعته؟ اشرح.

4- اوصف الحالة التي تكون فيها سرعة جسيم عمودية دائماً على متجه الموضع.

[5] اشرح أي من الجسيمات التالية تكون لها عجلة تسارع أو ليس لها: (a) جسيم يتحرك في خط مستقيم بسرعة ثابتة (b) جسيم يتحرك حول منحنى بسرعة ثابتة.

6- صحح المقولة التالية: "سيارة السباق تلف الدوران بسرعة ثابتة 90 mi/h".

7- عين أي من الأجسام المتحركة التالية لها مسار قطع مكافئ تقريباً:

(a) كرة ملقاة في اتجاه اختياري، (b) طائرة نفاسة (c) صاروخ يترك منصة الاطلاق (d) صاروخ تتعطل محركاته بعد الاطلاق بدقائق، (e) حجر مقذوف يتحرك إلى قاع بركة بها ماء.

8- أُسقطت صخرة في نفس لحظة قذف كرة أفقياً من نفس الارتفاع. أي منهما له سرعة أكبر عند وصوله لمستوى الأرض؟

9 تندفع سفينة فضاء خلال الفضاء بسرعة ثابتة. وفجأة تسرب غاز في جانب السفينة مُسبباً تسارعاً ثابتاً للسفينة في اتجاه عمودي على السرعة الابتدائية. لم يتغير اتجاه السفينة، ولذلك ظلت العجلة عمودية على اتجاه السرعة الابتدائية. ما هو شكل المسار الذي تأخذه السفينة في هذه الحالة؟

10- أُطلقت كرة أفقياً من قمة مبنى وبعد ثانية واحدة أطلقت كرة أخرى أفقياً من نفس النقطة وبنفس السرعة. عند أي نقطة في الحركة سوف تكون الكرتان قريبتين جداً لبعضهما؟ هل تسير الكرة الأولى بسرعة أكبر دائماً من الثانية؟ كم من الزمن يمر بين لحظة ارتطام الكرة الأولى بالأرض ولحظة ارتطام الثانية بالأرض؟ هل يمكن تغير مسقط السرعة الأفقية للكرة ثانية لكي تصل الكرتان معاً إلى الأرض في نفس الوقت؟

11- يجادل طالب أستاذه بأن القمر الصناعي يدور حول الأرض في مسار دائري، ويتحرك بسرعة ثابتة ولذلك لاتكون له عجلة. ويدعي الأستاذ أن الطالب على خطأ حيث إن القمر الصناعي يجب أن تكون له عجلة عمودية عندما يتحرك في مساره الدائري. ما هو الخطأ في مجادلة الطالب؟

12- ما هو الفرق الجوهري بين متجهي الوحدة $\hat{\mathbf{r}}$ و $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ومتجهي الوحدة $\mathbf{i}$ و $\mathbf{j}$؟

13- سرعة البندول عند نهاية قوسه تساوي صفراً هل تساوي عجلته الصفر عند هذه النقطة؟

14- إذا أُسقط حجر من قمة ساري مركب. هل يرتطم بسطح المركب عند نفس النقطة بغض النظر عما إذا كان المركب ثابت أو متحرك بسرعة ثابتة؟

15- قُذف حجر رأسياً إلى أعلى من قمة مبنى. هل تتوقف إزاحة الحجر على موضع نقطة أصل إحداثيات النظام؟ هل تعتمد سرعة الحجر على موضع نقطة الأصل؟

16- هل يمكن أن تسير عربة حول منحنى بدون عجلة؟ فسر ذلك.

17- قُذفت كرة بسرعة ابتدائية $(10\,\mathbf{i} + 15\,\mathbf{j})$ m/s. عندما تصل إلى أقصى قيمة لمسارها، ما هي (a) سرعتها و (b) عجلتها؟ اهمل تأثير مقاومة الهواء.

18- يتحرك جسم في مسار دائري بسرعة ثابتة v (a) هل سرعة الجسم ثابتة؟ (b) هل عجلته ثابتة؟ اشرح.

9 أُطلقت قذيفة بزاوية معينة مع المحور الأفقي بسرعة ابتدائية v_i، اهمل مقاومة الهواء. هل تتعامل مع القذيفة كجسم يسقط سقوطاً حراً؟ ما هي عجلته في الاتجاه الرأسي؟ وما هي عجلته في الاتجاه الأفقي؟

20- أطلقت قذيفة بزاوية $30°$ من الاتجاه الأفقي بسرعة ابتدائية مطلقة معينة. عند أي زاوية أخرى يطلق الصاروخ كي يكون له نفس المدى إذا كانت السرعة الابتدائية واحدة في الحالتين؟ اهمل مقاومة الهواء.

21- أطلقت قذيفة على الأرض بسرعة ابتدائية ما. كما أطلق صاروخ آخر على القمر بنفس السرعة الابتدائية. فإذا أهملت مقاومة الهواء، أي من الصاروخين له مدى أكبر؟ أيهما يصل إلى ارتفاع أكبر؟ (لاحظ أن عجلة السقوط الحر على القمر حوالي $1.6\ m/s^2$).

22- عندما يتحرك مقذوف خلال مساره في قطع مكافئ أي من هذه الكميات يظل ثابتاً: (a) السرعة المطلقة، (b) العجلة، (c) المركبة الأفقية للسرعة، (d) المركبة الرأسية للعجلة؟

23- راكب في قطار يسير بسرعة ثابتة يسقط ملعقة. ما هي عجلة الملعقة بالنسبة لـ (a) القطار (b) الأرض؟

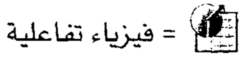
PROBLEMS مسائل

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي

☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل


= فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

قسم 1.4

WEB

1 يتحرك راكب دراجة بخارية بسرعة $20.0\ m/s$ تجاه الشمال لمدة $3.00\ min$ ثم يتجه غرباً بسرعة $25.0\ m/s$ لمدة $2.00\ min$ ثم يتجه جنوب غرب بسرعة $30.0\ m/s$ لمدة $1.00\ min$ في هذه الرحلة التي استغرقت 6 دقائق، اوجد (a) متجه الإزاحة الكلي (b) السرعة المتوسطة (c) السرعة المتوسطة. اتخذ المحور الذي يكون الاتجاه الموجب لـ x شرقاً.

2- افرض أن متجه موضع جسيم يعطى بالعلاقة $\mathbf{r}= x\mathbf{i}+ y\mathbf{j}$ حيث $x = at + b$ و $y= ct^2+ d$، $a= 1.00\ m/s$ ، $b= 1.00\ m$، $c= 0.125\ m/s^2$، $d= 1.00\ m$ احسب (a) متوسط السرعة خلال الفترة الزمنية من $t= 2.00\ s$ إلى $t= 4.00\ s$. (b) عين السرعة الإتجاهية والسرعة عند $t= 2.00\ s$.

3- قُذِفت كرة جولف من حافة هضبة. تتغير المحاور x و y مع الزمن بالعلاقتين التاليتين:

$$x= (18.0\ m/s)t$$

$$y= (4.00\ m/s)t- (4.90\ m/s^2)\ t^2$$

(a) اكتب تعبير لمتجه موضع الكرة كدالة في الزمن بدلالة $\mathbf{i}$ و $\mathbf{j}$. بإجراء التفاضل للمتجه السابق اكتب تعبيراً لكل من (b) متجه السرعة كدالة في الزمن (c) متجه التسارع كدالة في الزمن. استخدم متجهات الوحدة للتعبير عن (d) الموضع (e) السرعة و (f) تسارع الكرة بعد $t= 3.00\ s$.

4- إحداثيات جسم يتحرك في المستوى xy تتغير مع الزمن تبعاً للمعادلات التالية:

$$x = -(5.00\text{ m}) \sin \omega t$$

$$y = (4.00\text{ m}) - (5.00\text{ m}) \cos \omega t$$

حيث t بالثواني و ω بوحدات $(\text{Second})^{-1}$.

(a) عين مركبات السرعة ومركبات العجلة عند $t=0$. (b) اكتب علاقات لمتجه الموضع، متجه السرعة، ومتجه العجلة عند أي زمن $t>0$.

(c) صف مسار الجسم على الرسم البياني xy.

قسم 2.4

5- عند $t=0$ يتحرك جسيم في المستوى xy بعجلة ثابتة وبسرعة ابتدائية $\mathbf{v}_i = (3.00\,\mathbf{i} - 2.00\,\mathbf{j})$ m/s، عند $t = 3.00$ s تكون سرعتها $\mathbf{v} = (9.00\,\boldsymbol{i} + 7.00\,\boldsymbol{j})$. أوجد (a) عجلة الجسيم و (b) إحداثيات الجسيم عند أي زمن t.

6- يتغير متجه موضع جسيم مع الزمن تبعاً للعلاقة $\mathbf{r} = (3.00\,\mathbf{i} - 6.00\,t^2\mathbf{j})$m أوجد (a) علاقة للسرعة والتسارع كدالة في الزمن (b) عين موضع الجسيم وسرعته عند $t = 1.00$ s.

7- جسيم عند نقطة الأصل له عجلة $\mathbf{a} = 3.00\,\mathbf{j}$ m/s^2 وسرعته الابتدائية $\mathbf{v}_i = 5.00\,\mathbf{i}$ m/s. عين (a) متجه الموضع ومتجه السرعة عند أي زمن t و (b) الإحداثيات والسرعة للجسيم عند $t = 2.00$ s.

القسم 3.4

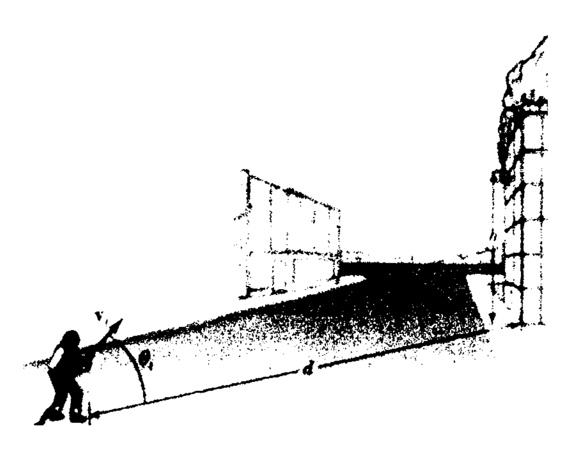
8- لاعب تنس يقف على بعد 12.6 m من الشبكة يضرب الكرة بزاوية 3.00° فوق الأفقي. ولكي تجتاز الكرة الشبكة، يجب أن ترتفع مسافة 0.33 m على الأقل. فإذا اجتازت الكرة الشبكة بالكاد عند قمة مسارها، ما هي سرعة تحرك الكرة عند تركها للمضرب؟

9- يستطيع رائد فضاء على كوكب غريب أن يقفز مسافة 15.0 m أفقياً بسرعة ابتدائية 3.00 m/s . ما هو تسارع السقوط الحر على هذا الكوكب؟

[10] تطلق قذيفة بحيث يكون مداها الأفقي يساوي ثلاث أضعاف أقصى ارتفاع تصل إليه. ما هي زاوية الاطلاق؟ اعطي اجابتك حتى ثلاث أرقام عشرية.

11- رجل مطافئ يبعد 50.0 m من مبنى يحترق يوجه تيار من الماء من خرطوم الحريق بزاوية 30.0° مع الأفقي، كما هو مبين بالشكل P 11.4 . فإذا كانت سرعة الماء هي 40.0 m/s. عند أي ارتفاع يرتطم الماء بالمبنى؟

12- يوجه رجل مطافئ يبعد مسافة d من مبنى يحترق تيارا من الماء من خرطوم الحريق بزاوية θ_i مع الأفقي كما هو مبين بالشكل P 11.4 . فإذا كانت سرعة الماء هي v_i، عند أي ارتفاع h يرتطم الماء بالمبنى.





الشكل P 11.4 مسألة 11، 12

(بتصريح من Fredrich Mckinney/ FPG international)

قسم 4.4

13- مدار القمر حول الأرض هو تقريباً مدار دائري. بمتوسط نصف قطر 3.84×10^8 m. يأخذ القمر 27.3 يوماً ليكمل دورة كاملة حول الأرض. اوجد (a) متوسط السرعة المدارية للقمر و (b) عجلته العمودية (في اتجاه المركز).

14- لاعب قوى يلف قرصا كتلته 1.00 Kg في مسار دائري نصف قطره 1.06 m. أقصى سرعة مطلقة للقرص هي 20.0 m/s. عين أقصى قيمة للتسارع النصف قطري للقرص.

15- يدور إطار نصف قطره 0.500 m بمعدل ثابت 200 rev/ min. اوجد السرعة والتسارع لحجر صغير موجود في إحدى الفراغات الخارجية للإطار (على حوافه الخارجية). (تنويه: خلال لفة واحدة يقطع الحجر مسافة تساوي محيط الاطار، $2\pi r$).



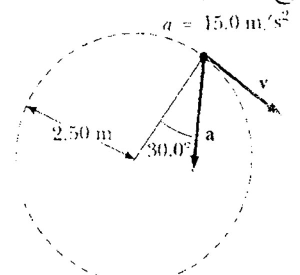
القسم 5.4

16- يبطئ قطار من سرعته عندما يسير في ملف أفقي حاد، لتتناقص سرعته من 90.0 Km/h إلى 50.0 Km/h في 15.0 s والتي يستغرقها للدوران على المنحنى. فإذا كان نصف قطر المنحنى 150 m، احسب التسارع في اللحظة التي تصل فيها سرعة القطار إلى 50.0 Km/h. افرض أن القطار يبطئ من سرعته بمعدل منتظم أثناء فترة الـ 15.0 s.

17- تتزايد سرعة سيارة تتحرك على طريق دائري نصف قطره 20.0 m بمعدل 0.600 m/s^2. عندما تكون السرعة اللحظية للسيارة 4.00 m/s اوجد (a) المركبة المماسية للتسارع (b) المركبة العمودية للتسارع. (c) قيمة واتجاه التسارع الكلي.

18- يوضح الشكل P 18.4 التسارع الكلي وسرعة جسيم يتحرك في اتجاه عقارب الساعة في دائرة نصف قطرها 2.5 m عند أي لحظة معينة من الزمن. عند هذه

اللحظة اوجد (a) التسارع المركزي (b) السرعة المطلقة للجسيم و (c) عجلة التسارع المماسية.



الشكل P 18.4

19- يربط طالب كرة في نهاية خيط طولة 0.600 m. ثم تتأرجح الكرة في دائرة رأسية. تكون سرعة الكرة 4.30 m/s عند أعلى نقطة في حركتها و 6.50 m/s عند أدنى نقطة لها. أوجد عجلة الكرة عندما يكون الخيط رأسياً والكرة عند (a) أعلى نقطة و (b) أدنى نقطة.

القسم 6.4

20 يسير الماء في النهر بسرعة ثابتة 0.50 m/s. يسبح فيه طالب ضد التيار لمسافة 1.00 Km ثم يسبح عائداً إلى نقطة البداية. إذا كان الطالب يستطيع أن يسبح في مياه راكدة بسرعة 1.20 m/s، كم تستغرق رحلة هذا الطالب؟ قارن هذا بزمن الرحلة التي يجب أخذها في حالة المياة الساكنة.

21- يلاحظ قائد طائرة أن البوصلة تشير إلى الطيران تجاه الغرب. وأن سرعة الطائرة بالنسبة للهواء 150 Km/h. فإذا كانت سرعة الرياح تجاه الشمال هي 30.0 Km/h، اوجد سرعة الطائرة بالنسبة للأرض.

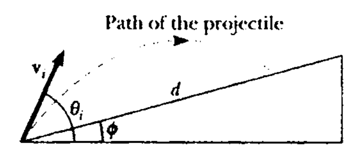
22- يبدأ السباحان علي وباسم من نفس النقطة لنهر سرعة مياهه v. يتحرك الاثنان بنفس السرعة C $(C > v)$ بالنسبة للنهر. يسبح علي مع التيار لمسافة L ثم ضد التيار لنفس المسافة. ويسبح باسم بحيث تكون حركته بالنسبة للأرض عمودية على ضفتي النهر. يسبح باسم مسافة L في هذا الاتجاه ثم يعود. وكانت نتيجة حركة كل من علي وباسم هي رجوعهما لنقطة البداية. أي السباحين يعود أولاً؟

مسائل إضافية

23- أطلق مقذوف لأعلى مستوى مائل (زاوية ميل ϕ) بسرعة ابتدائية V وبزاوية θ_i بالنسبة للأفقي ($\theta_i > \phi$)، كما هو مبين بالشكل P 23.4 (a) اثبت أن المقذوف يقطع مسافة d أعلى المستوى المائل حيث:

$$d = \frac{2v_i^2 \cos \theta_i \sin (\theta_i - \phi)}{g \cos^2 \phi}$$

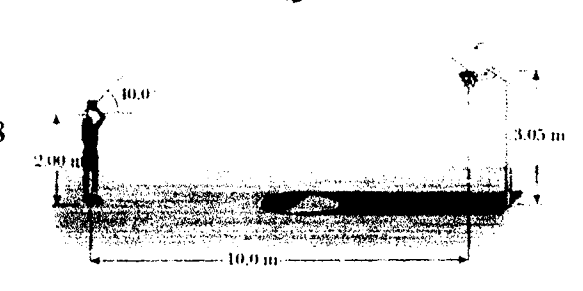
(b) ما هي قيمة θ_i حتى تكون d أقصى قيمة، وما هي قيمة أقصى مسافة؟



الشكل P 23.4

24- رائد فضاء يقف على القمر يطلق رصاصة من بندقية بحيث تترك الرصاصة ماسورة البندقية في اتجاه أفقي. (a) ما هي سرعة الرصاصة عند فوهة البندقية بحيث تدور دورة كاملة حول القمر وتعود ثانية لموضع بدايتها؟ (b) كم تستغرق هذه الرحلة حول القمر؟ افرض أن عجلة التسارع الحر على سطح القمر تساوي سدس عجلة الجاذبية الأرضية.

25- يقف لاعب كرة سلة طوله 2.00 m على الأرض على بعد 10.0 m من السلة كما هو موضح بالشكل P 25.4 . فإذا صوب الكرة بزاوية 40.0° من الأفقي، فبأي سرعة يجب أن يرمي بها الكرة كي تمر من خلال الحلقة دون أن ترتطم باللوح الخشبي الموجود خلف الحلقة؟ ارتفاع الشبكة 3.05m.



الشكل P 25.4

26- مركبتا سرعة جسم هما:

$\upsilon_x = +4$ m/s $\quad \upsilon_y = -(6\ \text{m/s}^2)\, t + 4$m/s

احسب السرعة المطلقة للجسيم واتجاه متجه السرعة $\theta = \tan^{-1}(\upsilon_y/\upsilon_x)$ عند $t = 2.00$ s.

27 - أقصى مسافة أفقية يستطيع طفل أن يرمي كرة إليها هي 40.0 m في مستوى الملعب. ما هي أقصى مسافة يستطيع الطفل أن يقذف الكرة إليها رأسياً؟ افرض أن قوة عضلات الطفل تعطي الكرة نفس السرعة المطلقة في الحالتين.

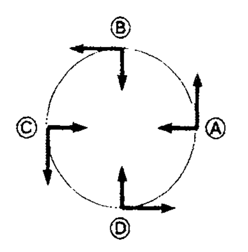
28- أقصى مسافة أفقية يستطيع طفل أن يرمي كرة إليها هي R في مستوى الملعب. ما هي أقصى مسافة يستطيع الطفل أن يقذف الكرة إليها رأسياً؟ افرض أن قوة عضلات الطفل تمد الكرة بنفس السرعة المطلقة في الحالتين.

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

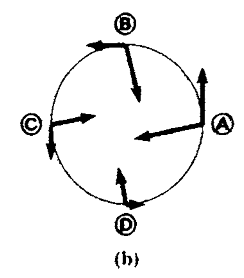
(1.4) لأن العجلة تحدث كلما تغيرت السرعة بأي طريقة- سواء بزيادة أو نقصان السرعة أو التغير في الاتجاه أو كليهما معاً- يمكن اعتبار دواسة الفرامل أداة تسارع لأنها تسبب تباطؤ السيارة. تعتبر عجلة القيادة أيضاً أداة تسارع لأنها تسبب تغير اتجاه متجه السرعة. (b) عندما تتحرك السيارة بسرعة ثابتة لاتسبب دواسة البنزين عجلة تسارع. تعتبر أداة تسارع فقط عندما تسبب تغير في قراءة عداد السرعة.

(2.4) عند نقطة واحدة فقط- نقطة قمة المسار- يكون متجها السرعة والعجلة عموديين كل منهما على الآخر. (b) إذا قذف الجسم رأسياً إلى أعلى أو أسفل، يكون **v** و **a** متوازيين خلال الحركة لأسفل. وإلا كان متجها السرعة والعجلة غير متوازيين كل منهما للآخر أبداً. (c) كلما زاد أقصى ارتفاع كلما زادت الفترة الزمنية التي يستغرقها المقذوف ليصل إلى هذا الارتفاع ثم ليسقط منه إلى أسفل. ولذلك كلما زادت الزاوية من 0° إلى 90° يزداد زمن الطيران. ولذلك تعطي الزاوية 15° أقصر زمن طيران، والزاوية 75° تعطي أطول زمن طيران.

(3.4) (a) حيث إن الجسم يتحرك بسرعة ثابتة يكون لمتجه السرعة نفس الطول دائماً وحيث أن الحركة دائرية، فإن هذا المتجه يكون دائماً مماساً للدائرة. وتكون العجلة فقط هي المسئول عن تغير اتجاه متجه السرعة، وتكون في اتجاه نصف القطر وتشير دائماً إلى المركز.

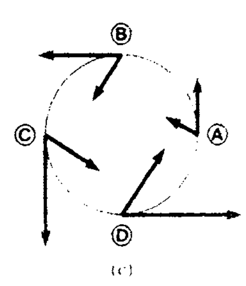


(b) والآن يوجد مركبة لمتجه التسارع مماسية للدائرة وتشير إلى اتجاه عكس اتجاه السرعة. كنتيجة لذلك، لايشير متجه التسارع إلى المركز. يبطئ الجسم من سرعته ولذلك يصبح متجه السرعة أقصر فأقصر.



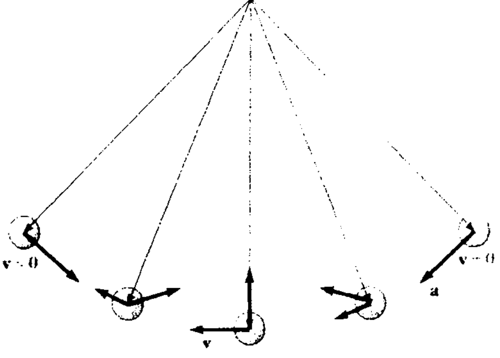
(b)

(c) والآن المركبة المماسية للتسارع تشير إلى نفس اتجاه السرعة. الجسم يزيد من سرعته، ولذلك يصبح متجه السرعة أطول وأطول. حيث إن السرعة تتغير هنا بسرعة ولكنها تتغير بالتدريج في الجزء (b)، لذلك تكون متجهات التسارع هنا أطول من أمثالها في الجزء (b).

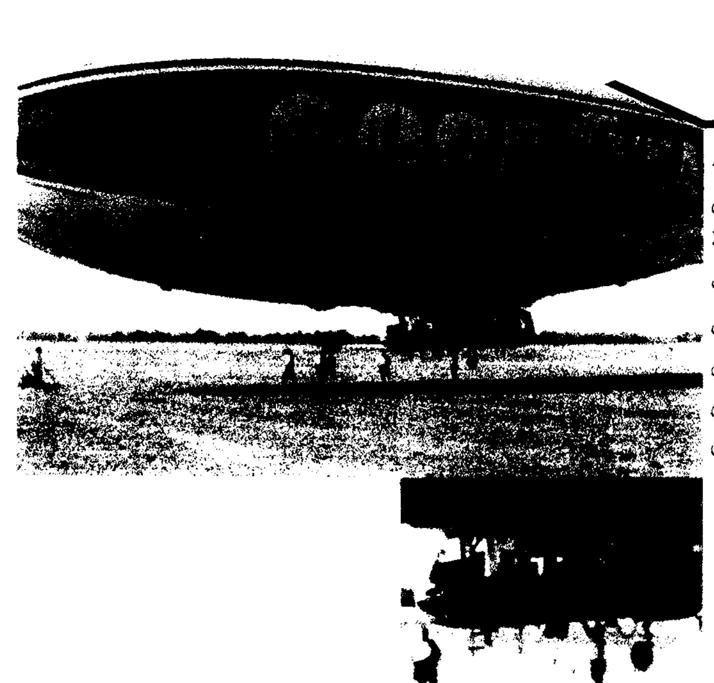


(c)

(4.4) رسم الحركة كما هو مبين في الشكل التالي. لاحظ أن كل متجه موضع يشير من نقطة التعليق في مركز الدائرة لموضع الكرة.

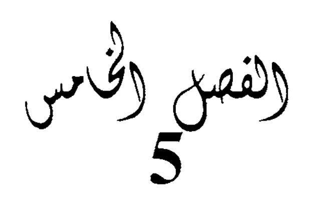


(5.4) يرى المسافر القهوة تُصب عمودياً تقريباً في الفنجان، كما لو كان يصبها وهو واقف على الأرض. (b) يرى الشخص الساكن القهوة تتحرك في مسار قطع مكافئ بسرعة أفقية 60 mi/h (=88 ft/s) و بتسارع (-g) إلى أسفل. اذا استغرقت القهوة 0.10 s لكي تصل إلى الفنجان، يرى الشخص الساكن القهوة تتحرك 88 ft أفقياً قبل أن تُسكب بالفنجان! (c) إذا تباطأت العربة فجأة تسكب القهوة في المكان الذي من المفترض أن يكون به الفنجان إذا لم تغير العربة سرعتها وحيث أن الفنجان لم يصل بعد إلى هذا المكان نتيجة لتباطؤ العربة فإن القهوة تسكب على الأرض قبل وصول الفنجان. وإذا زادت السرعة بمعدل أكبر تسقط القهوة خلف الفنجان. وإذا تسارعت العربة جانباً تُصَب القهوة في أي مكان غير الفنجان.



صورة محيرة

منطاد طوله أكثر من 60 m. عندما يكون ساكناً في المطار يمكن لشخص أن يثبته فوق رأسه بسهولة مستخدماً يد واحدة. وبالرغم من ذلك فإنه من المستحيل لشاب حتى ولو كان قوياً جداً أن يحركه فجأة. ما هي الخاصية لهذا المنطاد الضخم والتي تجعل من الصعب جداً أن تحدث له أي تغير مفاجئ في الحركة؟



web

لمزيد من المعلومات عن المنطاد قم بزيارة الموقع:
http:// www.goodyear.com/ about/ blimp

الفصل الخامس 5

قوانين الحركة
The Laws of Motion

ويتضمن هذا الفصل :

1.5 مفهوم القوة The Concept of Force

2.5 القانون الأول لنيوتن وقانون الأطر القصورية Newton's First Law and Inertial Frames

3.5 الكتلة Mass

4.5 القانون الثاني لنيوتن Newton's Second Law

5.5 قوة الجاذبية والوزن The Force of Gravity and Weight

6.5 القانون الثالث لنيوتن Newton's Third Law

7.5 بعض التطبيقات على قوانين نيوتن Some Applications of Newton's Law

8.5 قوى الاحتكاك Forces of Friction

لقد تناولنا في الفصلين 2 و 3 موضوع الحركة بدلالة الإزاحة، والسرعة، والتسارع دون أن نأخذ في الاعتبار ما الذي يسبب الحركة. ماالذي يسبب لأحد الجسيمات أن يبقى ساكناً ويسبب لجسيم آخر أن يتحرك بتسارع؟ وفي هذا الفصل سوف ندرس ما الذي يسبب التغير في الحركة. والعاملان الرئيسيان اللذان نحتاجهما هما القوة التي تؤثر على الجسم وكتلة هذا الجسم. وسوف نناقش ثلاثة قوانين أساسية للحركة والتي تتعامل مع القوة والكتل وهي التي وضعت لها المعادلات منذ أكثر من ثلاثة قرون بواسطة العالم اسحق نيوتن Isaac Newton. وبفهم هذه القوانين يمكننا الإجابة على الأسئلة التالية: " ما هي ميكانيكية تغير الحركة؟" "ولماذا تتسارع بعض الأجسام أكثر من الأخرى؟"

1.5 مفهوم القوة THE CONCEPT OF FORCE

لكل شخص فهم أساسي لمفهوم القوة من خبرته اليومية. عند دفعك بعيداً لطبق العشاء الفارغ تؤثر عليه بقوة. وبالمثل تؤثر بقوة على كرة عندما تقذفها أو تركلها. في هذه الأمثلة ترتبط القوة بنشاط العضلات وبعض التغير في سرعة الجسم. القوى لاتسبب الحركة دائماً. كمثال على ذلك عندما تجلس لقراءة هذا الكتاب، تؤثر على جسمك قوة الجاذبية ولكنك تظل ساكناً. وكمثال آخر يمكنك التأثير بقوة على صخرة ضخمة ولكنك لاتستطيع أن تحركها.

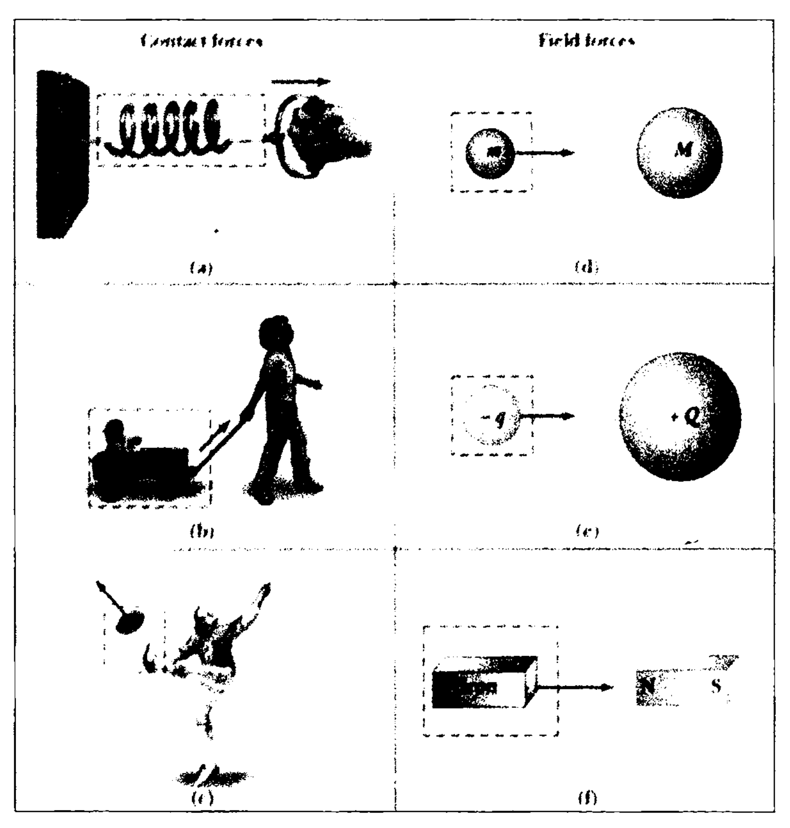
ما هي القوة (إن وجدت) التي تسبب دوران القمر حول الأرض؟ أجاب نيوتن على هذا السؤال وكذالك على الأسئلة المماثلة المتعلقة بأن القوى هي التي تسبب أي تغير في سرعة الجسم. ولذلك إذا تحرك أي جسم حركة منتظمة (سرعة ثابتة)، لايتطلب ذلك قوة لكي تستمر هذه الحركة. سرعة القمر ليست ثابتة لأنه يتحرك حول الأرض في مسار دائري تقريباً. والآن لنعلم أن هذا التغير في السرعة يحدث نتيجة القوة المؤثرة على القمر وحيث إن القوة هي التي يمكنها فقط أن تسبب تغير السرعة، يمكننا القول بأن القوة هي الشئ الذي يتسبب في تسارع الجسم. في هذا الفصل سنركز على العلاقة بين القوة المؤثرة على الجسم وتسارع هذا الجسم.

ماذا يحدث عندما تؤثر عدة قوى معاً على جسم؟ في هذه الحالة، يتسارع الجسم فقط إذا كانت محصلة القوى المؤثرةعليه لاتساوي صفراً. وتعرف محصلة القوة على جسم بأنها الجمع الاتجاهي لكل القوي المؤثرة على الجسم (نشير إحياناً إلى صافي القوة بالقوة الكلية أو القوة المحصلة، أو القوة غير المتزنة). إذا كانت القوة المؤثرة على الجسم تساوي صفراً، يكون تسارع الجسم مساوياً الصفر وتظل سرعته ثابتة. بمعنى أنه إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على الجسم صفراً، حينئذ يظل الجسم ساكنا أو يستمر في الحركة بسرعة ثابتة. وعندما تكون سرعة الجسم ثابتة (تشمل كذلك الحالة التي يكون فيها الجسم ساكناً)، ويقال أن الجسم في حالة إتزان.

عند جذب ملف زنبركي، كما هو في الشكل 1.5a ، يستطيل الملف. وعندما تجذب عربة كارو بقوة ثابتة وكافية لدرجة أن تتغلب على الاحتكاك، تتحرك العربة كما في الشكل 1.5b . وعند ركل كرة قدم،

كما في الشكل 1.5c ، يتغير شكلها وتبدأ الحركة. كل هذه الحالات هي أمثلة لأنواع القوى تسمى قوى التلامس. بمعنى أنها تحتوي على تلامس فيزيائي بين جسمين. ويمكن ضرب أمثلة أخرى لقوى التلامس مثل القوة المؤثرة لجزيئات غاز على جدار إناء، وكذلك القوة التي تؤثر بها بقدمك على الأرض.

وهناك نوع آخر من القوى، تُعرف بقوى المجال، لا يحدث فيها تلامس فيزيائي بين جسمين ولكن بدلاً من ذلك يكون التأثير عبر الفراغ. قوى الجذب بين جسمين، الموضح في الشكل 1.5d ، هو مثال لهذا النوع من القوى. قوة الجاذبية هذه تجعل الأجسام مرتبطة بالأرض، والكواكب في نظامنا الشمسي تكون مرتبطة بالشمس بواسطة فعل قوى الجاذبية. ومثال شائع آخر لقوة المجال هو القوة الكهربية والتي تؤثر فيها شحنة كهربية على أخرى، كما هو مبين بالشكل 1.5e . وهذه الشحنات قد تكون كشحنات الإلكترون والبروتون فى ذرة الهيدروجين. ومثال ثالث لقوة المجال القوى التي يؤثر بها مغناطيس على قطعة حديد كما هو مبين بالشكل 5.1f . والقوى التي تربط مكونات نواة الذرة بعضها ببعض هي أيضاً قوى مجال ذو مدى قصير. وهي القوة المتحكمة في التآثر المتبادل عندما تكون مسافة الفصل في حدود 10^{-15}m .



الشكل (1.5) بعض الأمثلة للقوى المطبقة. في كل حالة تؤثر القوة على الجسم داخل مساحة الصندوق. قد يؤثر عامل ٠ ارج محيط مساحة الصندوق بقوة على الجسم.

لم يكن العلماء القدامى بما فيهم نيوتن مُرتاحين لفكرة أن القوة يمكن أن تؤثر بين جسمين منفصلين. للتغلب على هذه المشكلة أدخل مايكل فراداي Michael Faraday (1791-1867) مفهوم المجال. وتبعاً لهذا المدخل، عندما يوضع جسم 1 عند نقطة P بالقرب من جسم 2، نقول أن ذلك الجسم 1 يتآثر مع الجسم 2 بافتراض مجال جاذبية موجود عند P. يتولد مجال الجاذبية عند P. بواسطة الجسم 2. وبطريقة مماثلة، يتولد مجال الجاذبية بواسطة الجسم1 عند موضع الجسم2. وفي الحقيقة تولد جميع الأجسام حول نفسها مجال جذب في الفرغ.

والفرق بين قوى التلامس وقوى المجال ليس قاطعا كما نعتقد مما ذكر آنفا. فحينما نفحصهما على المستوى الذرى نجد أن كل القوى التى اعتبرناها قوى تلامس ناتجة عن قوى مجال كهربائي كالنوع الموضح في شكل 1.5c . إلا أننا إذا أردنا عمل نموذج لظاهرة ماكروسكوبية من الأفضل استخدام كل من نوعى القوى. القوى الأساسية المعروفة في الطبيعة وهي: (1) قوى الجاذبية بين جسمين،(2) القوى الكهرومغناطيسية بين الشحنات الكهربية،(3) القوى النووية القوية بين الجسيمات تحت الذرية (مكونات النواة) و (4) القوى النووية الضعيفة التي تنتج من عمليات اضمحلال إشعاعي معين. في الفيزياء الكلاسيكية نهتم فقط بقوى الجاذبية والقوى الكهرومغناطيسية.

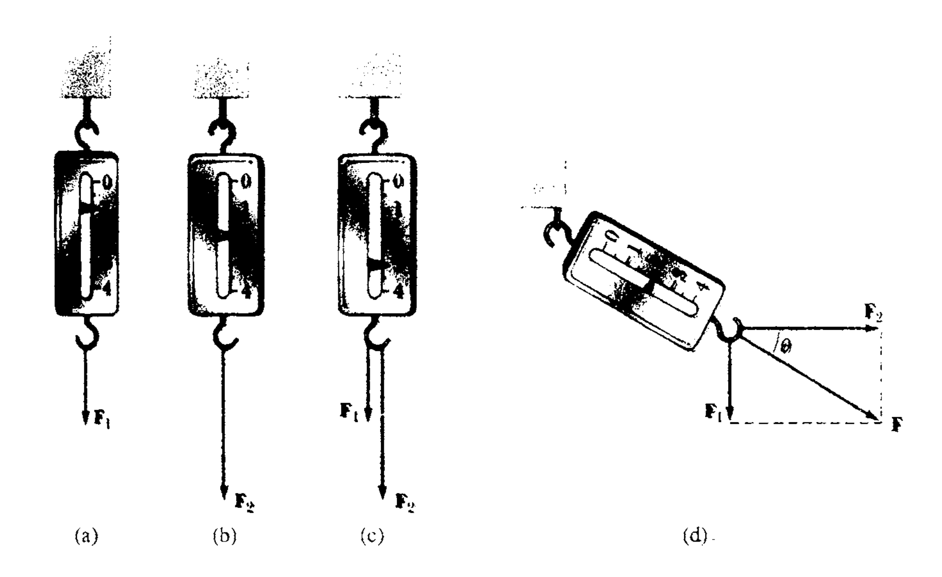
قياس شدة القوة Measuring The Strength of Force

من المناسب أن نستخدم تغير شكل زنبرك لقياس القوة. أفرض أننا طبقنا قوة رأسية على مقياس زنبرك والمثبت عند طرفه العلوي، كما هو مبين في الشكل 2.5a . يستطيل الزنبرك عند استخدام قوة ويقرأ المؤشر على المقياس قيمة القوة المستخدمة. ويمكن معايرة الزنبرك بتعريف وحدة القوة $\mathbf{F}_1$ بأنها القوة التي تجعل المؤشر يقرأ 1.00 cm . (وحيث إن القوة كمية متجهة استخدمنا الرمز الثقيل**F**). والآن إذا أثرنا بقوة مختلفة إلى أسفل $\mathbf{F}_2$ قيمتها وحدتين كما هو مبين في الشكل 2.5b يتحرك المؤشر إلى 2.00cm . يوضح الشكل 2.5c أن التأثير الناتج عنهما معاً هو مجموع تأثيرات كل منهما على حدة.

والآن نفترض أننا أثرنا بقوتين معاً بحيث يكون تأثير $\mathbf{F}_1$ إلى أسفل و$\mathbf{F}_2$ في الاتجاه الأفقي كما هو موضح بالشكل 2.5d. في هذه الحالة يقرأ المؤشر القيمة $\sqrt{5\text{ cm}^2} = 2.24$ cm. وتكون القوة المفردة **F** التي تنتج نفس القرأة هي مجموع المتجهين $\mathbf{F}_1$ و $\mathbf{F}_2$ كما هو موضح في الشكل 2.5d. بمعنى أن $|\mathbf{F}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 2.24$ units واتجاهها هو $\theta = \tan^{-1}(-0.500) = -26.6°$. وحيث أن القوة كميات متجهة يجب عليك أن تستخدم قواعد جمع المتجهات.

تجربة سريعة

أحضر كرة تنس، ومصاصتين ومع زميل. ضع الكرة على المنضدة. يمكنك أنت وزميلك بالتأثير بقوة النفخ في المصاصة. (ضع المصاصة أفقية على بعد سنتيمترات قليلة أعلى المنضدة) حيث يصطدم الهواء المندفع بالكرة. حاول التكرار بأوضاع مختلفة. انفخ في الاتجاه العكسي المضاد للكرة، انفخ في نفس الاتجاه، انفخ بزاويا عمودية وهلم جر. هل يمكنك التحقق من الطبيعة الاتجاهية للقوى.



الشكل (2.5) يختبر الطبيعة الاتجاهية لقوة باستخدام مقياس زنبركي.(a) تعمل القوة F_1 المتجهة إلى أسفل على استطالة الزنبرك 1.cm (b) وتعمل القوة F_2 المتجهة إلى أسفل على استطالة الزنبرك 2.cm.(c) عند التأثير بالقوتين F_1 وF_2 معاً في الاتجاه إلى أسفل يستطيل الزنبرك بمقدار 3cm. (d) وعندما تؤثر F_1 إلى أسفل وF_2 في الاتجاه الأفقي يعمل اتحاد القوتين معاً على استطالة الزنبرك بمقدار $\sqrt{5}$ cm= $\sqrt{1^2+2^2}$ cm.

2.5 القانون الأول لنيوتن وقانون الأطر القصورية

NEWTON'S FIREST IAW AND INERTIAL FRAMES

قبل كتابة القانون الأول لنيوتن دعنا نفكر في التجربة البسيطة التالية. نفترض أن كتاب موضوع على منضدة. واضح أن الكتاب يبقى ساكناً . والآن تخيل أنك تدفع الكتاب بقوة أفقية كافية للتغلب على قوة الاحتكاك بين الكتاب والمنضدة.(هذه القوة التي تمارسها، وكذلك قوة الاحتكاك، وأي قوى أخرى تؤثر على الكتاب بواسطة أجسام أخرى يشار إليها بأنها قوى خارجية). تستطيع أن تحتفظ بالكتاب في حالة حركة بسرعة ثابتة بالتأثير عليه بقوة تساوي فقط قيمة قوة الاحتكاك وتؤثر في الاتجاه المضاد. وإذا دفعت بعد ذلك بقوة أكبر تزيد مقدارهذه القوة المؤثرة عن قيمة قوة الاحتكاك، يتسارع الكتاب. وإذا أوقفت دفعك للكتاب فسوف يتوقف الكتاب بعد تحركه لمسافة قصيرة حيث تعوق قوة الاحتكاك حركته. افترض الآن أنك تدفع الكتاب عبر أرضية ناعمة مغطاة بطبقة شمع ملساء. يعود الكتاب إلى السكون بعد توقف الدفع ولكن بعد فترة أطول من المرة السابقة. والآن تخيل أرضية مصقولة جيداً وبدرجة عالية حيث ينعدم الاحتكاك، في هذه الحالة بمجرد وضع الكتاب في حالة حركة، يتحرك حتى يصطدم بحائط.

قبل حوالي 1600 عام اعتقد العلماء أن الحالة الطبيعية للمادة هي حالة السكون. وكان جاليليو Galileo أول من أخذ طريقا مختلفا للتفكير في الحركة والحالة الطبيعية للمادة. استنبط من خلال التجارب مثل التي شرحناها سابقاً في حالة الكتاب على سطح أملس، واستنتج أنها ليست طبيعة الأجسام أن تتوقف بمجرد وضعها في حالة حركة؛ على الأصح أن طبيعتها في أن تقاوم التغير في حركتها. وفي صيغته "بمجرد جعل جسم يبدأ الحركة فإنه يحتفظ بها طالما أن القوى المسببة لإعاقة حركته قد أزيلت".

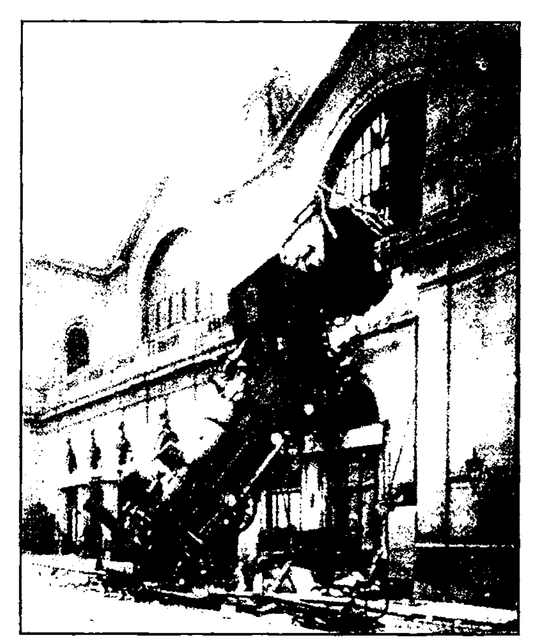
هذا التفسير الجديد لمفهوم الحركة تم صياغته أخيراً بواسطة نيوتن في قانون والذي يعرف بقانون نيوتن الأول للحركة:

> في غياب القوى الخارجية يظل الجسم الساكن ساكناً والجسم المتحرك يستمر في حركته بسرعة ثابتةفي خط مستقيم.

وبصيغة أبسط يمكننا القول عندما لاتؤثر قوة على جسم، يكون تسارع الجسم صفراً. وعندما لايؤثر شئ يُغير من حركة جسم، لاتتغير سرعته بعد ذلك. ومن القانون الأول يمكننا إستنتاج أن أي جسم معزول (لايتآثر مع ما يحيط به) يكون إما ساكناً أو متحركاً بسرعة ثابتة. وميل الجسم أن يقاوم أي محاولة لتغيير سرعته يسمى بالقصور الذاتي للجسم. ويوضح الشكل 3.5 أحد الأمثلة المثيرة كنتيجة منطقية للقانون الأول لنيوتن.

مثال آخر لحركة منتظمة (سرعة ثابتة) على سطح أملس تقريباً. حركة قرص خفيف على طبقة رقيقة من الهواء (وسادة هوائية ثابتة) وكما هو مبين بالشكل 4.5 إذا أعطى القرص سرعة ابتدائية، فسوف يقطع مسافة كبيرة قبل التوقف.

وأخيراً حالة سفينة فضائية تسير في الفضاء بعيداً عن أي كوكب أو أي شئ آخر. تحتاج السفينة إلى نظام دفع لتغيير سرعتها. وإذا أغلق نظام الدفع عندما تصل سرعة السفينة إلى **v**، فسوف تظل السفينة بهذه السرعة الثابتة ويواصل رواد الفضاء رحلتهم (فهم لا يحتاجون لأى نظام دفع لكى يستمروا فى رحلتهم بسرعة**v**).



الشكل (3.5) إذا لم تؤثر بقوة خارجية على جسم، سوف يظل الجسم الساكن على حالته من حيث السكون وسوف يستمر الجسم المتحرك على حالته من حيث الحركة بسرعة ثابتة. في هذه الحالة لم يؤثر حائط المبنى على القطار بقوة كافية لإيقافه.

الأطر القصورية

كما رأينا في الجزء 6.4 حركة جسم يمكن أن تُرصد من أي عـدد من أطر الإسناد المختلفة. يعرف القانون الأول لنيوتن، أحياناً بقانون القصور الذاتي، مجموعة خاصة من أطر الإسناد تسمى إطر الإسناد القصورية. وهو احد الأطر غير المتسارعة. وحيث أن قانون نيوتن الأول يتعلق فقط بالأجسام التي ليست لها تسارع، فإنه يتحقق فقط في الأطر الساكنة. أي إطار إسناد يتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة لإطار قصوري يكون هو نفسه إطار قصوري (التحويلات الجاليلية المعطاه بالمعادلتين 20.4 و 21.4 تربط الموضع والسرعة بين إطارين قصوريين).

إطار الإسناد الذي يتحرك بسرعة ثابتة بالنسبة للنجوم البعيدة هو أحسن تقريب للإطار القصوري، ولتحقيق غرضنا نفترض كوكب الأرض كمثال لهذا الإطار. والأرض ليست إطار قصوري حقيقي بسبب حركتها المدارية حول الشمس وحركتها الدورانية حول محورها. وعندما تسير الأرض في مدارها الدائري تقريباً حول الشمس، فإنها تتأثر بتسارع يساوي حوالي 4.4×10^{-3} m/s^2 في اتجاه الشمس بالإضافة إلى ذلك، وبسبب دوران الأرض حول محورها مرة كل 24 h تتأثر نقطة على خط الأستواء بتسارع إضافي 3.37×10^{-2} m/s^2 متجهاً نحو مركز الأرض. بينما هذان التسارعان يكونان صغيرين بالمقارنة بـ g وغالباً ما يمكن اهمالها. ولهذا السبب نفرض أن الأرض إطار قصوري وكذلك أي إطار آخر مرتبط بها.

إذا تحرك جسمٌ بسرعة ثابتة. يدعي راصد في إطار ساكن (مثل شخص ساكن بالنسبة للجسم) أن تسارع الجسم والقوة المحصلة المؤثرة عليه تساوي الصفر. ويجد أيضاً أي راصد في إطار ساكن آخر أن $\mathbf{a}=0$ و $\sum \mathbf{F}=0$ لنفس الجسم. وطبقاً للقانون الأول لنيوتن يكافئ الجسم الساكن آخر متحرك بسرعة ثابتة. يمكن لراكب سيارة تتحرك في طريق مستقيم بسرعة ثابتة 100 Km/h أن يصب القهوة في فنجان بسهولة. ولكن إذا ضغط السائق على دواسة البنزين أو



إسحاق نيوتن Isaac Newton هو عالم الفيزياء والرياضيات الانجليزي المبدع (1642- 1727). ويعتبر اسحاق نيوتن واحد من أنبغ العلماء في التاريخ. وقبل أن يصل عمره إلى الثلاثين وضع المفاهيم والقوانين الأساسية لعلم الميكانيكا، اكتشف القانون العام للجاذبية، واخترع طرق رياضية للحسابات. وطبقاً لنظر ، استطاع نيوتن شرح حركة الكواكب، ر ـ والجزر وكثير من طبيعة حركة القمر والأرض. وفسر أيضاً كثير من الظواهر الطبيعية المتعلقة بطبيعة الضوء. وكانت إسهاماته في النظريات الفيزيائية هي نافذة التفكير العلمي لمدة قرنين ومازالت هامة حتى يومنا هذا.

v = constant
Air flow
Electric blower

الشكل (4.5) لعبة الهوكي الهوائي والذي يأخذ ميزة القانون الأول لنيوتن ليجعل اللعبة أكثر إثارة.

الفرامل أو عجلة القيادة أثناء صب القهوة، تتسارع السيارة ولم تعد إطارا ساكنا قوانين الحركة لاتعمل كما هو متوقع وتنسكب القهوة على الراكب.

تساؤل سريع 1.5

صح أم خطأ: (a) من الممكن أن نحصل على حركة بدون قوة.
(b) من الممكن أن نحصل على قوة في غياب الحركة.

3.5 الكتلة MASS

4.3 تخيل لاعب يمسك إما بكرة سلة أو كرة بولينج. أي من الكرتين تحتفظ بحركتها عندما تحاول إمساكها؟ أي من الكرتين لها ميول أكبر في أن تظل بدون حركة عندما تحاول قذفها؟ وحيث أن كرة البولينج تكون لها مقاومة أكبر في تغير سرعتها، نقول أن لها عزم قصور أكبر من كرة السلة. وكما لاحظنا في الجزء السابق أن القصور الذاتي هو مقياس استجابة الجسم لقوة خارجية.

الكتلة هي تلك الخاصية لجسم التي تميز كم من القصور الذاتي يملكه الجسم، وكما علمنا من الجزء 1.1 أن وحدة الكتلة في نظام SI هي الكيلوجرام. وكلما زادت كتلة جسم كلما قل تسارعه تحت تأثير قوة مؤثرة. وعلى سبيل المثال، إذا أثرت قوة ما على كتلة 3-kg فنتج عنها تسارع مقداره $4\ m/s^2$، ثم أثرت نفس القوة على كتلة 6-Kg فسوف يُنتج عنها تسارع مقداره $2 m/s^2$.

ولوصف الكتلة كمياً، نبدأ بمقارنة تسارع قوة معينة تؤثر على أجسام مختلفة. افرض قوة تؤثر على جسم كتلته m_1 تسبب تسارعاً $\mathbf{a}_1$، ونفس القوة تؤثر على جسم كتلته m_2 تسبب تسارع $\mathbf{a}_2$. النسبة بين الكتلتين تعرف على أنها مقلوب نسبة قيمتي التسارعين الناتجين من تأثير القوة.

$$\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1} \qquad (1.5)$$

إذا كانت كتلة الجسم معلومة، يمكن معرفة كتلة جسم آخر من قياس تسارعهما.

الكتلة هي خاصية متأصلة لجسم ولاتعتمد على الوسط المحيط بالجسم أو على الطريقة التي تستخدم في قياسها. وكذلك **الكتلة هي كمية قياسية** ولذلك تخضع لقوانين الحساب العادية. بمعنى أنه يمكن جمع عدة كتل بطريقة عددية بسيطة. وعلى سبيل المثال إذا أدمجنا كتلة 3-Kg مع كتلة 5-Kg تكون كتلتيهما الكلية 8-Kg. ويمكننا أن نتحقق من هذه النتيجة عملياً بمقارنة ذلك التسارع المعلوم الذي تعطيه قوة لعدة أجسام منفصلة بالتسارع الذي تعطيه نفس القوة لنفس الأجسام متحدة كوحدة واحدة.

لايجب أن نخلط بين الكتلة والوزن. **فالكتلة والوزن هما كميتان مختلفتان**. وكما رأينا في هذا

الفصل، أن وزن جسم يساوي قيمة قوة الجاذبية المؤثرة على هذا الجسم وتختلف مع الموضع. وعلى سبيل المثال الشخص الذي يزن 180 Ib على الأرض يزن فقط 30 Ib على القمر.

ومن ناحية أخرى تكون كتلة الجسم واحدة في أي مكان: جسم له كتلة 2Kg على الأرض يكون له نفس الكتلة على القمر.

4.5 القانون الثاني لنيوتن NEWTON'S SECOND LAW

4.4

بين القانون الأول لنيوتن ما يحدث لجسم عندما لاتؤثر عليه قوة، فإما أن يظل ساكناً أو يتحرك في خط مستقيم بسرعة ثابتة. ويجيب القانون الثاني لنيوتن على سؤال ماذا يحدث لجسم تؤثر عليه قوة محصلة لا تساوى صفر.

افرض أنك تدفع كتلة من الثلج على سطح أفقي أملس. عندما تؤثر بقوة أفقية **F**، تتحرك الكتلة بتسارع ما **a** . وإذا أثرت بقوة ضعف القوة الأولى، يتضاعف التسارع. وإذا زادت القوة التي تؤثر بها على الجسم إلى **3F**، يتضاعف التسارع ثلاث مرات، وهكذا . ومن مثل هذه المشاهدات نستنتج أن التسارع لجسم يتناسب تناسباً طردياً مع القوة المحصلة التي تؤثر عليه.

ويعتمد تسارع الجسم أيضاً على كتلته، كما هو واضح في القسم السابق. ويمكن فهم ذلك بإجراء التجربة التالية. إذا أثرت بقوة **F** على كتلة ثلج موضوعة على سطح أملس، فسوف تتحرك الكتلة بتسارع ما **a** . وإذا زادت الكتلة إلى الضعف، فسوف ينتج عن نفس القوة المؤثرة تسارع يساوي **a**/2 عند مضاعفة كتلة الثلج ثلاث مرات، فسوف ينتج عن نفس القوة المؤثرة تسارع **a**/3، وهكذا . وتبعاً لهذه المشاهدات نستنتج أن قيمة تسارع الجسم تتناسب عكسياً مع كتلته.

ونلخص هذه الشواهد في القانون الثاني لنيوتن:

يتناسب تسارع جسم طردياً مع مجموع القوى المؤثرة عليه وعكسياً مع كتلته.

ولذلك يمكننا ربط الكتلة والقوة من خلال العلاقة الرياضية التالية لقانون نيوتن الثاني:

$$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a} \qquad (2.5)$$

لاحظ أن هذه المعادلة هي تعبير اتجاهي ومن ثم تكافئ معادلات لثلاث مركبات:

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \qquad \sum F_z = ma_z \qquad (3.5)$$

مركبات قانون نيوتن الثاني

تساؤل سريع 5.2

هل يوجد أي علاقة بين مجموع القوى المؤثرة على جسم والإتجاه الذي يتحرك فيه الجسم؟

وحدة القوة Unit of Force

وحدة القوة في النظام SI هي النيوتن newton والتي تعرف على أنها القوة التي، عندما تؤثر على كتلة 1-Kg ، ينتج عنها تسارع مقداره $1 m/s^2$. ومن هذا التعريف والقانون الثاني لنيوتن، نرى أن الـnewton يمكن التعبير عنه بأبعاد الوحدات الرئيسية للكتلة، والطول، والزمن التالية:

تعريف النيوتن newton (4.5)
$$1\ N \equiv 1 Kg.m/s^2$$

وبنظام الطاقة الإنجليزي، وحدة القوة هي الباوند Pound والتي تعرف على أنها القوة التي عندما تؤثر على *1-slug mass ، ينتج عنها تسارع مقداره $1\ ft/s^2$:

$$1\ Ib \equiv 1\ slug.ft/s^2 \quad (5.5)$$

وكتقريب مناسب $1\ N \approx \frac{1}{4}\ Ib$

الجدول 1.5 وحدات القوة، الكتلة، والتسارع [a]

نظام الوحدات	الكتلة	التسارع	القوة
SI	kg	m/s^2	$N = kg.m/s^2$
النظام الهندسي البريطاني	slug	ft/s^2	$Ib = slug.ft/s^2$

[a] $1\ N = 0.225\ Ib$

لخُصت وحدات القوة، والكتلة، والعجلة في الجدول 1.5

والآن يمكننا فهم كيف أن شخص بمفرده يمكنه رفع سفينة فضاء ولكنه غير قادر أن يغير حركتها فجأة، كما شرحناه في أول هذا الفصل. كتلة المنطاد أكبر من 6800 Kg. ولكي تكسب هذه الكتلة الكبيرة تسارعا يمكن إدراكه يكون مطلوب قوة كبيرة جداً- بالتأكيد أكبر من التي يمكن أن يعطيها الإنسان.

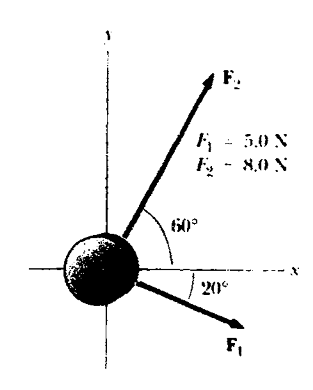
مثال 1.5 تسارع قرص مطاط الهوكي

كرة هوكي الجليد لها كتلة 0.30kg تتدحرج على سطح أفقي من الجليد الصناعي. تؤثر قوتان على الكرة كما هو مبين بالشكل 5.5. القوة $\mathbf{F}_1$ قيمتها 5.0N والقوة $\mathbf{F}_2$ قيمتها 8.0N. عين كل من مقدار واتجاه تسارع الكرة.

الحل: القوة الناتجة في إتجاه x

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos(-20°) + F_2 \cos(60°)$$

* سلاج هي وحدة الكتلة في النظام الهندسي البريطاني.



الشكل (5.5) تتحرك كرة هوكي الجليد على سطح أملس بتسارع في إتجاه القوة المحصلة F_1+F_2

$$= (5.0\text{N})\ (0.940) + (8.0\text{N})\ (0.500) = 8.7\ \text{N}$$

القوة الناتجة في اتجاه y

$$\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} = F_1 \sin(-20°) + F_2 \sin(60°)$$

$$= (5.0\text{N})\ (-0.342) + (8.0\text{N})\ (0.866) = 5.2\ \text{N}$$

نستخدم الآن القانون الثاني لنيوتن في صورة مركبات لإيجاد مركبات التسارع في الاتجاهين x و y :

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{8.7\ \text{N}}{0.30\ \text{kg}} = 29\ \text{m/s}^2$$

$$a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{5.2\ \text{N}}{0.30\ \text{kg}} = 17\ \text{m/s}^2$$

ويكون مقدار التسارع

$$a = \sqrt{(29)^2 + (17)^2}\ \text{m/s}^2 = 34\ \text{m/s}^2$$

وإتجاه التسارع بالنسبة لإيجاد محور x الموجب

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{17}{29}\right) = 30°$$

يمكننا رسم المتجهات في الشكل 5.5 لنفحص عدم معقولية إجابتنا حيث إن متجه التسارع يكون في إتجاه القوة المحصلة، بين الرسم البياني أن القوة المحصلة تساعدنا في تحقيق إجابتنا.

تمرين: عين مركبات قوة عندما تؤثر على الكرة ليصبح التسارع صفراً.

الإجابة: $F_{3x} = -8.7$ N و $F_{3y} = -5.2$ N

5.5 قوة الجاذبية والوزن THE FORCE OF GRAVITY AND WEIGHT

نعلم جميعاً أن الأجسام تنجذب إلى الأرض. وتسمى قوة الجذب التي تمارس بواسطة الأرض على الجسم بقوة الجاذبية $\mathbf{F}_g$ force of gravity. وتتجه هذه القوة نحو مركز الأرض. ويطلق على مقدارها وزن الجسم Weight.

وكما رأينا في القسم 2.6 يولد السقوط الحر لجسم تسارعاً $\mathbf{g}$ يؤثر تجاه مركز الأرض. وبتطبيق قانون نيوتن الثاني $\sum\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ على السقوط الحر لجسم كتلته m وتسارعه $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ و $\sum\mathbf{F} = \mathbf{F}_g$ نحصل على:

$$\mathbf{F}_g = m\mathbf{g} \qquad (6.5)$$

فإن وزن الجسم الذي يعرف بمقدار $\mathbf{F}_g$ وهو mg. (لايجب الربط بين g المائلة التي تمثل تسارع الجاذبية الأرضية مع حرف g غير المائل والذي يمثل الجرام).

وحيث إن الوزن يعتمد على g. فهو يتغير تبعاً لموضعه الجغرافي. ومن ثم فإن الوزن ليس مثل الكتلة فهو ليس خاصية أساسية للجسم. وحيث أن g تقل بزيادة المسافة من مركز الأرض، فسوف يقل وزن الجسم عند ارتفاع عالي عن مستوى سطح البحر. فعلى سبيل المثال، افرض أن جسم له كتلة 70.0 Kg. وزنه عند موضع تكون فيه $g = 9.80$ m/s^2 هو $F_g = mg = 686$ m/s^2 (حوالي 150 Ib). وعلى قمة جبل حيث g= 9.77 m/s^2 يكون وزنه 684 N فقط. ولذلك إذا أردت فقد وزن بدون أن تتبع نظام غذائي، تسلق جبل أو زن نفسك على ارتفاع 30.000 ft أثناء طيران طائرة.

وحيث أن الوزن $F_g = mg$ فإنك تستطيع مقارنة كتلتي جسمين بواسطة قياس وزنهما بمقياس زنبركي. عند موضع معين، نسبة وزني الجسمين تساوي النسبة بين كتلتيهما.

مثال 2.5 كم يكون وزنك وأنت في مصعد؟

بالطبع جربت أن تقف في مصعد وهو يتسارع إلى أعلى لكى يرتفع إلى الأدوار العليا. في هذه الحالة تشعر أنك أثقل، فإذا وقفت على ميزان حمام في هذا الوقت، سوف يقيس الميزان قيمة قوة أكبر من وزنك. ولذلك تكون قد لمست وعرفت الدليل الذي جعلك تعتقد أنك أثقل في هذ الحالة. هل أنت أثقل؟

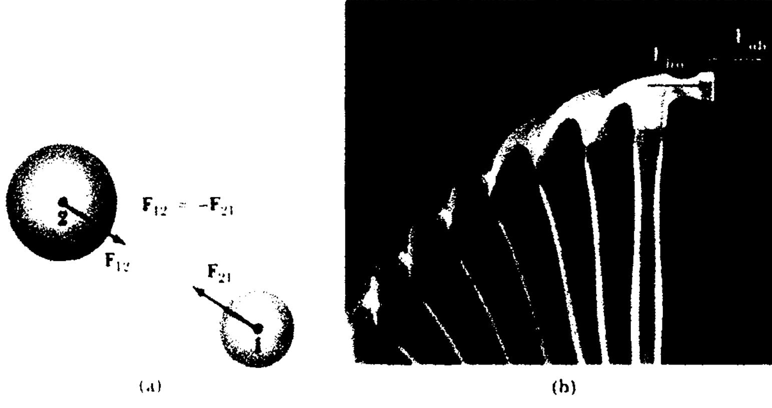
الحل: لايتغير وزنك، عندما يكون التسارع إلى أعلى، تؤثر الأرضية أو الميزان على قدميك بقوة إلى أعلى قيمتها أكبر من وزنك. تلك هي القوة الأكبر التي تشعر بها، والتي تفسر إحساسك بأنك أثقل. ويقرأ الميزان القوة المتجهة إلى أعلى وليس وزنك ولذلك تزداد قراءته.

تساؤل سريع 3.5

تُقذف كرة قاعدة كتلتها m إلى أعلى بسرعة ابتدائية ما. فإذا أهملت مقاومة الهواء، ما هي القوى التي تؤثر على الكرة عندما تصل (a) نصِّف أقصى ارتفاع لها (b) أقصى ارتفاع لها؟

6.5 القانون الثالث لنيوتن NEWTON'S THIRD LAW

4.5 إذا ضغطت بإصبعك على ركن من هذا الكتاب، فسوف يندفع الكتاب إلى الخلف ويحدث انبعاج بسيط في جلدك. وإذا دفعت بقوة أشد، يفعل الكتاب نفس الشئ ويكون الإنبعاج في جلدك أكبر قليلاً. هذه التجربة البسيطة توضح الأساس العام لما يعرف بالقانون الثالث لنيوتن:



الشكل 6.5 القانون الثالث لنيوتن (a) القوةF_{12} التي تنشأ من تأثير الجسم1 على الجسم2 تساوي في القيمة وفي عكس الاتجاه القوةF_{21} التي تنشأ من تأثير الجسم 2 على الجسم1 (b) القوة F_{hn} الناشئة من تأثير المطرقة على المسمار تساوي وعكس القوة F_{nh} الناشئة من تأثير المسمار على المطرقة.
(بتصريح من John Gillmoure/ The Stock Market)

إذا تآثر جسمان، فسوف تكون القوة F_{12} التي يؤثر بها من الجسم 1 على الجسم 2 مساوية في المقدار ومضادة في الاتجاه للقوة F_{21} التي يؤثر بها الجسم 2 على الجسم 1:

$$F_{12} = -F_{21} \qquad (7.5)$$

هذا القانون الموضح في الشكل 6.5a ينص على "القوة التي تؤثر في حركة جسم يجب أن تأتي من جسم آخر خارجي. والجسم الخارجي بدوره يتأثر بقوة مساوية فى المقدار ومضادة فى الإتجاه تقع عليه".

وهكذا يكافئ القول "لايمكن أن توجد قوة منفردة معزولة" وتسمى القوة التي يؤثر بها الجسم 1 على الجسم 2 بقوة الفعل بينما تسمى القوة التي يؤثر بها الجسم 2 على الجسم1 بقوة رد الفعل. وفي الحقيقة أي من القوتين يمكن أن يمثل قوة الفعل أو رد الفعل. تساوي قوة الفعل في المقدار قوة رد الفعل وتضادها في الاتجاه. وفي كل الأحوال تؤثر قوتا الفعل ورد الفعل على جسمين مختلفين. على سبيل المثال، القوة المؤثرة على مقذوف يسقط سقوطاً حراً هي $F_g=mg$ وهي قوة الجاذبية التي تؤثر بها الأرض على المقذوف. رد الفعل في هذه الحالة هو القوة التي يؤثر بها المقذوف على الأرض $F'_g=-F_g$. تتسبب F'_g في تسارع الأرض نحو المقذوف كما تسببF_g في تسارع المقذوف تجاه الأرض. ولكن لأن كتلة الكرة الأرضية كبيرة فإن تسارع الأرض يكون صغيراً.

ومثال آخر على ذلك، القوة المؤثرة بواسطة مطرقة على مسمار (قوة الفعل F_{hn}) في الشكل 6.5 تساوي في المقدار وتضاد في الاتجاه القوة المؤثرة بواسطة المسمار على المطرقة (قوة رد الفعل F_{nh}) هذه القوة الأخيرة توقف حركة المطرقة السريعة إلى الأمام عندما تصطدم بالمسمار.

إنك تمارس القانون الثالث لنيوتن مباشرة عندما تضرب حائط بكفك بعنف أو عندما تركل كرة قدم. وينبغي أن تكون قادراً على تحديد قوة الفعل ورد الفعل في هاتين الحالتين.

تساؤل سريع 4.5

يقفز شخص من مركب تجاه حوض السفن. لسوء الحظ قد نسى أن يربط المركب في المرسى (الحوض) وتحرك المركب بعيداً عندما قفز منه. حلل هذا الوضع بدلالة القانون الثالث لنيوتن.

عُرفت قوة الجاذبية $\mathbf{F}_g$ بقوة جذب الأرض المؤثرة على جسم. فإذا كان هذا الجسم هو تليفزيونTV ساكن على منضدة كما هو موضح في الشكل 7.5a، لماذا لايتحرك التليفزيون بتسارع في اتجاه $\mathbf{F}_g$؟ لايتحرك التليفزيون بتسارع لأن المنضدة تمسك به. والذي يحدث هو تأثير المنضدة على التليفزيون بقوة إلى أعلى n تسمى القوة العمودية. والقوة العمودية هي قوة تلامس تمنع التليفزيون من السقوط خلال المنضدة ويمكن أن تكون أي قيمة لازمة مع القوة المتجهة إلى أسفل $\mathbf{F}_g$ ويمكن أن تتزايد حتى تصل إلى نقطة الكسر للمنضدة، وتتجه لأعلى نحو نقطة تصدع المنضدة. وإذا كدس شخص بعض الكتب فوق التليفزيون، تزداد القوة العمودية الناتجة من المنضدة، وعلى التليفزيون. وإذا رفع شخص بعض هذه الكتب من التليفزيون تنقص القوة العمودية التي تؤثر بها المنضدة على التليفزيون (وتصبح القوة العمودية صفراً إذا رفع التليفزيون من فوق المنضدة).

تؤثر قوتا الفعل ورد الفعل مزدوجتان دائماً على الأجسام المختلفة. ففي حالة المطرقة والمسمار الموضحة في الشكل 6.5b إحدى القوتان تؤثر على المطرقة والأخرى على المسمار.ومن سوء حظ الشخص الذي قفز من المركب في التساؤل السريع 5.4 تؤثر إحدى القوتان على الشخص والأخرى على المركب.



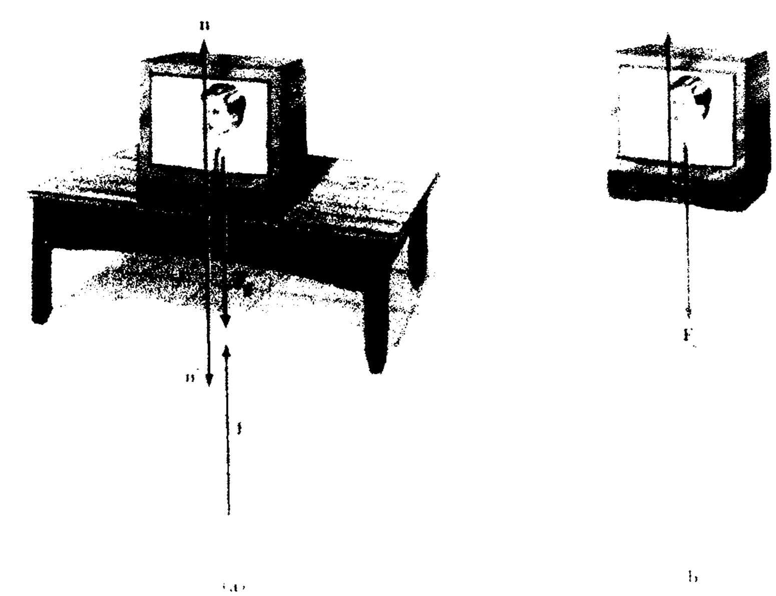
انضغاط كرة القدم بالقوة التي تؤثر بها قدم اللاعب لتجعل الكرة في حالة حركة.

بالنسبة للتليفزيون في شكل7.5 لاتمثل قوة الجاذبية $\mathbf{F}_g$ والقوة العمودية **n** زوج من الفعل ورد الفعل حيث يؤثران على جسم واحد- التليفزيون. قوتا رد الفعل في هذه الحالة $\mathbf{F}'_g$ و $\mathbf{n}'$ تؤثران على أجسام غير التليفزيون.

حيث أن رد الفعل للقوة$\mathbf{F}_g$ هو القوة $\mathbf{F}'_g$ التي يؤثر بها التليفزيون على الأرض ورد الفعل للقوة**n** هو القوة $\mathbf{n}'$ التي يؤثر بها التليفزيون على المنضدة فإنه يمكن استنتاج أن

$$\mathbf{F}_g = -\mathbf{F}'_g \quad و \quad \mathbf{n} = -\mathbf{n}'$$

القوتان **n** و $\mathbf{n}'$ لهما نفس المقدار والذي يساوي في نفس الوقت $\mathbf{F}_g$. من القانون الثاني نلاحظ أنه، حيث أن التليفزيون في حالة اتزان ($\mathbf{a} = 0$)، فإنه ينتج أن $F_g = n = mg$.



الشكل7.5 عندما يكون التليفزيون ساكناً على منضدة تكون القوى المؤثرة على التليفزيون هي القوة العمودية **n** وقوة الجاذبية $\mathbf{F}_g$، كما هو موضح في الجزء(b)، رد الفعل لـ**n** هو القوة **n′** المؤثرة بواسطة التليفزيون على المنضدة . ورد فعل $\mathbf{F}_g$ هو $\mathbf{F}'_g$ الناتجة بواسطة التليفزيون على الأرض.

تساؤل سريع 5.5

عند تصادم حشرة مع الحاجب الزجاجي للريح في أتوبيس سريع(a) أيهما يتأثر بقوة دفع أكبر: الحشرة أم الأتوبيس أم أنهما سيتأثران بنفس القوة؟ (b) أيهما سيعاني تسارعاً أكبر: الحشرة أم الأتوبيس أم أنهما سيتأثران بنفس التسارع؟

مثال ذهني 3.5

يقف رجل ضخم مواجهاً لطفل صغير على سطح جليدي أملس. تشابكت أيديهما معاً ودفع بعضهما كل في مواجهة الآخر ولذلك تحركا مسافة.

(a) أيهما يتحرك بعيداً بسرعة أكبر؟

الحل : هذا الوضع يشابه ما رأيناه في التساؤل السريع 5.5 . طبقاً للقانون الثالث لنيوتن، القوة التي تؤثر على الطفل بواسطة الرجل والقوة التي تؤثر على الرجل بواسطة الطفل هما زوج فعل - رد فعل، ولذلك يجب أن يتساويا في المقدار. (إذا وضع ميزان حمام بين يديهما سوف يقرأ نفس القراءة، بغض النظر عن طريقة مواجهة أي منهما.) ولذلك فإن الطفل الذي له كتلة أقل يكون له تسارع أكبر. كلاهما يتحرك بسرعة وبتسارعين مختلفين في نفس الفترة الزمنية، ولكن التسارع الأكبر للطفل

خلال هذه الفترة ينتج عنه حركته البعيدة عن نقطة التآثير ويتحرك بسرعة أعلى.

(b) من يتحرك أبعد بينما يديهما متلامستان؟

الحل : حيث أن الطفل له تسارع أكبر فإنه يتحرك أبعد خلال الفترة التي تكون فيها يديهما متلامستين.

7.5 بعض التطبيقات على قوانين نيوتن

SOME APPLICATIONS OF NEWTON'S LAWS

4.6 في هذا القسم نطبق قوانين نيوتن على الأجسام التي إما أن تكون متزنة ($a = 0$) أو التي لها تسارع في خط مستقيم تحت تأثير قوة ثابتة خارجية. نفترض أن الأجسام تتصرف كجسيمات ولهذا فإننا سوف لانهتم بالحركة الدورانية. وأيضاً نهمل تأثير الاحتكاك في هذه المسائل والتي تحتوي على حركة؛ ويجب أن ننص في هذه المسائل أن السطح أملس. وأخيراً نهمل كتلة أي حبل يدخل في المسألة. في هذا التقريب مقدار القوة المؤثرة عند أي نقطة على طول الحبل تكون ثابتة على طول النقاط التي تقع على الحبل.تستخدم المرادفات خفيف، الوزن خفيف، وإهمال الكتلة في المسائل لنشير إلى أن الكتلة مهملة عند حل المسائل.

وعنما نطبق قوانين نيوتن على جسم، نهتم بالقوى الخارجية التي تؤثر على الجسم. وعلى سبيل المثال في الشكل 7.5 القوة التي تؤثر على التليفزيون فقط هي **n** و F_g. رد الفعل لهذه القوة **n'** و F'_g تؤثران على المنضدة والأرض، على الترتيب، ولذلك لاتظهر في قانون نيوتن الثاني عند تطبيقه على التليفزيون.

عندما يتصل حبل يعمل على جذب الجسيم، ويؤثر الحبل بقوة **T** على الجسم، ،مقدار هذه القوة يسمى الشد في الحبل. وحيث أنها مقدار لكمية متجهة لذلك يكون الشد كمية قياسية.

افرض عربة تُسحب جهة اليمين على سطح أفقي أملس كما هو موضح في الشكل 8.5b. ولإيجاد تسارع العربة وقوة الأرض التي تؤثر بها عليها، لاحظ أولاً أن القوة الأفقية التي تؤثر على العربة تؤثر من خلال الحبل. استخدم الرمز **T** ليمثل القوة التي يؤثر بها الحبل على العربة. وقد رُسمت الدائرة المنقطة حول العربة في الشكل 8.5a لتذكرك أنك مهتم فقط بالقوى المؤثرة على العربة. وهذا واضح في الشكل 8.5b. وبالإضافة إلى القوة **T**، فإن الرسم التوضيحي للقوة المؤثرة على العربة يحتوي على قوة الجاذبية F_g والقوة العمودية **n** التي تؤثر بها الأرض على العربة. مثل هذا الرسم التوضيحي يبين كل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم. وضع الرسم التوضيحي الصحيح للجسم الحر خطوة هامة في تطبيق قوانين نيوتن. ردود أفعال القوى التي ذكرناها- القوى المؤثرة بواسطة العربة على الحبل، القوة

المؤثرة بواسطة العربة على الأرض، والقوة المؤثرة بواسطة العربة على الأرض- لايشملها الرسم التوضيحي للجسم الحر حيث إنها تؤثر على جسم آخر غير العربة.

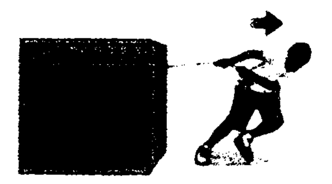
والآن نطبق القانون الثاني لنيوتن في صورة مركباته على العربة. القوة الوحيدة المؤثرة في اتجاه x هي **T**. وبتطبيق $\sum F_x = ma_x$ للحركة الأفقية:

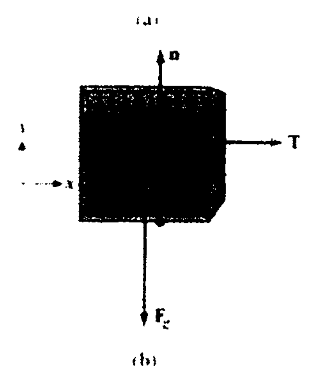
$$\sum F_x = T = ma_x \quad \text{أو} \quad a_x = \frac{T}{M}$$

لايوجد تسارع في اتجاه مركبة y. وبتطبيق $\sum F_y = ma_y$ مع $a_y = 0$ نستنتج أن:

$$n + (-F_g) = 0 \quad \text{أو} \quad n = F_g$$

بمعنى أن القوة العمودية لها نفس مقدار قوة الجاذبية ولكن في الاتجاه المضاد.





الشكل 8.5 (a) تسحب عربة ناحية اليمين على سطح أملس (b) رسم توضيحي للجسم الحر يمثل القوى الخارجية المؤثرة على العربة.

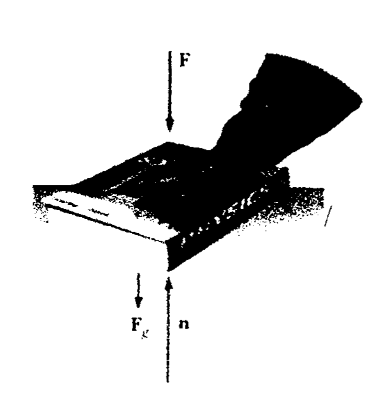
إذا كانت **T** قوة ثابتة، يكون التسارع $a_x = T/m$ ثابت أيضاً. ومن ثم يمكن استخدام معادلات التسارع الثابت للكينماتيكا من الفصل 2 للحصول على إزاحة العربة Δx والسرعة υ_x كدالة في الزمن.

وحيث إن ثابت = $a_x = T/m$ يمكن كتابة المعادلتين 8.2 و 11.2 كما يلي:

$$\upsilon_{xf} = \upsilon_{xi} + \left(\frac{T}{m}\right)t$$

$$\Delta x = \upsilon_{xi}t + \frac{1}{2}\left(\frac{T}{m}\right)t^2$$

في الحالة التي ذكرناها توا يكون مقدار القوة العمودية **n** يساوي مقدار $\mathbf{F}_g$، ولكن ليس هذا هو الحال دائماً. وعلى سبيل المثال، افرض أن كتاب موضوع على منضدة وأنت تدفعه إلى أسفل بقوة **F** كما هو مبين بالشكل 9.5. وحيث أن الكتاب ساكن لذلك لايوجد تسارع، فإن $\sum F_y = 0$ والتي تعطي $n - F_g - F = 0$ أو $n = F_g + F$.



الشكل (9.5) عندما يدفع جسم جسم آخر إلى أسفل بقوة **F** تكون القوة العمودية **n** أكبر من قوة الجاذبية: $n = F_g + F$

توجيهات لحل المسائل

اتباع الطريقة التالية عند التعامل مع مسائل تحتوي على قوانين نيوتن:

- ارسم رسم تخطيطي بسيط ودقيق للمسألة.
- اعزل الجسم الذي تحلل حركته. ارسم رسماً تخطيطياً لحركة جسم- حر لهذا الجسم. وبالنسبة للأنظمة التي تحتوي على أكثر من جسم، ارسم رسماً تخطيطياً منفصلاً لكل جسم كجسم حر. لاتدخل في الرسم التخطيطي (لجسم- حر) القوى المؤثرة بواسطة الجسم على مايحيط به. انشئ محاور احداثية مناسبة لكل جسم ثم اوجد مركبات القوى على هذه المحاور.
- طبق القانون الثاني لنيوتن $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ في صورة مركباته. افحص أبعاد معادلاتك لكي تتأكد أن جميع الحدود لها وحدات القوة.
- حل معادلات المركبات للمجاهيل المطلوبة. وتذكر أنه يجب أن يكون لديك عدد من المعادلات مساوياً لعدد المجاهيل لتحصل على حل كامل.
- تأكد أن نتائجك تتوافق مع الرسم التخطيطي لجسم- حر. واختبر أيضاً توقعات حلولك للقيم القصوى للمتغيرات. وغالباً ما يمكنك ذلك من اكتشاف الخطأ في نتائجك.

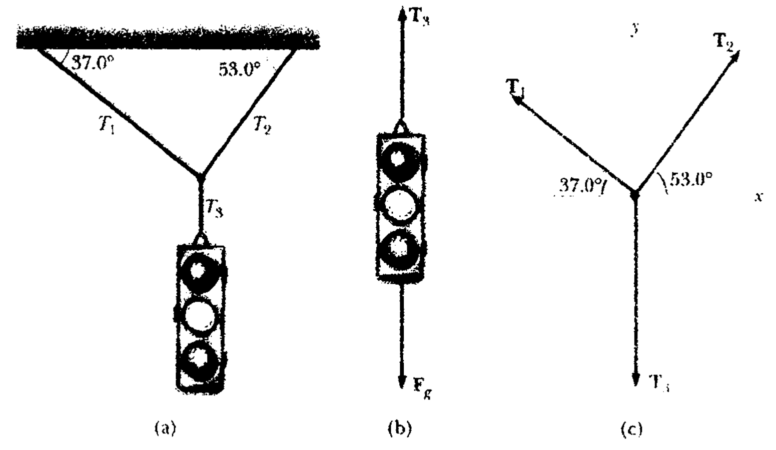
مثال 4.5 إشارة مرور ساكنة

إشارة مرور 125 N معلقة بحبل وهذا الحبل مربوط بحبلين آخرين مثبتين بحامل. الحبلان العلويان يصنعان زاويتين $37.0°$ و $53.0°$ مع الأفقي. اوجد الشد في الحبال الثلاث.

الحل: الشكل 10.5a يبين نوع الرسم الذي نرسمه في هذ الحالة. ثم نصمم رسمين تخطيطين لجسمين حرين- أحدهما لإشارة المرور، المبين في الشكل 10.5b، والآخر للعقدة التي تربط الثلاث حبال معاً، كما هو مبين في الشكل 10.5c. وهذه العقدة هي جسم مناسب للاختيار حيث أن جميع القوى التي تهمناتؤثر من خلالها. وحيث أن التسارع لهذا النظام يساوي صفراً، لذلك نعرف أن القوة على الإشارة والقوة على العقدة تساويان صفراً.

في الشكل 10.5b تتولد القوة T_3 بواسطة الحبل العمودي الذي يثبت الإشارة ولذلك $T_3 = F_g = 125$ N. ثم نختار محاور الإحداثيات المبينة بالشكل 10.5c ونحلل القوة المؤثرة على العقدة إلى مركباتها.

القوة	المركبة x	المركبة y
T_1	$-T_1 \cos 37.0°$	$T_1 \sin 37.0°$
T_2	$T_2 \cos 53.0°$	$T_2 \sin 53.0°$
T_3	0	-125 N



الشكل 10.5 (a) إشارة مرور معلقة بواسطة حبل. (b) رسم تخطيطي لجسم- حر لإشارة المرور. (c) رسم تخطيطي لجسم- حر للعقدة التي تربط الثلاث حبال.

بمعرفة أن العقدة متزنة (a= 0) يمكننا كتابة:

$$(1) \qquad \sum F_x = -T_1 \cos 37.0^\circ + T_2 \cos 53.0^\circ = 0$$

$$(1) \qquad \sum F_y = -T_1 \sin 37.0^\circ + T_2 \sin 53.0^\circ + (-125\ N) = 0$$

من (1) نرى أن المركبات الأفقية لـ $\mathbf{T}_1$ و $\mathbf{T}_2$ يجب أن تتساوى في القيمة. ومن (2) نرى أن مجموع المركبات العمودية لـ $\mathbf{T}_1$ و $\mathbf{T}_2$ يجب أن تتزن مع وزن الإشارة. وبحل المعادلة (1) للحصول على T_2 بدلالة T_1 نجد أن:

$$T_2 = T_1\left(\frac{\cos 37.0^\circ}{\cos 53.0^\circ}\right) = 1.33\ T_1$$

وبالتعويض عن مقدار $\mathbf{T}_2$ في المعادلة (2) نجد أن:

$$T_1 \sin 37.5^\circ + (1.33\ T_1)(\sin 53.0^\circ) - 125\ \text{N} = 0$$

$$T_1 = 75.1\ \text{N}$$

$$T_2 = 1.33\ T_1 = 99.9\ \text{N}$$

هذه المسألة هامة حيث أنها تشمل ما يجب أن نتعلمه عن المتجهات مع أنواع جديدة من القوى. والمعالجة العامة التي شرحناها هنا هامة جداً وسوف تتكرر مرات عديدة.

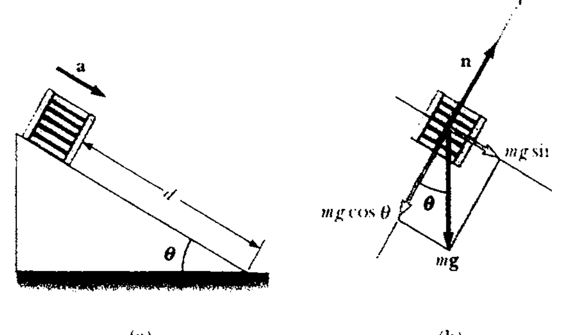
تمرين: في أي حالة تكون $T_1 = T_2$؟

الإجابة: عندما يصنع الحبلان المثبتان في الحامل زاويتين متساويتين مع الأفقي.

مثال 5.5 قفص على سطح أملس مائل

وضع قفص كتلته m على مستوى مائل أملس يميل بزاوية θ. (a) عين تسارع القفص بعد إطلاقه للحركة.

الحل: حيث إننا نعرف القوى المؤثرة على القفص يمكننا أن نستخدم القانون الثاني لنيوتن لنعين تسارع القفص. نرسم رسماً تخطيطياً كما هو في الشكل 11.5a ثم نصمم رسماً تخطيطياً جسم- حر للقفص كما هو مبين بالشكل 11.5a . القوى الوحيدة التي تؤثر على القفص هي القوة العمودية **n** المؤثرة عليه بواسطة المستوى المائل الذي يؤثر عمودياً على المستوى، وقوة الجاذبية $\mathbf{F}_g= mg$ والتي تؤثر عمودياً لأسفل. وبالنسبة للمسائل التي تحتوي على مستوى مائل من المناسب أن نختار محاور الإحداثيات لتكون x لأسفل على طول المستوى المائل و y عمودية عليه كما هو مبين بالشكل 11.5b . ثم نستبدل قوة الجاذبية بالمركبات $mg \sin\theta$ على المحور الموجب لـ x و القيمة $mg \cos\theta$ على المحور السالب لـ y.



الشكل 11.5 (a) يتزلج قفص كتلته m إلى أسفل على مستوى مائل أملس. (b) الرسم التخطيطي لجسم- حر بالنسبة للقفص. لاحظ أن تسارعه على المستوى هو $g \sin\theta$.

والآن نطبق القانون الثاني لنيوتن في صورة مركباته، لاحظ أن $a_y = 0$:

$$(1) \qquad \sum F_x = mg \sin\theta = ma_x$$

$$(2) \qquad \sum F_y = n - mg \cos\theta = 0$$

بحل المعادلة (1) بالنسبة لـ a_x، نرى أن التسارع على المستوى المائل ينشأ من المركبة $\mathbf{F}_g$ في الاتجاه الأسفل للمستوى:

$$(3) \qquad a_x = g \sin\theta$$

لاحظ أن هذه المركبة للتسارع لاتعتمد على كتلة القفص! وتعتمد فقط على زاوية الميل وكذلك g.

ومن المعادلة (2) نستنتج أن مركبة $\mathbf{F}_g$ العمودية على المستوى المائل متزنة بواسطة القوة العمودية؛ بمعنى أن $n = mg \cos\theta$. وهذا هو أحد الأمثلة للحالة التي فيها القوة العمودية لاتساوي في القيمة وزن الجسم.

حالات خاصة: بالنظر لهذه النتائج نرى أنه في الحالة القصوى $\theta = 90°$، و $a_x = g$ و $n = 0$. هذه الشروط تتبع الحالة التي يكون فيها القفص في حركة سقوط حر. عندما $\theta = 0$ و $a_x = 0$ و $n = mg$ (أقصى قيمة لها)؛ في هذه الحالة يكون القفص مُوضوع على مستوى أفقي.

(b) افرض أن القفص أطلق للحركة من السكون عند قمة المستوى المائل، والمسافة بين حافة القفص إلى القاع هي d. ما هو الزمن الذي يأخذه القفص ليصل إلى أسفل نقطة وما هي سرعته عندما يصل إلى هذه النقطة؟

الحل: حيث إن a_x = constant يمكن أن نطبق المعادلة 11.2:

لتحليل حركة القفص $x_f - x_i = v_{xi}\, t + \frac{1}{2} a_x t^2$

ومع الإزاحة $x_f - x_i = d$ و $v_{xi} = 0$ نحصل على

$$d = \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a_x}} = \sqrt{\frac{2d}{g \sin \theta}} \qquad (4)$$

باستخدام المعادلة 12.2 $\quad v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x (x_f - x_i)$ مع $v_{xi} = 0$ نجد أن:

$$v_{xf}^2 = 2a_x d$$

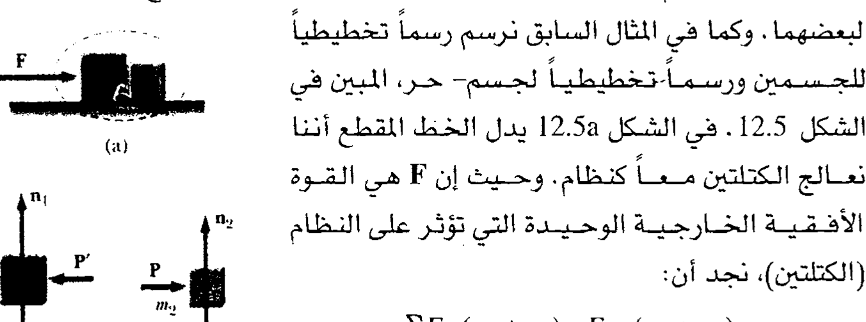
$$v_{xf} = \sqrt{2a_x d} = \sqrt{2gd \sin \theta} \qquad (5)$$

نرى من المعادلة (4) و (5) أن الزمن الذي نحتاجه ليصل القفص إلى القاع والسرعة v_{xf}، لاتعتمد على وزن القفص مثل التسارع. وهذه الطريقة هي طريقة بسيطة يمكنك بها تعيين g، باستخدام مستوى مائل في الهواء؛ وبقياس زاوية ميل المستوى والمسافة التي يقطعها القفص على المستوى المائل والزمن اللازم لوصول القفص إلى هذه النقطة، يمكن حساب g من المعادلة (4).

مثال 6.5 كتلة تدفع الأخرى

وضعت كتلتان متلامستان لبعضهما m_1 و m_2 على مستوى أفقي أملس. أثرت قوة أفقية ثابتة **F** على الكتلة m_1. (a) عين قيمة تسارع الكتلتين معاً.

الحل: الحس العام يخبرنا أن كلتا الكتلتين تتحركان بنفس التسارع حيث أنهما تظلان متلامستين لبعضهما. وكما في المثال السابق نرسم رسماً تخطيطياً للجسمين ورسماً تخطيطياً لجسم- حر، المبين في الشكل 12.5. في الشكل 12.5a يدل الخط المقطع أننا نعالج الكتلتين معاً كنظام. وحيث إن **F** هي القوة الأفقية الخارجية الوحيدة التي تؤثر على النظام (الكتلتين)، نجد أن:



الشكل 12.5

$$\sum F_x \text{ (system)} = F = (m_1 + m_2)\, a_x$$

$$a_x = \frac{F}{m_1 + m_2} \qquad (1)$$

معالجة الكتلتينَ معاً كنظام (system) يبسط الحل ولكن لايقدم معلومات عن القوى الداخلية.

(b) عين قيمة القوة الثابتة بين الكتلتين.

الحل: لحل هذا الجزء من المسألة يجب أن نعالج كل كتلة منفصلة برسمها التخطيطي كجسم- حر، كما هو مبين في الشكل 12.5b و 12.5c . نرمز لقوة التلامس بـ **P**. ومن الشكل 12.5c نرى أن القوة الأفقية الوحيدة التي تؤثر على الكتلة 2 هي قوة التلامس **P** (هي القوة الناتجة من تأثير الكتلة 1 على الكتلة 2) والتي يكون اتجاهها ناحية اليمين. وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكتلة 2 نحصل على:

$$(2) \qquad \sum F_x = P = m_2 a_x$$

وبالتعويض في (2) بقيمة التسارع من المعادلة (1) صل على:

$$(3) \qquad P = m_2 a_x = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) F$$

من هذه النتيجة نستنتج أن قوة التلامس **P** تقل عن القوة المؤثرة **F**. وهذا يتفق مع الحقيقة أن القوة المطلوبة لتحدث تسارعاً للكتلة 2 وحدها يجب أن تقل عن القوة المطلوبة لإحداث نفس التسارع للنظام المكون من الكتلتين معاً.

من المهم أن نختبر المعادلة (3) الخاصة بـ **P** باعتبار القوى المؤثرة على الكتلة 1، المبينة بالشكل 12.5b . القوة الأفقية التي تؤثر على هذه الكتلة هي القوة **F** التي تؤثر جهة اليمين وقوة التلامس **P′** ناحية الشمال (القوة الناشئة نتيجة تأثير الكتلة 2 على الكتلة 1). ومن القانون الثالث لنيوتن تكون **P′** هي رد فعل لـ **P** ولذلك $|\mathbf{P}'| = |\mathbf{P}|$. وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكتلة 1 نستنتج أن:

$$(4) \qquad \sum F_x = F - \mathbf{P}' = F - P = m_1 a_x$$

وبالتعويض في المعادلة (4) عن قيمة a_x من (1) نحصل على:

$$P = F - m_1 a_x = F - \frac{m_1 F}{m_1 + m_2} = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) F$$

وهذا يتفق مع (3) كما هو متوقع.

تمرين: إذا كان $m_1 = 4.00$ kg و $m_2 = 3.00$ kg و $F = 9.00$ N

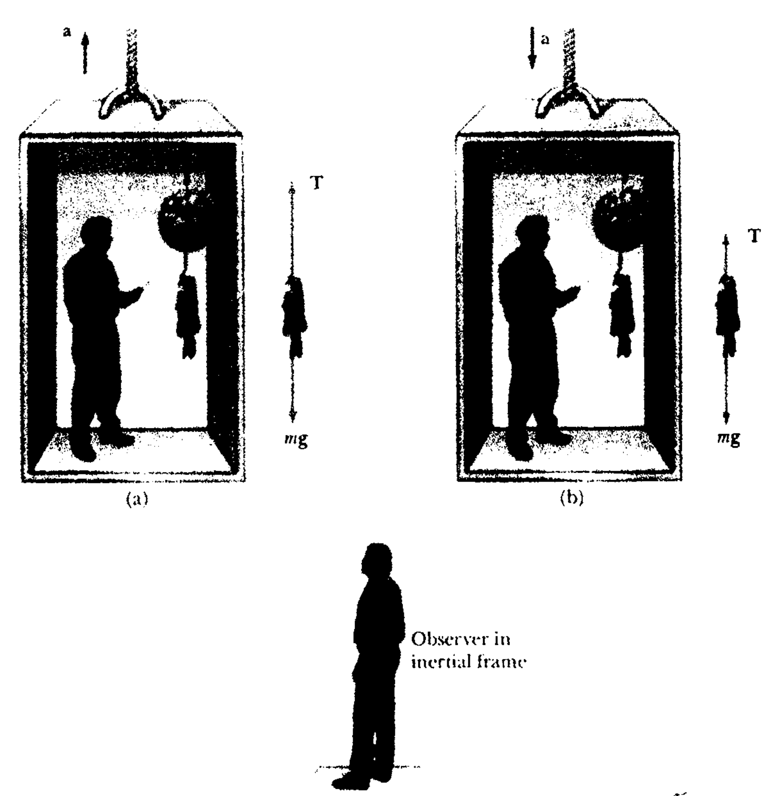
أوجد قيمة التسارع للنظام وقيمة القوة الثابتة

الإجابة: $a_x = 1.29$ m/s^2 ؛ $P = 3.86$ N .

مثال 7.5 وزن سمكة في مصعد

يزن شخص سمكة كتلتها m بميزان زنبركي مثبت في سقف مصعد. كما هو موضح بالشكل13.5.
اثبت أن وزن السمكة يختلف عن وزنها الحقيقي في حالة تحرك المصعد إلى أعلى أو أسفل بتسارع.

الحل: القوة الخارجية التي تؤثر على السمكة هي قوة الجاذبية لأسفل $F_g = mg$ والقوة T والتي يؤثر بها من الميزان. من القانون الثالث لنيوتن تكون قوة الشد T هي قراءة الميزان. إذا كان المصعد ثابت أو متحرك بسرعة ثابتة، لا تتحرك السمكة بتسارع، ولذلك $\sum F_y = T - mg = 0$ أو $T = mg$ (تذكر أن قراءة الميزان mg هي وزن السمكة).



الشكل (13.5) الوزن الظاهري والوزن الحقيقي (a) عندما يتحرك المصعد بتسارع لأعلى، يقرأ الميزان قيمة أعلى من وزن السمكة. (b) عندما يتحرك المصعد بتسارع لأسفل، يقرأ الميزان قيمة أقل من وزن السمكة.

إذا تحرك المصعد لأعلى بتسارع **a** بالنسبة لمشاهد observer يقف خارج المصعد في إطار ساكن (أنظر الشكل 13.5a) فإن تطبيق القانون الثاني لنيوتن يعطى محصلة القوى على السمكة:

$$(1) \qquad \sum F_y = T - mg = ma_y$$

حيث نختار الاتجاه إلي أعلى هو الاتجاه الموجب. لذلك نستنتج من (1) أن قراءة T تكون أكبر من

الوزن mg إذا كان اتجاه **a** إلى أعلى،تكون a_y موجبة وتكون هذه القراءة من mg إذا كان اتجاه **a** إلى أسفل لذلك تكون a_y سالبة.

على سبيل المثال إذا كان وزن السمكة هو 40.0 N واتجاه **a** إلى أعلى، لذلك $a_y = +2.00\text{m/s}^2$ ، وقراءة الميزان من (1) هي

$$T = ma_y + mg = mg\left(\frac{a_y}{g}+1\right) \qquad (2)$$

$$= (40.0\text{ N})\left(\frac{2.00\text{ m/s}^2}{9.80\text{ m/s}^2}+1\right)$$

$$= 48.2\text{ N}$$

وإذا كان اتجاه **a** إلى أسفل تكون $a_y = -2.00\text{m/s}^2$، لذلك تعطينا (2)

$$T = mg\left(\frac{a_y}{g}+1\right) = (40.0\text{ N})\left(\frac{-2.00\text{ m/s}^2}{9.80\text{ m/s}^2}+1\right)$$

$$= 31.8\text{ N}$$

ومن ثم عند شرائك سمك بوزنه في مصعد تأكد أن السمك وُزن أثناء سكون المصعد أم أثناء نزوله بتسارع! علاوة على ذلك لاحظ أنه لايمكن تعيين اتجاه المصعد من المعلومات المعطاه هنا.

حالات خاصة: إذا قطعت حبال المصعدويصبح يسقط المصعد حر الحركة وتكون $a_y = -g$. ونستنتج من(2) أن قراءة الميزان تساوي الصفر في هذه الحالة،بمعنى أن السمكة تبدو بدون وزن. وإذا تحرك المصعد إلى أسفل بتسارع أكبر من g، ترتطم السمكة (والشخص الموجود داخل المصعد) أخيراً بسقف المصعد حيث أن تسارع السمكة والشخص مازال نفس تسارع سقوط حر بالنسبة لمشاهد خارج المصعد.

مثال 8.5 آلة آتوود

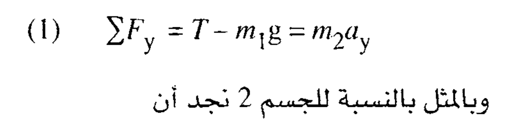
عند تعليق جسمين لهما كتلتان مختلفتان رأسيا على بكرة ملساء مهملة الكتلة كما هو موضح في الشكل 14.5a، يسمى هذا الترتيب آلة آتوود Atwood machine يستخدم هذا الجهاز أحياناً في المعمل لقياس تسارع السقوط الحر. عين قيمة تسارع الجسمين والشد في الخيط الخفيف.

الحل: إذا كان من المفروض تعريف هذا النظام كما لو كان مكونا من الجسمين، كما فعلنا في المثال 6.5، يجب علينا أن نعين القوة الداخلية أى (الشد في الحبل).

هنا يجب تعريف نظامين- واحد لكل جسم- ونطبق قانون نيوتن الثاني لكل منهما.الرسم التخطيطي للجسم- الحر الممثل للجسمين مبين في الشكل 14.5b . تؤثر قوتان على كل جسم: القوة **T** إلى أعلى والمتولدة بواسطة الحبل وقوة الجاذبية لأسفل.

ويجب علينا أن نكون على درجة كبيرة من الحرص بالإشارات في مثل هذه المسائل، والتي فيها يمر الخيط أو الحبل على بكرة أو أي تركيب آخر يسبب انحناء الخيط أو الحبل. في الشكل 14.5a لاحظ أنه في حالة تحرك الجسم 1 بتسارع إلى أعلى سوف يتحرك الجسم 2 . وتبعاً لهذا الاصطلاح للإشارة بتحرك كلا الجسمين بتسارع في نفس الاتجاه. وبتطبيق هذه القاعدة للإشارات على هذه القوى، مركبة y لمحصلة القوة التي تؤثر على الجسم1 هي $T - m_2 g$ ، ومركبة y لمحصلة القوة التي تؤثر على الجسم 2 هي $T - m_2 g$. وحيث أن الجسمين متصلان بالحبل، يجب أن يتساوى تسارعهما في المقدار (وإلا سوف يستطيل الحبل أو ينقطع عندما تزداد المسافة بين الجسمين). وإذا افترضنا أن $m_2 > m_1$ يجب أن يتحرك الجسم1 بتسارع إلى أعلى والجسم 2 بتسارع إلى أسفل.

وعند تطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجسم 1 نحصل على



$$(1) \qquad \sum F_y = T - m_1 g = m_2 a_y$$

وبالمثل بالنسبة للجسم 2 نجد أن

$$(2) \qquad \sum F_y = m_2 g - T = m_2 a_y$$

وبإضافة المعادلة (2) إلى المعادلة (1) نحصل على

$$- m_1 g + m_2 g = m_1 a_y + m_2 a_y$$

$$(3) \qquad a_y = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) g$$

بالتعويض عن (3) في المعادلة (1) نحصل على

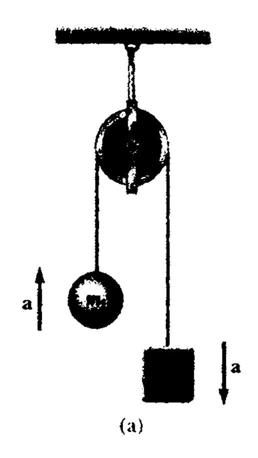
$$(4) \qquad T = \left(\frac{2 m_2 m_1}{m_1 + m_2}\right) g$$

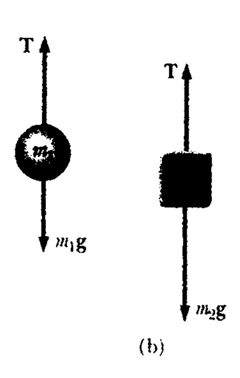
يمكن تفسير ناتج التسارع في المعادلة (3) على أنها النسبة بين القوة غير المتزنة في النظام $(m_2 g - m_1 g)$ إلى الكتلة الكلية للنظام $(m_1 + m_2)$، كما هو متوقع من القانون الثاني لنيوتن.

حالات خاصة: عندما تكون $m_1 = m_2$ تكون $a_y = 0$ و $T = m_1 g$ كما نتوقع لحالة الاتزان هذه. وإذا كانت $m_2 >> m_1$ تكون $a_y \approx g$ (جسم حر الحركة) و $T \approx 2 m_1 g$.

تمرين: أوجد قيمة العجلة والشد في الحبل لآلة آتوود التي فيها $m_1 = 2.00$ kg و $m_2 = 4.00$ kg

الإجابة: $a_y = 3.27$ m/s^2 , $T = 26.1$ N





الشكل 14.5 آلة التوود. (a) جسمين متصلان بحبل مهمل الوزن $(m_2 > m_1)$ ويمر على بكرة ملساء. (b) الرسم التخطيطي لجسم- حر بالنسبة للجسمين.

مثال 9.5 تسارع جسمين متصلين بحبل:

وُصِلت كرة وزنها m_1 بمكعب وزنه m_2 بحبل وزنه خفيف بحيث يمر على بكرة ملساء مهملة الوزن، كما هو مبين بالشكل 15.5a . يوضع المكعب على مستوى مائل أملس يصنع زاوية θ. اوجد قيمة تسارع الجسمين والشد في الحبل.

الحل: حيث إن الجسمين متصلان بحبل (الذي فرض أنه غير مشدود) سوف يكون تسارعهما له نفس القيمة. الرسم التخطيطي لجسم- حر مبين في الشكل 15.5b و 15.5c . وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن في صورة مركباته على الكرة، مع اختيار الاتجاه إلى أعلى هو الإتجاه الموجب، ولذلك

$$(1) \quad \sum F_x = 0$$

$$(2) \quad \sum F_y = T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a$$

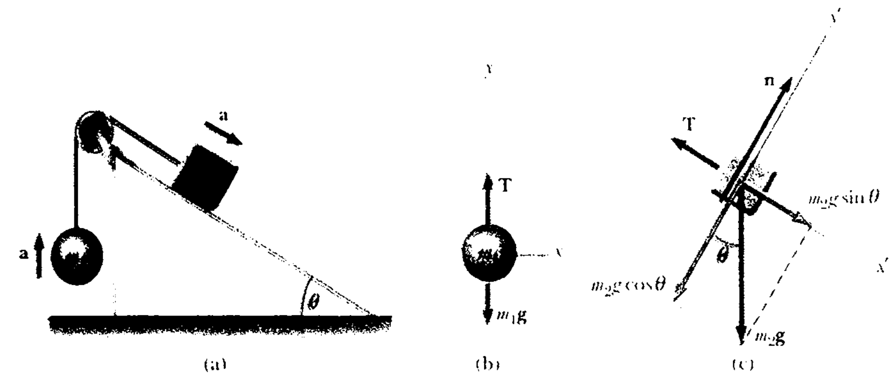
لاحظ أنه لكي تتحرك الكرة بتسارع إلى أعلى، من الضروري أن تكون $T > m_1 g$. في المعادلة (2) تم استبدال a_y بـ a حيث أن للتسارع مركبة في اتجاه y فقط.

ومن المناسب للمكعب أن نختار المحور x' الموجب على طول المستوى المائل كما هو مبين بالشكل 15.5c . وهنا نختار الاتجاه الموجب ليكون أسفل المستوى المائل، في اتجاه $+x'$. وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن في صورة المركبة للمكعب نحصل على:

$$(3) \quad \sum F_{x'} = m_2 g \sin\theta - T = m_2 a_x = m_2 a$$

$$(4) \quad \sum F_{y'} = n - m_2 g \cos\theta = 0$$

في المعادلة (3) تم استبدال a_x بـ a حيث إن للتسارع مركبة واحدة. وبطريقة أخرى يكون للجسمين تسارعان لهما نفس القيمة a، وهي التي نحاول إيجادها. المعادلتان (1) و (4) ليس بهما



الشكل 15.5 (a) جسمان متصلان بحبل خفيف الوزن يمر على بكرة ملساء. (b) رسم تخطيطي جسم- حر لكرة. (c) رسم تخطيطي جسم- حر لمكعب (المستوى المائل أملس).

معلومات تخص التسارع. بينما إذا قمنا بحل المعادلة (2) بالنسبة لـ T ثم عوضنا هذه القيمة لـ T في المعادلة (3) ثم نحلها بالنسبة لـ a نحصل على:

$$(5) \qquad a = \frac{m_2 g \sin\theta - m_1 g}{m_1 + m_2}$$

وعندما نعوض بقيمة a في المعادلة (2) نجد أن:

$$(6) \qquad T = \frac{m_1 m_2 g(\sin\theta + 1)}{m_1 + m_2}$$

لاحظ أن تسارع المكعب أسفل المستوى الأملس فقط إذا كان $m_2 \sin\theta > m_1$ (بمعنى إذا كانت **a** في الاتجاه الذي افترضناه). إذا كان $m_1 > m_2 \sin\theta$، سوف يكون التسارع إلى أعلى المستوى المائل بالنسبة للمكعب وإلى أسفل بالنسبة للكرة. ولاحظ أيضاً أن ناتج التسارع في المعادلة (5) يمكن تفسيره على إنه القوة الناتجة المؤثرة على نظام مقسومة على الكتلة الكلية للنظام؛ وهذا يتفق مع القانون الثاني لنيوتن. وأخيراً، إذا كانت $\theta = 90°$ سوف تكون نتائج a و T مماثلة لنتائج المثال 8.5.

تمرين: إذا كان $m_1 = 10.0$ Kg، و $m_2 = 5.00$ Kg و $\theta = 45.0°$، اوجد تسارع كل جسم.

الإجابة: $a = -4.22\ m/s^2$، حيث أن الإشارة السالبة تشير إلى أن تسارع المكعب إلى أعلى المستوى المائل وتسارع الكرة إلى أسفل.

8.5 قوى الاحتكاك FORCES OF FRICTION

عندما يكون جسم في حالة حركة على سطح أو في وسط لزج مثل الهواء أو الماء تكون هناك مقاومة للحركة بسبب تفاعل الجسم مع مايحيط به. ونسمي مثل هذه المقاومة بقوة الاحتكاك. قوة الاحتكاك هامة جداً في حياتنا اليومية. تسمح لنا بالمشي أو الجري وضرورية لحركة المركبات.

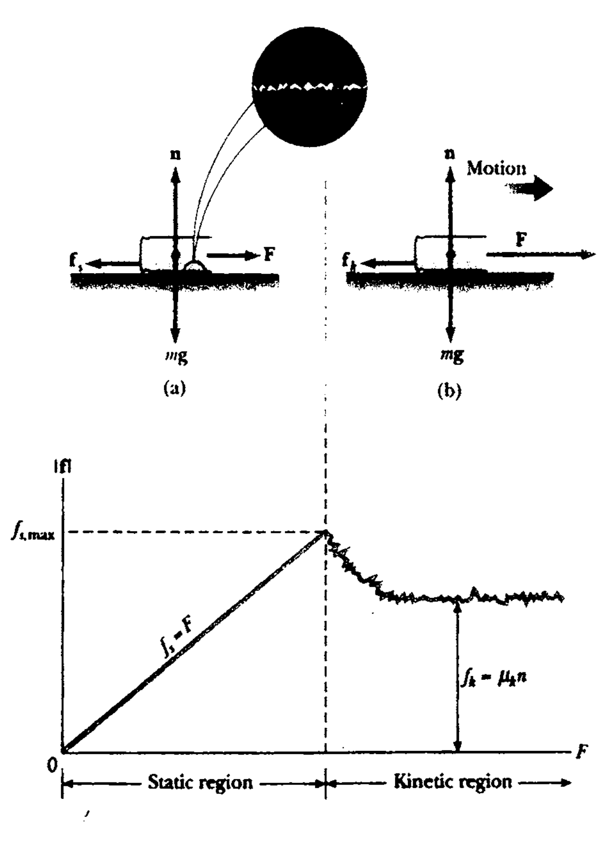
هل حاولت تحريك قرص ثقيل عبر أرضية خشنة؟ ادفع بقوة أكبر فأكبر حتى يبدو القرص حراً "break Free" وبالتالي يتحرك بسهولة نسبياً. يحتاج القرص إلى قوة أكبر للبدء في التحرك أكبر من القوة التي يحتاجها ليحتفظ بحركته ولفهم لماذا يحدث ذلك. اعتبر كتاب موضوع على منضدة كما هو مبين في الشكل 16.5a. فإذا أثرنا بقوة أفقية خارجية **F** على الكتاب لتؤثر جهة اليمين سوف يظل الكتاب ساكناً إذا لم تكن **F** كبيرة جداً. القوة التي تعادل **F** وتمنع الكتاب من الحركة تؤثر جهة الشمال وتسمى قوة الاحتكاك **f**.

وطالما أن الكتاب لايتحرك تكون $f = F$. وحيث أن الكتاب ساكن، نسمي قوة الاحتكاك هذه بقوة الاحتكاك الإستاتيكية $\mathbf{f}_s$. وتوضح التجارب أن هذه القوة تنتج عن النتوءات البارزة فوق الأسطح المتلامسة، حتى للأسطح التي تبدو ملساء جداً كما هو مبين في الشكل العام المكبر في الشكل 16.5a. (إذا كانت الأسطح نظيفة وناعمة على المستوى الذري، سوف تلتحم ببعضها عندما يحدث التلامس)

وعلى الرغم من تعقيد تفاصيل الاحتكاك على المستوى الذري، فإن هذه القوى تنتج عن تأثر كهربي متبادل بين الذرات أو الجزيئات.

وإذا قمنا بزيادة مقدار **F** كما هو مبين في الشكل 16.5b، تزداد قيمة $\mathbf{f_s}$ معها ليحتفظ الكتاب بمكانه. وبالطبع لايمكن أن تزيد القوة f_s بلانهاية. وأخيراً الأسطح المتلامسة لاتستمر في المد بقوة احتكاك كافية للتغلب على **F**، ولذلك يتحرك الكتاب بتسارع. وعندما يكون الجسم على حد الحركة تكون f_s قيمة قصوى، كما هو مبين بالشكل 5.16c. وعندما تزيد F عن $f_{s,max}$ يتحرك الكتاب بتسارع جهة اليمين. وبمجرد أن يبدأ الكتاب في الحركة تصبح قوة الاحتكاك المعوقة أقل من $f_{s,max}$ (انظر الشكل 16.5c). وعندما يصبح الكتاب في حالة حركة تسمى قوة الممانعة بقوة الاحتكاك الكيناتيكية $\mathbf{f_K}$. وإذا كانت $F = f_K$ فسوف يتحرك الكتاب جهة اليمين بسرعة ثابتة. وإذا كانت $F > f_K$ فسوف يكون هناك قوة غير متزنة $F = f_K$ في الاتجاه الموجب لـ x وهذه القوة تسبب حركة الكتاب بتسارع جهة اليمين. وإذا أزيلت القوة **F** سوف تؤثر قوة الاحتكاك $\mathbf{f_K}$ جهة اليسار ليتحرك الكتاب في الاتجاه السالب لـ x وأخيراً تجعله يسكن.

وعملياً نجد أنه، وكتقريب جيد، كل من $f_{s,max}$ و f_K تتناسب مع القوة العمودية التي تؤثر على الكتاب. وتلخص القوانين العملية التالية المشاهدات المعملية:



الشكل 16.5 يكون اتجاه قوة الاحتكاك **f** بين كتاب وسطح خشن في الاتجاه العكسي للقوة المؤثرة **F**. وحيث أن كلا السطحين خشنين يحدث التلامس عند نقاط قليلة فقط كما هو موضح في الشكل المكبر. (a) مقدار قوة الاحتكاك الساكنة يساوي مقدار القوة المؤثرة. (b) عندما تزداد القوة المؤثرة عن مقدار قوة احتكاك حركي، يتحرك الكتاب جهة اليمين بتسارع. (c) رسم بياني يبين العلاقة بين قوة الاحتكاك مع القوة المستخدمة. لاحظ أن $f_{s,max} > f_R$.

- يكون اتجاه قوة الاحتكاك الساكن بين أي جسمين متلامسين مع بعضهما عكس اتجاه الحركة النسبية ويمكن أن تأخذ القيم:

$$f_s \le \mu_s n \qquad (8.5)$$

حيث μ_s ثابت ليس له وحدات ويسمى **معامل الاحتكاك الإستاتيكي** Coefficient of Static Friction و n هي مقدار القوة العمودية. وتكون المتباينة في المعادلة 8.5 متساوية عندما يكون أحد الأجسام عند الحركة (على وشك الحركة)، بمعنى أنه عندما $f_s = f_{s,max} = \mu_s n$. وتتحقق المتباينة عندما نؤثر بقوة تقل عن $\mu_s n$.

- يكون اتجاه قوة الاحتكاك الكيناتيكية (الحركي) المؤثرة على جسم عكس اتجاه حركة انزلاق الجسم بالنسبة للسطح الذي تنتج عنه قوة الاحتكاك ويعطى بالعلاقة التالية:

$$f_k \le \mu_k n \qquad (9.5)$$

حيث μ_K هي معامل الاحتكاك الكيناتيكي Coefficient of Kinetic Friction.

- يعتمد المقداران μ_K و μ_s على طبيعة الأسطح، ولكن على العموم تكون μ_K أقل من μ_s. وتتراوح قيمتها بين 0.03و 1.0 . ويدون الجدول 2.5 بعض القيم.

جدول 2.5 معاملات الاحتكاك

	μ_s	μ_K
Steel on Steel	0.74	0.57
Aluminum on Steel	0.61	0.47
Copper on Steel	0.53	0.36
Rubber on Concrete	1.0	0.8
Wood on Wood	0.25 – 0.5	0.2
Glass in Glass	0.94	0.4
Waxed Wood on Wet Snow	0.14	0.1
Waxed Wood on Dry Snow	–	0.04
Metal on Metal (Lubricated)	0.15	0.06
Ice on Ice	0.1	0.03
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Synovial Joints in Humans	0.01	0.003

جميع القيم في هذا الجدول مقربة. في بعض الحالات يمكن أن يزيد معامل الاحتكاك عن القيمة 1.0

- معامل الاحتكاك لايعتمد تقريباً على مساحة التلامس بين الأسطح.

على الرغم من امكانية تغير معامل الاحتكاك الكيناتيكي (الحركي) مع السرعة سوف نهمل مثل هذا التغير في دراستنا.

مثال ذهني 10.5 لماذا تتحرك المزلجة بتسارع؟

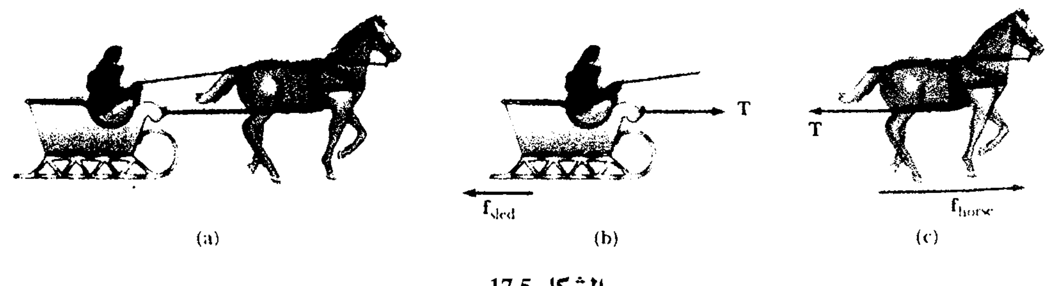
يجر حصان مزلجة على طريق مستوي مغطى بالجليد ليجعلها تتحرك بتسارع. كما هو مبين في الشكل 5.18a . ينص القانون الثاني لنيوتن على أن المزلجة تولد قوة مساوية وعكسية على الحصان. بوجهة النظر هذه، كيف تتحرك المزلجة بتسارع؟ وتحت أي شرط يتحرك النظام (الحصان والمزلجة) بسرعة ثابتة؟

الحل: من المهم أن نتذكر أن القوى الموصوفة في القانون الثالث لنيوتن تؤثر على أجسام مختلفة- يؤثر الحصان بقوة على المزلجة، وتؤثر المزلجة على الحصان بقوة مساوية لها في المقدار ومضادة لها في الاتجاه. وحيث إننا نهتم فقط بحركة المزلجة، لانأخذ في الاعتبار القوى التي تؤثر بها على الحصان. وعند تعيين حركة جسم يجب عليك إضافة القوى المؤثرة على الجسم فقط. القوى الأفقية المؤثرة على المزلجة هي القوة $\mathbf{T}$ للأمام المتولدة بواسطة الحصان وقوة الاحتكاك الخلفية $\mathbf{f}_{sled}$ بين المزلجة والجليد (انظر الشكل 17.5b). وعندما تزيد القوة الأمامية على القوة الخلفية تتحرك المزلجة جهة اليمين بتسارع.

القوة التي تجعل النظام (الحصان والمزلجة) يتحرك بتسارع هي قوة الاحتكاك $\mathbf{f}_{horse}$ المتولدة بواسطة الأرض على أرجل الحصان. القوى الأفقية التي تؤثر على الحصان وهي القوى الأمامية $\mathbf{f}_{horse}$ المتولدة بواسطة الأرض والشد إلى الخلف $\mathbf{T}$ المتولدة بواسطة المزلجة (الشكل 17.5c). محصلة هاتين القوتين تسبب تسارع الحصان. وعندما تتزن $\mathbf{f}_{horse}$ مع $\mathbf{f}_{sled}$ يتحرك النظام بسرعة ثابتة.

تمرين: هل القوة العمودية المتولدة بواسطة الجليد على الحصان وقوة الجاذبية المتولدة بواسطة الأرض على الحصان هي زوج قوى القانون الثالث؟

الإجابة: ليس كذلك حيث تؤثر القوتان على نفس الجسم. بينما يعرف زوج القوى من القانون الثالث Third- Low Force Pairs بإنهما متساويان في المقدار ومتضادان في الإتجاه كما أنهما تؤثران على جسمين مختلفين.



الشكل 17.5

مثال 11.5 تسارع جسمين متصلين عند وجود قوة احتكاك

وصل مكعب كتلته m_1 مع كرة كتلتها m_2 على سطح أفقي خشن بواسطة حبل خفيف الوزن، كما هو مبين في الشكل 5.18a أثرنا على المكعب بقوة مقدارها F تصنع زاوية θ مع الأفقي كما هو مبين. معامل الاحتكاك الكيناتيكي (الحركي) بين المكعب والسطح هي μ_k. عين قيمة تسارع الجسمين.

الحل: نبدأ بتنفيذ الرسم التخطيطي لجسم- حر بالنسبة للجسمين، كما هو مبين في الشكل 18.5b و 18.5c . ثم نطبق القانون الثاني لنيوتن في صورة مركباته لكل جسم ونستخدم المعادلة 9.5، $f_k = \mu_k n$. وبعد ذلك بمكننا تعيين التسارع بدلالة الحدوود المعطاة.

القوة المؤثرة على المكعب **F** لها مركبتان في إتجاه x و y على الصورة $F \cos \theta$ و $F \sin \theta$ على الترتيب وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن لكلا الجسمين وبفرض أن حركة المكعب تكون جهة اليمين نحصل على:

حركة المكعب (1) $\sum F_x = F \cos \theta - f_k - T = m_1 a_x = m_1 a$

$$(2) \quad \sum F_y = n + F \sin \theta - m_1 g = m_1 a_y = 0$$

حركة الكرة $\sum F_x = m_2 a_x = 0$

$$(3) \quad \sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_y = m_2 a$$

وحيث إن الجسمين متصلان يمكننا مساواة مقادير المركبة x لتسارع المكعب ومركبه y لتسارع الكرة. ومن المعادلة 9.5 نعلم أن $f_k = \mu_k n$ ومن المعادلة (2) نعلم أن $n = m_1 g - F \sin \theta$ (لاحظ أنه في هذه الحالة n لاتساوي $m_1 g$)؛ ولذلك

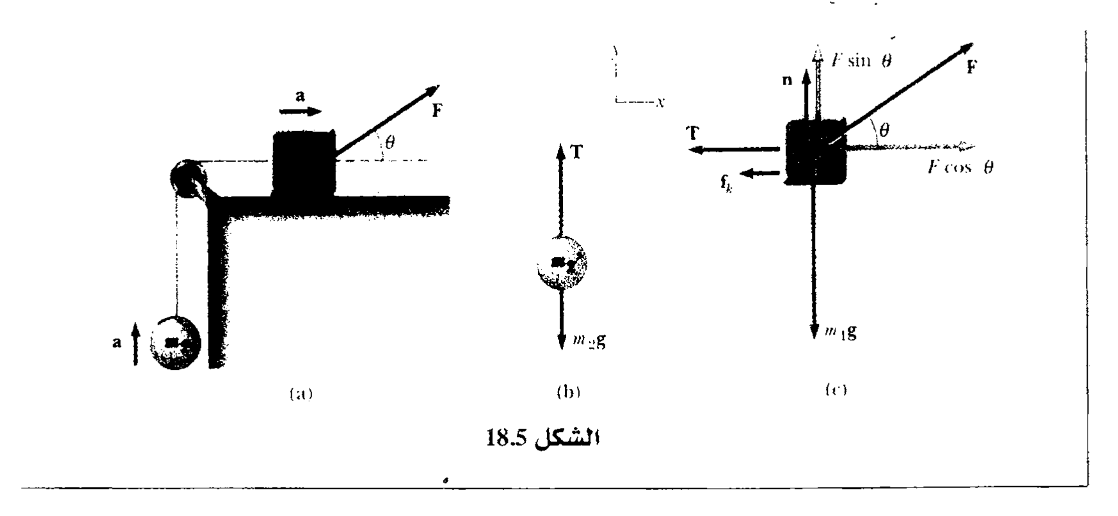
$$(4) \quad f_k = \mu_k (m_1 g - F \sin \theta)$$

بمعنى أن قوة الاحتكاك تتناقص بسبب مركبة y الموجبة لـ**F**. وبالتعويض من (4) وقيمة T من (3) في (1) نحصل على

$$F \cos \theta - \mu_k (m_1 g - F \sin \theta) - m_2 (a + g) = m_1 a$$

وبحل المعادلة بالنسبة لـ a نحصل على

$$(5) \quad a = \frac{F(\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - g(m_2 + \mu_k m_1)}{m_1 + m_2}$$



الشكل 18.5

ملخص SUMMARY

ينص القانون الأول لنيوتن على،" يظل الجسم على حالته من حيث السكون أو الحركة المنتظمة في خط مستقيم مالم تؤثر عليه قوة خارجية "

ينص القنون الثاني لنيوتن على،" يتناسب تسارع جسم طردياً مع محصلة القوة المؤثرة عليه وعكسياً مع كتلته ". بمعنى أن محصلة القوة المؤثرة على جسم تساوي حاصل ضرب كتلته في تسارعه: $\sum \mathbf{F}=m\mathbf{a}$.

قوة الجاذبية المؤثرة على جسم تساوي حاصل ضرب كتلته (كمية قياسية) وتسارع السقوط الحر: $\mathbf{F}_g=m\mathbf{g}$. وزن جسم هو مقدار الجاذبية المؤثرة على الجسم.

ينص القانون الثالث لنيوتن على،" إذا تآثر جسمان فسوف تكون القوة المتولدة بواسطة 1 على الجسم 2 مساوية في المقدار ومضادة في الاتجاه للقوة المتولدة بواسطة الجسم2 على الجسم 1 بمعنى إنه لكل فعل رد فعل مساوٍ له في المقدار ومضاد له في الاتجاه. لذلك لاتوجد القوة المعزولة في الطبيعة.

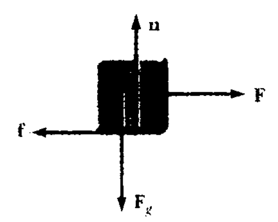
القوة القصوى للاحتكاك الإستاتيكي بين جسم وسطح تتناسب مع القوة $\mathbf{f}_{s,max}$ العمودية normal Force المؤثرة على الجسم. وعلى العموم $f_s \leq \mu_s n$،حيث μ_s هي معامل الاحتكاك الإستاتيكي و n هي مقدار القوة العمودية. وعندما ينزلق جسم على سطح يكون إتجاه قوة الاحتكاك الكيناتيكية $\mathbf{f}_k$ عكس إتجاه حركة الانزلاق وتتناسب مع مقدار القوة العمودية. ومقدار هذه القوة يعطى بالعلاقة $f_k=\mu_k n$ حيث μ_k هي معامل الاحتكاك.

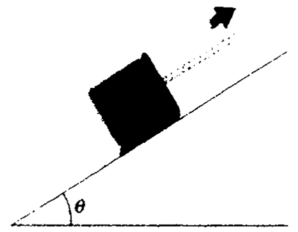
لكي تنجح في تطبيق القانون الثاني لنيوتن يجب أن ندرك جميع القوى المؤثرة على النظام. بمعنى أن نكون قادرين على تصميم الرسم التخطيطي لجسم- حر. يوضح الشكل 19.5 عدداً من الأنظمة مع

رسمها التخطيطي للجسم- الحر. يجب فحص هذه الأنظمة جيداً لكي تستطيع عمل مثلها أو ما يشابهها في المسائل.

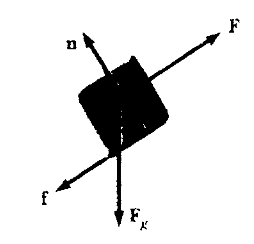


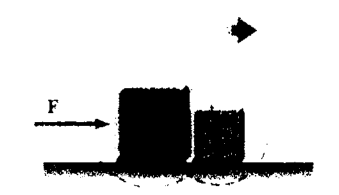
A block pulled to the right on a rough horizontal surface



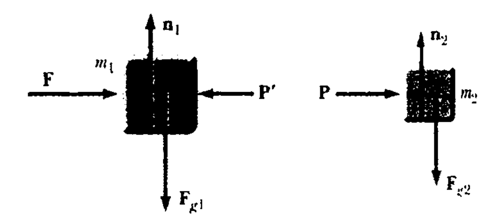


A block pulled up a rough incline

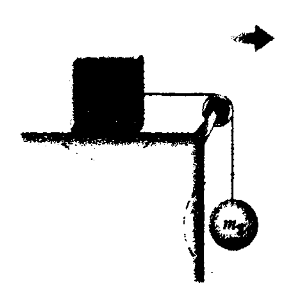


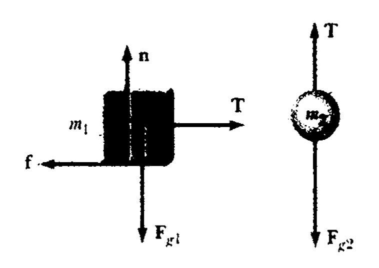


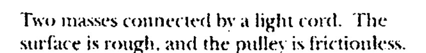
Two blocks in contact, pushed to the right on a frictionless surface



Note: $P = -P'$ because they are an action–reaction pair







Two masses connected by a light cord. The surface is rough, and the pulley is frictionless.

الشكل (19.5) أنظمة مختلفة (جهة اليسار) والرسم التخطيطي لجسم- حر الخاص بها (جهة اليمين).

أسئلة QUESTIONS

1- الشخص الموجود في المصعد في مثال 7.5 وجد أن وزن السمكة T (وهي قراءة الميزان). وهذه القراءة من الواضح أنها خاطئة. لماذا تكون هذه الملاحظة مختلفة عن التي تلاحظ بواسطة شخص موجود في إطار اسناد ساكن خارج المصعد ؟

2- أمسك شخص كرة بيده (a) حدد كل القوى الخارجية التي تؤثر على الكرة ورد فعل كل منها. (b) إذا سقطت الكرة، ما هي القوة التي تؤثر عليها أثناء سقوطها. حدد قوة رد الفعل في هذه الحالة. (اهمل مقاومة الهواء)

3- إذا تحركت سيارة جهة الغرب بسرعة ثابتة 30m/s، ما هي القوة المحصلة التي تؤثر عليها؟

4 أسقطت كرة مطاطية على الأرض.ما هي القوة التي تسبب ارتداد الكرة؟

5 - ما هو الخطأ في هذه العبارة" حيث أن السيارة ساكنة لاتؤثر عليها أية قوى"؟ كيف تصحح هذه العبارة ؟

6- افترض أنك تقود سيارة على طريق سريع بسرعة عالية. لماذا يجب عليك أن تتجنب العنف في الفرامل إذا كنت تريد الوقوف خلال مسافة قصيرة؟ بمعنى آخر لماذا يجب عليك الحفاظ على لف العجلات أثناء الفرملة؟

7- إذا لم يسبق لك ركوب مصعد في مبنى عالي فسوف تشعر بأنك تزداد وزنا أو تقل وزنا وذلك يعتمد على اتجاه التسارع. فسر هذا الشعور. وهل صحيح أننا نكون في حالة انعدام وزن في حركة السقوط الحر؟

8- يقود سائق شاحنة فارغة بسرعة استخدم الفرامل ليقف بالشحنة خلال مسافة d.(a) إذا حُملت الشاحنة بأثقال ليصبح وزنها الضعف، فما هي المسافة التي يجب قطعها بالشاحنة عند استخدام الفرامل حتى تقف؟ (b) وإذا كانت سرعة الشاحنة نصف السرعة الأولى، كم تكون مسافة وقوف الشاحنة عند استخدام الفرامل؟

9- في محاولة تعريف القانون الثالث لنيوتن قال تلميذ أن الفعل ورد الفعل متساويان في المقدار ومتضادان في الاتجاه. فإذا كانت هذه هي الحالة، فكيف تكون هناك دائماً قوة محصلة على الجسم؟

10- ما هي القوة التي تسبب (a) دفع مروحة طائرة لكي تتحرك. (b) الصواريخ؟ (c) حركة المشي لشخص؟

11- إذا قمت بدفع صندوق ثقيل ساكن، يجب عليك بذل قوة ليبدأ الحركة. ولكن بمجرد أن بدأ الصندوق في الحركة، تستطيع أن تمارس قوة صغيرة ليحتفظ الصندوق بحركته. لماذا؟

12 يقف رافع أثقال على ميزان حمام. يحرك القضيب الذي يحمل الأثقال إلى أعلى وأسفل. ماذا يحدث لقرأة الميزان أثناء هذه الحركة؟ افرض انه من القوة بحيث يمكنه من قذف القضيب الى اعلى. بين كيف تتغير قراءة الميزان الآن ؟

13 عند تحرك أوتوبيس ساكن فجأة إلى الأمام يقع الأشخاص الواقفون على هؤلاء الجالسين. لماذا يحدث ذلك؟

PROBLEMS مسائل

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي   ☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل   = فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

من قسم 1.5 حتى 6.5

1- تؤثر قوة **F** على جسم كتلته m_1 ليتحرك بتسارع $3.00\ m/s^2$. فإذا أثرنا بنفس القوة على جسم آخر كتلته m_2 ليتحرك بتسارع $1.00\ m/s^2$. (a) ما هي قيمة النسبة m_1/m_2؟ (b) إذا اتحدت m_1 و m_2 اوجد تسارعهما تحت تأثير نفس القوة **F**.

2- تؤثر قوة 10.0 N على جسم كتلته 2.00 kg. فكم يكون (a) تسارع الجسم، و (b) وزنه بوحدات النيوتن و (c) تسارعه إذا تضاعفت القوة؟

3 تتحرك كتلة قيمتها 3.00 Kg بتسارع $a = (2.00\mathbf{i} + 5.00\mathbf{j})\ m/s^2$. اوجد القوة المحصلة $\sum \mathbf{F}$ ومقدارها.

4- قدر وزن جسم له كتلة 0.45359237 kg بوحدات الباوند one pound عند موضع يكون فيه تسارع الجاذبية مساوياً 32.1740 ft/s^2. عبر عن الباوند ككمية بوحدات SI.

5 جسم كتلته 4.00 kg له سرعة 3.00**i** m/s في لحظة ما وبعد ثمان ثواني تزيد سرعته لتصل إلى $(8.00\mathbf{i}+10.0\mathbf{j})m/s$

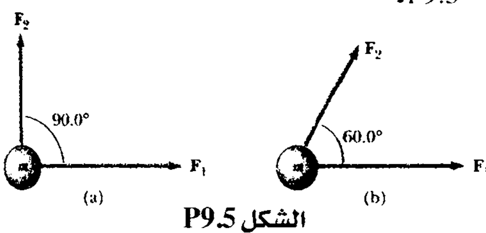
افترض أن الجسم كان يتأثر بقوة كلية ثابتة. اوجد (a) مركبات القوة و(b) مقدارها.

6 الكترون له كتلة 9.11×10^{-31} kg وله سرعة ابتدائية 3.00×10^5 m/s يتحرك في خط مستقيم وتزداد سرعته لتصبح 7.00×10^5 m/s خلال مسافة 5.00 cm. افترض أن تسارعه ثابتاً، (a) عين القوة التي تؤثر على الالكترون و (b) قارن هذه القوة مع وزن الالكترون والتي أهملناها.

7- يزن شخص 120 Ib. عين(a) وزنه بالنيوتن و(b) كتلته بالكيلوجرام.

8-إذا كان وزن رجل 900N على الأرض. كم يكون وزنه على كوكب المشترى حيث يكون تسارع الجاذبية عليه هو $25.9 m/s^2$ ؟

9 تؤثر قوتان $\mathbf{F}_1$ و $\mathbf{F}_2$ على كتلة 5.00kg. إذا كانت F_1=30.0N و F_2=15.0N ، اوجد التسارع في (a)و (b) المرسومين في الشكل P9.5.



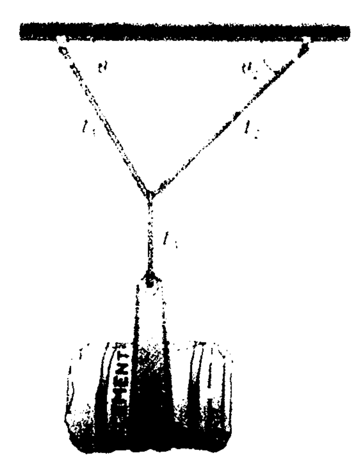
الشكل P9.5

10- أثرت ثلاث قوى 10.0N جهة اليسار و20.0N جهة الشرق و 15.0N جهة الجنوب معاً على جسم موضوع على منضدة هوائية كتلته 4.00kg. اوجد تسارع الجسم.

القسم 7.5 بعض التطبيقات على قوانين نيوتن

11- يتحرك جسم كتلته 3.00 kg في مستوى بمركبتين x و y يعطيان بالعلاقتين $x=5t^2-1$ و $y = 3t^2 + 2$، حيث تقاس x و y بالأمتار و t بالثواني. اوجد قيمة القوى المحصلة التي تؤثر على هذا الجسم عند $t=2.00$ s.

12- جوال من الأسمنت يزن 325N يعلق من ثلاث خيوط كما هو موضح بالشكل P 12.5. بخيطين يصنعان زاويتين $\theta_1=60.0°$ و $\theta_2=25.0°$ مع الأفقي. فإذا كان هذا النظام في حالة اتزان، أوجد الشد T_1 و T_2 في الخيوط.

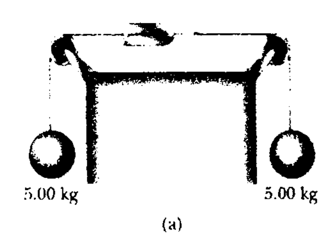


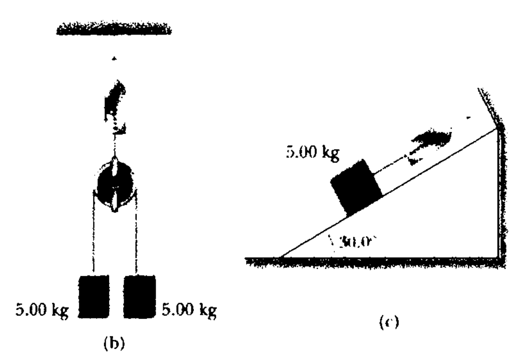
الشكل P12.5

13 في الشكل P12.5 إذا كان وزن جوال الأسمنت F_g وكان الخيطان يصنعان زاويتي θ_1 و θ_2 مع الأفقي. وكان النظام متزناً، اثبت أن الشد في الخيط الأيسر يعطى بالعلاقة

$$T_1 = F_g \cos\theta_2 / \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

14- الأنظمة الموضحة في الشكل P14.5 تكون في حالة اتزان. فإذا كان الميزان الزنبركي يقرأ بالنيوتن، ما هي قراءاته في الأنظمة الثلاث (اهمل وزن البكر والخيوط وافترض أن المستوى المائل أملس).

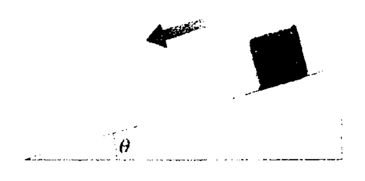




الشكل P14.5

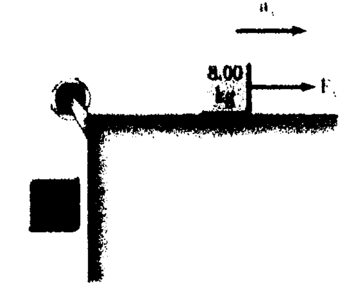
15 يقوم شخصان بشد حبلين مربوطين في مركب كتلته 200 kg بقوة كل بقدر استطاعته. فإذا كان الشد في نفس الاتجاه، يتحرك المركب بتسارع $1.52\ m/s^2$ جهة اليمين. وإذا كان الشد في اتجاهين متضادين يتحرك المركب بتسارع $0.518\ m/s^2$ جهة اليسار. فماهي القوة المؤثرة بواسطة كل شخص على المركب ؟ (اهمل أية قوة أخرى على المركب).

16- ارسم رسم تخطيطي لجسم- حر لصندوق ينزلق على مستوى يميل بزاوية $\theta=15.0°$ (الشكلP16.5) إذا بدأ الجسم من السكون عند قمة المستوى الذي يرتفع 2.00m، اوجد (a) تسارع الصندوق و (b) سرعته عندما يصل إلي نهاية المستوى المائل.



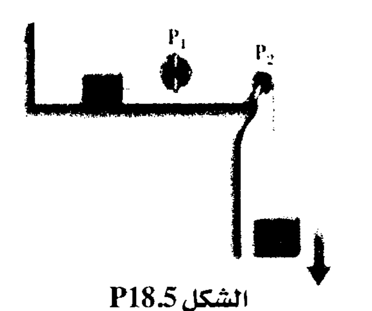
الشكل P 16.5

17 في النظام المبين في الشكل P17.5 تؤثر قوة أفقية F_x على كتلة 8.00kg. السطح الأفقي أملس. (a) لأية قيم للقوة F_x تتحرك الكتلة 2.00kg إلى أعلى؟ (b) لأية قيم للقوة F_x يكون الشد في الحبل يساوي صفراً؟ (c) ارسم العلاقة بين تسارع الكتلة 8.00 kg مع F_x. اعتبر القيم من F_x من 100 N - الى 100 N +



الشكل P17.5

18- كتلة m_1 موضوعة على منضدة أفقية ملساء وصلت بكتلة m_2 عن طريق بكرة خفيفة جداً P_1 وبكرة خفيفة مثبتة P_2 كما هو موضح بالشكل P18.5. (a) فإذا كان a_1 و a_2 هما تسارعي الكتلتين m_1 و m_2 على الترتيب، ما هي العلاقة بين هذين التسارعين؟ عبر عن (b) الشد في الخيط بدلالة m_1، و m_2 و g. و(c) التسارعان a_1 و a_2 بدلالة m_1، m_2 و g.



الشكل P18.5

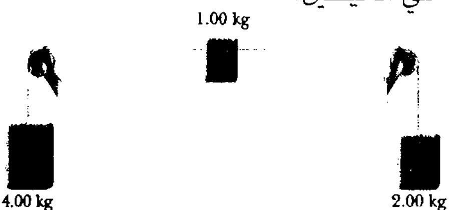
القسم 5.8 قوى الاحتكاك Force of Friction

19- كتلة وزنها 25.0 kg في حالة السكون على سطح أفقي. يحتاج لقوة أفقية مقدارها 75.0N حتى تبدأ في الحركة. وبعد بدء الحركة، نحتاج لقوة أفقية مقدارها 60.0N لتحتفظ الكتلة بحركتها بسرعة ثابتة. اوجد معاملات الاحتكاك الاستاتيكية والكيناتيكية من هذه المعلومات.

20- تتحرك سيارة بسرعة 50.0 mi/h على طريق سريع أفقي. (a) فإذا كان معامل الاحتكاك بين الطريق وعجل السيارة في يوم ممطر هو 0.100، ما هي أقل مسافة التي يمكن للسيارة أن تقف عندها. (b) ما هي المسافة التي يمكن للسيارة أن تقف خلالها إذا كان الطريق جاف و μ_s=0.600؟

WEB
21 تبدأ كتلة مقدارها 3.00kg الحركة من السكون من قمة مستوى مائل بزاوية 30.0° وتنزلق مسافة 2.00m أسفل المستوى المائل في 1.50s. اوجد (a) مقدار تسارع الكتلة، (b) معامل الاحتكاك الكيناتيكي بين الكتلة و المستوى،(c) قوى الاحتكاك المؤثرة على الكتلة والمستوى، (d) سرعة الكتلة بعد انزلاقها مسافة 2.00m.

22- ثلاث كتل متصلة على منضدة كما هو مبين بالشكل P22.5. المنضدة خشنة ولها معامل احتكاك الكيناتيكي 0.350. وزن الكتل الثلاث هي 4.00kg، 1.00kg و 2.00kg والبكرتان أملستان. صمم رسم تخطيطي لجسم- حر لكل كتلة.(a) عين مقدار واتجاه تسارع كل كتلة.(b) عين الشد في الخيطين.



الشكل P5.22

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.5) (a) صحيح. يخبرنا قانون نيوتن الأول أن الحركة لاتحتاج إلى قوة؛ يستمر الجسم في حركته بسرعة ثابتة في غياب قوة خارجية. (b) صحيح، الجسم الساكن يمكن أن تؤثر عليه قوى، ولكن إذا كان مجموع متجهات جميع تلك القوى صفراً فلن تكون هناك قوة محصلة ويظل الجسم ساكن. ومن الممكن أن توجد قوة محصلة ولا توجد حركة ولكن فقط للحظة الكرة التي تقذف رأسياً إلي أعلى تقف عند قمة مسارها لفترة زمنية قصيرة متناهية في الصغر ولكن في نفس الوقت تؤثر عليها قوة الجاذبية. ولذلك وعلى الرغم من $\mathbf{v} = 0$ عند القمة، لاتكون القوة المحصلة المؤثرة عليها صفراً.

(2.5) لا . يكون اتجاه الحركة جزءاً من سرعة الجسم وتحدد القوة اتجاه التسارع وليس السرعة.

(3.5) (a) قوة الجاذبية (b) قوة الجاذبية. قوة الجاذبية لأسفل هي القوة الخارجية الوحيدة التي تؤثر على الكرة في كل نقاط مسارها.

(4.5) عند قفز الشخص من المركب تجاه المرسى، يدفع المركب عكس حركته بقدميه ونتوقع أن يندفع المركب خلف الشخص ولذلك يسبب للمركب تسارع. وحيث أن المركب غير مربوط تتسبب القوة المؤثرة بواسطة قدم هذا الشخص في تحرك المركب بعيداً عن المرسى. وكنتيجة لذلك لايستطيع الشخص أن يؤثر بقوة كبيرة على المركب قبل تحركه. وعليه لاتكون قوة رد فعل المركب على الشخص كبيرة ويكون تسارعه غير كافي ليصل إلى المرسى ولذلك يسقط في الماء. وفي حالة إذا كان القافز تجاه المرسى، من المركب غير المربوط هو كلب صغير فربما تكون القوة المؤثرة من المركب على الكلب كافية لنجاح الكلب في الوصول إلى المرسى وذلك لأن الكلب كتلته صغيرة.

(5.5) (a) يتأثر كلاهما بنفس مقدار القوة. بمعنى أن يتأثر كل من الحشرة والأوتوبيس بقوتين متساويتين في المقدار ومتضادتين في الإتجاه. (b) الحشرة. حيث أن الحشرة لها كتلة أقل بكثير جداً من كتلة الأوتوبيس فسوف تكون تحت تأثير تسارع ضخم جداً . أما الأوتوبيس ذو الكتلة الضخمة فسوف يقاوم أي تغير في حركته.



صورة محيرة

تسقط غواصة فضاء بسرعة أكبر من 50 m/s (120 mi/h) إلا أنها بمجرد فتح الباراشوت تتناقص سرعتها كثيراً. لماذا تتناقص سرعة هبوطها لأسفل بشدة عند فتح الباراشوت مما يمكنها من الهبوط بسلام إلى الأرض؟ إذا لم يفتح الباراشوت، فإن غواصة الفضاء غالباً ما تصاب بأذى؟ ما هي القوة التي تؤثر عليها حتى تحد من سرعتها القصوى؟

الفصل السادس 6

الحركة الدائرية وتطبيقات أخرى لقوانين نيوتن

Circular Motion and Other Applications of Newton's Laws

ويتضمن هذا الفصل :

1.6 تطبيق قانون نيوتن الثاني على الحركة الدائرية المنتظمة
Newton's Second Law Applied to Uniform Circular Motion

2.6 الحركة الدائرية غير المنتظمة
Nonumiform Circular Motion

3.6 الحركة في أطر متسارعة (اختياري)
(Optional) Motion in Accelerated Frames

4.6 الحركة في وجود قوى مقاومة (اختياري)
(Optional) Motion in the Presence of Resistive Forces

5.6 النمذجة العددية لديناميكا الجسم (اختياري)
(Optional) Numerical Modeling in Particle Dynamics

في الفصل السابق قدمنا قوانين نيوتن للحركة وتطبيقاتها على الحالات التي تشمل الحركة الخطية والآن نناقش حركة معقدة بعض الشيء. على سبيل المثال تطبق قوانين نيوتن على أجسام تسير في مسار دائري. كذلك سنناقش الحركة التي يتم تسجيلها من إطار اسناد متسارع في وسط لزج. اغلب هذا الفصل هو مجموعة من الأمثلة المختارة لتوضيح تطبيقات قوانين نيوتن على مدى واسع من الظروف المختلفة.

1.6 تطبيق قانون نيوتن الثاني على الحركة الدائرية المنتظمة:

NEWTON'S SECOND LAW APPLIED TO UNIFORM CIRCULAR MOTION

في الجزء 4.4 وجدنا أنه عندما يتحرك جسم بسرعة منتظمة v في مسار دائري نصف قطره r فإنه يعاني تسارع $\mathbf{a}_r$ مقداره

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

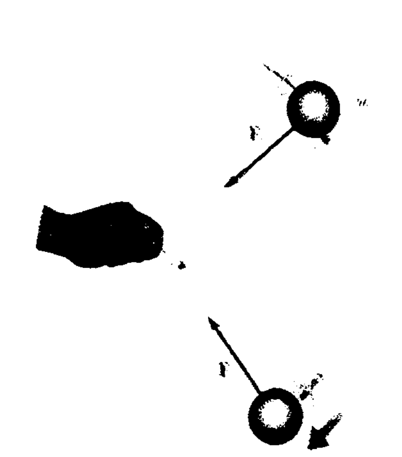
يسمى هذا التسارع بالتسارع العمودي Centripetal acceleration ويكون متجها ناحية مركز الدائرة. علاوة على ذلك فإن $\mathbf{a}_r$ تكون دائماً عمودية على v (إذا كان هناك مركبة للتسارع توازي v، فإن سرعة الجسم ستكون متغيرة). إفترض كرة كتلتها m معلقة في خيط طوله r وتدور بسرعة ثابتة في مسار دائري افقي كما هو موضح بالشكل 1.6 . وتم وضعها فوق منضدة ذات احتكاك ضعيف. لماذا تتحرك الكرة في دائرة؟ بسبب قصورها الذاتي ومحاولة الكرة ان تتحرك في خط مستقيم،يمنع الخيط الحركة في خط مستقيم وذلك بالتأثير بقوة على الكرة تجعلها تتحرك في مسار دائري. يكون اتجاه هذه القوة نحو مركز الدائرة على امتداد الخيط، كما هو موضح بالشكل 1.6 . من الممكن أن تكون هذه القوة هي أحدى القوى المعروفة لنا والتي تسبب حركة الجسم في مسار دائري.

إذا استخدمنا قانون نيوتن الثاني في اتجاه نصف القطر، نجد أن قيمة صافي القوة التي تسبب التسارع العمودي يمكن حسابها من المعادلة:

القوة المسببة للتسارع العمودي

$$\sum F_r = ma_r = m\frac{v^2}{r} \quad (1.6)$$

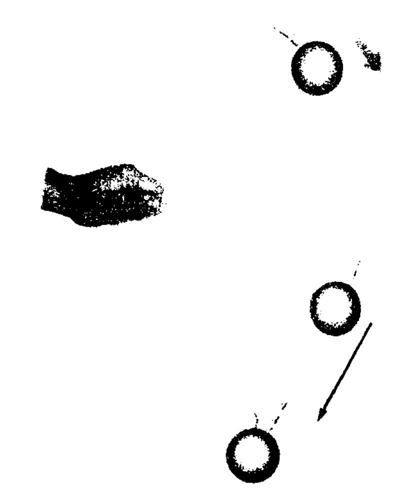
تؤثر القوة التي تسبب التسارع العمودي في اتجاه مركز المسار الدائري وتسبب تغير في اتجاه متجه السرعة. إذا تلاشت هذه القوة، فإن الجسم لايتحرك في مسار دائري وبدلاً من ذلك فإنه يتحرك في مسار على طول خط مستقيم مماساً للدائرة. هذه الفكرة موضحة في الشكل 2.6 لكرة تدور وهي مثبتة في نهاية خيط. إذا انقطع الخيط في لحظة ما تتحرك الكرة في مسار مستقيم مماساً للدائرة عند نقطة قطع الخيط.



شكل 1.6 منظر من أعلى لكرة تتحرك في مسار دائري في مستوى أفقي. القوة $\mathbf{F}_r$ في اتجاه مركز الدائرة تحافظ على بقاء حركة الكرة في مسار دائري.



رياضي ألعاب قوى يقذف المطرقة في أولمبياد اطلانطا جورجيا 1996. القوة التي تؤثر بالسلسلة هي القوة التي تسبب الحركة الدائرية فقط عندما يترك الرياضي المطرقة فإنها ستتحرك في خط مستقيم مماساً للدائرة.



شكل 2.6 عندما ينقطع الخيط، تتحرك الكرة في اتجاه مماس للدائرة.



1.6 اختبار سريع

هل من الممكن ان تتحرك سيارة في مسار دائري بحيث يكون لها تسارع مماسي دون تسارع عمودي نحو المركز.

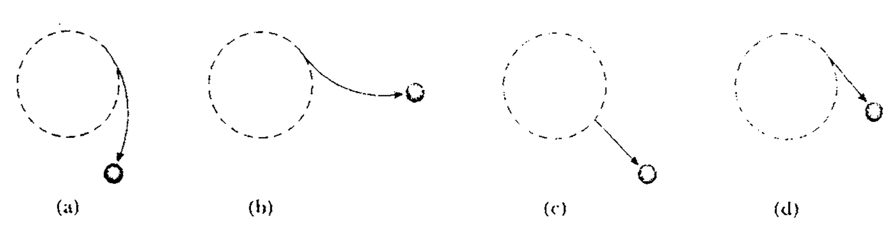
مثال ذهني (1.6) القوى التي تسبب التسارع العمودي

القوة التي تسبب التسارع العمودي في اتجاه المركز تسمى احياناً بالقوة المركزية. نحن على علم بمجموعة من القوى في الطبيعة- الاحتكاك، الجاذبية، القوى المتعامدة، الشد... إلخ. هل يمكن إضافة القوة المركزية إلى هذه القائمة؟

الحل: لا. لايجب أن تضاف القوة المركزية إلى هذه القائمة. هذه مجرد خدعة (Pitfall) للعديد من الطلاب. باعطاء اسم القوة المركزية الى القوة التي تسبب الحركة الدائرية، مما يجعل الطالب يفترض أنها نوع جديد من القوى بدلاً من أنه دور جديد تلعبه القوة. خطأ شائع عند رسم شكل هندسي، أن نرسم كل القوى العادية وبعد ذلك نضيف متجهاً آخر للقوة المركزية. فهي ليست قوة منفصلة- هي ببساطة إحدى القوى المعروفة التي تحُدِثُ حركة دائرية.

افترض عدة أمثلة. عند حركة الأرض حول الشمس، القوة المركزية هي قوة الجاذبية. بالنسبة

لجسم موضوع على قرص دوار، فإن القوى المركزية هي الاحتكاك. بالنسبة لحجر يدور وهو مربوط في طرف خيط فإن القوة المركزية هي الشد في الخيط. شخص في مدينة الملاهي داخل كابينة دائرية تدور بسرعة، تضغط القوة المركزية نحو جدار الكابينة وتجعله ملتصقاً بها. الأكثر من ذلك. فإن القوة المركزية يمكن أن تكون مركبة من قوتين أو أكثر. على سبيل المثال عند مرور راكبة دراجة فيري Ferris Wheel خلال أدنى نقطة فإن القوة المركزية عليها هي الفرق بين القوة العمودية التي يؤثر بها المقعد عليها ووزنها.



شكل 3.6 تتأثر الكرة التي تتحرك في مسار دائري بعدة قوى خارجية تغير مسارها.

2.6 اختبار سريع:

تسلك الكرة المسار الدائري المنقط والموضح في شكل 3.6 تحت تأثير قوة. في لحظة معينة من الزمن تتغير القوة بشدة بقوة جديدة وتسلك الكرة المسار الموضح بالخط المتصل وفي اتجاه رأس السهم في كل من الحالات الأربع في الشكل. لكل جزء من الشكل، أوصف مقدار واتجاه القوة اللازمة لجعل الكرة تتحرك على المسار المتصل. إذا كان الخط المنقطع يمثل المسار لكرة تدور وهي مثبتة في نهاية الخيط- أي مسار سوف تسلكه الكرة إذا ما انقطع الخيط.

تجربة سريعة:

اربط كرة مضرب في خيط- اجعلها تتأرجح في دائرة وأثناء ارجحتها اترك الخيط لتحقق إجابتك عن الجزء الأخير من الاختبار السريع 2.6.

دعنا ندرس بعض الأمثلة للحركة المنتظمة. في كل حالة يجب أن نتعرف على القوة (أو القوى) الخارجية التي تجعل الجسم يتحرك في مسار دائري.

مثال 2.6 ما هي سرعة اللف:

كرة كتلتها 0.5 kg مربوطة في نهاية خيط طوله 1.5 m. اجعلها تلف في دائرة أفقية كما في الشكل 1.6. إذا كان الخيط يمكنه ان يتحمل أقصى شد 50.0 N ما هي أقصى سرعة يمكن أن تكتسبها الكرة قبل ان ينقطع الخيط؟ افترض ان الخيط يظل افقياً أثناء الحركة.

الحل: من الصعب التكهن بالاجابة المعقولة. ومع ذلك نعلم أنها لاتكون كبيرة، مثلاً 100 m/s لان الشخص لايمكنه أن يجعل الكرة تتحرك بسرعة. من المنطق القول أنه كلما كان الخيط متيناً كلما

زادت سرعة الدوران قبل أن ينقطع الخيط. من المتوقع ايضاً أنه كلما زادت كتلة الكرة كلما زاد احتمال قطع الخيط عند سرعات منخفضة (تصور تدوير كرة بولينج). حيث إن القوة التي تسبب التسارع العمودي في اتجاه المركز في هذه الحالة هي القوة **T** التي يؤثر بها الخيط على الكرة، فإن المعادلة 1.6 $\sum F_r = m\alpha_r$ تؤول إلى المعادلة:

$$T = m\frac{v^2}{r}$$

بالحل في v نحصل على:

$$v = \sqrt{\frac{Tr}{m}}$$

يوضح ذلك أن v تزداد مع T وتتناقص مع m، كما هو متوقع. لقيمة معينة من v فإن الكتلة الكبيرة تحتاج شد أكثر والكتلة الصغيرة تحتاج لشد أقل. اقصى سرعة يمكن أن تكتسبها الكرة تناظر اقصى شد. ومن ثم نجد أن:

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{T_{\max}r}{m}} = \sqrt{\frac{(50.0\ \text{N})\ (1.50\ \text{m})}{0.500\ \text{kg}}} = 12.2\ \text{m/s}$$

تمرين: احسب الشد في الخيط عندما تكون سرعة الكرة 5.0 m/s.

الاجابة: 8.33 N

مثال 3.6 البندول المخروطي:

جسم صغير كتلته m معلق في خيط طوله L. يدور الجسم بسرعة ثابتة في دائرة أفقية نصف قطرها r كما هو موضح بالشكل 4.6 (حيث أن الخيط يمسح سطحاً مخروطياً، يطلق على المنظومة البندول المخروطي). أوجد تعبيرا للكمية v.

الحل: دعنا نختار θ لكي تمثل الزاوية بين الخيط والمحور الرأسي في الرسم الهندسي للجسم الحر شكل 4.6. القوة **T** التي يؤثر بها الخيط يمكن تحليلها إلى مركبة رأسية $T\cos\theta$ ومركبة افقية $T\sin\theta$ والتي تؤثر تجاه مركز الدوران. حيث ان الجسم لا يتسارع في الاتجاه الرأسي فإن $\sum F_y = ma_y = 0$ ومركبة **T** الرأسية لأعلى تتعادل مع قوة الحاذبة لأسفل، ولهذا

$$(1)\quad T\cos\theta = mg$$

حيث إن القوة المتسببة في التسارع العمودي في هذا المثال هي المركبة $T\sin\theta$ فإنة يمكن استخدام قانون نيوتن الثاني والمعادلة 1.6 لنحصل على

$$(2)\qquad \sum F_r = T\sin\theta = ma_r = \frac{mv^2}{r}$$

شكل 4.6 البندول المخروطي والرسم الهندسي للجسم الحر له.

بقسمة المعادلة (2) على المعادلة (1) لحذف T وحيث إن $\tan\theta = \sin\theta / \cos\theta$ نجد أن:

$$\tan\ \theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$v = \sqrt{rg \tan \theta}$$

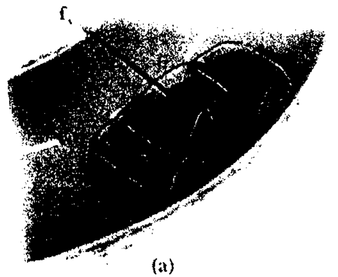
من هندسة الشكل 4.6، نلاحظ أن $r = L \sin\ \theta$ ولهذا

$$v = \sqrt{Lg \sin \theta \tan \theta}$$

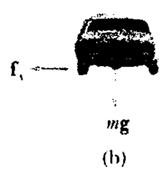
لاحظ أن السرعة لاتعتمد على كتلة الجسم.

مثال 4.6 ما هي اقصى سرعة للسيارة؟

تتحرك سيارة كتلتها 1500 kg على طريق افقي مسطح منحني كما بالشكل 5.6. إذا كان نصف قطر المنحنى هو 35.0 m ومعامل الاحتكاك الاستاتيكي بين الاطارات والاسفلت الجاف هو 0.50. احسب اقصى سرعة للسيارة لعمل الدوران بنجاح.



(a)



(b)

الشكل 5.6 (a) تكون قوة الاحتكاك الاستاتيكي في اتجاه مركز المنحنى وتحافظ على حركة السيارة في مسار دائري. (b) الرسم الهندسي للجسم الحر المناظر للسيارة.

الحل:: من الخبرة، يجب أن نتوقع أن تقل سرعة السيارة عن 50 m/s (من الممكن اعتبار أن 1 m/s تعادل 2 mi/h). في هذه الحالة، السرعة التي تُمكن السيارة من البقاء في مسارها الدائري هي قوة الاحتكاك الاستاتيكي (لانه لايحدث انزلاق عند نقطة التلامس بين الطريق والاطارات فإن القوة المؤثرة هي قوة الاحتكاك الاستاتيكي متجهة ناحية مركز المنحنى. إذا كانت قوة الاحتكاك الاستاتيكي صفراً- على سبيل المثال، وإذا كانت السيارة تتحرك على طريق مغطى بالثلج فإن السيارة تستمر في خط مستقيم وتنزلق على الطريق) ومن ثم نحصل من المعادلة 1.6 على:

$$(1) \qquad f_s = m\frac{v^2}{r}$$

أقصى سرعة للسيارة حول المنحنى هي السرعة التي تكون عندها السيارة على حافة الانزلاق للخارج. عند هذه النقطة، تكون قوة الاحتكاك أقصى مايمكن $f_{s,max} = \mu_s n$ حيث إن السيارة على طريق أفقي فإن مقدار القوة العمودية يساوي الوزن ($n = mg$) وهكذا $f_{s,max} = \mu_s mg$. بالتعويض عن قيمة f_s في المعادلة (1) نجد أن أقصى سرعة هي:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{f_{s,max} r}{m}} = \sqrt{\frac{\mu_s mgr}{m}} = \sqrt{\mu_s gr}$$

$$= \sqrt{(0.500)\,(9.80\ m/s^2)\,(35.0\ m)} = 13.1\ m/s$$

لاحظ أن أقصى سرعة لاتعتمد على كتلة السيارة. هذا هو السبب في عدم وضع إشارات مختلفة لاقصى سرعة عند الدوران على الطرق السريعة لتغطي الكتل المختلفة لسيارات النقل التي تستخدم الطريق.

تمرين: تبدأ سيارة في الانزلاق على منحنى في طريق مبلل عندما تصل سرعتها 8.0 m/s ما هو معامل الاحتكاك الاستاتيكي في هذه الحالة.

الاجابة: 0.187

مثال 5.6 مخرج مزلقان منحدر

يرغب مهندس مدني في تصميم مخرج مزلقان منحنى لطريق سريع بحيث لاتعتمد السيارات على الاحتكاك عند الدوران حول المنحنى دون انزلاق. بمعنى آخر عندما تسير السيارة بالسرعة المقترحة يمكنها أن تسلك المنحنى حتى وإن كان مغطى بالثلج. مثل هذا المزلقان عادة هو جسر، بما يعني ان طريق المركبات يميل تجاه الجانب الداخلي للمنحنى. افرض أن السرعة المقترحة للمزلقان هي 13.4 m/s (30 mi/h) ونصف قطر المنحنى هو 50.0 m مازاوية العطوف للمنحنى.

الحل: على طريق غير منعطف فإن القوة التي تسبب التسارع العمودي نحو المركز هي قوة الاحتكاك الاستاتيكي بين السيارة والطريق. لكن، إذا كان الطريق به انعطاف بزاوية θ كما بالشكل 6.6 فإن القوة العمودية n يكون لها مركبة افقية $n \sin\theta$ متجهة ناحية مركز المنحنى. وحيث إن المزلقان مصمم بحيث تكون قوة الاحتكاك الاستاتيكي صفراً، يعطى قانون نيوتن الثاني في اتجاه نصف القطر.

$$(1) \qquad \sum F_r = n \sin\theta = \frac{mv^2}{r}$$

السيارة في حالة اتزان في الاتجاه العمودي ولهذا نحصل من المعادلة $\sum F_y = 0$ على

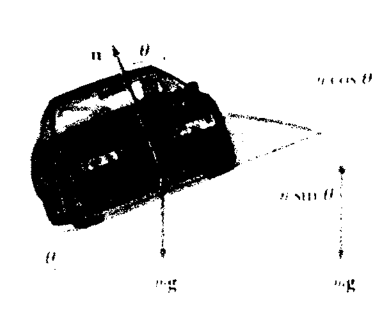
$$(2) \qquad n \cos\theta = mg$$

بقسمة المعادلة (1) على المعادلة (2) نحصل على:

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{(13.4 \text{ m/s})^2}{(50.0 \text{ m})(9.80 \text{ m/s})^2}\right] = 20.1^\circ$$

إذا قطعت السيارة المنحنى بسرعة 13.4 m/s، يجب أن يكون هناك احتكاك للحفاظ على السيارة من الانزلاق إلى داخل الجسر (إلى اليسار في



شكل 6.6 تسير سيارة على منحدر مائل بزاوية θ مع الافقي. عندما يكون الاحتكاك مهملاً فإن القوة التي تسبب التسارع العمودي نحو المركز وتحافظ على بقاء السيارة في مسار دائري هي المركبة الأفقية للقوة العمودية. لاحظ أن n هي مجموع القوى التي يؤثر بها الطريق على الاطارات

الشكل 6.6). السائق الذي يحاول ان يسير على المنحنى بسرعة أكبر من 13.4 m/s يجب أن يعتمد على الاحتكاك للحفاظ على عدم الانزلاق نحو الخارج (إلى اليمين في الشكل 6.6). لاتعتمد زاوية العطوف على كتلة السيارة التي تسير على المنحنى.

تمرين: اكتب قانون نيوتن الثاني المستخدم في اتجاه نصف القطر عندما تتواجد قوة احتكاك f_s متجهه إلى داخل المنحدر في اتجاه مركز المنحنى.

الاجابة: $n \sin\theta + f_s \cos\theta = \dfrac{mv^2}{r}$

مثال 6.6 حركة القمر الصناعي

يهتم هذا المثال بحركة قمر صناعي يدور في مدار دائري حول الأرض. لتَفهُم هذا الوضع يجب أن تعلم أن قوة الجاذبية بين الاجسام الكروية والاجسام الصغيرة والتي يمكن اعتبارهما كجسمين كتلتيهما m_1 و m_2 بينهما مسافة r، هي قوة جاذبة مقدارها

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

حيث $G = 6.673 \times 10^{-11}\ \mathrm{N{\cdot}m^2/kg^2}$. هذا هو قانون نيوتن للتجاذب والذي سيتم دراسته في فصل 14.

افرض قمر صناعي كتلته m يتحرك في مدار دائري حول الأرض بسرعة ثابتة v وعلى ارتفاع h من سطح الارض كما بالشكل 7.6. احسب سرعة القمر الصناعي بدلالة G، h، R_E (نصف قطر الارض) و M_E (كتلة الأرض).

الحل: القوة الخارجية الوحيدة التي تؤثر على القمر الصناعي هي قوة الجاذبية والتي تؤثر في اتجاه مركز الأرض وتحافظ على دوران القمر في مسار دائري. لهذا فإن:

$$F_r = F_g = G\frac{M_E m}{r^2}$$

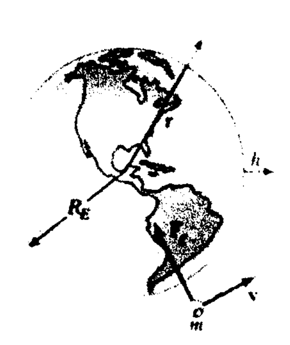
من قانون نيوتن الثاني، والمعادلة 1.6 نحصل على:

$$G\frac{M_E m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

بالحل في v مع الاخذ في الاعتبار ان المسافة r من مركز الارض إلى القمر هي $r = R_E + h$ نحصل على:

$$v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}} = \sqrt{\frac{GM_E}{R_E + h}} \qquad (1)$$

إذا كان القمر يدور حول كوكب آخر، فإن سرعته تزداد مع كتلة الكوكب بينما تتناقص بزيادة المسافة بين القمر ومركز الكوكب.



شكل 7.6 يدور قمر صناعي كتلته m حول الأرض بسرعة ثابتة v في مسار دائري نصف قطره $r = R_E + h$. القوة F_g التي تسبب التسارع العمودي هي قوة الجاذبية.

تمرين: يدور قمر صناعي حول الأرض في مسار دائري على ارتفاع 1000 km . إذا كان نصف قطر الأرض هو 6.37×10^{6}m وكتلتها 5.98×10^{24} kg . احسب سرعة القمر الصناعي ومنها أوجد زمن الدورة- الزمن اللازم للقمر لعمل دورة كاملة.

الاجابة: 7.36×10^{3} m/s ; 6.29×10^{3} s= 105 min

مثال 7.6 دعنا نلف في خيه

طيار كتلته m في طائرة نفاثة يدور بطائرته في الجو في مسار على شكل خيه كما هو موضح بالشكل (8.6a) . في هذه المناورة، تتحرك الطائرة في دائرة رأسية نصف قطرها 2.7 km بسرعة ثابتة 225 m/s . احسب القوة التي يؤثر بها المقعد على الطيار. (a) عند قاع الخية. (b) عند قمة الخية. عبر عن اجابتك بدلالة وزن الطيار mg.

الحل: يتوقع أن تكون الاجابة في (a) أكبر من الاجابة في (b) لانه عند قاع الخية تكون كلا من القوة العمودية وقوة الجاذبية في اتجاهين متضادين، بينما عند القمة تؤثر هاتان القوتان في نفس الاتجاه. يعطي الجمع الاتجاهي لهاتين القوتين قوة ثابتة المقدار والتي تُبقي على حركة الطيار في مسار دائري.

للحصول على متجهات لصافي القوة التي لها نفس المقدار. فإن القوة العمودية عند القاع (حيث تكون قوة الجاذبية في اتجاه مضاد للقوة العمودية) يجب أن تكون أكبر من القوة العمودية عند القمة (حيث تكون قوة الجاذبية في نفس اتجاه القوة العمودية). (a) يوضح الشكل 8.6a الرسم الهندسي للجسم الحر لجسم الطيار في قاع الخية. القوة التي تؤثر على الطيار هي قوة الجاذبية لأسفل $\mathbf{F}_g = mg$ وقوة يؤثر بها المقعد لأعلى $\mathbf{n}_{bot}$. حيث إن صافي القوة التي تعطي التسارع العمودي نحو المركز مقدارها $n_{bot} - mg$ فإن قانون نيوتن الثاني في اتجاه نصف القطر والمعادلة 1.6 يعطيان:

$$\sum F_r = n_{bot} - mg = m\frac{v^2}{r}$$

$$n_{bot} = mg + m\frac{v^2}{r} = mg\left(1 + \frac{v^2}{rg}\right)$$

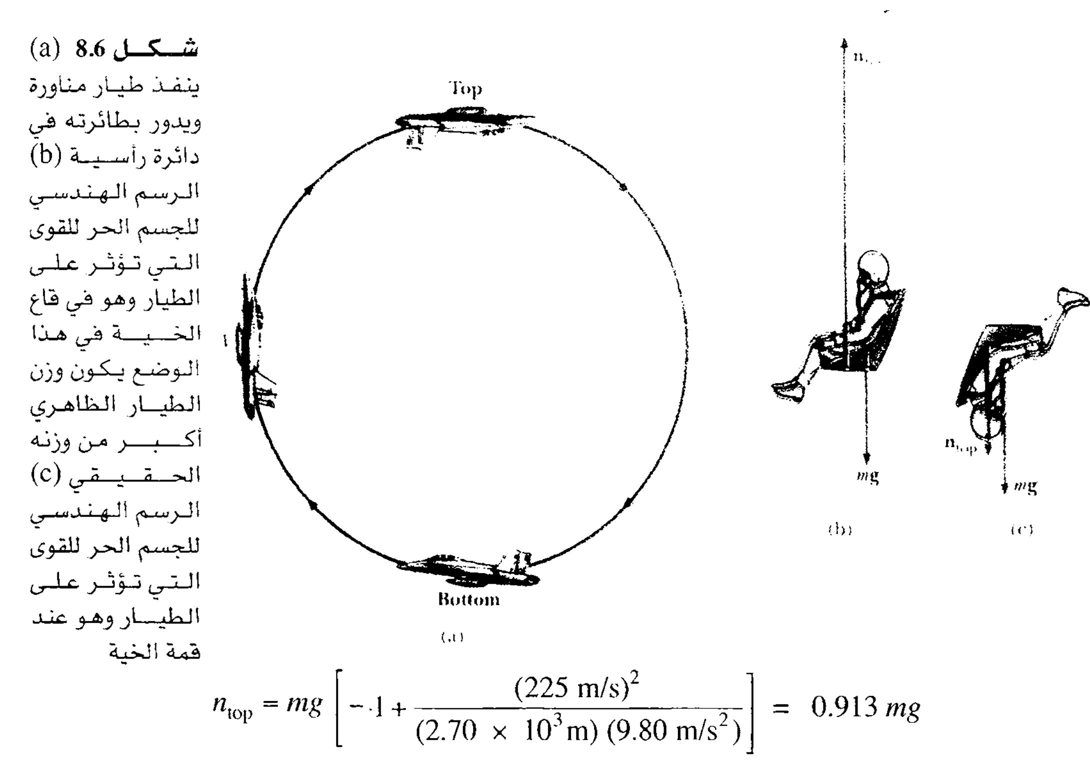
بالتعويض عن قيمتي r ، υ نحصل على:

$$n_{bot} = mg\left[1 + \frac{(225 \text{ m/s})^2}{(2.70 \times 10^3 \text{m})(9.80 \text{ m/s}^2)}\right] = 2.91\, mg$$

من ثم فإن مقدارَ القوة العمودية $\mathbf{n}_{bot}$ التي يؤثر بها المقعد على الطيار تكون أكبر من وزن الطيار بالمعامل 2.91 . هذا يعني أن الطيار يعاني وزن ظاهري أكبر من وزنه الفعلي بمقدار 2.91 مرة. (b) يعطي الشكل 8.6c الرسم الهندسي للجسم الحر لجسم الطيار عند قمة الخية كما لاحظنا من قبل تكون كل من قوة الجاذبية الأرضية والقوة $\mathbf{n}_{top}$ التي يؤثر بها المقعد على الطيار متجه لأسفل وبالتالي فإن مقدار القوة الفعلية التي تعطي التسارع تجاه المركز هي $n_{top} + mg$. استخدام قانون نيوتن الثاني يعطي:

$$\sum F_r = n_{top} + mg = m\frac{v^2}{r}$$

$$n_{top} = m\frac{v^2}{r} - mg = mg\left(\frac{v^2}{rg} - 1\right)$$



شكل 8.6 (a) ينفذ طيار مناورة ويدور بطائرته في دائرة رأسية (b) الرسم الهندسي للجسم الحر للقوى التي تؤثر على الطيار وهو في قاع الخية في هذا الوضع يكون وزن الطيار الظاهري أكبر من وزنه الحقيقي (c) الرسم الهندسي للجسم الحر للقوى التي تؤثر على الطيار وهو عند قمة الخية

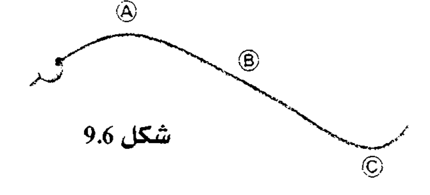
$$n_{top} = mg\left[-1 + \frac{(225\ \text{m/s})^2}{(2.70\ \times\ 10^3\text{m})\ (9.80\ \text{m/s}^2)}\right] = 0.913\ mg$$

في هذه الحالة يكون مقدار القوة التي يؤثر بها المقعد على الطيار أقل من وزنه الفعلي بمعامل 0.913 ويشعر الطيار بأن وزنه الظاهري أقل من وزنه الحقيقي.

تمرين: عين مقدار القوة في اتجاه نصف القطر التي يؤثر بها المقعد على الطيار عندما تكون الطائرة عند النقطة A في (شكل 8.6a) منتصف الخية ومتجه لأعلى.

3.6 إختبار سريع:

خرزة تنزلق على طول سلك منحني بسرعة ثابتة كما هو موضح في المسقط الرأسي في شكل 9.6. ارسم متجهات عند A، B، C تمثل القوة التي يؤثر بها السلك على الخرزة لكي تجعلها تتحرك السلك عند هذه النقط.

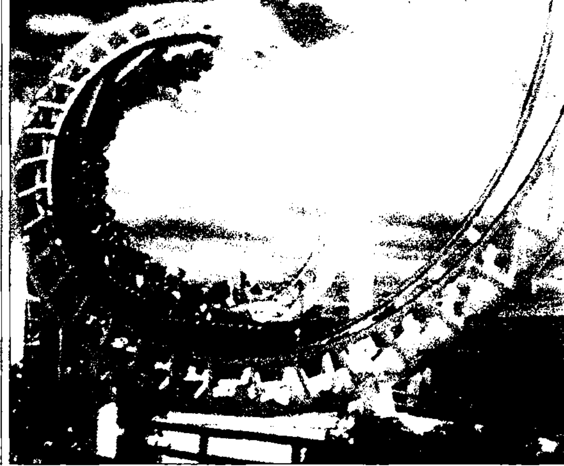


شكل 9.6

تجربة سريعة:

امسك حذاء من طرف رباطه ودعه يلف في دائرة رأسية. هل يمكنك أن تستشعر الفرق في الشد في رباط الحذاء عندما يكون الحذاء عند قمة الدائرة بالمقارنة مع الشد عندما يكون في القاع.

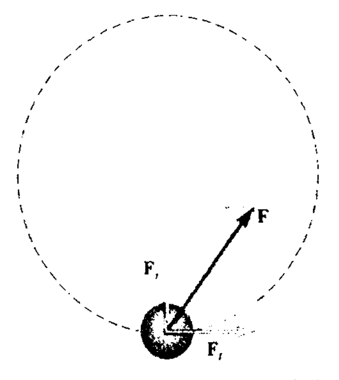




بعض القوى الفعالة اثناء الحركة الدائرية: (إلى اليسار) عند دوران متزلجي السرعة على منحنى، تعطى القوة التي يؤثر بها الثلج على حذاء التزلج التسارع العمودي ناحية المركز (إلى اليمين) ركاب في السفينة الدوارة على شكل بريمة. ما مصادر القوى في هذا المثال.

2.6 الحركة الدائرية غير المنتظمة NONUNIFORM CIRCULAR MOTION

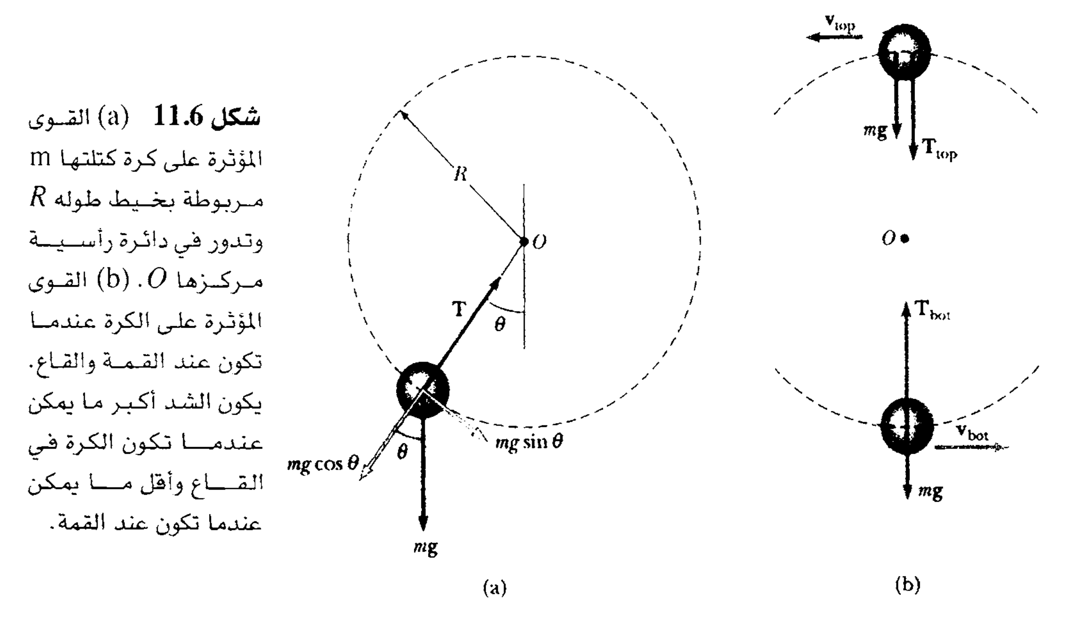
وجدنا في الفصل الرابع انه إذا تحرك جسم بسرعة متغيرة في مسار دائري فإنه يوجد، بالاضافة إلى مركبة التسارع العمودية المتجهة إلى المركز (النصف قطرية)، يوجد مركبة مماسية مقدارها dv/dt. لهذا فإن القوة التي تؤثر على الجسم يجب أن تكون لها مركبة مماسية وأخرى في اتجاه نصف القطر. حيث إن التسارع الكلي هو $\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$ فإن القوة الكلية التي تؤثر على الجسم هي $\mathbf{F} = \mathbf{F}_r + \mathbf{F}_t$. كما هو موضح بالشكل 10.6 يتجه المتجه $\mathbf{F}_r$ ناحية مركز الدائرة وهو المسئول عن التسارع المتجه ناحية المركز. المتجه $\mathbf{F}_t$ والمماس للدائرة هو المسئول عن التسارع المماسي والذي يمثل التغير في سرعة الجسم بالنسبة للزمن. يوضح المثال التالي هذا النوع من الحركة.



شكل 10.6 عندما تكون القوة المؤثرة على جسم يتحرك في مسار دائري لها مركبة مماسية F_t، فإن سرعة الجسم تتغير. القوة الكلية التي تؤثر على الجسم في هذه الحالة هي المجموع الاتجاهي للقوة النصف قطرية والقوة المماسية. أي أن $\mathbf{F} = \mathbf{F}_r + \mathbf{F}_t$.

مثال 8.6 ركز نظرك على الكرة:

كرة صغيرة كتلتها m مربوطة في نهاية خيط طوله R تلف في دائرة رأسية حول نقطة ثابتة O كما هو موضح بالشكل 11.6a . احسب الشد في الخيط عند أي لحظة عندما تكون سرعة الكرة v ويصنع الخيط زاوية θ مع المحور الرأسي.



شكل 11.6 (a) القوى المؤثرة على كرة كتلتها m مربوطة بخيط طوله R وتدور في دائرة رأسية مركزها O. (b) القوى المؤثرة على الكرة عندما تكون عند القمة والقاع. يكون الشد أكبر ما يمكن عندما تكون الكرة في القاع وأقل ما يمكن عندما تكون عند القمة.

الحل: يختلف ذلك عن الوضع في المثال 7.6 حيث إن السرعة غير منتظمة في هذا المثال وحيث إنه عند أغلب النقاط على المسار، تنشأ مركبة مماسية للتسارع من قوة الجاذبية التي تؤثر على الكرة. من الرسم الهندسي للجسم الحر، نلاحظ أن هناك قوتان فقط تؤثران على الكرة وهما قوة الجاذبية $\mathbf{F}_g = mg$ التي تؤثر بها الأرض، والقوة $\mathbf{T}$ التي يؤثر بها الخيط. بتحليل $\mathbf{F}_g$ إلى مركبة مماسية $mg \sin\theta$ ومركبة في اتجاه نصف القطر $mg \cos\theta$ وبتطبيق قانون نيوتن الثاني على القوى التي تؤثر على الكرة في الاتجاه المماسي نحصل على:

$$\sum F_t = mg\sin\theta = ma_t$$

$$a_t = g\sin\theta$$

تتسبب المركبة المماسية للتسارع في تغيير v بالنسبة للزمن حيث $a_t = dv/dt$. بتطبيق قانون نيوتن الثاني على القوى التي تؤثر على الكرة في اتجاه نصف القطر مع ملاحظة أن كلا من $\mathbf{T}$ و $\mathbf{a}_r$ متجهان ناحية O، نحصل على:

$$\sum F_r = T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$T = m\left(\frac{v^2}{R} + g\cos\theta\right)$$

حالات خاصة: على قمة المسار، حيث $\theta = 180°$ $\cos\theta = -1$ وتصبح معادلة الشد:

$$T_{top} = m\left(\frac{v_{top}^2}{R} - g\right)$$

هذه هي أقل قيمة للشد T. لاحظ أنه عند هذه النقطة $a_t = 0$ ولهذا فإن التسارع يكون نصف قطري كلية ومتجه لأسفل.

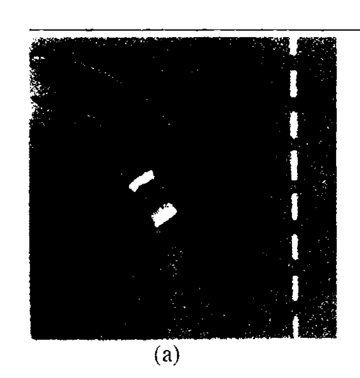
عند قاع المسار حيث $\theta = 0$، نلاحظ أن $\cos\theta = 1$ لذلك فإن:

$$T_{bot} = m\left(\frac{v_{bot}^2}{R} + g\right)$$

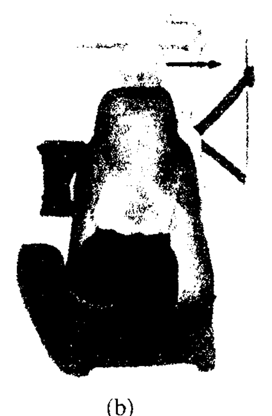
هذه هي أقصى قيمة للشد. عند هذه النقطة مرة أخرى $a_t = 0$ والتسارع هنا نصف قطري تماماً ولكن متجه لأعلى.

تمرين: عند أي موضع للكرة يمكن للخيط أن ينقطع اذا ما أردنا زيادة السرعة المتوسطة.

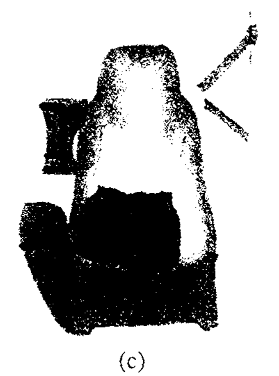
الإجابة: في القاع. حيث يكون الشد أقصى مايمكن.



(a)



(b)



(c)

(اختياري)

3.6 الحركة في أطر متسارعة
MOTION IN ACCELERATED FRAMES

عند تقديم قوانين نيوتن للحركة في فصل 5، اوضحنا أنها تتحقق فقط عندما يكون المشاهد في أطار اسناد قصورى. في هذا القسم، سنحلل كيف لمشاهد في إطار اسناد غير قصورى (أي متسارع) أن يستخدم قانون نيوتن الثاني.

لكي نفهم حركة نظام غير قصورى حين يتحرك الجسم على مسار منحني، افترض أن سيارة تسير على طريق سريع بسرعة عالية وتقترب من مزلقان منحني لمخرج كما بالشكل 12.6a . بينما تأخذ السيارة اتجاه اليسار بشدة على المزلقان، تنزلق سيدة جالسة في مقعد الركاب الأمامي الأيمن وترتطم بالباب. عند هذه النقطة تمنع القوة التي يؤثر بها الباب على السيدة من سقوطها من السيارة. ما الذي جعلها تتحرك نحو الباب؟ تفسير دارج وأن كان غير مقنع وهو أن بعض القوى الافتراضية تدفعها إلى الخارج من اليسار إلى اليمين (غالباً ما يطلق عليها القوة الطاردة المركزية، ولكننا سوف لانستخدم هذا الاصطلاح لأنه غالباً ما يؤدي إلى التباس). لقد اخترعت الراكبة هذه **القوة الافتراضية** Fictitious Force لتفسير ما حدث لها

شكل 12.6 (a) سيارة تتحرك مقتربة من مخرج منحدر مائل. ما السبب في تحرك راكبة في المقعد الأمامي تجاه باب الجهة اليمنى (b) بالنسبة لإطار اسناد الراكبة، تدفعها قوة افتراضية نحو الباب الايمن (c) بالنسبة للارض كإطار اسناد، يؤثر كرسي السيارة بقوة على الراكبة نحو اليسار مما يجعلها تغير اتجاهها مع باقي السيارة.

في إطار الاسناد المتَسارع الخاص بها كما بالشكل 12.6b . (يتأثر السائق أيضاً بهذه القوة ولكنه يمسك بعجلة القيادة ليمنع نفسه من الانزلاق ناحية اليمين).

يمكن تفسير هذه الظاهرة بصورة صحيحة كما يلي. قبل أن تدخل السيارة إلى المنحدر تتحرك الراكبة في مسار مستقيم. عند دخول السيارة في المنحدر وتمر في مسار منحنى، تحاول الراكبة ان تتحرك على طول الخط المستقيم الاصلي. هذا يتفق تماماً مع قانون نيوتن الأول. الاتجاه الطبيعي لجسم هو أن يستمر في الحركة في خط مستقيم. الأنه إذا أثرت قوة كبيرة بدرجة كافية (تجاه مركز الانحناء) على الراكبة، كما بالشكل 12.6c ، فإنها ستتحرك في مسار منحنى، نفس مسار السيارة مصدر هذه القوة هي قوة الاحتكاك بينها وبين مقعد السيارة. إذا كانت قوة الاحتكاك ليست كبيرة بدرجة كافية فإنها ستنزلق إلى اليمين عندما تستدير السيارة نحو اليسار. اخيراً تصطدم بالباب والذي يعطيها قوة كبيرة بدرجة كافية لتمكينها من أن تتبع نفس المسار المنحنى للسيارة. انزلاق السيدة نحو الباب ليس بسبب بعض القوى الافتراضية للخارج ولكن السبب هو **أن قوة الاحتكاك ليست كبيرة بدرجة كافية لتسمح للراكبة ان تسير في المسار الدائري والذي تتبعه السيارة.**

بصورة عامة إذا تحرك جسم بتسارع **a** بالنسبة لمشاهد في اطار اسناد قصورى يمكن للمشاهد ان يستخدم قانون نيوتن الثاني ويمكنه ان يزعم أن $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$. إذا ما حاول مشاهد في إطار اسناد متسارع ان يطبق قانون نيوتن الثاني على حركة الجسم، يجب على الشخص أن يُدخِل قوى افتراضية ليجعل قانون نيوتن الثاني صالحاً للتطبيق. هذه القوى التي تم افتراضها بالمشاهد في إطار اسناد متسارع تبدو كما لو أنها حقيقية. مع ذلك فإننا نؤكد أن **هذه القوى الافتراضية غير موجودة عند مشاهدة الحركة من اطار اسناد قصورى** . تستخدم هذه القوى الافتراضية فقط في اطار اسناد متسارع ولاتمثل قوى "حقيقية" تؤثر على الجسم. (نعني بالقوى الحقيقية التآثر المتبادل بين الجسم والوسط المحيط به). إذا كانت هذه القوى الافتراضية تُعرف جيداً في إطار الاسناد المتسارع فإن وصف هذه الحركة في هذا الإطار يعادل الوصف الذي يعطيه مشاهد في إطار اسناد قصورى والذي يأخذ في الاعتبار القوى الحقيقية فقط. إلا أنه في بعض الاحيان يكون من الافضل استخدام إطار الاسناد المتسارع.

مثال 9.6 القوى الافتراضية في الحركة الخطية.

علقت كرة صغيرة كتلتها m بخيط في سقف عربة قطار تسير بتسارع ناحية اليمين كما بالشكل 13.6 . بالنسبة لمشاهده في سكون (شكل 13.6a) فإن القوى المؤثرة على الكرة هي القوة T التي يؤثر بها الخيط وقوة الجاذبية. استنتج المشاهد الساكن أن تسارع الكرة هو نفس تسارع عربة القطار وأن هذا التسارع ينتج من المركبة الافقية لـ **T** . كذلك فإن المركبة الرأسية لـ **T** تتزن مع قوة الجاذبية. لذلك فهي تكتب في القانون الثاني على النحو التالي $\sum \mathbf{F} = \mathbf{T} + m\mathbf{g} = m\mathbf{a}$ وتأخذ مركبتاها الصورة التالية:

مشاهد قصوري
$$\begin{cases} (1) & \sum F_x = T\sin\theta = ma \\ (2) & \sum F_y = T\cos\theta - mg = 0 \end{cases}$$

هكذا، بحل المعادلتين (1)، (2) آنياً لحساب a، فإنه يمكن للمشاهد القصوري خارج العربة تعيين مقدار تسارع عربة القطار من خلال العلاقة

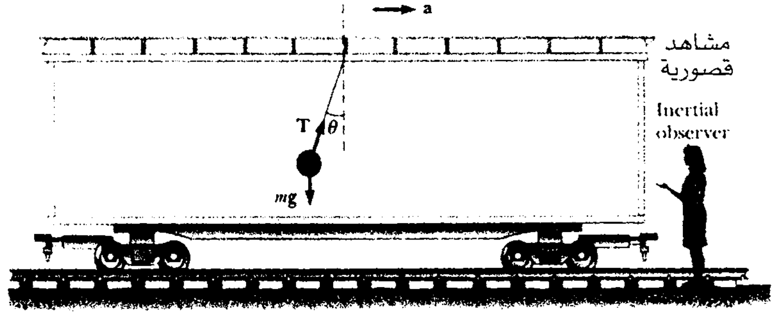
$$a = g\ \tan\theta$$

حيث إن الزاوية بين الخيط والمحور الرأسي هي مقياس التسارع فإنه يمكن استخدام البندول البسيط كجهاز لقياس التسارع Accelerometer.

بالنسبة لمشاهد غير ساكن، داخل العربة (شكل 13.6b) فإن الخيط مازال يصنع زاوية θ مع الرأسي. ومع ذلك فإن الكرة بالنسبة له في سكون وبالتالي فإن تسارعها يساوي صفراً. لهذا فإنها تُدخل مبدأ القوة الافتراضية لتتوازن مع المركبة الأفقية للقوة T وتدعي أن القوة الكلية على الكرة تساوي صفراً في اطار إسناد غير القصوري، قانون نيوتن الثاني في صورة مركباته يعطي

مشاهد غير قصوري
$$\begin{cases} (1) & \sum F'_x = T\sin\theta - F_{\text{fictitious}} = 0 \\ (2) & \sum F'_y = T\cos\theta - mg = 0 \end{cases}$$

إذا ما عرّفنا أن $F_{\text{fictitious}} = ma_{\text{inertial}} = ma$ فإن هذه المعادلات تكافئ (1) و (2). لهذا فإن المشاهد غير القصورى يحصل على نفس النتائج الرياضية مثل المشاهد القصورى. و مع ذلك فإن التفسير الفيزيائي لانحراف الخيط يختلف في إطاري الإسناد.

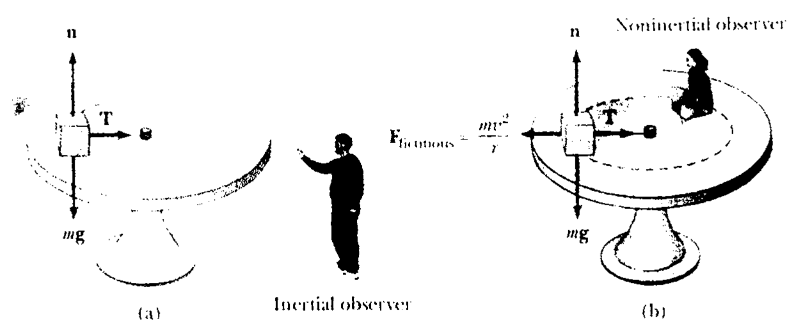


شكل 13.6 تنحرف كرة صغيرة معلقة في سقف عربة قطار تتسارع ناحية اليمين كما بالشكل (a) مشاهده قصورية خارج السيارة تدعي ان الكرة تُمد بالمركبة الافقية للقوة **T**. (b) يدعي مشاهد غير قصورى داخل العربة ان القوة الكلية على الكرة تساوي صفراً وأن انحراف الخيط عن المحور الرأسي هو نتيجة القوة الافتراضية $F_{\text{fictitious}}$ والتي تتوازن مع المركبة الأفقية للشد **T**.

مثال 10.6 القوة الافتراضية في النظام الدوار

افترض صخرة كتلتها m موضوعة على منصة افقية دوارة عديمة الاحتكاك والصخرة مربوطة بخيط متصل بمركز المنصة كما بالشكل 14.6 بالنسبة لمشاهد قصورى على الأرض (Inertial) إذا تحركت الكتلة بانتظام فإنها تتأثر بتسارع مقداره v^2/r حيث v هي السرعة الخطية. يستنتج المشاهد أن هذه القوة المتجهه إلى المركز ناتجة عن الشد T الذي يؤثر به الخيط على الكتلة ويكتب قانون نيوتن الثاني $T = mv^2/r$

أما بالنسبة لمشاهدة غير قصورية (noninertial) على المنصة فإن الصخرة تكون في سكون وبالتالي يكون تسارعها صفراً. لهذا فهي تفترض قوة افتراضية متجهه للخارج مقدارها mv^2/r لتعادل القوة التي يؤثر بها الخيط إلى الداخل. بالنسـ ة لها فإن القوة الكلية على الصخرة تساوي صفراً وفي هذه الحالة نكتب قانون نيوتن الثاني $T - mv^2/r = 0$.



شكل 14.6 صخرة كتلتها m مربوطة في منتصف منصة دوارة. (a) يدعي مشاهد على الارض أن القوة التي يؤثر بها الخيط T على الصخرة هي التي تتسبب في الحركة الدائرية. (b) اما بالنسبة لمشاهدة على المنضدة فإنها تدعي ان الصخرة لاتتسارع ولهذا فإنها افترضت وجود قوة افتراضية مقدارها mv^2/r والتي تؤثر إلى الداخل لتتزن مع القوة T.

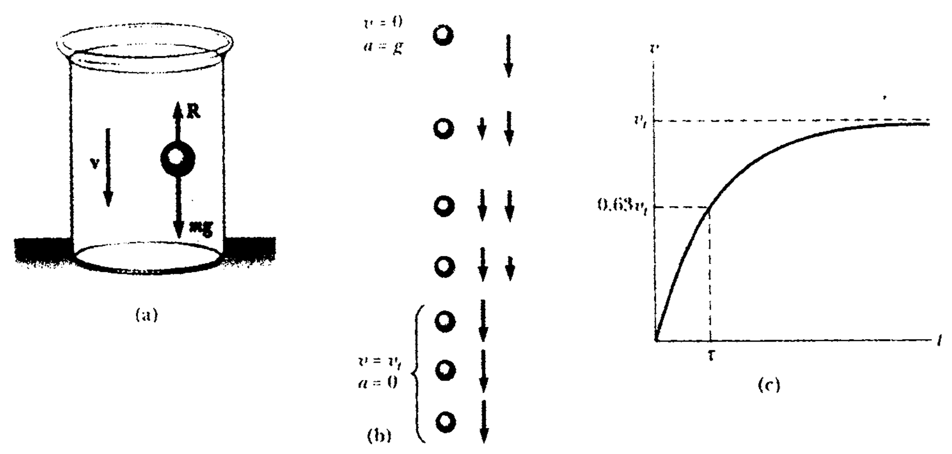
(اختياري)

4.6 الحركة في وجود قوى مقاومة:

MOTION IN THE PRESENCE OF RESISTIVE FORCES :

في الفصل السابق تم وصف قوى الاحتكاك الكيناتيكي التي تؤثر على جسم يتحرك على سطح لقد اهملنا تماماً التآثر المتبادل بين الجسم والوسط الذي يتحرك فيه. الان دعنا نفترض تأثير هذا الوسط والذي قد يكون سائلاً أو غاز. يؤثر الوسط **بقوة مقاومة R** resistive force على الجسم المتحرك داخله. من بعض أمثلة هذه القوى: مقاومة الهواء للسيارات المتحركة (يطلق عليها السحب air drag) وقوى اللزوجة التي تؤثر على جسم يتحرك في سائل. تعتمد قيمة **R** على بعض العوامل مثل سرعة الجسم، ويكون اتجاه **R** دائماً عكس اتجاه حركة الجسم بالنسبة للوسط. وتزداد قيمة **R** غالباً بزيادة السرعة.

قد يعتمد مقدار القوة على السرعة بصورة معقدة وفي هذا الكتاب سنتعرض لحالتين فقط: في الحالة الأولى سنفترض أن قوة المقاومة تتناسب مع سرعة الجسم المتحرك وهذا الافتراض صحيح للاجسام الساقطة ببطء خلال سائل وللاجسام الصغيرة جداً مثل جسيمات الغبار التي تتحرك في الهواء. سنفترض قوة مقاومة تتناسب مع مربع سرعة الجسم المتحرك وذلك للأجسام الكبيرة مثل رجل فضاء يتحرك في الهواء في سقوط حر تتأثر بمثل هذه القوة.



شكل 15.6 (a) سقوط كرة خلال سائل (b) رسم تخطيطي لحركة الكرة عند سقوطها (c) رسم بياني للسرعة مع الزمن للكرة. تصل الكرة إلى السرعة القصوى (النهائية) υ_t وثابت الزمن هو الزمن اللازم لتصل سرعة الكرة إلى $0.63\ \upsilon_t$.

قوة مقاومة تتناسب مع سرعة الجسم Resistive Force Proportional to object speed

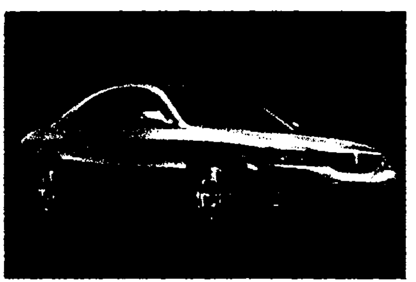
إذا إفترضنا أن قوة المقاومة التي تؤثر على جسم يتحرك خلال سائل أو غاز تتناسب مع سرعة الجسم فإنه يمكن التعبير عن مقدار قوة المقاومة بالعلاقة

$$R=b\upsilon \qquad \textbf{(2.6)}$$

حيث υ هي سرعة الجسم و b ثابت تعتمد قيمته على خواص الوسط وعلى شكل وأبعاد الجسم. إذا كان الجسم كرة نصف قطرها r فإن b تتناسب مع r.

أفترض كرة صغيرة كتلتها m تسقط من السكون في سائل كما بالشكل 15.6a ،افترض أن القوة الوحيدة التي تؤثر على الكرة هي قوة المقاومة $b\upsilon$ وقوة الجاذبية F_g، لذلك دعنا نصف حركتها(1). بتطبيق قانون نيوتن الثاني في الاتجاه الرأسي،وباختيار الاتجاه لأسفل هو الاتجاه الموجب وبملاحظة أن $\sum F_y=mg-b\upsilon$

(1)توجد كذلك قوة الدفع التي تؤثر على جسم يسقط في سائل. هذه القوة ثابتة ومقدارها يساوي وزن السائل المزاح. تغير هذه القوة الوزن الظاهري لكرة بمعامل ثابت ولذلك سوف نهمل هذه القوة هنا. سوف ندرس قوة الدفع في الفصل 15.


سيارة ايروديناميكية. يقلل الجسم الانسيابي من مقاومة الهواء ويزيد من كفاءة الموتور. (بموافقة شركة فورد للسيارات)

نحصل على

$$mg - bv = ma = m\frac{dv}{dt} \qquad (3.6)$$

حيث يكون التسارع dv/dt متجها لأسفل. بحل هذه المعادلة للتسارع نحصل على

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v \qquad (4.6)$$

يطلق على هذه المعادلة، معادلة تفاضليه وقد تكون طريقة حلها غير معلومة لك حالياً ومع ذلك، وبملاحظة أن

$v=0$ في أول الأمر فإن القوة المقاومة ($-bv$) تساوي صفراً والتسارع في هذه الحالة هو g. كلما زادت t تزداد القوة المقاومة ويتناقص التسارع. في نهاية الأمر، يصبح التسارع صفراً عندما تتساوى القوة المقاومة مع وزن الكرة. عند هذه النقطة تصل الكرة إلى السرعة النهائية v_t وعندها تستمر الكرة في الحركة بهذه السرعة بتسارع صفر، كما بالشكل 15.6b . يمكن الحصول على **السرعة النهائية** من المعادلة 3.6 بوضع $a= dv/ dt = 0$. تعطي:

السرعة النهائية

$$v_t = \frac{mg}{b} \quad \text{أو} \quad mg - bv_t = 0$$

التعبير عن v الذي يحقق المعادلة 4.6 بشرط أن $v=0$ عند $t=0$ هو:

$$v = \frac{mg}{b}(1 - e^{-bt/m}) = v_t(1 - e^{-t/\tau}) \qquad (5.6)$$

يوضح الشكل 15.6c رسم هذه الدالة. **ثابت الزمن** $\tau = m/b$ (حرف اغريقي تاو) هو الزمن اللازم للكرة لكي تصل سرعتها إلى $63.2\% \ (= 1 - 1/e)$ من سرعتها النهائية. يمكن ملاحظة ذلك بمعرفة أنه بوضع $t=\tau$ في المعادلة 5.6 يحقق $v= 0.632\ v_t$. يمكن التأكد من أن الحل 5.6 هو حل المعادلة 4.6 بالتفاضل المباشر لنحصل على

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{mg}{b} - \frac{mg}{b}e^{-bt/m}\right) = -\frac{mg}{b}\,\frac{d}{dt}e^{-bt/m} = ge^{-bt/m}$$

بالتعويض في المعادلة 4.6 عن هذا التعبير لـ dv/ dt وقيمة v من المعادلة 5.6 يوضح أن الحل يحقق المعادلة التفاضلية.

مثال 11.6 سقوط كرة في الزيت

تسقط كرة كتلتها 2.00 g من السكون في إناء كبير مملوء بالزيت حيث تتأثر بقوة مقاومة تتناسب مع السرعة. سرعة الكرة النهائية هي 5.00 cm/s. احسب ثابت الزمن τ والزمن اللازم للكرة لكي تصل سرعتها إلى 90% من سرعتها النهائية.

الحل: حيث إن السرعة النهائية للكرة هي $\upsilon_t = mg/b$، فإن المعامل b يساوي

$$b = \frac{mg}{\upsilon_t} = \frac{(2.00\ \text{g})\,(980\ \text{cm/s}^2)}{5.00\ \text{cm/s}} = 392\ \text{g/s}$$

لذلك فإن ثابت الزمن τ هو

$$\tau = \frac{m}{b} = \frac{2.00\ \text{g}}{392\ \text{g/s}} = 5.10 \times 10^{-3} s$$

تعطي المعادلة 5.6 سرعة الكرة كدالة في الزمن. لحساب الزمن اللازم لكي تصل سرعة الكرة إلى $0.900\,\upsilon_t$، نضع $\upsilon = 0.9\,\upsilon_t$ في المعادلة 5.6وتحل في t

$$0.900\upsilon_t = \upsilon_t(1 - e^{-t/\tau})$$

$$1 - e^{-t/\tau} = 0.900$$

$$e^{-t/\tau} = 0.100$$

$$-\frac{t}{\tau} = \ln(0.100) = -2.30$$

$$t = 2.30\tau = 2.30(5.10 \times 10^{-3}\text{s}) = 11.7 \times 10^{-3}$$

$$= 11.7\ \text{ms}$$

أي أن سرعة الكرة تصل إلى 90% من سرعتها النهائية بعد فترة زمنية صغيرة .

تمرين : ما هي سرعة كرة تسقط في زيت عند $t = 11.7\text{ms}$ ؟ قارن بين هذه القيمة وسرعة الكرة عندما تسقط في الفراغ أى تتأثر فقط بالجاذبية؟

الإجابة : 4.50 cm/s في الزيت مقابل 11.5 cm/s في الفراغ.

اعاقة الهواء عند السرعات العالية Air drag at high speeds

بالنسبة لأجسام تتحرك بسرعات عالية في الهواء، مثل الطائرات، رجل الفضاء، السيارات، كرة البيسبول، تتناسب قوة المقاومة تقريباً مع مربع السرعة. في هذه الحالات يمكن التعبير عن مقدار قوة المقاومة بالعلاقة.

$$R = \tfrac{1}{2} D\rho A\upsilon^2 \qquad (6.6)$$

حيث ρ هي كثافة الهواء، A مساحة المقطع المستعرض للجسم مقاسة في مستوى عمودي على اتجاه حركتها و D كمية تجريبية ليس لها ابعاد تسمى معامل الاعاقة drag coefficient : للأجسام الكرية معامل الاعاقة 0.5 ولكن قيمته قد تصل إلى 2.0 للاجسام غير منتظمة الشكل.

دعنا ندرس حركة جسم يسقط سقوطاً حراً متأثرا بقوة مقاومة الهواء مقدارها $R = \frac{1}{2} D\rho A\upsilon^2$ واتجاهها إلى أعلى. افترض أن الجسم كتلته m ويسقط من السكون. كما هو موضح بالشكل 16.6 فإن الجسم يتأثر بقوتين خارجيتين: قوة الجاذبية لأسفل $\mathbf{F}_g = mg$ وقوة المقاومة لأعلى $\mathbf{R}$. (يوجد كذلك قوة دفع لأعلى وسوف نهملها). ومن ثم فإن مقدار القوة الكلية هو:

$$\sum F = mg - \tfrac{1}{2} D\rho A v^2 \qquad (7.6)$$

افترضنا أن الاتجاه لأسفل هو الاتجاه الرأسي الموجب. بالتعويض عن $\sum F = ma$ في المعادلة 7.6، نجد أن الجسم يكتسب تسارع لأسفل مقداره :

$$a = g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right)v^2 \qquad (8.6)$$

يمكن حساب السرعة النهائية v_t وذلك بمعرفة أنه عند السرعة النهائية تتساوى قوة الجاذبية مع القوة المقاومة وبالتالي يتلاشى التسارع. بوضع $a = 0$ في المعادلة 8.6 ، نحصل على

$$g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right)v_t^2 = 0$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2mg}{D\rho A}} \qquad (9.6)$$

R
v
mg
R
v
mg

شكل 16.6

باستخدام هذه المعادلة يمكن معرفة مدى اعتماد السرعة النهائية على ابعاد الجسم.

افترض أن الجسم عبارة عن كرة نصف قطرها r. في هذه الحالة $A \propto r^2$ (حيث $A = \pi r^2$) وكذلك $m \propto r^3$ (لأن الكتلة تتناسب مع حجم الكرة $V = \frac{4}{3}\pi r^3$). لهذا فإن $v_t \propto \sqrt{r}$.

الجدول 1.6 يعطي قائمة للسرعات النهائية لعدة اجسام تسقط في الهواء

Object	الكتلة (Kg)	مساحة المقطع المستعرض (m^2)	v_t(m/s)
Sky diver	75	0.70	60
Baseball (radius 3.7 cm)	0.145	4.2×10^{-3}	43
Golf ball (radius 2.1 cm)	0.046	1.4×10^{-3}	44
Hailstone (radius 0.50 cm)	4.8×10^{-4}	7.9×10^{-5}	14
Raindrop (radius 0.20 cm)	3.4×10^{-5}	1.3×10^{-5}	9.0

مثال ذهني 12.6

افترض متزلجة تقفز من طائرة وقدماهامربوطتان بشدة في لوحة التزلج، تقوم ببعض الالعاب ثم تفتح الباراشوت. اوصف القوى التي تؤثر عليها وهي في هذا الوضع.

الحل: عند أول خطوة للمتزلجة خارج الطائرة لايكون لها أي سرعة رأسية.تتسبب قوة الجاذبية المتجهة لأسفل في تسارعها تجاه الأرض. عندما تزداد سرعة الهبوط تبدأ قوة مقاومة الهواء إلى أعلى في التأثير عليها. هذه القوة المتجهة إلى أعلى تقلل من تسارعها وبالتالي فإن سرعتها تزداد بمعدل بطيء ويترتب على ذلك انها تهبط بسرعة وتتعادل قوة مقاومة الهواء مع قوة الجاذبية وفي هذه الحالة يكون التسارع صفراً وتصل إلى السرعة النهائية. عند نقطة ما بعد وصولها إلى السرعة

النهائية تقوم بفتح الباراشوت وبالتالي تزداد مقاومة الهواء بشدة. تكون القوة الكلية (وبالتالي التسارع) الآن متجهة لأعلى في اتجاه عكس اتجاه السرعة. هنا تتناقص سرعة الهبوط بشدة بما يعني أن قوة المقاومة على الباراشوت تقل ويترتب على ذلك أن قوة المقاومة لأعلى تتعادل مع قوة الجاذبية وتصل إلى سرعة نهائية صغيرة ويسمح لها ذلك بالهبوط بسلام (عكس اعتقاد كثير من الناس بأن متجه السرعة لرجل الفضاء لايتجه نهائياً لاعلى. ربما تكون قد شاهدت شريط فيديو ويظهر فيه رجل الفضاء يرتفع لأعلى بمجرد فتح الباراشوت. في الحقيقة أن رجل الفضاء يتباطأ بينما حامل الكاميرا يستمر في الهبوط لأسفل بسرعة عالية)

مثال 13.6 سقوط مرشحات القهوة

اعتماد القوة المقاومة على السرعة هي علاقة تجريبية. بمعنى آخر أنها تعتمد على الملاحظة دون اساس نظري. يتم إسقاط سلسلة من المرشحات المتراصة وقياس سرعتها النهائية. يشمل الجدول 2.6 نتائج لمرشحات القهوة عند سقوطها خلال الهواء. ثابت الزمن قصير وبالتالي تصل هذه المرشحات إلى السرعة النهائية بسرعة كبيرة. كتلة كل مرشح 1.64g . عند تجميع المرشحات مع بعضها فإنها تكونْ كومة بحيث لاتزداد مساحة الوجهه الامامي. احسب العلاقة بين القوة المقاومة التي يؤثر بها الهواء وسرعة سقوط المرشحات .

الحل: عند السرعة النهائية تتعادل قوة المقاومة مع قوة الجاذبية المتجهة لأسفل وبالتالي فإنه عند السرعة النهائية يتأثر المرشح الواحد بقوة مقاومة مقدارها

$$R = mg = \left(\frac{1.64\ \text{g}}{1000\ \text{g/kg}}\right)(9.80\ \text{m/s}^2) = 0.016\ 1\ \text{N}$$

وبالتالي فإن مرشحين مع بعضهما يتأثران بقوة مقاومة مقدارها 0.0322N وهلم جرا....

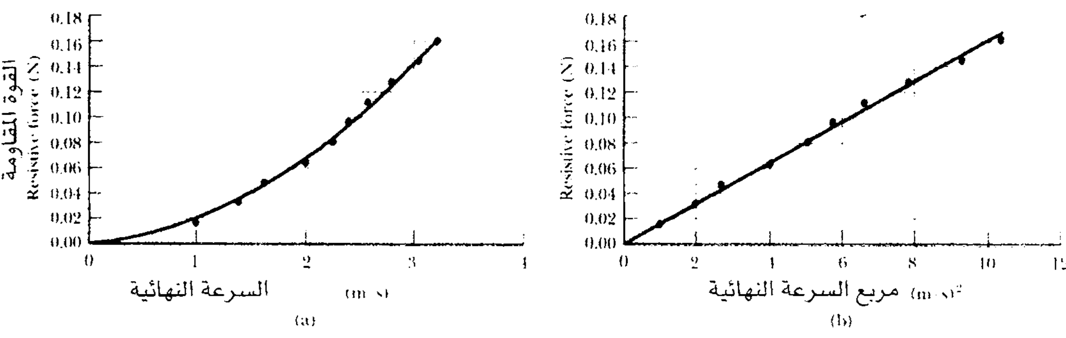
واضح أن العلاقة ليست خطاً مستقيماً أى أن القوة المقاومة لا تتناسب طردياً مع السرعة. الخط المنحنى يمثل دالة من الدرجة الثانية أي أن القوة المقاومة تتناسب مع مربع السرعة. هذا التناسب واضح في الشكل 17.6b وذلك برسم العلاقة بين القوة المقاومة ومربع السرعة النهائية

جدول 2.6 السرعة النهائية لمرشحات القهوة المكومة

عدد المرشحات	v_t (m/s)[a]
1	1.01
2	1.40
3	1.63
4	2.00
5	2.25
6	2.40
7	2.57
8	2.80
9	3.05
10	3.22



مرشحات القهوة متراصة فوق بعضها حتى يمكن دراسة قوة مقاومة الدماء)



شكل 17.6 (a) العلاقة بين القوة المقاومة التي تؤثر على مرشحات القهوة الساقطه وسرعتها النهائية. الخط المنحنى يمثل دالة من الدرجة الثانية (b) رسم يوضح العلاقة بين القوة المقاومة ومربع السرعة النهائية. توافق الخط المستقيم مع النتائج يعني أن القوة المقاومة تتناسب مع مربع السرعة النهائية هل يمكنك حساب ثابت التناسب؟

مثال 14.6 القوة المقاومة التي تؤثر على كرة البيسبول

قذف لاعب بيسبول كرة كتلتها 0.145kg من تحت سقف بسرعة 40.2m/s . أوجد القوة المقاومة التي تؤثر على الكرة عند هذه السرعة.

الحل: يجب ألا نتوقع أن يكون هناك قوة كبيرة يؤثر بها الهواء على الكرة وبالتالي يجب ألا تزيد القوة المقاومة (من المعادلة 6.6) عن عدة نيوتونات. يجب أولاً حساب معامل الإعاقة D. يمكن عمل ذلك بتصور سقوط كرة البيسبول وننتظر حتى تصل إلى سرعتها النهائية. يمكن ايجاد قيمة D من حل المعادلة 9.6 ثم نعوض بالقيم التقريبية لـ m ، v_t ،A من الجدول 1.6 . بفرض أن كثافة الهواء هي $1.29 kg/m^3$. نحصل على

$$D = \frac{2\,mg}{v_t^2 \rho A} = \frac{2(0.145\text{ kg})\,(9.80\text{ m/s}^2)}{(43\text{ m/s})^2\,(1.29\text{ kg/m}^3)\,(4.2\times 10^{-3}\text{m}^2)} = 0.284$$

هذا العدد ليس له ابعاد. احتفظنا بالرقم العشري الثالث فقط ويمكن إسقاطه بعد ذلك في نهاية الحسابات. يمكننا أن نستخدم قيمة D الآن في المعادلة 6.6 لحساب مقدار القوة المقاومة

$$R = \tfrac{1}{2} D\rho A v^2$$
$$= \tfrac{1}{2}(0.284)\,(1.29\text{ kg/m}^3)\,(4.2\times 10^{-3}\text{m}^2)\,(40.2\text{ m/s})^2 = 1.2\text{ N}$$

(اختياري)

4.6 النمذجة العددية لديناميكا الجسم[1]

NUMERICAL MODELING IN PARTICLE DYNAMICS

كما لاحظنا في هذا الفصل والفصل السابق، فإن دراسة ديناميكية الجسم تتركز في وصف موضعه، سرعته، تسارعه كدالة في الزمن. تتواجد العلاقات بين المسبب والأثر الناتج بين هذه

(1) يتقدم المؤلفون بخالص الشكر للعقيد جيمس هيد بالأكاديمية الجوية الامريكية لاعداده هذا القسم. انظر CD-Rom L للطلبة للمساعدة في النماذج العددية.

الكميات: السرعة تسبب تغير الموضع. التسارع يتسبب في تغير السرعة. حيث إن التسارع هو نتاج مباشر للقوى المؤثرة فإن اي دراسة لديناميكية الجسم نبدأ بحساب القوة الكلية التي تؤثر على الجسم.

حتى الآن فإننا استخدمنا مايسمى بالطريقة التحليلية لدراسة الموضع، السرعة والتسارع للجسم المتحرك. دعنا نسترجع باختصار هذه الطريقة قبل معرفة طريقة ثانية للتعامل مع مسائل الديناميكا (حيث أننا نركز اهتمامنا على الحركة في بعد واحد في هذا القسم، فإننا لن نستخدم الحروف الغليظة للكميات المتجهة).

إذا تحرك جسم كتلته m تحت تأثير قوة كلية $\sum F$ ، فإن قانون نيوتن الثاني يعطى تسارع للجسيم بالعلاقة $a = \sum F/m$. بصورة عامة فإننا نطبق الطريقة التحليلية للمسألة الديناميكية باستخدام الطريقة التالية:

(1) اجمع كل القوي التي تؤثر على الجسم للحصول على القوة الكلية $\sum F$.

(2) استخدم هذه القوة لحساب التسارع وذلك من العلاقة $a = \sum F/m$.

(3) استخدم هذا التسارع لحساب السرعة وذلك من العلاقة $d\upsilon/ dt = a$.

(4) استخدم هذه السرعة لحساب الموضع وذلك من العلاقة $dx/ dt = \upsilon$.

يوضح المثال المباشر التالي هذه الطريقة.

مثال 15.6 سقوط جسم في الفراغ- الطريقة التحليلية

افترض ان كرة تسقط في الفراغ تحت تأثير قوة الجاذبية، كما هو موضح بالشكل 18.6 . استخدم الطريقة التحليلية لحساب التسارع والسرعة والموضع للجسم.

الحل: القوة الوحيدة التي تؤثر على الجسم هى قوة الجاذبية لاسفل مقدارها F_g وهي في نفس الوقت محصلة القوة. بتطبيق قانون نيوتن الثاني نساوي القوة المؤثرة على الجسم مع حاصل ضرب الكتلة في التسارع. (باعتبار الاتجاه الأعلى هو الاتجاه الموجب لمحور y).

$$F_g = ma_y = -mg$$

هكذا فإن $a_y = -g$ بمايعني أن التسارع ثابت وحيث أن $d\upsilon_y/ dt = a_y$ نحصل على $d\upsilon_y / dt = -g$. بإجراء التكامل نحصل على:

$$\upsilon_y(t) = \upsilon_{yi} - gt$$

حيث $\upsilon_y = dy/dt$. يمكن الحصول على موضع الجسم بإجراء التكامل مرة أخرى ليعطي النتيجة المعروفة:

$$y(t) = y_i + \upsilon_{yi}t - \tfrac{1}{2}gt^2$$

حيث y_i و υ_{yi} يمثلان الموضع والسرعة للجسم عند $t_i = 0$.



شكل 18.6

الطريقة التحليلية غالباً ما تكون طريقة مباشرة لحالات فيزيائية كثيرة. لكن في الواقع تظهر غالباً تعقيدات تجعل الحل التحليلي صعباً وبخاصة للطلاب الذين يدرسون مبادئ الفيزياء على سبيل المثال إذا كانت القوة التي تؤثر على الجسم تعتمد على موضع الجسم، أو إذا كانت القوة تتغير مع السرعة كما هو الحال في حالة القوة المقاومة التي تنتج عند الحركة في سائل أو في غاز.

هناك مشكلة أخرى قد تحدث لأن المعادلات التي تربط التسارع، السرعة، الموضع، والزمن عبارة عن معادلات تفاضلية بدلاً من المعادلات الجبرية. تحل المعادلات التفاضلية بالتكامل وبعض الطرق الخاصة والتي قد لايتقنها طالب مبتدئ في الفيزياء.

عندما تظهر هذه الحالات، يستخدم العلماء غالباً طريقة النمذجه العددية Numerical Modeling لدراسة الحركة. ابسط نموذج تحليلي هو طريقة ايلر Euler المسماه باسم عالم الرياضيات السويسري ليونارد ايلر (1783 -1707).

طريقة ايلر Euler Method

في **طريقة ايلر** لحل المعادلات التفاضلية، تُقرب المشتقات كنسب بفروق محدودة. باعتبار زيادة صغيرة في الزمن Δt، يمكننا تقريب العلاقة بين سرعة الجسم ومقدار تسارعه بالعلاقة:

$$a(t) \approx \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t}$$

عندئذ تكون سرعة الجسم $v(t+\Delta t)$ في نهاية الفترة الزمنية Δt متساوية تقريباً مع السرعة $v(t)$ عند بداية الفترة الزمنية بالإضافة لمقدار التسارع اثناء هذه الفترة مضروباً في الفترة الزمنية Δt.

$$v(t+\Delta t) \approx v(t) + a(t)\Delta t \qquad \textbf{(10.6)}$$

حيث أن التسارع دالة في الزمن فإن المقدار $v(t+\Delta t)$ يكون مقبولاً إذا ماكانت الفترة الزمنية Δt صغيرة بدرجة كافية بحيث يكون التغير في التسارع أثناء تلك الفترة صغيراً جداً. بالطبع فإن المعادلة 10.6 تكون مضبوطة تماماً إذا ما كان التسارع ثابتاً.

يمكن تعيين موضع الجسم $x(t+\Delta t)$ في نهاية الفترة Δt بنفس الطريقة:

$$v(t) \approx \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$x(t+\Delta t) \approx x(t) + v(t)\Delta t \qquad \textbf{(11.6)}$$

قد نود إضافة الحد $\frac{1}{2} a(\Delta t)^2$ إلى هذه النتيجة لكي تتشابه مع المعادلة الكينماتيكية المعروفة، لكن هذا الحد لا يتواجد في طريقة ايلر لأن Δt صغيرة جداً لدرجة ان $(\Delta t)^2$ تؤول إلى الصفر.

إذا كان التسارع عند أي لحظة t معروفاً فإن كلا من السرعة والموضع للجسم عند الزمن $t+\Delta t$

يمكن حسابهما من المعادلتين 10.6 و 11.6 تستمر هذه الحسابات في سلسلة من الخطوات المحددة لتعيين كلا من السرعة والموضع عند أي زمن لاحق. يُعين التسارع من محصلة القوة التي تؤثر على الجسم وقد تعتمد هذه القوة على الموضع، والسرعة أو الزمن:

$$a(x, \upsilon, t) = \frac{\sum F(x, \upsilon, t)}{m} \qquad \textbf{(12.6)}$$

من السهل إيجاد الحل العددي لمثل هذا النوع من المسائل وذلك بترقيم الخطوات وإدخال الحسابات في جدول، تلك الطريقة موضحة في الجدول 3.6.

يمكن إدخال المعادلات الموجودة في الجدول في صفحة واسعة ويتم عمل الحسابات صفاً صفاً وذلك لحساب السرعة والموضع والتسارع كدالة في الزمن. يمكن كذلك إجراء هذه الحسابات باستخدام برنامج لغة البيزك أو ++C أو الفورتران أو باستخدام أي مجموعة حسابية تجارية يمكن شراؤها مع الحاسب الشخصي. يمكن الحصول على نتائج أكثر دقة بمساعدة الكمبيوتر بأخذ الفترات الزمنية صغيرة جداً . الرسوم البيانية للسرعة مع الزمن أو الموضع مع الزمن يمكن عرضها لمتابعة الحركة.

تمتاز طريقة أيلر بأن الديناميكيات ليست غامضة- العلاقات الجوهرية بين التسارع والقوة، السرعة والتسارع، الموضع والسرعة واضحة جيداً . حقاً إن هذه العلاقات تكون أساس الحسابات. ليس هناك حاجة لاستخدام رياضيات متقدمة، الفيزياء الاساسية تحكم الديناميكيات.

يمكن الاعتماد على طريقة ايلر كلية عندما تكون الفترة الزمنية قصيرة. ولكن ولاسباب عملية يجب اختيار مقدار زيادة محدودة. لكي تصلح المعادلة 10.6 في تقريب الفروق المحدودة، فإن الزيادة في الزمن يجب أن تكون صغيرة بدرجة كافية يمكن معها اعتبار أن التسارع ثابت. أثناء هذه الفترة يمكن تحديد الفترة الزمنية المناسبة بفحص مسألة معينة يمكن حلها. المعيار في الفترة الزمنية قد يتم تغييره أثناء الحركة، ومع ذلك فإنه من الناحية العملية عادة ما نختار الفترة الزمنية التي تُناسب

جدول 3.6

رقم الخطوة	الزمن	الموضع	السرعة	التسارع
0	t_0	x_0	υ_0	$a_0 = F(x_0, \upsilon_0, t_0)/m$
1	$t_1 = t_0 + \Delta t$	$x_1 = x_0 + \upsilon_0 \Delta t$	$\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha_0 \Delta t$	$a_1 = F(x_1, \upsilon_1, t_1)/m$
2	$t_2 = t_1 + \Delta t$	$x_2 = x_1 + \upsilon_1 \Delta t$	$\upsilon_2 = \upsilon_1 + \alpha_1 \Delta t$	$a_2 = F(x_2, \upsilon_2, t_2)/m$
3	$t_3 = t_2 + \Delta t$	$x_3 = x_2 + \upsilon_2 \Delta t$	$\upsilon_3 = \upsilon_2 + \alpha_2 \Delta t$	$a_3 = F(x_3, \upsilon_3, t_3)/m$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	t_n	x_n	υ_n	a_n

الشروط الابتدائية وتستخدم نفس القيم خلال الحسابات. تؤثر الفترة الزمنية في دقة النتائج ولكن ولسوء الحظ ليس من السهل تحديد الدقة في الحل بطريقة ايلر بدون معرفة الحل التحليلي الصحيح. احدى طرق تحديد الدقة في الحل العددي هي تكرار الحسابات بفترات زمنية أقصر ومقارنة النتائج. إذا ما اتفقت الحسابات لعدد معين من الارقام العشرية فإنه يمكنك ان تفترض أن النتائج صحيحة إلى هذه الدقة.

ملخص SUMMARY

ينص قانون نيوتن الثاني المطبق على جسيم يتحرك في حركة دائرية منتظمة على أن صافي القوة التي تؤثر على الجسيم ليكتسب تسارع عمودي هي:

$$\sum F_r = ma_r = \frac{mv^2}{r} \qquad (1.6)$$

يمكنك استخدام هذه الصيغة في الحالات التي تعطي فيها القوة تسارع نحو المركز مثل قوة الجاذبية، قوة الاحتكاك، قوة الشد في سلك أو أي قوة عمودية. عندما يتحرك جسم في حركة دائرية غير منتظمة تكون له مركبة تسارع متجهة نحو المركز ومركبة مماسية غير صفرية. في حالة جسم يدور في دائرية رأسية، فإن قوة الجاذبية تعطي مركبة مماسية للتسارع بالإضافة إلى جزء أو كل مركبة التسارع نحو المركز. يجب التأكد من اتجاه ومقدار متجهي السرعة والتسارع للحركة الدائرية غير المنتظمة.

على مشاهد في إطار إسناد غير قصوري (متسارع) أن يدخل **القوى الافتراضية** عند استخدام قانون نيوتن الثاني في هذا الاطار. إذا تم تعريف هذه القوى الافتراضية بدقة فإن وصف الحركة في إطار غير قصورى يعادل لما يبديه مشاهد في إطار اسناد قصورى. ومع ذلك المشاهدان في اطاري الاسناد لا يتفقان في معرفة مسببات الحركة. يجب أن يكون لديك القدرة على التمييز بين إطار الإسناد القصورى وغير القصورى والتعرف على القوة الافتراضية التي تؤثر في إطار الاسناد القصورى.

عندما يتحرك جسم خلال سائل أو غاز فإنه يتأثر **بقوة مقاومة** تعتمد على السرعة. هذه القوة والتي تضاد اتجاه الحركة عادة ما تزداد مع السرعة. يعتمد مقدار القوة المقاومة على شكل وصفات الوسط الذي يتحرك الجسم خلاله. في حالة نهائية لسقوط جسم، عندما تتساوى قوة المقاومة مع وزن الجسم، تصل سرعة الجسم إلى **السرعة النهائية**. كذلك يجب أن يكون لديك القدرة على استخدام قوانين نيوتن لتحليل حركة الاجسام تحت تأثير القوى المقاومة. قد تحتاج إلى استخدام **طريقة ايلر** إذا ما كانت القوة تعتمد على السرعة كما يحدث في مقاومة الهواء.

QUESTIONS أسئلة

1- حيث إن الأرض تدور حول محورها وتدور كذلك حول الشمس الذي هو إطار اسنادها غير القصوري. بافتراض أن الارض كرة منتظمة لماذا كان الوزن الظاهري لجسم أكبر عند القطبين عنه عند خط الاستواء؟

2- فسر لماذا تتبعج الارض عند خط الاستواء.

3- لماذا يشعر رجل الفضاء عندما يدور حول الأرض في الغلاف الجوي بانعدام الوزن؟

4- لماذا يتطاير الطين العالق بإطارات السيارات إلى الخلف عندما تسير بسرعة؟

5- تصور أنك تمسك جسم ثقيل مثبت في نهاية طرف زنبرك وعندئذ دوّر الزنبرك في دائرة أفقية (بمسك الطرف الحر من الزنبرك). هل يستطيل الزنبرك. إذا كان كذلك. لماذا؟ ناقش ذلك بدلالة القوة التي تسبب الحركة الدائرية.

6- اوصف وضع سائق سيارة يتعرض لتسارع عمودي نحو المركز دون تسارع مماسي.

7- اوصف مسار جسم متحرك إذا كان تسارعه ثابتاً في المقدار طول الوقت وكان (a) عمودياً على السرعة (b) موازي للسرعة.

9- ادرس حركة صخرة تسقط في الماء بدلالة سرعتها وتسارعها. عند هبوطها افترض أن القوة المقاومة التي تؤثر على الصخرة تزداد بزيادة السرعة.

10- افترض قطرة مطر صغيرة وقطره أخرى كبيرة تسقطان في الفضاء. قارن بين سرعتيهما النهائية؟ احسب تسارعهما عندما يصلان إلى السرعة النهائية.

PROBLEMS مسائل

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي   ☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل   = فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

قسم 1.6 تطبيق قانون نيوتن الثاني على الحركة الدائرية المنتظمة:

1 تتحرك عربة (لعبة) بسرعة منتظمة، تكمل دورة كاملة في مضمار دائري (مسافة 200 m) في 25.0 s (a) ما هي السرعة المتوسطة. (b) إذا كانت كتلة العربة 1.5 kg. ما مقدار القوة اللازمة للحفاظ على تحرك السيارة في دائرة.

2 - تتحرك متزلجة جليد بسرعة 4.0 m/s. عندما تمسك الطرف الحر من حبل والطرف الآخر مربوطاً بعمود. حينئذ تتحرك في دائرة نصف قطرها 0.800 m مركزها العمود. (a) احسب القوة التي يؤثر بها الحبل على ذراعيها. (b) قارن بين هذه القوة ووزنها.

3 حبل خفيف يمكن أن يعلق فيه ثقل مقداره

25.0 kg قبل أن ينقطع. ربطت كتلة مقدارها 3kg بالحبل لتدور على منصلة أفقية ملساء في دائرة نصف قطرها 0.80 m. ما مدى السرعة التي يمكن أن تدور بها الكتلة قبل أن ينقطع الحبل.

4- في نموذج بور Bohr لذرة الهيدروجين، تكون سرعة الالكترون 2.20×10^{6} m/s تقريباً احسب (a) القوة المؤثرة على الالكترون عند دورانه في مدار دائري نصف قطره 0.53×10^{-10} m و (b) التسارع العمودي للإلكترون والمتجه ناحية المركز.

5- في السيكلترون (أحد معجلات الجسيمات)، يصل الديوترون (كتلته الذرية 2.0u) إلى السرعة النهائية وتعادل 10% من سرعة الضوء وذلك أثناء دورانه في مسار دائري نصف قطره 0.48 m. يظل الديوترون في مسار دائري بواسطة مجال مغناطيسي، ما مقدار القوة اللازمة لذلك.

6- يدور قمر صناعي كتلته 300 Kg في مدار دائري حول الأرض على ارتفاع يساوي متوسط نصف قطر الأرض (انظر مثال 6.6) احسب (a) السرعة المدارية للقمر (b) زمن الدورة له. (c) قوة الجاذبية المؤثرة عليه.

7- عندما كان رجلا الفضاء في سفينة ابوللو على سطح القمر كان هناك رجل فضاء ثالث يدور حول القمر. افترض أن المدار دائري وعلى ارتفاع 100 km من سطح القمر. إذا كانت كتلة القمر هي 7.4×10^{22} kg ونصف قطره 1.7×10^{6} m. احسب (a) التسارع المداري لرجل الفضاء (b) سرعته المدارية (c) زمن الدورة.

8 - إذا كانت سرعة رأس عقرب الدقائق في ساعة مدينة هي 1.75×10^{-3} m/s (a) ما هي سرعة رأس عقرب الثواني الذي له نفس الطول (b) ما قيمة التسارع العمودي لرأس عقرب الثواني.

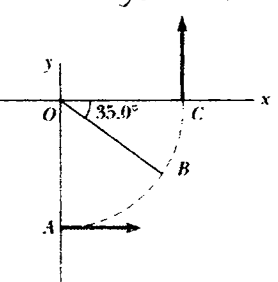
9 تنزلق عملة معدنية على بعد 30.0 cm من مركز دوران منصة افقية دوارة عندما تكون سرعتها 50.0 cm/s (a) ما مصدر القوة في اتجاه نصف القطر عندما تكون العملة ساكنة بالنسبة للمنصة (b) ما مقدار معامل الاحتكاك الاستاتيكي بين العملة والمنصة.

10- مقياس الأداء لسيارة يمكن تعيينه من تحركها على مزلقة (وسادة انزلاق) حيث يقاس اقصى سرعة تُبقى السيارة في مسار دائري على سطح أفقي جاف. يمكن حساب التسارع العمودي ويسمى أيضاً التسارع الجانبي كمضاعفات لتسارع السقوط الحر g. العوامل الرئيسية التي تؤثر على الأداء هي حالة الاطارات ونظام التعليق للسيارة. السيارة دودج GTS يمكنها أن تصل إلى دائرة دوران نصف قطرها 61.0 m عندما تكون سرعة السيارة 86.5 m/s. احسب اقصى قيمة للتسارع الجانبي.

11 قفص بيض موضوع في وسط صندوق سيارة نقل . تعبر السيارة منحنى في طريق غير منحدر يمكن اعتبار المنحنى كقوس من دائرة نصف قطرها 35.0 m . إذا كان معامل الاحتكاك الاستاتيكي بين القفص والسيارة هو 0.600 ما السرعة التي تسير بها السيارة دون انزلاق القفص.

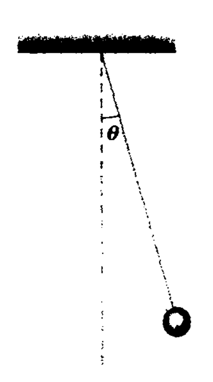
12- تتحرك سيارة ناحية الشرق في بداية حركتها ثم تنحرف ناحية الشمال في حركة دائرية بسرعة منتظمة كما بالشكل P 12.6. إذا كان طول القوس ABC هو 235 m وتقطع السيارة الانحناء في 36.0 s. (a) ما قيمة التسارع عندما تكون السيارة عند B والتي تصنع زاوية 35° عبر عن اجابتك بدلالة متجهي الوحدة **i** ، **j**. احسب (b)

متوسط سرعة السيارة و (c) متوسط تسارعها اثناء تلك الفترة.



شكل P12.6

13- افترض بندول مخروطي بثقالة كتلتها 80.0 kg معلقة في سلك طوله 10.0 m ويصنع زاوية $\theta = 5.0°$ مع الرأسي (شكل P 13.6) احسب (a) المركبة الأفقية والمركبة الرأسية للقوة التي يؤثر بها السلك على البندول (b) التسارع النصف قطري على ثقالة البندول.



شكل P 13.6

قسم 2.6 الحركة الدائرية غير المنتظمة:

14- تسير سيارة في طريق مستقيم بسرعة 4.0 m/s لترتفع على قمة الطريق يمكن اعتباره كقوس من دائرة نصف قطرها 11.0 m (a) ما هو الوزن الظاهري لسيدة وزنها 600 N تجلس في السيارة عندما تكون أعلى القمة؟ ماذا يجب أن تكون عليها سرعة السيارة وهي على القمة حتى تحس السيدة بانعدام الوزن (أي عندما يكون وزنها الظاهري صفراً).

WEB 15 يحاول طرزان (كتلته 85.0 kg) عبور نهرا بالتأرجح من بدالية (تكميبة) عنب طولها 10.0 m وسرعته عند قاع الارجوحة (يلامس الماء تماماً) هي 8.0 m/s. لم يعلم طرزان بأن مقاومة القطع للدالية (التكسيبة) هي 1000N. هل تمكنه الدالية من عبور النهر بأمان؟

16- يطير صقر في قوس افقي نصف قطره 12.0m بسرعة ثابتة 4.0 m/s. (a) احسب التسارع العمودي له (b) اذا استمر في الطيران على امتداد القوس ولكن بسرعة مطردة بانتظام وبمعدل $1.20\ m/s^2$. احسب التسارع (مقداراً واتجاهاً) تحت هذه الظروف.

17- يجلس طفل كتلته 40.0 kg في أرجوحة مدعمة بسلسلتين طول كل منهما 3.0m. اذا كان الشد في كل سلسلة عند أدنى نقطة هو 350 N. احسب (a) سرعة الطفل عند أدنى نقطة (b) القوة التي يؤثر بها المقعد على الطفل عند هذه النقطة (أهمل كتلة المقعد).

18- يجلس طفل كتلته m في ارجوحة مدعمة بسلسلتين طول كل منهما R. إذا كان الشد في كل سلسلة عند أدنى نقطة هو T احسب (a) سرعة الطفل عند أدنى نقطة (b) القوة التي يؤثر بها المقعد على الطفل عند هذه النقطة (أهمل كتلة المقعد).

WEB 19 ادير دلو ماء في دائرة رأسية نصف قطرها 1.0 m. ما هي ادنى سرعة للدلو عند قمة الدائرة حتى لاينسكب الماء.

20- يتأرجح جسم كتلته 4.0kg في مسار دائري رأسي بحبل طوله 0.5m إذا كانت سرعته هي 4.0m/s عند قمة الدائرة. ما مقدار الشد في الحبل عند قمة الدائرة.

21- عربة تجري على مسار كالمبين بالشكل P21.6 كتلتها 500kg عندما تكون محمله كلية بالركاب (شكل p21.6) (a) اذا كانت سرعة العربة هي 20.0m/s عند النقطة A ما هي القوة التي يؤثر بها المضمار على العربة عند هذه النقطة (b) ما هي اقصى سرعة للعربة عند النقطة B بشرط أن تبقى في حركتها على المضمار.



شكل P21.6

22- في حديقة الملاهي المسماه حديقة الاعلام الستة الأمريكية العظمى في جورني بولاية اليون توجد بعض الألعاب ذات تصميم تكنولوجي قائم على أسس فيزيائية. كل خية رأسية تأخذ شكل قطرة الدمعة بدلا من أن تكون دائرية (شكل P22.6) توضع المراكب على الطرف الداخلي للخيه عند القمة وتكون سرعتها عالية بدرجة كافية حتى تبقى المراكب على المضمار. اذا كان ارتفاع اكبر خية هو 40.m واقصى سرعة هي 31m/s. (70m/h تقريباً) عند القاع- افترض أن السرعة عند القمة هي 13.0m/s والتسارع العمودي المناظر هو 2g (a) ما مقدار نصف قطر القوس لقطرة الدمع عند القمة (b) إذا كان مجموع كتل المراكب والركاب هو M ماهي القوة التي تؤثر بها القضبان على هذه الكتلة الكلية وهي على القمة (c) افترض أن المركب يصنع خيه نصف قطرها 20.0m. اذا كانت المركب لها نفس السرعة أي 13.0m/s عند القمة ما هو التسارع العمودي عند القمة؟ علق على القوة العمودية عند القمة في هذا الوضع.

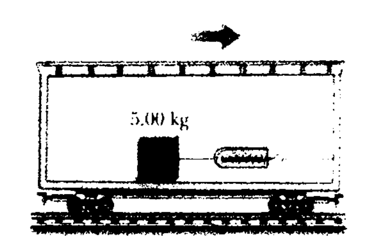


شكل P22.6

قسم 3.6 الحركة في أطر متسارعة (اختياري)

23- تعمل أرجوحة الخيل دوره كاملة في 12.0s إذا جلس طفل كتلته 45.kg على الأرض الأفقية لأرجوحة الخيل على بعد 3.0m من المركز أحسب (a) تسارع الطفل و(b) قوة الاحتكاك الافقية التي تؤثر على الطفل. (c) ما أقل قيمة لمعامل الاحتكاك الاستاتيكي اللازمة للحفاظ على الطفل من الانزلاق؟

24- كتلة مقدارها 5.0kg مربوطة في ميزان زنبركي وموضوعة على سطح افقي املس كما بالشكل P 24.6. الطرف الامامي للميزان الزنبركي مربوط في صندوق عربة ويعطي قراءة 18.0N عندما تكون العربة متحركة (a) إذا كانت قراءة الميزان صفراً عندما تكون العربة في سكون. احسب تسارع العربة (b) ما هي قراءة الميزان اذا ما تحركت العربة بسرعة منتظمة (c) احسب القوى التي تؤثر على الكتلة من وجهة نظر مشاهد في العربة وكذلك من وجهة نظر مشاهد يقف خارج السيارة.



شكل P 24.6

25 جسم كتلته 5.0kg معلق في سقف صندوق عربة متسارعه كما بالشكل 13.6 اذا كان التسارع a =3m/s^2 احسب (a) الزاوية التي يصنعها الحبل مع الرأسي (b) الشد في الحبل.

26- تدور الأرض حول محورها بزمن دوري 24.0h تصور أن سرعة الدوران يمكن زيادتها. اذا وضع جسم على خط الاستواء بحيث يكون وزنه الظاهري صفراً (a) ما هى قيمة الزمن الدوري الجديد (b) ما مقدار الزيادة التي يجب أن تحدث في سرعة الجسم إذا ما زادات سرعة دوران الكوكب. (تنويه. أنظر المسألة 52 ولاحظ أن الوزن الظاهري للجسم يصبح صفراً عندما تكون القوة العمودية التي تؤثر عليه مساوية صفرا. أيضاً المسافة التي يقطعها في دورة كاملة هي $2\pi R$ حيث R نصف قطر الارض).

27 يقف شخص على ميزان في مصعد. عندما يبدأ المصعد في التحرك تكون قراءة الميزان هي 591N . وعندَما يتوقف المصعد فيما بعد تكون قراءة الميزان هي 391N افترض أن مقدار التسارع له نفس القيمة أثناء التحرك وعند التوقف. احسب (a) وزن الشخص (b) كتلة الشخص (c) تسارع المصعد

28 لايتدلى ثقل الرصاص المعلق على طول خط متجها ناحية مركز الارض وذلك بسبب دوران الارض ما مقدار انحراف ثقل الرصاص عند خط النصف قطر عند الزاوية 35° خط عرض شمالاً- افترض أن الارض كروية.

قسم 4.6 الحركة في وجود قوى مقاومة (اختياري)

29- تقفز غواصة فضاء كتلتها 80.kg من طائرة تتحرك ببطء لتصل سرعتها النهائية الى 50.0m/s (a) ما مقدار تسارع غواصة الفضاء عندما تكون سرعتها 30m/s ما مقدار قوة المقاومة التي تؤثر على الغواصة عندما تكون سرعتها (b) 50m/s (c) 30.m/s

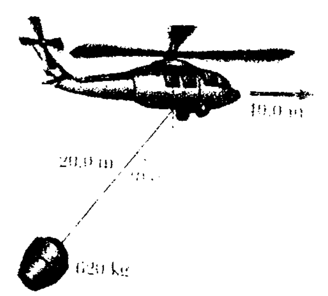
30 - أسقطت قطعة صغيرة من الفوم التي تستخدم في التعبئة من ارتفاع 2.0m من سطح الأرض. عندما تصل إلى سرعتها النهائية يكون مقدار التسارع هو $a= g- bv$. بعد هبوطها 0.50 m تصل الفوم إلى السرعة النهائية وتأخذ بعد ذلك 5 ثواني أخرى حتى تصل إلى الأرض. (a) ما مقدار التسارع عند t=0. (b) ما مقدار التسارع عندما تصل سرعتها إلى 0.15 m/s.

31 -(a) احسب السرعة النهائية لكرة خشبية (كثافتها 0.83 g/cm^3) عندما تسقط في الهواء إذا كان نصف قطرها 8.0 cm (b) ما هو أقصى ارتفاع يسقط منه جسم سقوطاً حراً حتى يصل إلى هذه السرعة في غياب مقاومة الهواء.

32- احسب القوة اللازمة لدفع كرة نحاس نصف قطرها 2.0cm لأعلى خلال سائل بسرعة ثابتة مقدارها 9.0 cm/s. افترض أن قوة الاعاقة تتناسب مع السرعة وثابت التناسب هو 0.950 kg/s. اهمل قوة الدفع.

33- تحمل طائرة هليكوبتر لاطفاء الحرائق دلوا

كتلته 620 Kg في نهاية حبل طوله 20.0 m كما بالشكل P 33.6. عندما تبدأ الطائرة في الطيران بسرعة ثابتة 40 m/s، يصنع الحبل زاوية 40° مع الرأسي.



شكل P 33.6

إذا كانت مساحة مقطع الدلو هى $3.80\ m^2$ في مستوى عمودي على الهواء المار أسفله. احسب معامل الاعاقة بافتراض أن القوة المقاومة تتناسب مع مربع سرعة الدلو.

34 أطلقت خرزه صغيرة كرية الشكل كتلتها 3.0g لتتحرك من السكون عند t=0 في اناء به شامبو. وُجد أن السرعة النهائية لها هي $\upsilon_t = 2.0\ cm/s$ احسب (a) قيمة الثابت b في المعادلة 4.6 (b) الزمن اللازم للخرزة لتصل سرعتها إلى $0.632\ \upsilon_t$. و (c) قيمة القوة المقاومة عندما تصل سرعة الخرزة إلى سرعتها النهائية.

35- سيارة رياضية كتلتها 1200 kg. شكل السيارة مصمم بحيث يكون معامل الاعاقة الايروديناميكي هو 0.25 ومساحة وجهة السيارة هي $2.20\ m^2$. باهمال كل مصادر الاحتكاك الاخرى. احسب التسارع الابتدائي للسيارة إذا تم- بعد بلوغ سرعتها 100 km/h – تحويلها إلى وضع التعادل- أى الغاء التعشيق- حتى توقفت.

WEB **36** يتوقف موتور قارب عندما تصل سرعته إلى 10.0 m/s ويجنب للشاطئ للوقوف. المعادلة التي تحكم حركة القارب أثناء هذه الفترة هي $\upsilon = \upsilon_i e^{-ct}$، حيث υ هي السرعة عند الزمن t، υ_i هي السرعة الابتدائية و c ثابت. عند t= 20 s تكون السرعة 5.0 m/s (a) احسب الثابت c. (b) ما مقدار السرعة عند t= 40.0 s (c) اجر عملية التفاضل لمعادلة السرعة واثبت أن التسارع للقارب يتناسب مع السرعة عند أي زمن.

37- افترض أن القوة التي تؤثر على متزلج سريع هي $f = -km\upsilon^2$ حيث k ثابت و m هي كتلة المتزلج. يعبر المتزلج خط النهاية في سباق مستقيم بسرعة υ_f ثم يتباطأ. اثبت أن سرعة المتزلج بعد عبوره خط النهاية هي $\upsilon(t) = \upsilon_f / (1 + kt\upsilon_f)$.

38- يمكنك أن تحس بقوة اعاقة الهواء عندما تمد زراعك من نافذة سيارة مسرعة (لا تؤذيك). ما مقدار هذه القوة؟ في اجابتك اذكر الكميات التي تقيسها وقيمها.

قسم 5.6 النمذجة العددية لديناميكا الجسم (اختياري)

39- سقطت ورقة كتلتها 3.0g من ارتفاع 2.0m عن الأرض. افترض أن القوة الكلية التي تؤثر على الورقة لاسفل هي $F = mg - b\upsilon$. حيث ثابت الإعاقة هو $b = 0.03\ kg/s$. (a) احسب السرعة النهائية للورقة. (b) استخدم طريقة ايلر للتحليل العددي وذلك لتعيين سرعة وموضع الورقة كدالة في الزمن من لحظة سقوطها حتى تصل سرعتها إلى 99% من سرعتها النهائية (حاول استخدام $\Delta t = 0.005s$).

WEB **40** تسقط حبة برد كتلتها 4.8×10^{-4} kg في الهواء تحت تأثير صافي قوة تعطي

بالعلاقة $F = -mg + Cv^2$ حيث $C= 2.50 \times 10^{-5}$ kg/m. (a) احسب السرعة النهائية لحبة البرد. (b) استخدم طريقة ايلر للتحليل العددي لحساب سرعة وموضع حبة البرد بعد فترة 0.2s باعتبار أن السرعة الابتدائية تساوي صفراً. استمر في الحسابات حتى تصل سرعة حبة البرد إلى 99% من قيمة سرعتها النهائية.

41- السرعة النهائية لكرة بيسبول كتلتها 0.142kg هي 42.5 m/s (95m/h) (a) إذا كانت كرة البيسبول تتأثر بقوة اعاقة مقدارها $R=Cv^2$، ما قيمة الثابت C.(b) ما مقدار قوة الاعاقة عندما تكون سرعة الكرة هي 36.m/s (c) استخدم الحاسب الآلي لتحديد حركة الكرة عند قذفها رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها 36.0m/s. ما هو أقصى ارتفاع تصل اليه الكرة. احسب الزمن الذي تأخذه الكرة للبقاء في الهواء. احسب سرعتها قبل ان ترتطم بالأرض مباشرة.

42 -يقفز جندي مظلات كتلته 50.kg من طائرة ويسقط تحت تأثير قوة اعاقة تتناسب مع مربع السرعة $R=Cv^2$. باعتبار ان C=0.20kg/m عندما تكون المظله مغلقه وC=20.0kg/m والمظلة مفتوحة (a) احسب السرعة النهائية للجندي في كلتا الحالتين قبل وبعد فتح المظلة (b) واحسب السرعة والموضع كدالتين في الزمن بالتحليل العددي للحركة وبافتراض ان الجندي بدأ الهبوط وهو على ارتفاع 1000m فوق سطح الأرض وكان في سقوط حر لمدة 10 ثوان قبل فتح المظله (تنويه: عندما تفتح المظله، يحدث تسارع كبير مفاجئ في هذه المنطقة لذا يجب أن تكون الفترات الزمنية قصيره)

43 - أُطلقت قذيفة كتلتها 10.kg بسرعة ابتدائية 100m/s وبزاوية ارتفاع مقدارها 35°. إذا كانت قوة الاعاقة R=-bv حيث b=10.0kg/s (a) استخدم طريقة عدديه لحساب الموضع الأفقي والموضع الرأسي للقذيفة كدالتين في الزمن (b) ما هو مدى القذيفة (c) احسب زاوية الارتفاع التي تعطى أقصى مدى للقذيفة (تنويه: اضبط زاوية الارتفاع بالمحاولة والخطأ حتى تحصل على أقصى مدى)

44 - عندما تقذف لاعبة جولف محترفه الكره (كتلتها 46.0g) فإن الكرة ترتطم بالارض على بعد 155m (170 ياردة). اذا كانت الكرة تتأثر بقوة اعاقة مقدارها $R=Cv^2$ وسرعتها النهائية هي 44.0m/s (a) احسب ثابت الاعاقة لكرة الجولف. (b) استخدم طريقة عدديه لتحليل مسار هذه القذيفة.

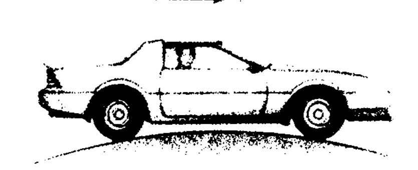
إذا كانت السرعة الابتدائية للكرة تصنع زاوية مقدارها 31.0° مع الافقي. ما هي السرعة الابتدائية للكرة حتى تصل إلى مدى مقداره 155 m.

مسائل اضافية

45- تمر سيارة كتلتها 1800kg على هضبة في طريق يعتبر قوساً من دائرة نصف قطرها 42.0m كما بالشكل 45.6 p (a) ما القوة التي يؤثر بها الطريق على السيارة عند مرورها على أعلى نقطة للهضبة إذا كانت السيارة تسير بسرعة 16m/s (b) ما أقصى سرعة للسيارة عند مرورها على أعلى نقطة قبل ان تفقد تلامسها مع الطريق

46- تمر سيارة كتلتها m على هضبة في طريق عبارة عن قوس من دائرة نصف قطرها R كما بالشكل P45.6 (a) ما القوة التي يؤثر بها الطريق على السيارة عند مرورها على أعلى نقطة للهضبة اذا كانت السيارة تسير

بسرعة υ (b) ما أقصى سرعة للسيارة عند مرورها على أعلى نقطة قبل أن تفقد تلامسها مع الطريق.



شكل P 45.6 المسألتان 45، 46

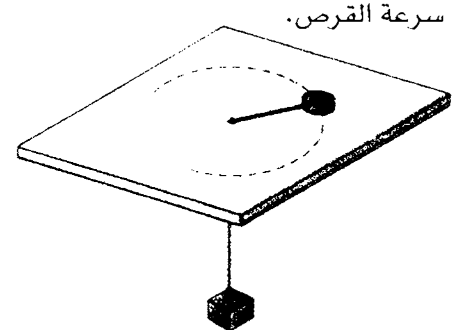
47- في أحد نماذج ذرة الهيدروجين يتأثر الالكترون في دورانه حول البروتون بقوة تجاذب مقدارها 8.20×10^{-8} N. اذا كان نصف قطر المدار هو 5.30×10^{-11}m. ما هو عدد الدورات التي يحدثها الالكترون في الثانية الواحدة (هذا العدد للدورات في الثانية الواحدة يسمى تردد الحركة) انظر الوجهة الداخلية لغطاء الكتاب لمزيد من البيانات.

48- تقوم طالبه بإنشاء ومعايرة جهاز مقياس التسارع والذي تستخدمه في تعيين سرعة سيارتها عند تحركها حول بعض الطرق السريعه المنحنية وغير منحدرة. مقياس التسارع عبارة عن ثقل من الرصاص ملحق بمنقله ويعلق في سقف السيارة. لاحظ زميلها الذي يجلس بجانبها أن ثقل الرصاص يتدلى بزاوية 15.0° مع الرأسي عندما تكون سرعة السيارة 23.0m/s (a) ما مقدار التسارع العمودي للسيارة التي تمر على المنحنى (b) ما مقدار نصف قطر المنحنى (c) ما هي سرعة السيارة أذا أحدث ثقل الرصاص انحرافاً مقداره 9.0° عند مرور السيارة على نفس المنحنى.

49- افترض أن العربة الموجودة في الشكل 13.6 تتحرك بتسارع ثابت a إلى هضبة تصنع زاوية ϕ مع الأفقى. اذا أشار مقياس التسارع إلى زاوية ثابتة مقدارها θ مع العمودي على السقف. احسب قيمة a.

50- قرص دائري من المطاط مملوء بالهواء كتلته 0.25kg مربوط في حبل ويدور في دائرة نصف قطرها 1.0m على منصة افقية ملساء. يمر الطرف الآخر من الحبل من ثقب في مركز المنصة ومعلقاً في طرفه كتله مقدارها 1.0kg (شكل P50.6) تظل الكتلة المعلقة في اتزان أثناء دوران القرص على المنصة (a) ما مقدار الشد في الحبل (b) ما مقدار القوة التي يؤثر بها الحبل على القرص (c) ما هي سرعة القرص.

51- قرص دائري من المطاط مملوء بالهواء كتلته m_1 مربوط في حبل. ويدور في دائرة نصف قطرها R على منصة أفقية ملساء. يمر الطرف الآخر من الحبل من ثقب في مركز المنصة ومعلقاً في طرفه كتله مقدارها m_2 (شكل p50.6) تظل الكتله المعلقة في اتزان اثناء دوران القرص على المنصة (a) ما مقدار الشد في الحبل (b) ما مقدار القوة التي يؤثر بها الحبل على القرص (c) ما هي سرعة القرص.



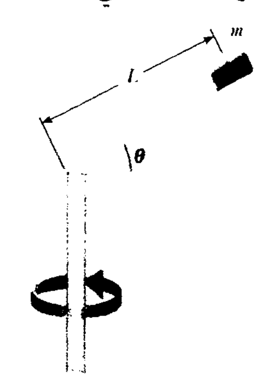
شكل P 50.6 المسألتان 50، 51

52- أثناء دوران الارض حول محورها، تتأثر كل نقطه على خط الاستواء بتسارع عمودي مقداره 0.0337m/s^2، بينما لاتعاني النقاط عند القطبين بأي تسارع عمودي (a) اثبت أنه عند خط الاستواء تزيد قوة الجاذبية التي تؤثر على جسم (الوزن الحقيقي) عن الوزن الظاهري. (b) ما هو الوزن الظاهري عند خط الاستواء و عند القطبين لشخص

كتلته 75.0kg ؟ (افترض أن الارض عبارة عن كرة منتظمة وأن $g=9.80m/s^2$)

53- يستخدم حبل تحت شد 50.0N لتدوير حجر في دائرة افقية نصف قطرها 2.5m بسرعة 20.4m/s. عند جذب الحبل تزداد سرعة الحجر. ينقطع الحبل عندما يكون طوله 1.0m وسرعة الحجر هي 51.0m/s ما مقدار مقاومة القطع للحبل (بالنيوتن) ؟

54- تتكون لعبة طفل من وتد صغير له زاوية حادة θ (شكل p54.6) الجانب المائل من الوتد أملس وتبقى الكتله m على أرتفاع ثابت إذا تم تدوير الوتد بسرعة ثابته معينة. يتم تدوير الوتد باستخدام قضيب رأسي مربوط بالوتد عند الطرف السفلي. احسب أنه عندما تكون الكتله على بعد L اعلى المستوى المائل تكون سرعة الكتله هي $v=\sqrt{L g \sin\theta}$



شكل P54.6

55- يقوم طيار بتنفيذ مخاطرة الخيه بسرعة ثابته. إذا كان مساره عبارة عن دائرة رأسيه. وكانت سرعة الطائرة هي 300mi/h ونصف قطر الدائرة هو 1200ft (a) ما مقدار الوزن الظاهري للطيار عند اسفل نقطة إذا كان وزنه الحقيقي 160 رطلاً. (b) ما هو وزنه الظاهري عند اعلى نقطه (c) فسر كيف يحدث للطيار حالة انعدام وزن ظاهري إذا أمكن تغيير كلاً من السرعة ونصف القطر (لاحظ أن وزنه الظاهري يساوي القوة التي يؤثر بها المقعد على جسمه).

56 - لكي يتحرك قمر صناعي في مدار دائري ثابت بسرعة ثابته، يجب أن يتناسب تسارعه العمودي عكسياً مع مربع نصف قطر المدار (a)اثبت أن السرعة المماسيه للقمر تتناسب مع $r^{-1/2}$، (b) أثبت أن الزمن اللازم للدوران دورة كاملة واحدة يتناسب مع $r^{3/2}$

57- عمله معدنية صغيرة كتلتها 3.10g فوق صخرة صغيرة كتلتها 20.g موضوعة وموضوعتان على قرص دوار. اذا كان معاملا الاحتكاك بين الصخرة والقرص هما (استاتيكي) 0.75 و (كيناتيكي) 0.64 وبين العمله والصخره (استاتيكي) 0.45 (كيناتكي) 0.52. ما هو اقصى معدل دوران (دورة كل دقيقة) يمكن ان يحدثه القرص قبل أن تنزلق اياً من العمله أو الصخره.

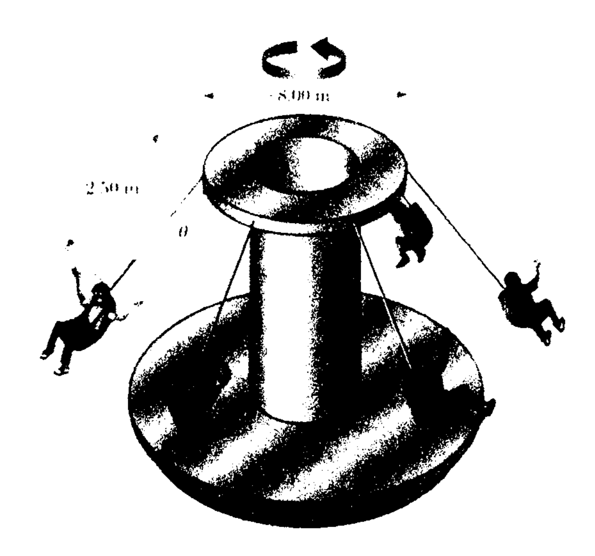
58- يوضح الشكل P57.6 عجلة فيري قطرها 18.0m والتي تدور اربعة دورات في الدقيقه (a) ما مقدار التسارع العمودي للراكب. ما مقدار القوة التي يؤثر بها المقعد على راكب كتلته 40.kg (b) عند أسفل نقطه للرحلة (c) عند اعلى نقطه للرحلة، (d) احسب القوه (مقداراً واتجاهاً) التي يؤثر بها المقعد على الراكب عندما يكون الراكب في منتصف المسافة بين القمه والقاع.



شكل P57.6

59- محطة فضاء في صورة عجلة كبيرة قطرها 120m تدور حتى تعطي جاذبية صناعية مقدارها $30 m/sec^2$ للأشخاص الجالسين على الحافة الخارجية للعجلة. احسب تردد الدوران للعجله (دورة كل دقيقة) والتي تعطي هذا التأثير

60- تتكون احدى اللعب المسليه في مدينة ملاهي من منصه دائرية قطرها 8.0 m يتدلى منها سلاسل مهملة الكتلة طول كل منها 2.5m وفي نهايتها مقاعد كتلة الواحد 10 kg(شكل P60.6). عندما تدور المنصه تصنع السلاسل زاويه $\theta = 28°$ مع المحور الرأسي (a) احسب سرعة كل مقعد (b) ارسم رسماً هندسياً للجسم الحر لطفل كتلته 40kg يجلس في المقعد واحسب الشد في السلسلة.



شكل P60.6

61-قطعه معجون موضعها الابتدائي هو النقطة A على حافة عجلة جلخ تدور حول محور أفقي.ازيحت قطعة المعجون من النقطة A عندما يكون القطر عند A افقياً بعد ذلك، ترتفع قطعة المعجون رأسياً وتعود مرة أخرى الى A عندما تكمل العجلة دورة كامله (a) احسب سرعة نقطة على حافة العجلة بدلالة التسارع الناتج عن الجاذبية ونصف قطر العجله (b) إذا كانت كتلته قطعة المعجون هي m ما مقدار القوة اللازمة لتظل قطعة المعجون ملتصقه بالعجله.

62- تتكون احدى لعب التسليه في مدينة ملاهي من أسطوانه رأسيه كبيرة تلف حول محورها بسرعة كافيه لدرجة أن شخص داخل الاسطوانه يظل ملتصقاً بالجدار حتى بعد اسقاط ارضية الأسطوانه (شكل P62.6). اذا كان معامل الاحتكاك الاستاتيكي بين الشخص والحائط هو μ_s ونصف قطر الاسطوانه هو R (a) اثبت أن أقصى زمن دوري لازم لشخص حتى لا يسقط هو $T=(4\pi^2 R\mu_s/g)^{1/2}$ (b) احسب القيمة العدديه للزمن الدوري T اذا كانت R=4.0m و $\mu_s=0.400$. ما عدد الدورات التي تحدثها الاسطوانه في الدقيقه.

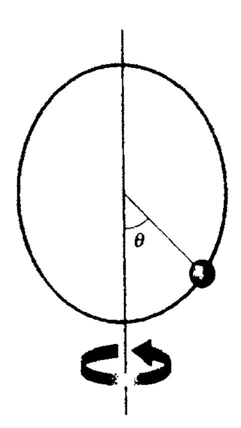


شكل P62.6

63- طريق منحنى عبـاره عن جـزء من دائرة افقيه. عندما تتحرك سياره بسرعة ثابتة 14.0m/s فـإن القـوة الكليـة التي تؤثر على السائق يكون مقدارها 130N . ما مقدار واتجاه القوة الكلية التي تؤثر على السائق إذا ما اصبحت سرعتها 18.0m/s .

64- تتحـرك سيـارة على منحنى منحدر كمـا بالشكل 6.6 نصف قطر انحناء الطريق هو R وزاوية الانحدار هي θ ومعامل الاحتكاك الاستـاتيكي هو μ_s (a) احسب مدى السرعات التي يمكن للسياره ان تكتسبها بدون انزلاقـها لداخل او لخـارج السطح المنحدر. (b) أحسب أقل قيمة لمعامل الاحتكاك μ_s بحيث يكون الحد الأدنى للسرعه صفراً (c) مـا مدى السرعـات الممكنه اذا كـانت R=100m و $\theta = 10.0°$ و $\mu_s = 0.100$ (شروط الانزلاق).

65- يمكن لخرزه مفرده أن تنزلق بدون احتكاك على سلك منحنى كـدائره نصف قطرها 15.0cm كمـا بالشكل P65.6. إذا كـانت الدائرة في مستوى رأسي دائمـاً وتدور الخـرزه بالزاويه θ التي يصنعـهـا الخط الواصل من مركز الدائرة إلى الخرزه مع الرأسي (a) عند اي زاويه من ادنى نقطه يمكن للخـرزه أن تبـقى دون حركه وذلك بالنسبة للدائره الدواره (b) كرر المسأله اذا كان زمن دوران الدائره هو 0.850.s.



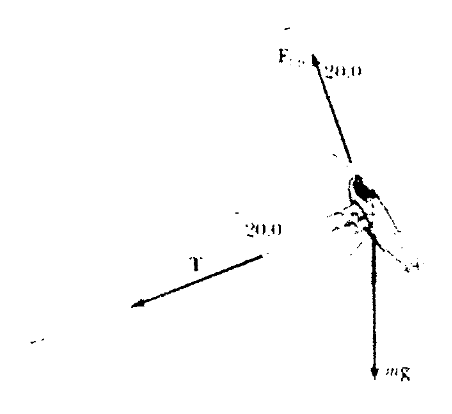
شكل P65.6

66- تعطى المعادله F [illegible] $br^2\upsilon^2$ مقدار القوه المقـاومـة (بالنيـوتن) التي تؤثر بهـا رياح تتحرك بسرعه υ (بالمتر/ثانيه) على كره نصف قطرها r (بالمتـر)، حيث a، b ثابتـان قيمتاهما العدديه هما $a=3.10\times10^{-4}$ و b=0.870. باستخدام هذه العلاقه اوجد السرعه النهائيه لقطرات الماء التي تسقط في الهواء تحت تأثير وزنها باستخدام أنصاف الاقطار التاليه لقطرات الماء.

(a) 10 μm ، (b) 100 μm (c) 1.0 mm .

لاحظ أنه في (a) ، (c) يمكنك الحصـول على اجابات دقيقه دون الحاجه لحل معادله الدرجة الثانيه وذلك بالأخذ في الاعتبار الحد الذي يضيف لمقاومة الهواء وأهمال الحد الأقل تأثيراً.

67- يطير نموذج طائره كتلته 0.75kg بسرعه 35.0m/s في دائرة أفقية في نهاية سلك تحكم طوله 0.6m . إحسب الشد في السلك اذا كان يصنع زاوية 20.0° مع الأفقي. القوى التي تؤثر على الطائره هي الجذب في سلك التحكم، ووزنها والدفع الايروديناميكي الذي يؤثر بزاويه 20° الى الداخل مع الرأسي كما بالشكل P67.6.



شكلP67.6

68- يسقط جسم كتلته 9.0kg من السكون في وسط لزج متأثر بقوة مقاومه **R=-bv** حيث **v** هي سرعة الجسم.اذا كانت سرعة الجسم تصل الى نصف سرعته النهائيه بعد 5.54s (a) احسب السرعه النهائيه (b) ما هو الزمن اللازم لتصبح سرعة الجسم ثلاثه ارباع سرعته النهائية. (c) المسافة التي يقطعها الجسم في الـ 5.54s الأولى.

69- تم إعطاء أعضاء نادي الفضاء النتائج التاليه لاستخدامها في التخطيط عند القذف. في الجدول d هي المسافه التي يسقطها رجل الفضاء من السكون في " موضع سقوط حر ومستقر ومتسع كداله في الزمن t (a) حول المسافه من قدم الى متر. (b) ارسم العلاقه d (بالمتر) مع الزمن t (c) احسب قيمة السرعة النهائية υ_t وذلك من الجزء المستقيم من المنحنى (d) استخدم طريقة (أقل المربعات least Square) لحساب هذا الميل.

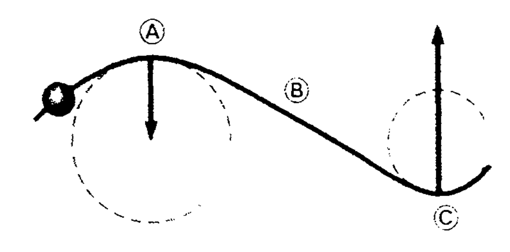
t (s)	d(ft)
1	16
2	62
3	138
4	242
5	366
6	504
7	652
8	808
9	971
10	1 138
11	1 309
12	1 483
13	1 657
14	1 831
15	2 005
16	2 179
17	2 353
18	2 527
19	2 701
20	2 875

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.6) لا: يُغير التسارع المماسي من قيمة السرعه فقط في متجه السرعه (دون الاتجاه) . لكي تتحرك السيارة في دائره فإن اتجاه متجه السرعه يجب أن يتغير ولكي يحدث ذلك لابد من وجود تسارع عمودي.

(2.6) تسير الكره في مسار دائري نصف قطره اكبر من نصف قطر المسار الدائري الاصلي، وبالتالي لابد أن تتواجد بعض القوى الخارجيه التي تسبب التغير في اتجاه متجه السرعه. لا يجب آن تكون القوه الخارجيه شديده مثل الشد الاصلي في الحبل لأنه إذا كانت كذلك فإن الكره ستتبع المسار الأصلي (b) مرة أخرى تسير الكره في قوس بما يعني وجود نوع ما من القوى الخارجيه. كما في الجزء (a)، تكون القوه الخارجيه متجهه نحو مركز القوس الجديد وليس تجاه مركز المسار الدائري الاصلي. (c) تتأثر الكره بتغير حاد في السرعه- من نقطه التماس للدائره الى العمودي عليها- وبالتالي فإنها تتأثر بقوه كبيره والتي لها مركبه مضادة لسرعة الكره (مماسه للدائره) ومركبه أخرى في اتجاه نصف القطر (d) تسير الكره في خط مستقيم مماسا للمسار الأصلي. إذا كان هناك قوى خارجية، لن يكون لها مركبه عموديه على هذا الخط لأنه اذا كان غير ذلك، فإن المسار سيكون منحنى. في الحقيقه، إذا انقطع الحبل ولا يوجد قوى أخرى تؤثر على الكره، ينص قانون نيوتن الأول أن تستمر الكرة في مسار على طول المماس وبسرعة ثابته

(3.6) عند (A) يكون المسار على طول محيط الدائره الاكبر. لهذا سيؤثر السلك بقوة متجهه نحو مركز الدائرة على الخرزه. حيث أن السرعة ثابتة فإنه لايوجد مركبه مماسيه للقوه. عند (B) لايكون المسار منحنياً وبالتالي لايؤثر السلك بأي قوه على الخرزه. عند (c) مره أخرى يكون المسار منحنياً ويؤثر السلك مره أخرى بقوه على الخرزه. هذه المرة تكون القوه متجهة تجاه المركز للدائره الاصغر. حيث إن نصف قطر هذه الدائرة أصغر فإن مقدار القوة التي تؤثر على الخرزه يكون أكبر من قيمته عند (A)





صورة محيرة

تتسلق سمكة السلمون الدَّرج في نهر ماك نيل في الاسكا. لماذا يتم بناء مثل هذا الدَّرج حول السد؟ هل يختزل هذا الدَّرج كمية الشغل التي يجب أن تبذلها السمكة لتعبُر السد.

الفصل السابع 7

الشغل وطاقة الحركة

Work and Kinetic Energy

ويتضمن هذا الفصل :

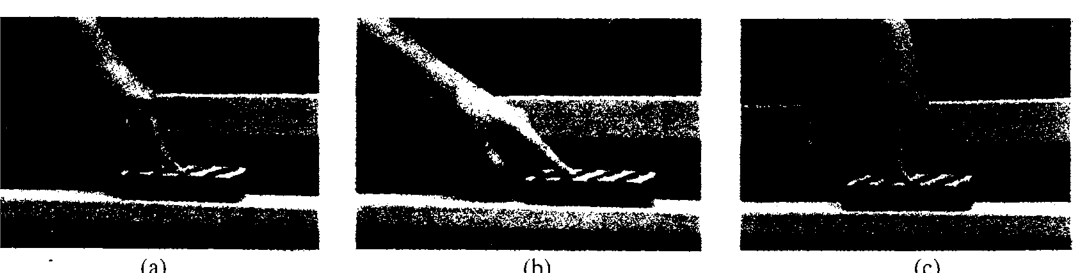
يعتبر مفهوم الطاقة أحد أهم الموضوعات في العلوم والهندسة. في حياتنا اليومية نرى الطاقة في صورة وقود لوسائل النقل والتدفئة، الكهرباء للإضاءة وتشغيل الاجهزة الكهربائية، والغذاء للإستهلاك. مع ذلك فإن كل هذه الافكار لا تُعرف الطاقة. أنها تخبرنا فقط ان الوقود مطلوب لأداء الأعمال وأن هذا الوقود يمدنا بشئ يطلق عليه الطاقة.

في هذا الفصل سنقدم أولاً مفهوم الشغل. يُبذل الشغل بواسطة قوة تؤثر على جسم عندما تتحرك نقطة تأثير القوة لمسافة معينة ويكون للقوة مركبة في اتجاه الحركة. بعد ذلك سنعرف طاقة الحركة وهي الطاقة التي يكتسبها جسم بسبب حركته. بصورة عامة، يمكن تعريف الطاقة بأنها قدرة الجسم على بذل شغل. سنرى أن مبدأي الشغل وطاقة الحركة يمكن تطبيقهما على ديناميكا نظام ميكانيكي وبدون الرجوع لقوانين نيوتن. في الحالات المعقدة يسمح استخدام مفهوم الطاقة بمعالجة اسهل من استخدام التطبيق المباشر لقانون نيوتن الثاني. مع ذلك، من المهم أن نؤكد على أن مفهوم الشغل- الطاقة يعتمد اساساً على قوانين نيوتن وبالتالي يسمح بنتائج تتفق دائماً مع هذه القوانين.

هذه الطريقة البديلة في وصف الحركة تكون مفيدة خاصة عندما تعتمد القوة المؤثرة على موضع الجسم. في هذه الحالة لايكون التسارع ثابتاً وبالتالي لايمكننا تطبيق المعادلات الكينماتيكية التي تم تقديمها في الفصل 2. غالباً ما يتعرض الجسم في الطبيعة إلى قوة تغير من موضعه. تشمل هذه القوى الجاذبية، والقوة التي تؤثر على جسم معلق في زنبرك. بالرغم من امكانية تطبيق الطرق العددية لتحليل مثل هذه المواقف- كتلك التي تم وصفها في قسم 5.6، فإن استخدام فكرة الشغل والطاقة غالباً ما يكون اسهل كثيراً. سندرس طرق التعامل مع أنظمة معقدة بمساعدة نظرية هامة جداً تدعى نظرية الشغل- طاقة الحركة والتي تعد الهدف الاساسي لهذا الفصل.

1.7 الشغل المبذول بقوة ثابتة WORK DONE BY A CONSTANT FORCE

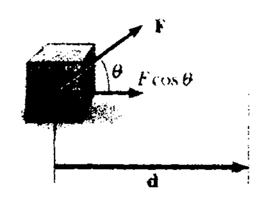
كل التغيرات التي استخدمناها من قبل- السرعة والتسارع والقوة.. إلخ تحمل تقريباً نفس المعنى في الفيزياء مثلها مثل ما نستخدمه في حياتنا اليومية. ومع ذلك فإننا نواجه الآن اصطلاح يحمل معنى فيزيائي يختلف تماماً عما نعنيه في حياتنا اليومية ذلك هو "الشغل".



(a) (b) (c)

شكل 1.7 دفع ممحاة على طول حوض السبورة

لكي نفهم ماذا يعني "الشغل" بالنسبة للفيزياء افترض الوضع الموضح في الشكل 1.7 . عند تطبيق قوة على ممحاة سبورة، فإن الممحاة تنزلق على طول حوض السبورة. اذا ماكنا نهتم بدراسة كيفية تأثير القوة في تحريك الممحاه، فإنه من الضروري الاهتمام بكل من مقدار واتجاه القوة. إذا افترضنا ان مقدار القوة المستخدمة هو نفسه في الثلاث صور الفوتوغرافية، واضح أن الممحاة تتحرك في الوضع 1.7b أكثر منه في الوضع 1.7a . من ناحية أخرى يوضح الشكل 1.7c الوضع الذي فيه لا يؤدي تطبيق القوة إلى حركة الممحاة نهائياً مهما كانت قوة الدفع لها (هذا مالم تكن القوة بالقدر الذي يؤدي إلى كسر شئ ما). بالتالي عند تحليل القوى لحساب الشغل الناتج، يجب الاهتمام بطبيعة متجه القوة. كذلك فإننا نحتاج أن نعرف المسافة التي قطعتها الممحاة على حوض السبورة إذا ما أردنا حساب الشغل اللازم لإحداث الحركة. تحرك الممحاة 3cm يتطلب شغلاً أكثر عما تحتاجه عند تحريكها 2cm.



شكل 2.7 إذا ما ازيح الجسم مسافة **d** تحت تأثير قوة ثابتة **F** فإن الشغل المبذول بهذه القوة يساوي $(F \cos \theta)\, d$.

دعنا ندرس الوضع الموضح في الشكل 2.7 حيث يعاني جسم ازاحه **d** في خط مستقيم عندما يؤثر عليه بقوة ثابتة **F** والتي تصنع زاوية مقدارها θ مع **d**

الشغل المبذول بقوة ثابتة

الشغل W المبذول على جسم بقوة ثابتة هو حاصل ضرب مركبة القوة في اتجاه الازاحة في مقدار الازاحة

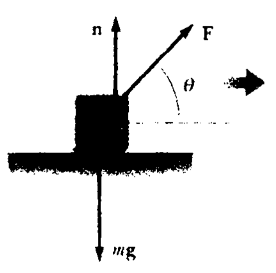
$$W = Fd \cos \theta \qquad \textbf{(1.7)}$$

كمثال للتمييز بين هذا التعريف وكلمة الشغل التي نستخدمها في حياتنا اليومية افترض انك قد حملت كرسي بذراعيك لمدة ثلاث دقائق. في نهاية هذه الفترة قد يؤدي اجهاد ذراعك إلى الاعتقاد بأنك بذلت كمية شغل كبيرة على الكرسي. طبقاً للتعريف هنا، إنك لاتكون قد بذلت شغلاً ما. لقد اثرت بقوة لتبقى على الكرسي موفوعاً[1] بذراعيك لكنك لم تحركه. القوة لاتبذل شغلاً على الجسم ما لم تحركه ويتضح ذلك من المعادلة 1.7 عند وضع $d=0$ تعطي $W=0$. يوضح الشكل 1.7c هذا الوضع.

يتضح ايضاً من المعادلة1.7 ان الشغل المبذول بقوة على جسم متحرك تساوي صفراً عندما تكون القوة المستخدمة عمودية على اتجاه ازاحة الجسم حيث أن $\theta = 90°$ تعطي $W=0$ حيث أن $\cos 90° = 0$. على سبيل المثال- شكل 3.7- الشغل المبذول بالقوة العمودية على الجسم والشغل المبذول بقوة الجاذبية على جسم كليهما يساوي صفراً لأن كلتا القوتين عموديتان على الازاحة وليس لهما مركبة في اتجاه **d**.

(1) في الحقيقة إنك تبذل شغلاً عند رفع الكرسي لأن عضلاتك تنكمش وتسترخي باستمرار هذا يعني انها تؤثر بقوى داخلية على ذراعك. هكذا فإن جسمك يبذل شغلاً ولكن داخليا على نفسه وليس على الكرسي.

تعتمد اشارة الشغل على اتجاه **F** بالنسبة إلى **d**. يكون الشغل المبذول موجباً عندما يكون المتجه المصاحب للمركبة $F \cos \theta$ في نفس اتجاه الازاحة على سبيل المثال عند رفع جسم لأعلى فإن الشغل المبذول بالقوة المستخدمة موجباً لان اتجاه القوة لأعلى، أي، في نفس اتجاه الازاحة. عندما يكون المتجه المصاحب للمركبة $F \cos \theta$، مثل جسم مرفوع، فإن الشغل المبذول بقوة الجاذبية على الجسم يكون سالباً. المعامل $\cos \theta$ في تعريف W (المعادلة 1.7) يأخذ ذلك في الاعتبار. من المهم أن تلاحظ أن **الشغل هو انتقال طاقة** وإذا انتقلت طاقة إلى المنظومة (الجسم) تكون W موجبة. إذا انتقلت طاقة من المنظومة، تكون W سالبة.



شكل 3.7 عند ازاحة جسم على سطح افقي املس فإن القوة العمودية **n** وقوة الجاذبية mg لاتبذلا شغلاً على الجسم. في هذا الوضع الموضح هنا تكون **F** هي القوة الوحيدة التي تبذل شغلاً.

إذا كانت القوة المستخدمة **F** تؤثر في اتجاه الازاحة، حينئذ $\theta = 0$ و $\cos \theta = 1$. في هذه الحالة تعطي المعادلة 1.7

$$W = Fd$$

الشغل كمية قياسية ووحداته هي حاصل ضرب قوة في طول. لهذا فهو بوحدات النظام الدولي لوحدات القياس (SI) يكون **نيوتن- متر أو جول**.

اختبار سريع 1.7

هل من الممكن لمركبة القوة التي تعطي تسارع عمودي لجسم ان تبذل شغلاً على الجسم (مثل القوة التي تؤثر بها الشمس على الأرض والتي تُثَبِتْ الارض في مسارها الدائري حول الشمس).

بصورة عامة قد يتحرك الجسم بسرعة ثابتة أو سرعة متغيرة تحت تأثير قوى عديدة. في هذه الحالة حيث إن الشغل كمية قياسية فإن الشغل المبذول لازاحة جسم هو المجموع الجبري لمقادير الشغل المبذول بكل القوى.

مثال 1.7 السيد عامل النظافة

يسحب عامل النظافة مكنسة كهربائية بقوة مقدارها F= 50.0 N بزاوية 30° مع الأفقي (شكل 4.7a). احسب الشغل المبذول بالقوة على المكنسة الكهربائية عند ازاحتها 3.0m تجاه اليمين.

الحل: لانهم ساعدونا في معرفة أي من القوى التي تؤثر على الجسم يمكن أخذها في الاعتبار فإن رسماً مثل شكل 4.7b يكون مفيداً عندما تريد جُمع المعلومات وتنظيم الحل. هنا نستخدم تعريف

الشغل (المعادلة 1.7)

$$W = (F \cos \theta)\, d$$

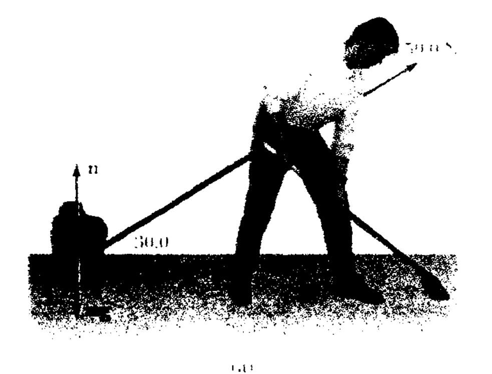
$$= (50.0\ N)(\cos 30.0^\circ)(3.0m) = 130\ N{\cdot}m$$

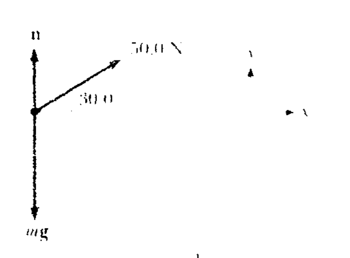
$$= 130\ J$$

شئ وحيد يجب أن نتعلمه من هذا المثال وهو أن القوة العمودية n، وقوة الجاذبية $F_g = mg$، والمركبة العمودية للقوة المستخدمة $(50.0N)(\sin 30^\circ)$ لاتبذل شغلاً على المكنسة لأن هذه القوى عمودية على اتجاه الازاحة.

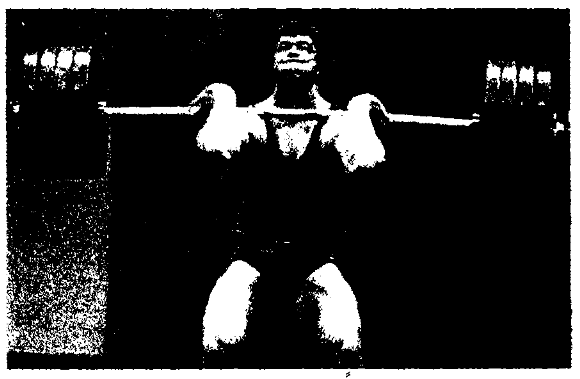
تمرين: احسب الشغل الذي يبذله الرجل على المكنسة إذا سحبها مسافة 3.0m بقوة أفقية مقدارها 32.0N.

الاجابة: 96 J.

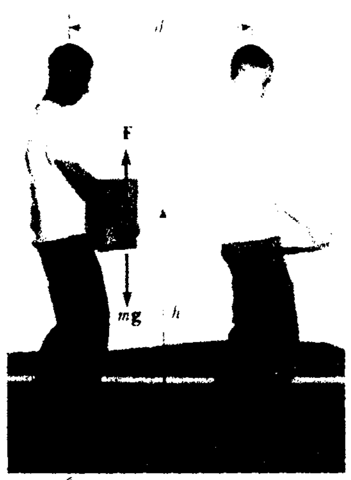




شكل 4.7 (a) مكنسة كهربائية مسحوبة بزاوية 30.0° مع الأفقي (b) رسم هندسي للجسم الحر للقوى التي تؤثر على المكنسة.



لايبذل رافع الاثقال شغلاً عند وضع قضيب الاثقال على كتفيه (إذا امكنه وضع القضيب على كتفيه وجعل ركبتيه ملتصقتان فإنه يكون قادراً على تحمل الاثقال لفترة طويلة بعض الشئ). هل يبذل شغلاً عند رفع الاثقال إلى هذا الارتفاع.



شكل 5.7 يرفع رجل صندوقاً كتلته m مسافة رأسية h ويمشي افقياً مسافة d.

اختبار سريع 2.7

يرفع رجل صندوقاً ثقيلاً كتلته m مسافة رأسيه h ثم تحرك افقيا مسافة d كما هو موضح بالشكل 5.7. أحسب (a) الشغل الذي يبذله الرجل على الصندوق. (b) الشغل المبذول على الصندوق نتيجة قوة الجاذبية.

2.7 حاصل الضرب القياسي لمتجهين:
THE SCALAR PRODUCT OF TWO VECTORS

2.6 نظراً للطريقة التي تم بها ربط متجهي القوة والازاحة في المعادلة 1.7 فإنه من المفيد أن نستخدم طريقة رياضية مبسطة تسمى **الضرب القياسي**. هذه الطريقة تسمح لنا بتوضيح طريقة التأثير المتبادل بين **F** و **d** وبطريقة تعتمد على مدى قرب توازي بعضهم من بعض. يكتب هذا الضرب القياسي **F.d** (بسبب النقطة بين **F**، **d** فغالباً ما يطلق عليه **الضرب المنقوط** dot product) وبالتالي يمكن كتابة المعادلة 1.7 كحاصل ضرب قياسي.

التعبير عن الشغل كضرب قياسي **(2.7)** $W=\mathbf{F}\cdot\mathbf{d}=Fd\cos\theta$

بصورة أخرى فإن $\mathbf{F}\cdot\mathbf{d}$ (تقرأ F dot d) هي اختصار للمقدار $Fd\cos\theta$

حاصل الضرب القياسي لأي متجهين **A** و **B**

بصورة عامة، حاصل الضرب القياسي لأي متجهين **A** و **B** هو كمية قياسية تساوي حاصل ضرب مقدارا المتجهين وجيب تمام الزاوية بينهما θ.

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=AB\cos\theta \qquad (3.7)$$

الشكل 6.7 يوضح هذه العلاقة. لاحظ أنه ليس من الضروري أن يكون للمتجهين **A** و **B** نفس الوحدات.

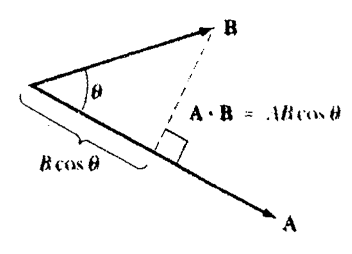
في الشكل 6.7 $B\cos\theta$ عبارة عن مسقط **B** على **A**. لهذا فإن المعادلة 3.7 تنص على أن $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ هو حاصل ضرب المقدار **A** في مسقط **B** على **A**.

من الطرف الايمن للمعادلة 3.7 نلاحظ أيضاً أن الضرب القياسي **"تبادلي"**

أي أن $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=\mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$ يمكن عكس الترتيب في الضرب القياسي

أخيراً يخضع الضرب القياسي لقانون التوزيع في الضرب أي أن:

$$\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}+\mathbf{C})=\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}+\mathbf{B}\cdot\mathbf{C}$$



شكل 6.7 حاصل الضرب القياسي $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ يساوي مقدار **A** مضروباً في $B\cos\theta$ والتي تمثل مسقط **B** على **A**.

من السهل حساب الضرب القياسي من المعادلة 3.7 عندما يكون **A** عمودياً أو موازيا للمتجه **B**. إذا كان **A** عمودياً على **B** ($\theta=90°$) فإن $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=0$. (يتحقق التساوي $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=0$ ايضاً- في الحالات الأكثر بساطة عندما يكون**A** أو **B** مساويا صفراً). إذا كان المتجه **A** يوازي المتجه **B** وكليهما له نفس الاتجاه ($\theta=0$) فإن $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=AB$. إذا كان المتجه **A** يوازي المتجه **B** ولكن كل منهما يسير في اتجاه عكس الآخر ($\theta=180°$) حينئذ $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=-AB$. يكون حاصل الضرب القياسي سالباً إذا كانت $90° < \theta < 180°$.

وحدات المتجه **i** و **j**، **k** التي تم تعريفها في الفصل 3، تقع في الاتجاه الموجب للاتجاهات x و y، z على التوالي في نظام المحاور المتعامدة. لهذا ينتج من تعريف **A·B** أن الضرب القياسي لوحدات المتجهات هو:

$$\mathbf{i\cdot i} = \mathbf{j\cdot j} = \mathbf{k\cdot k} = 1 \qquad (4.7)$$

الضرب المنقوط لوحدات المتجه

$$\mathbf{i\cdot j} = \mathbf{i\cdot k} = \mathbf{j\cdot k} = 0 \qquad (5.7)$$

توضح المعادلتان 18.3 و 19.3 أن المتجهين **A**و **B** يمكن التعبير عنهما بدلالة مركباتهما كما يلي:

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$$

باستخدام المعلومات المعطاه في المعادلتين 4.7 و 5.7 نستنتج أن الضرب القياسي للمتجهين **A**و **B** هو:

$$\mathbf{A\cdot B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z \qquad (6.7)$$

(تفاصيل الاستنتاج تم تركها لك في المسألة 10.7). في الحالة الخاصة **A= B** نجد أن:

$$\mathbf{A\cdot A} = A_x{}^2 + A_y{}^2 + A_z{}^2 = A^2$$

اختبار سريع 3.7

إذا كان الضرب القياسي لمتجهين موجباً هل يُحتم ذلك أن تكون المركبات الكرتيزية للمتجهين موجبة؟.

مثال 2.7 الضرب القياسي

يعطي المتجهان **A** و **B** بالصورة $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ و $\mathbf{B}=-\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ احسب الضرب القياسي **A·B**.

الحل:

$$\begin{aligned}\mathbf{A\cdot B} &= (2\mathbf{i}+ 3\mathbf{j})\cdot(-\mathbf{i}+ 2\mathbf{j})\\ &= -2\mathbf{i\cdot i} + 2\mathbf{i}\cdot 2\mathbf{j} - 3\mathbf{j\cdot i} + 3\mathbf{j}\cdot 2\mathbf{j}\\ &= -2(1) + 4(0) - 3(0) + 6(1)\\ &= -2+ 6= 4\end{aligned}$$

---

(2) هذا يكافئ القول بأن **A·B** يساوي حاصل ضرب مقدار **A** في مسقط **A** على **B**.

(3) هذا واضح لكن في الفصل 11 سنجد طريقة اخرى لجمع المتجهات وهي ذات اهمية في الفيزياء لكنها ليست تبادلية.

حيث استخدمنا الحقائق التالية: $\mathbf{i}\cdot\mathbf{i}=\mathbf{j}\cdot\mathbf{j}=1$ و $\mathbf{i}\cdot\mathbf{j}=\mathbf{j}\cdot\mathbf{i}=0$. نفس النتيجة يمكن الحصول عليها عندما نستخدم المعادلة 6.7 مباشرة حيث $A_x = 2$ و $A_y = 3$ و $B_x = -1$ و $B_y = 2$

(b) احسب الزاوية بين **A** و **B**

الحل: مقدار **A** و **B** هما:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

باستخدام المعادلة 3.7 والنتيجة من الجزئية (a) نحصل على:

$$\cos\theta = \frac{\mathrm{A}\cdot\mathrm{B}}{AB} \quad \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{4}{8.06} = 60.2^\circ$$

مثال 3.7 الشغل المبذول بقوة ثابتة

يعاني جسم يتحرك في المستوى xy ازاحة مقدارها $\mathbf{d}= (2.0\mathbf{i} + 3.0\mathbf{j})$ m عندما تؤثر على الجسم قوة مقدارها $\mathbf{F}= (5.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j})$ N (a) احسب مقدارا الازاحة والقوة.

الحل:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2.0)^2 + (3.0)^2} = 3.6 \text{ m}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5.0)^2 + (2.0)^2} = 5.4 \text{ m}$$

(b) احسب الشغل المبذول بالقوة **F**

الحل: بالتعويض عن **F** و **d** في المعادلتين 4.7 و 5.7 نحصل على:

$$W = \mathbf{F}\cdot\mathbf{d}= (5.0\mathbf{i}+ 2.0\mathbf{j}).\ (2.0\mathbf{i}+ 3.0\mathbf{j})\ \text{N.m}$$

$$= 5.0\mathbf{i}.\ 2.0\mathbf{i}+ 5.0\mathbf{i}\cdot 3.0\mathbf{j}+ 2.0\mathbf{i}\cdot 2.0\mathbf{j}+ 2.0\mathbf{i}\cdot 3.0\mathbf{j}$$

$$= 10+ 6= 16\mathbf{J}$$

تدريب: احسب الزاوية بين **F** و **d**.

الاجابة: 35°

3.7 الشغل المبذول بقوة متغيرة WORK DONE BY A VARYING FORCE

افترض أن جسماً أُزيح في اتجاه المحور x تحت تأثير قوة متغيرة. افرض أن الازاحة في اتجاه زيادة x من x_i إلى x_f. في مثل هذا الوضع لايمكننا استخدام $W=(F\cos\theta)d$ في حساب الشغل المبذول بالقوة، لأن هذه العلاقة تستخدم فقط في حالة القوة الثابتة في المقدار والاتجاه. ومع ذلك، لو تصورنا أن الجسم يعاني ازاحة صغيرة جداً Δx، كما بالشكل 7.7a فإن مركبة القوة F_x في اتجاه x تكون ثابتة تقريباً في هذه الفترة. في حالة الإزاحات القصيرة يمكن التعبير عن الشغل المبذول بالقوة بما يلي:

$$\Delta W = F_x \Delta x$$

هذا المقدار عبارة عن المساحة المستطيلة المظللة في الشكل 7.7a. إذا ما تصورنا أن منحنى F_x مع x تم تقسيمه إلى عدد كبير من مثل هذه الفترات، حينئذ يكون الشغل الكلي المبذول من x_i إلى x_f يساوي تقريباً مجموع عدد كبير من هذه الحدود:

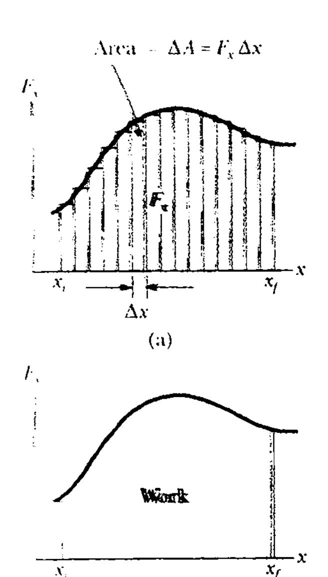
$$W \approx \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x$$

إذا ما أصبحت الإزاحات متناهية الصغر فإن عدد الحدود يزداد إلى عدد كبير جداً بلا حدود. ولكن المجموع يقترب من قيمة محددة تساوي المساحة المحددة بـF_x والمحور x

$$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_f} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx$$

هذا التكامل المحدود يساوي عدديا المساحة تحت منحنى F_x مع x بين x_i و x_f. لهذا يمكن التعبير عن الشغل المبذول بالقوة F_x عندما يتحرك الجسم من x_i إلى x_f في الصورة

الشغل المبذول بواسطة قوة متغيرة $$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx \qquad (7.7)$$



شكل 7.7 (a) الشغل المبذول بمركبة القوة F_x لإحداث ازاحة صغيرة Δx يساوي $F_x\Delta x$ ويساوي مساحة المستطيل المظلل. الشغل الكلي المبذول للازاحة من x_i إلى x_f يساوي تقريباً مجموع المساحات لكل المستطيلات. (b) الشغل المبذول من المركبة F_x لقوة متغيرة عندما يتحرك الجسيم من x_i إلى x_f تساوي تماماً المساحة تحت هذا المنحنى.

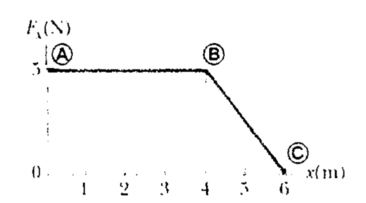
تختزل هذه المعادلة إلى المعادلة 1.7 عندما تكون المركبة $F_x = F\cos\theta$ ثابتة. إذا كان هناك أكثر من قوة تؤثر على الجسم فإن الشغل الكلي المبذول هو عبارة عن الشغل المبذول بالقوة المحصلة. إذا كتبنا القوة المحصلة في اتجاه x في الصورة $\sum F_x$ فإن صافي الشغل- net work، المبذول عندما يتحرك الجسم من x_i إلى x_f هو:

$$\sum W = W_{net} = \int_{x_i}^{x_f} (F_x) dx \qquad (8.7)$$

مثال 4.7 حساب الشغل الكلي المبذول من الرسم البياني

يوضح الشكل 8.7 قوة تتغير مع x تؤثر على جسم. احسب الشغل المبذول بهذه القوة على الجسم عندما يتحرك من $x = 0$ إلى $x = 6.0$.

الحل: الشغل المبذول بالقوة يساوي المساحة تحت المنحنى من $x_A = 0$ إلى $x_C = 6.0\text{m}$ هذه المساحة تساوي مساحة المستطيل من A إلى B بالإضافة إلى مساحة المثلث من B إلى C مساحة المستطيل هي $(4.0)(5.0)\ \text{N·m} = 20\text{J}$ ومساحة المثلث تساوي $\frac{1}{2}(2.0)(5.0)\text{N·m} = 5\text{J}$ وبالتالي يكون الشغل الكلي 25J.



شكل 8.7 القوة التي تؤثر على جسم تكون ثابتة للاربعة امتار الاولى للحركة ثم تتناقص خطياً مع x من $x_B = 4.0$ إلى $x_C = 6$. الشغل الكلي المبذول بالقوة هي المساحة تحت هذا المنحنى.

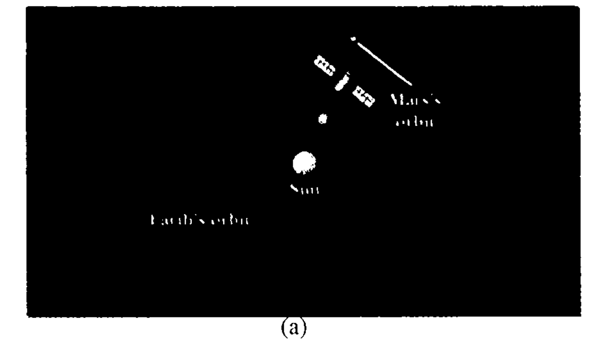
مثال 5.7 الشغل المبذول من الشمس على مجس

ينجذب مجس يتحرك بين الكواكب إلى الأرض- كما بالشكل 9.7a بقوة مقدارها

$$F = -1.3 \times 10^{22}/x^2$$

حيث x هي المسافة المقاسة من الارض إلى المجس. عين بيانياً وتحليلياً الشغل المبذول من الشمس على المجس عندما تتغير المسافة بينهما من $1.5 \times 10^{11}\text{m}$ إلى $2.3 \times 10^{11}\text{m}$.

الحل البياني : توضح الاشارة السالبة في معادلة القوة أن المجس ينجذب إلى الشمس. حيث أن المجس يتحرك مبتعداً عن الشمس فإنه من المتوقع أن



(a)

(b)

شكل 9.7 (a) يتحرك مجس بين الكواكب من موقع قريب من مسار الشمس في اتجاه خارج قطرياً من الشمس وينتهي بالقرب من مدار المريخ. (b) تغير قوة التجاذب مع المسافة للمجس المتحرك بين الكواكب.

يكون الشغل المبذول سالباً . باستخدام رسم بياني أو أي طريقة عددية يمكن عمل رسم بياني كما هو موضح بالشكل 9.7b . يناظر كل مربع صغير في الشبكة مساحة $(0.05N)(0.1x\ 10^{11}\ m)= 5\ x\ 10^8\ N{\cdot}m$. وحيث أنه يوجد تقريباً 60 مربع مظلل، فإن المساحة الكلية (وهي سالبة لانها تحت محور x) تساوي تقريباً $-3\ x\ 10^{10}N{\cdot}m$. يمثل ذلك الشغل الذي تبذله الشمس على المجس.

الحل التحليلي: يمكننا باستخدام المعادلة 7.7 لحساب قيمة الشغل المبذول على المجس بدقة أكثر. لاجراء هذا التكامل فإننا نستخدم الصيغة الاولى من الجدول B.5 في الملحق باعتبار $n=-2$.

$$W = \int_{1.5\times10^{11}}^{2.3\times10^{11}} \left(\frac{-1.3\ \times\ 10^{22}}{x^2}\right)dx$$

$$= (-1.3\ \times\ 10^{22})\int_{1.5\times10^{11}}^{23\times10^{11}} x^{-2}\ dx$$

$$= (-1.3\ \times\ 10^{22})(-x^{-1})\Big|_{1.5\times10^{11}}^{23\times10^{11}}$$

$$= (-1.3\ \times\ 10^{22})\left(\frac{-1}{2.3\times10^{11}} - \frac{-1}{1.5\times10^{11}}\right)$$

$$= -3.0\ \times\ 10^{10}\,J$$

تمرين: هل هناك فرق، في حالة ما إذا كان مسار المجس ليس متجهاً نحو الخط القطري الخارج من الشمس.

الاجابة: لا. تعتمد قيمة W فقط على الموضع الابتدائي والموضع النهائي وليس على المسار المأخوذ بين هاتين النقطتين.

الشغل المبذول بزنبرك Work Done By a Spring

هناك نظام فيزيائي شائع وفيه تتغير القوة مع الموضع كما بالشكل 10.7 . افترض ثقل على سطح أفقي أملس مربوط في زنبرك. إذا تم شد او ضغط الزنبرك لمسافة صغيرة من نقطة الاتزان فإنه يؤثر بقوة على الثقل مقدارها

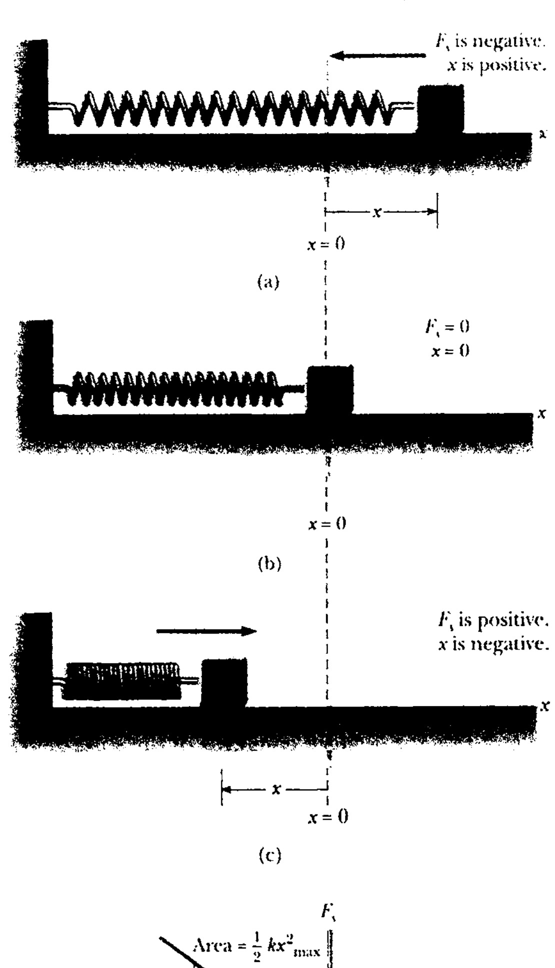
قوة الزنبرك $$F_x = -kx \qquad (9.7)$$

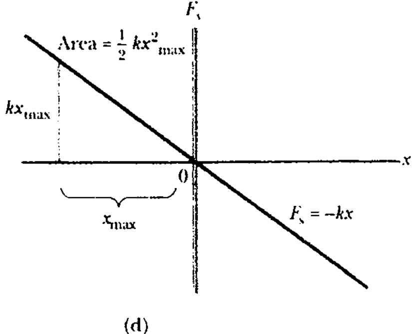
حيث x هي ازاحة الثقل من موضع سكونه $(x=0)$ و k ثابت موجب يسمى **ثابت القوة** للزنبرك. بصورة أخرى فإن القوة اللازمة لانبساط أو انضغاط الزنبرك تتناسب مع مقدار الانبساط أو الانضغاط. يتحقق قانون القوة للزنبرك ويسمى **قانون هوك** Hooke's Law فقط في الإزاحات الصغيرة جداً. قيمة k عبارة عن مقياس صلابة الزنبرك. الزنبرك الصلب تكون له k صغيرة.

اختبار سريع 4.7

ما هي وحدات k، ثابت القوة في قانون هوك.

تعني الاشارة السالبة في المعادلة 9.7 أن القوة التي يؤثر بها الزنبرك تكون دائماً في عكس اتجاه الازاحة. عندما تكون $x>0$ كما بالشكل 10.7a . فإن قوة الزنبرك تتجه ناحية اليسار- الاتجاه السالب لـ x. عندما تكون $x<0$ كما بالشكل 10.7c فإن قوة الزنبرك تتجه إلى اليمين- الاتجاه الموجب لـ x. عندما تكون $x=0$ كما بالشكل 10.7b فإن الزنبرك لايكون مشدوداً وبالتالي $F_s=0$. حيث إن قوة الزنبرك تؤثر دائماً في إتجاه موضع الاتزان ($x=0$) لهذا يطلق عليها احياناً قوة الارتداد Restoring Force . اذا تم ضغط الزنبرك حتى يصل الثقل إلى النقطة $-x_{max}$ ثم تتركه فإن الثقل سيتحرك من





شكل 10.7 تتغير القوة التي يؤثر بها الزنبرك على الصخرة مع ازاحة الصخرة x من موضع الاتزان $x=0$ (a) عندما تكون x موجبة (شد الزنبرك)، تكون قوة الزنبرك متجهه ناحية اليسار. (b) عندما تكون x صفراً (الطول الطبيعي للزنبرك) تكون قوة الزنبرك صفراً. (c) عندما تكون x سالبة (انضغاط الزنبرك)، تكون قوة الزنبرك متجهة ناحية اليمين. (d) رسم بياني للقوة F_s مع x لمنظومة الثقل-الزنبرك. الشغل المبذول بقوة الزنبرك عندما تتحرك الصخرة من $-x_{max}$ إلى Zero هي مساحة المثلث المظلل $\frac{1}{2}kx^2_{max}$

$+x_{max}$ إلى $-x_{max}$ ماراً بالنقطة Zero. بدلاً من ذلك فإنه إذا تم شد الزنبرك حتى يصل الثقل إلى النقطة $+x_{max}$ ثم تركه فإن الثقل يتحرك من $+x_{max}$ إلى $-x_{max}$ ماراً بالنقطة Zero. حينئذ يعكس الثقل اتجاهه لتعود إلى $+x_{max}$ ويستمر في التذبذب ذهاباً وعوده.

افترض أن الثقل تم دفعه ناحية اليسار لمسافة x_{max} من نقطة الاتزان ثم تتركه. دعنا نحسب الشغل المبذول Ws المبذول من قوة الزنبرك عندما يتحرك الثقل من $x_i = x_{max}$ إلى $x_f = 0$. باستخدام المعادلة 7.7 وفرض أن الثقل يمكن معاملته كجسم، نحصل على

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = \int_{-x_{max}}^{0} (-kx)dx = \tfrac{1}{2}kx_{max}^2 \qquad \textbf{(10.7)}$$

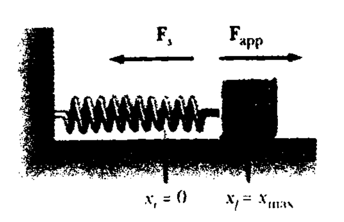
حيث استخدمنا التكامل غير المحدود $\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1)$ و $n=1$. الشغل المبذول بقوة الزنبرك يكون موجباً لأن القوة تكون في نفس اتجاه الازاحة (كلتاهما ناحية اليمين). عندما ندرس الشغل المبذول بزنبرك عندما يتحرك الثقل من $x_i=0$ إلى $x_f = x_{max}$ نجد أن $W_s = \frac{1}{2}kx_{max}^2$ لأنه في هذا الجزء من الحركة تكون الازاحة ناحية اليمين بينما تكون قوة الزنبرك إلى اليسار. لهذا فإن الشغل الكلي المبذول من قوة الزنبرك عندما يتحرك الثقل من $x_i = -x_{max}$ إلى $x_f = x_{max}$ يساوي صفراً.

يوضح الشكل 10.7d رسماً بيانياً للقوة F_s مع x. الشغل المحسوب من المعادلة 10.7 هي مساحة المثلث المظلل والذي يناظر الإزاحة من $-x_{max}$ إلى الصفر. حيث أن المثلث قاعدته x_{max} وارتفاع kx_{max} فإن مساحته $\frac{1}{2}kx_{max}^2$ وهو الشغل المبذول بالزنبرك كما هو معطى بالمعادلة 10.7.

إذا ما أحدث الثقل إزاحة اختيارية من $x = x_i$ إلى $x = x_f$ فإن الشغل المبذول من قوة الزنبرك يساوي

$$W_s = \int_{x_i}^{x_f} (-kx)dx = \tfrac{1}{2}kx_i^2 - \tfrac{1}{2}kx_f^2 \qquad \textbf{(11.7)}$$

على سبيل المثال إذا كان ثابت القوة هو 80 N/m وتم ضغط الزنبرك 3.0 cm من موضع الاتزان فإن الشغل المبذول من قوة الزنبرك عندما يتحرك الثقل مسافة 3.0- إلى موضع الاتزان $x_f=0$ هو 3.6×10^{-2} J. يلاحظ أيضاً من المعادلة 11.7 أن الشغل المبذول بقوة الزنبرك يساوي صفراً في أي حركة تنتهي من حيث بدأت $(x_i = x_f)$. سوف تستخدم هذه النتيجة الهامة في فصل 8 والتي سندرس بكثير من التفصيل حركة هذه المنظومة.



شكل 11.7 تم جذب الصخرة من $x_i=0$ إلى $x_f = x_{max}$ على سطح املس بالقوة F_{app}. إذا تم إجراء العملية ببطء شديد، فإن القوة المستخدمة تساوي وتضاد قوة الزنبرك عند أي لحظة

تصف المعادلتان 10.7 و 11.7 الشغل المبذول بالزنبرك على الثقل. الآن دعنا ندرس الشغل المبذول على الزنبرك بمؤثر خارجي External agent والذي يؤثر على الزنبرك ببطء من $x_i = 0$ إلى $x_f = x_{max}$ كما بالشكل 11.7. يمكن حساب هذا الشغل بملاحظة أنه عند أي قيمة للإزاحة،

فإن القوة المستخدمة $\mathbf{F}_{app}$ تساوي وتضاد قوة الزنبرك $\mathbf{F}_s$، لذلك فإن $F_{app} = -(-kx) = kx$. لهذا فإن الشغل المبذول بهذه القوة (المؤثر الخارجي) هو:

$$W_{F_{app}} = \int_0^{x_{max}} F_{app}\, dx = \int_0^{x_{max}} kx\, dx = \tfrac{1}{2} kx_{max}^2$$

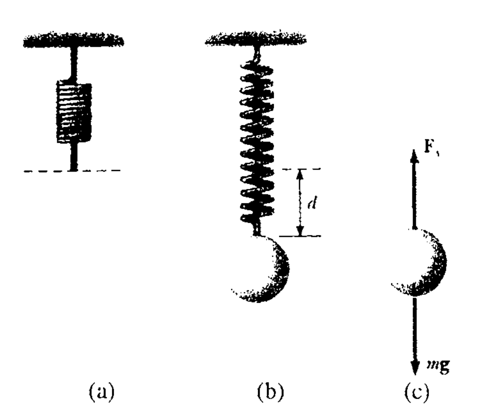
هذا الشغل يساوي سالب الشغل المبذول من الزنبرك لأحداث هذه الازاحة.

مثال 6.7 قياس k لزنبرك

يوضح الشكل 12.7 طريقة شائعة تستخدم في تعيين ثابت القوة للزنبرك.

يعلق الزنبرك رأسياً ويُلحق في نهايته جسم كتلته m . تحت تأثير الثقل mg استطال الزنبرك مسافة d من موضع الاتزان. وحيث إن قوة الزنبرك لاعلى (عكس الازاحة) فإنها تتزن مع قوة الجاذبية لاسفل mg وعندها يكون النظام في سكون. في هذه الحالة يمكننا تطبيق قانون هوك ليعطي

$$|\mathbf{F}_s| = kd = mg \quad \text{أو} \quad k = \frac{mg}{d}$$



شكل 12.7 تعيين ثابت القوة k للزنبرك. الاستطالة الحادثة من قوة بالجسم المعلق وزنه mg . حيث أن قوة الزنبرك تتزن مع قوة الجاذبية فإن $k = mg/d$.

على سبيل المثال إذا استطال الزنبرك مسافة 2.0cm وذلك عند تعليق جسم كتلته 0.55kg فإن ثابت القوة يساوى

$$k = \frac{mg}{d} = \frac{(0.55\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)}{2.0 \times 10^{-2}\text{ m}} = 2.7 \times 10^2\text{ N/m}$$

4.7 طاقة الحركة ونظرية الشغل- طاقة الحركة

KINETIC ENERGY AND THE WORK- KINETIC ENERGY THEOREM

8.10

من الصعب ان تستخدم قانون نيوتن الثاني لحل مسائل تشمل قوى معقدة. هناك طريقة أخرى وهي ايجاد العلاقة بين سرعة جسم متحرك وازاحته تحت تأثير بعض القوى. إذا ما أمكن حساب الشغل المبذول على جسم في إحداث ازاحة معينه حينئذ يكون من السهل حساب التغير في سرعة الجسم.

شكل 13.7 يعاني جسم ازاحة d وتغير في سرعته تحت تأثير قوة ثابتة صافية $\sum\mathbf{F}$

يوضح الشكل 13.7 جسم كتلته m يتحرك تجاه اليمين تحت تأثير قوة كلية $\sum\mathbf{F}$. وحيث أن القوة ثابتة، نجد أنه من قانون نيوتن الثاني أن الجسم يتحرك بتسارع ثابت **a**. إذا ما أزيح الجسم مسافة d فإن الشغل الكلي المبذول بالقوة الكلية $\sum\mathbf{F}$ هو

$$\sum W = \left(\sum F\right)d = (ma)d \qquad (12.7)$$

في الفصل 2 وجدنا أن هذه العلاقات تتحقق عندما يعاني الجسيم تسارعاً ثابتاً

$$d = \tfrac{1}{2}(v_i + v_f)t \qquad a = \frac{v_f - v_i}{t}$$

حيث v_i هي السرعة عند $t = 0$ و v_f هي السرعة عند الزمن t. بالتعويض عن هذه العلاقات في المعادلة 12.7 نجد أن:

$$\sum W = m\left(\frac{v_f - v_i}{t}\right)\tfrac{1}{2}(v_i + v_f)t$$

$$\sum W = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2 \qquad (13.7)$$

يمثل المقدار $\tfrac{1}{2}mv_i^2$ الطاقة المصاحبة لحركة الجسم. هذه الكمية ذو أهمية لدرجة أن أطلق عليها (اسم خاص) **طاقة الحركة** Kinetic Energy. الشغل الكلي المبذول من صافي القوة $\sum \mathbf{F}$ تؤثر على جسم تساوي التغير في طاقة الحركة للجسم.

بصورة عامة، فإن طاقة الحركة K لجسم كتلته m يتحرك بسرعة v تعرف بـ

$$K \equiv \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad (14.7)$$

(طاقة الحركة المصاحبة لحركة جسم)

جدول 1.7 طاقات الحركة لأجسام متنوعة

الجسم	الكتلة (kg)	السرعة (m/s)	طاقة الحركة (J)
دوران الأرض حول الشمس	5.98×10^{24}	5.98×10^{4}	2.65×10^{33}
دوران القمر حول الأرض	7.35×10^{22}	1.02×10^{3}	3.82×10^{28}
صاروخ يتحرك بسرعة الهروب*	500	1.12×10^{4}	3.14×10^{10}
سيارة بسرعة 55mi/h	2 000	25	6.3×10^{5}
لاعب سباق جري	70	10	3.5×10^{3}
سقوط حجر من ارتفاع 10m	1.0	14	9.8×10^{1}
كرة جولف عند سرعتها النهائية	0.046	44	4.5×10^{1}
قطرة مطر عند سرعتها النهائية	3.5×10^{-5}	9.0	1.4×10^{-3}
جزئ الأكسجين في الهواء	3.5×10^{-26}	500	6.6×10^{-21}

* سرعة الهروب يجب أن يحصل عليها الجسم وهو قريب من سطح الأرض حتى يمكنه الهروب من الجاذبية الأرضية.

طاقة الحركة هي كمية قياسية لها نفس وحدات الشغل. على سبيل المثال عندما يتحرك جسم كتلته 2.0kg بسرعة 4.0m/s فإن طاقة حركته 16J. يعطي الجدول 1.7 قائمة بطاقات الحركة لاجسام متنوعة.

من السهل غالباً يكون ان نكتب المعادلة 13.7 في الصورة:

$$\sum W = K_f - K_i = \Delta K \qquad (15.7)$$

أي أن:

$$K_i + \sum W = K_f$$

المعادلة 15.7 هي نتيجة معروفة **بنظرية الشغل- طاقة الحركة**. من المهم أن نلاحظ أنه عندما نستخدم هذه النظرية يجب أن نأخذ في الاعتبار جميع القوى التي تبذل شغلاً على الجسم عند حساب الشغل الكلي المبذول. من هذه النظرية، نلاحظ أن سرعة الجسم تزداد إذا كان الشغل الكلي المبذول عليه موجباً لأن طاقة الحركة النهائية أكبر من طاقة الحركة الابتدائية. تتناقص سرعة الجسم إذا كان الشغل الكلي المبذول سالباً لأن طاقة الحركة النهائية تكون أقل من طاقة الحركة الابتدائية. نظرية الشغل- طاقة الحركة كما هو واضح من المعادلة 15.7 تسمح لنا باعتبار طاقة الحركة هي الشغل الذي يبذله الجسم حتى يصل إلى حالة السكون، أو هي كمية الطاقة المختزنه في الجسم. على سبيل المثال، افترض شاكوشاً (الجسم في هذه الحالة) يستخدم في تثبيت مسمار في حائط، كما بالشكل 14.7 . الشاكوش المتحرك له طاقة حركة وبالتالي يمكنه إحداث شغلاً على المسمار. الشغل المبذول على المسمار يساوي Fd ، حيث F متوسط القوة التي يؤثر بها الشاكوش على المسمار و d المسافة التي يخترقها المسمار في الحائط(4).

لقد استنتجنا نظرية الشغل- طاقة الحركة بشرط أن تكون القوة ثابتة، ولكنها تتحقق كذلك عندما تكون القوة متغيرة. للتأكد من ذلك، افترض أن صافي القوة التي تؤثر على جسم في اتجاه x هي $\sum F_x$. يمكننا استخدام قانون نيوتن الثاني $\sum F_x = ma_x$ واستخدام المعادلة 8.7 في كتابة الشغل الكلي المبذول كما يلي:

$$\sum W = \int_{x_i}^{x_f} \left(\sum F_x\right) dx = \int_{x_i}^{x_f} ma_x \, dx$$

إذا كانت القوة المحصلة تتغير مع x، فإن كلا من التسارع والسرعة يعتمد على x أيضاً حيث أنه من المألوف أن يتغير التسارع كدالة في t فإننا نستخدم قاعدة السلسلة في كتابة a بصورة مختلفة بعض الشئ.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$$

بالتعويض عن هذه القيمة لـ a في المعادلة السابقة نحصل على:

$$\sum W = \int_{x_i}^{x_f} mv\frac{dv}{dx}\, dx = \int_{v_i}^{v_f} mv \, dv$$



شكل 14.7 يكون للشاكوش المتحرك طاقة حركة وهكذا فإنه يبذل شغلاً على المسمار دافعاً إياه داخل الحائط.

(4) لاحظ أنه- حيث إن المسمار والشاكوش عبارة عن منظومة من الأجسام وليس أجسام مفردة، فإن جزءاً من طاقة حركة الشاكوش تذهب في تدفئة المسمار والشاكوش عند الاصطدام. أيضاً عند تحرك المسمار داخل الحائط كنتيجة لهذا الاصطدام، فإن قوة الاحتكاك الكبيرة بين المسمار والخشب تؤدي باستمرار لتحويل طاقة حركة المسمار إلى ارتفاع في درجة حرارة المسمار والخشب بالاضافة لتشويه الحائط. الطاقة المصاحبة لتغير درجة الحرارة تسمى الطاقة الداخلية Internal Energy وسيتم دراستها بالتفصيل في فصل 20.

صافي الشغل المبذول على جسم يساوي التغير في طاقة حركته
$$\sum W = \tfrac{1}{2}m\upsilon_f^2 - \tfrac{1}{2}m\upsilon_i^2 \qquad (16.7)$$

تم تغيير حدود التكامل من قيم x إلى قيم υ لأنه تم تغيير المتغير من x إلى υ. هكذا، نستنتج أن الشغل الكلي المبذول على جسم بصافي القوة التي تؤثر عليه يساوي التغير في طاقة حركة الجسم. هذا صحيح دون اعتبار ما إذا كانت القوة ثابتة أم متغيرة.

حالات تشمل على احتكاك كيناتيكي: Situations Involving Kinetic Friction

إحدى الطرق التي تأخذ في الاعتبار القوى الاحتكاكية عند دراسة حركة جسم منزلق على سطح أفقي، هي حساب الفقد في طاقة الحركة بسبب الاحتكاك. افترض أنه تم دفع كتاب يتحرك على سطح أفقي بسرعة ابتدائية أفقية $\mathbf{v}_i$ لينزلق مسافة d قبل ان يصل إلى السرعة النهائية $\mathbf{v}_f$ كما بالشكل 15.7 . القوة الخارجية التي تتسبب في اكتساب الكتاب تسارعا في الاتجاه السالب لـ x هي قوة الاحتكاك الكيناتيكي التي تؤثر في اتجاه اليسار- عكس اتجاه الحركة. طاقة الحركة الابتدائية للجسم هي $\frac{1}{2}\, m\upsilon_i^2$ وطاقة حركته النهائية $\frac{1}{2}\, m\upsilon_f^2$.

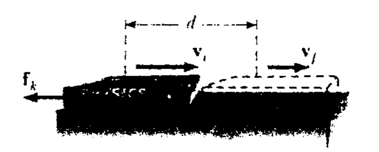
تطبيق قانون نيوتن الثاني على الكتاب يمكنه أن يوضح ذلك. حيث إن القوة الوحيدة التي تؤثر على الكتاب في اتجاه x هي قوة الاحتكاك؛ فإن قانون نيوتن الثاني يعطي $-f_k = ma_x$. بضرب كلا الطرفين لهذه العلاقة في d واستخدام المعادلة 12.2 في الصورة $\upsilon_{xf}^2 - \upsilon_{xi}^2 = 2a_x d$ للحركة تحت تأثير قوة ثابتة، نحصل على $-f_k d = (ma_x)d = \frac{1}{2}\, m\upsilon_{xf}^2 - \frac{1}{2}\, m\upsilon_{xi}^2$

الفقد في طاقة الحركة نتيجة الاحتكاك
$$\Delta K_{\text{friction}} = -f_k d \qquad (17.7a)$$

هذه النتيجة توضح أن مقدار التغير في طاقة الحركة الذي تحدثه قوة الاحتكاك الحركي هو $-f_k d$:

يذهب جزء من طاقة الحركة المفقودة في تدفئة الكتاب والباقي يذهب في تدفئة السطح الذي ينزلق فوقه الكتاب. في الحقيقة، الكمية $-f_k d$ تساوي الشغل المبذول بالاحتكاك الكيناتيكي على الكتاب بالإضافة إلى الشغل المبذول بالاحتكاك الكيناتيكي على السطح. (سوف ندرس العلاقة بين درجة الحرارة والطاقة في الجزء III من هذا الكتاب). عندما يؤثر الاحتكاك- بالإضافة للقوى الأخرى- على الجسم، تعطي نظرية الشغل- طاقة الحركة.

$$K_i + \sum W_{\text{other}} - f_k d = K_f \qquad (17.7b)$$



شكل 15.7 ينزلق كتاب ناحية اليمين على سطح أفقي نتيجة وجود احتكاك حركي يؤثر تجاه اليسار. سرعة الكتاب الابتدائية هي v_i وسرعته النهائية $\mathbf{v}_f$. القوى العمودية وقوة الجاذبية لم توضع على الرسم لانهما متعامدتان على اتجاه الحركة وبالتالي فهما لاتؤثران على سرعة الكتاب.

حيث $\sum W_{other}$ تمثل مجموع الشغل المبذول على الجسم بقوى تختلف عن الاحتكاك الكيناتيكي.

اختبار سريع 5.7

هل من الممكن ان تزيد قوى الاحتكاك من طاقة حركة الجسم.

مثال 7.7 سحب ثقل على سطح أملس

سحب ثقل كتلته 6.0kg من السكون تجاه اليمين على طول سطح أفقي املس بقوة أفقية ثابتة مقدارها 22N . احسب سرعة الثقل بعد تحركه مسافة 3.0m.

الحل: شكل 16.7a يوضح رسماً لهذا الوضع. يمكننا استخدام معادلات الكينماتيكا (Kinematic) للحصول على الحل، لكن دعنا نستخدم تقريب الطاقة Energy approach. تتزن القوة العمودية مع قوة الجاذبية الأرضية على الثقل، وهما رأسيتان ولايبذلان شغلاً على الثقل حيث إن الإزاحة افقية. ولأنه لايوجد احتكاك فإن صافي القوة المؤثرة على الثقل هي قوة الـ12N . ويكون الشغل المبذول على الثقل هو:

$$W = Fd = (12\ \text{N})(3.0\ \text{m}) = 36\ \text{N}\cdot\text{m} = 36\text{J}$$

باستخدام نظرية الشغل- طاقة الحركة وبملاحظة أن طاقة الحركة الابتدائية صفراً، نحصل على:

$$W = K_f - K_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - 0$$

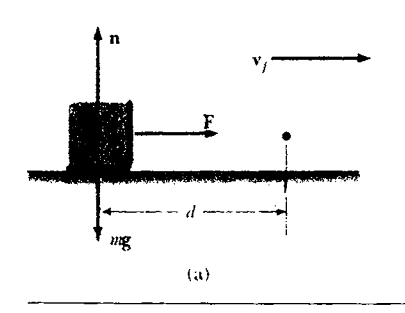
$$v_f^2 = \frac{2W}{m} = \frac{2(36\text{J})}{6.0\ \text{kg}} = 12\ \text{m}^2/s^2$$

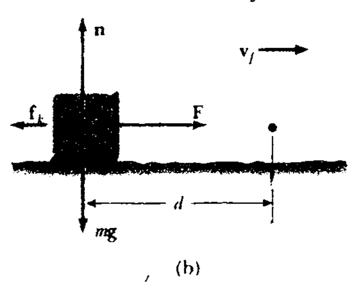
$$v_f = 3.5\ \text{m/s}$$

تمرين: احسب تسارع الثقل وأوجد السرعة النهائية باستخدام المعادلة الكينماتيكية

$$v_{xf}^{\ 2} = v_{xi}^{\ 2} + 2a_x d$$

الاجابة: $a_x = 2.0\text{m/s}^2$ $v_f = 3.5$ m/s





شكل 16.7 سحب ثقل تجاه اليمين بقوة افقية ثابتة (a) سطح املس (b) سطح خشن.

مثال 8.7 سحب ثقل على سطح خشن.

احسب السرعة النهائية للثقل في المثال 7.7 إذا كان السطح غير املس وله معامل احتكاك كيناتيكي 0.15.

الحل: تبذل القوة شغلاً مثل ما في المثال 7.7

$$W = Fd = (12\ N)\ (3.0\ m) = 36J$$

في هذه الحالة يجب أن نستخدم المعادلة 7.17a لحساب طاقة الحركة المفقودة بسبب الاحتكاك $\Delta K_{friction}$. مقدار قوة الاحتكاك هو:

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg = (0.15)\ (6.0kg)\ (9.8m/s^2) = 8.82\ N$$

التغير في طاقة الحركة نتيجة الاحتكاك هو:

$$\Delta K_{friction} = -f_k d = -(8.82\ N)\ (3.0m) = -26.5J$$

يمكن حساب السرعة النهائية للثقل من المعادلة 17.7b

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + \sum W_{other} - f_k d = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$0 + 36J - 26.5J = \frac{1}{2}\ (6.0\ kg)\ v_f^2$$

$$v_f^2 = 2(9.5J)/(6.0\ kg) = 3.18\ m^2/s^2$$

$$v_f = 1.8\ m/s$$

بعد قطع مسافة 3.0m على السطح الخشن، يتحرك الثقل بسرعة 1.8m/s والتي تختلف عن القيمة 3.5m/s عند قطعة نفس المسافة على سطح أملس.

تمرين: احسب تسارع الثقل من قانون نيوتن الثاني واحسب السرعة النهائية باستخدام معادلات الحركة.

الاجابة: $a_x = 0.53m/s^2$; $v_f = 1.8\ m/s$

مثال ذهني 9.7 هل يخفض المزلقان الشغل المطلوب؟

يرغب شخص في تحميل ثلاجة على عربة باستخدام مزلقان (مستوى مائل) كما بالشكل 17.7. يعتقد هذا الشخص أن الشغل المبذول يمكن ان ينخفض وذلك بزيادة طول المزلقان L. هل هذا الادعاء صحيح.



شكل 17.7

الحل: لا: بالرغم من أن القوة المطلوبة تكون أقل في حالة المزلقان الطويل، فإن هذه القوة يجب أن تؤثر مسافة أطول وذلك لبذل نفس كمية الشغل. افترض أن الثلاجة تم وضعها على حامل بعجل ودفعها على المزلقان المنحدر بسرعة ثابتة. القوة العمودية التي يؤثر بها المزلقان على الثلاجة تكون عمودية على اتجاه الحركة وبالتالي لاتبذل شغلاً على الثلاجة. حيث إن $\Delta K=0$ فإن نظرية الشغل- طاقة الحركة تعطي

$$\sum W= W_{\text{by man}}+ W_{\text{by gravity}}= 0$$

الشغل المبذول بقوة الجاذبية الأرضية يساوي وزن الثلاجة مضروباً في الارتفاع الرأسي للازاحة الحادثة مضروباً في $\cos 180°$، أو $W_{\text{by gravity}}= -mgh$ (تظهر الاشارة السالبة حيث إن قوة الجاذبية الارضية تكون لأسفل عكس اتجاه الازاحة) وهكذا فإن الرجل سيبذل شغلاً على الثلاجة يساوي mgh بغض النظر عن طول المزلقان.

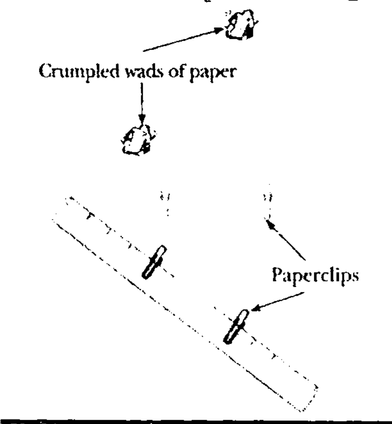
افترض سمكة سلمون تحاول ان تسبح فوق سطح الماء في الصورة الفوتوغرافية الموجودة في أول الفصل. لا يغير بناء درجات سلم للسمك حول السد في مقدار الشغل الكلي الذي تبذله السمكة عند قفزها مسافة رأسية. مع ذلك يسمح الدرج للسمكة بعمل هذا الشغل في صورة مجموعة من القفزات الصغيرة، والتأثير النهائي هو رفع الموضع الرأسي للسمكة بطول ارتفاع السد.



راكبي الدراجات يعملون بجدية ويبذلون جهداً عند الارتفاع إلى أعلى قبوة

تجربة سريعة:

الصق مشبكي ورق على مسطرة بحيث يكون أحد المشبكين على بعد ضعف المشبك الآخر. ضع المسطرة على منضدة وعليها كومتين من الورق أمام المشبكين. حرك المسطرة بسرعة حتى تعمل زاوية صغيرة، ثم أوقفها فجأة بأصبعك. ستتحرك الورقة الخارجية بسرعة ضعف سرعة الورقة الداخلية عند تحركهما على المنضدة مبتعدين عن المسطرة. قارن بين المسافتين اللتان انزلقهما المشبكان. كيف يمكن ربط ذلك مع نتائج المثال الذهني 10.7.



مثال ذهني 10.7 أهمية الفيزياء في قيادة آمنة

سيارة تسير بسرعة ابتدائية v وعند استعمال الفرامل (الكابح) تنزلق السيارة لمسافة d قبل أن تتوقف. بفرض أن سرعة السيارة الابتدائية كانت $2v$ عند لحظة استعمال الكابح. احسب المسافة التي تنزلقها السيارة في هذه الحالة قبل ان تتوقف.

الحل: دعنا نفترض أن قوة الاحتكاك الكيناتيكي بين السيارة وسطح الطريق مقدار ثابت ولها نفس القيمة عند كلتا السرعتين. حاصل ضرب القوة الكلية في الازاحة التي تحدثها السيارة يساوي طاقة الحركة الابتدائية للسيارة لأن $K_f = 0$. إذا تم مضاعفة السرعة، كما في هذا المثال، فإن طاقة الحركة ستتضاعف اربع مرات. عند ثبوت القوة المستخدمة (في هذه الحالة القوة الاحتكاكية) فإن المسافة المقطوعة ستتضاعف اربع مرات وذلك عند مضاعفة السرعة وبالتالي يتوقع أن تكون المسافة المقطوعة هي $4d$.

مثال 11.7 منظومة الزنبرك- الثقل

ثقل كتلته 1.6 kg متصل بزنبرك افقي له ثابت قوة 1.0×10^3 N/m كما هو موضح بالشكل 10.7. إذا تم ضغط الزنبرك مسافة 2.0cm ثم ترك ليتحرك من السكون (a) احسب سرعة الثقل عند مروره على موضع الاتزان $x = 0$ إذا كان السطح املس.

الحل: في هذا الوضع، يبدأ الثقل بسرعة $v_i = 0$ عند $x = -2.0$cm والمطلوب حساب v_f عند $x_f = 0$. سوف نستخدم المعادلة 10.7 لحساب الشغل المبذول بواسطة الزنبرك حيث

$$x_{max} = x_i = -2.0\text{cm} = -2.0 \times 10^{-2}\text{ m}$$

$$W_s = \tfrac{1}{2}kx_{max}^2 = \tfrac{1}{2}(1.0 \times 10^3\text{ N/m})(-2.0 \times 10^{-2}\text{m})^2 = 0.20\text{J}$$

باستخدام نظرية الشغل- طاقة الحركة وباعتبار أن $v_i = 0$ فإننا نحصل على التغير في طاقة الحركة للثقل نتيجة الشغل المبذول عليه بواسطة الزنبرك.

$$W_s = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \tfrac{1}{2}mv_i^2$$

$$0.20\text{J} = \tfrac{1}{2}(1.6\text{ kg})v_f^2 - 0$$

$$v_f^2 = \frac{0.40\text{ J}}{1.6\text{ kg}} = 0.25\text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_f = 0.50\text{ m/s}$$

(b) احسب سرعة الثقل عند مروره بموضع الاتزان إذا اعاقت حركته قوة احتكاك ثابتة مقدارها 4.0N تبطيء من حركته من لحظة اطلاقه.

الحل: بالتأكيد ستكون الاجابة أقل من تلك التي حصلنا عليها في (a) حيث إن القوة الاحتكاكية تعوق الحركة. يمكننا استخدام 17.7 لحساب طاقة الحركة المفقودة بسبب الاحتكاك واضافة هذه القيمة السالبة إلى طاقة الحركة التي تم الحصول عليها في غياب الاحتكاك. طاقة الحركة المفقودة نتيجة الاحتكاك هي:

$$\Delta K = -f_k d = -(4.0\ \text{N})(2.0\text{x}\ 10^{-2}\text{m}) = -0.080\text{J}$$

في الجزء (a) كانت طاقة الحركة النهائية بدون هذا الفقد تساوي 0.2J. لهذا فإن طاقة الحركة النهائية في وجود الاحتكاك هي:

$$K_f = 0.20\text{J} - 0.080\text{J} = 0.12\text{J} = \tfrac{1}{2}mv_f^2$$

$$\tfrac{1}{2}(1.6\ \text{kg})v_f^2 = 0.12\text{J}$$

$$v_f^2 = \frac{0.24\text{J}}{1.6\ \text{kg}} = 0.15\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$v_f = 0.39\ \text{m/s}$$

كما هو متوقع فإن هذه القيمة أقل من 0.5m/s والتي تم الحصول عليها في (a). كلما زادت قوة الاحتكاك كلما تناقصت السرعة.

5.7 القـــدرة POWER

افترض نموذجين لسيارة احداهما رخيصة بمحرك اربعة اسطوانات والأخرى غالية الثمن بمحرك (ذو كفاءة عالية) بمحرك ذو ثمانية اسطوانات. بالرغم من الفروق في المحركين فإن كلتا السيارتين لهما نفس الكتلة وكلتاهما تصعدان إلى قمة هضبة ولكن السيارة ذات المحرك عالي الكفاءة تأخذ وقتاً أقل للوصول إلى القمة. كلتا السيارتين تبذلان نفس الشغل ضد الجاذبية الارضية ولكن في فترات زمنية مختلفة. من وجهة النظر العملية، فإنه ليس من المفيد فقط أن نعلم الشغل المبذول بالسيارتين بل أيضاً معدل بذل الشغل. بأخذ نسبة كمية الشغل المبذول إلى الزمن اللازم لبذل هذا الشغل سيكون لدينا طريقة لتحديد هذا المبدأ. المعدل الزمني لبذل الشغل يسمى **القدرة POWER**.

القدرة المتوسطة

إذا استخدمت قوة خارجية على جسم وإذا كان الشغل المبذول بهذه القوة في الفترة الزمنية Δt هو W حينئذ تعرف **القدرة المتوسطة** التي استهلكت أثناء هذه الفترة بالمقدار

$$\overline{\mathscr{P}} = \frac{W}{\Delta t}$$

يؤدي الشغل المبذول على جسم إلى زيادة في طاقته. لهذا، فهناك تعريف اشمل للقدرة على أنها المعدل الزمني لانتقال الطاقة. بطريقة مشابهة لتلك التي استخدمت في تعريف السرعة والتسارع، يمكن تعريف القدرة اللحظية $\mathscr{P}$ على أنها نهاية القدرة المتوسطة عندما تقترب Δt من الصفر.

$$\mathscr{P} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

حيث تمثل dW مقدار الزيادة في الشغل. إذا عبرنا عن الازاحة بـ $d\mathbf{s}$، نحصل من المعادلة 2.7 على $dW = \mathbf{F} . d\mathbf{s}$. لهذا فإن القدرة اللحظية يمكن كتابتها على الصورة

القدرة اللحظية $$\mathscr{P} = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \cdot \frac{d\mathbf{s}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \qquad \textbf{(18.7)}$$

حيث استخدمنا $\mathbf{v} = d\mathbf{s}/dt$

وحدة القدرة في النظام SI هي J/s جول/ ثانية. تسمي ايضاً Watt واط (على اسم مخترع المحرك البخاري جيمس واط James Watt)

الواط $$1\ \text{W} = 1\text{J/s} = 1\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2$$

الحرف W (القائم) للقدرة يختلف عن الحرف W المائل أي (الإتلك) للشغل. وحدة القدرة في النظام الهندسي البريطاني هي الحصان (قدرة حصان) Horse Power (hp)

$$1\ \text{hp} = 746\ \text{W}$$

وحدة الطاقة (أو الشغل) يمكن تعريفها بدلالة وحدة القدرة. واحد **كيلو واط ساعة** (kWh) هي الطاقة المحولة أو المستهلكة في الساعة بمعدل ثابت 1 كيلو واط= 1000J/s القيمة العددية لـ1 kWh هي:

الكيلو واط ساعة هي وحدة الطاقة $$1\ \text{kWh} = (10^3\text{W})\ (3\ 600\ \text{s}) = 3.6 \times 10^6\ \text{J}$$

من المهم أن نتأكد أن كيلو واط ساعة هو وحدة طاقة وليس القدرة. عندما ندفع فاتورة الكهرباء فإنك تدفع لشركة الكهرباء الطاقة الكهربائية الكلية التي استخدمتها خلال الفترة المدونة في الفاتورة. هذه الطاقة عبارة عن القدرة المستخدمة مضروبة في الزمن الذي استخدمتها فيه. على سبيل المثال لمبة 300 W تستخدم لمدة 12 h تستهلك (0.300 kW)(12h)= 3.6 kWh من الطاقة الكهربية

اختبار سريع 6.7

افترض عربة بضاعة قديمة وسيارة رياضية تبذلان نفس المقدار من الشغل عند صعودهما لهضبة ولكن عربة البضاعة تحتاج وقت أطول لتنفيذ هذا العمل كيف نقارن الرسم البياني للقدرة $\mathscr{P}$ مع الزمن t للعربة والسيارة.

مثال 12.7 القدرة المولدة بموتور مصعد

كابينة كتلتها 1000 kg تحمل ركاباً كتلتهم 800 kg. تؤثر عليها قوة احتكاك ثابتة مقدارها 4000N والتي تعوق حركة الكابينة كما هو واضح بالشكل 18.7a. (a) ما هو الحد الأدنى للطاقة المولدة بالموتور لرفع كابينة المصعد بسرعة ثابتة 3.0 m/s.

الحل: يجب أن يولد الموتور قوة مقدارها T لكي ترفع كابينة المصعد إلى أعلى. حيث أن السرعة ثابتة تعني أن $a=0$ لهذا يعطى قانون نيوتن الثاني $\sum F_y=0$. شكل 18.7b يوضح رسما هندسيا للجسم الحر واعتبرنا الاتجاه لاعلى هو الاتجاه الموجب. من قانون نيوتن الثاني نحصل على:

$$\sum F_y = T - f - Mg = 0$$

حيث M هي كتلة المنظومة (الكابينة والركاب) وتساوي 1 800 kg. لهذا فإن:

$$T = f + Mg$$
$$= 4.00 \times 10^3\ N + (1.8 \times 10^3\ kg)(9.80\ m/s^2)$$
$$= 2.16 \times 10^4\ N$$

باستخدام المعادلة 18.7 وبمعرفة أن **T** لها نفس اتجاه **v**، نحصل على:

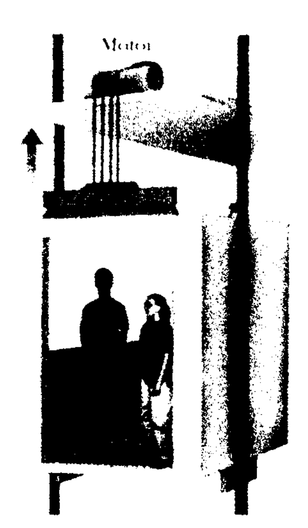
$$\mathscr{P} = \mathbf{T}\cdot\mathbf{v} = Tv$$
$$= (2.16 \times 10^4\ N)(3.0\ m/s) = 6.48 \times 10^4\ W$$

(b) ما مقدار القدرة التي يجب أن يولدها الموتور عندما تكون سرعة الكابينة v إذا كان مُصمَّماً على أن يعطي تسارع لأعلى مقدار $1.0 m/s^2$.

الحل: نتوقع أن نحصل على قيمة أكبر من تلك التي حصلنا عليها في (a)، حيث كانت السرعة ثابتة، ولأنه في هذه الحالة سيبذل الموتور شغلاً إضافياً لإحداث تسارعاً للكابينة، يكون التغير الوحيد في المسألة هو أن $a>0$. بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الكابينة نحصل على:

$$\sum F_y = T - f - Mg = Ma$$

$$T = M(a+g) + f$$
$$= (1.80 \times 10^3\ kg)(1.0+9.80)\ m/s^2 + 4.0 \times 10^3\ N$$
$$= 2.34 \times 10^4\ N$$



شكل 18.7 (a) يؤثر الموتور بقوة لأعلى **T** على كابينة المصعد. مقدار هذه القوة هي الشد T في الحبل الموصل بين الموتور والكابينة. القوتان المؤثرتان على الكابينة وتتجهان لأسفل هما قوة الاحتكاك **f** وقوة الجاذبية الارضية **Fg= Mg** (b) الرسم التوضيحي للجسم الحر لكابينة المصعد.

لهذا وباستخدام المعادلة 18.7، نحصل على القدرة المطلوبة:

$$\mathscr{P} = T\upsilon = (2.34 \times 10^4 \upsilon)\ \mathrm{W}$$

حيث υ هي السرعة اللحظية للكابينة بالمتر/ ثانية. هذه القدرة أقل من تلك التي حصلنا عليها في (a) طالما كانت السرعة أقل من $\mathscr{P}/T = 2.77\mathrm{m/s}$ ولكن ستكون أكبر عندما تزيد سرعة الكابينة عن هذه القيمة.

مثال ذهني 13.7

في الجزء (a) من المثال السابق يولد الموتور قدره لرفع الكابينة ومع ذلك تتحرك الكابينة بسرعة ثابتة. يفسر طالب هذا الوضع بأن طاقة الحركة للكابينة لاتتغير لأن سرعتها لا تتغير. هذا الطالب يُرجع ذلك إلى أنه طبقاً لنظرية الشغل- طاقة الحركة فإن $W= \Delta K=0$. وحيث أن $\mathscr{P} = W/t$.. استنتج الطالب ان الطاقة المولدة بالموتور تساوي صفراً أيضاً. كيف يمكنك تفسير هذا التناقض الظاهري.؟

الحل: تنص نظرية الشغل- طاقة الحركة أن حاصل ضرب القوة الكلية المؤثرة على النظام في الازاحة تساوي التغير في طاقة حركة النظام. في حالة المصعد يكون صافى القوة مساويا صفراً فعلاً (أي أن $T - Mg - f = 0$) ولذلك $W= (\sum F_y)d = 0$ ومع ذلك، يمكن حساب قدرة الموتور ليس من صافي القوة ولكن من القوة التي يؤثر بها الموتور في اتجاه الحركة وهي T وليست صفراً.

(اختياري)

6.7 الطاقة والسيارة ENERGY AND THE AUTOMOBILE

السيارات التي لها محرك يعمل بالبنزين تكون سيارة منخفضة الكفاءة وعاجزة حتى تحت الظروف القياسية حيث إن أقل من 15% من الطاقة الكيميائية في الوقود هي التي تستخدم كطاقة للسيارة. هذا الوضع يكون أسوأ في حالة الوقوف المتكرر داخل المدينة. في هذا الجزء سنستخدم مبادئ الطاقة والقدرة والاحتكاك لدراسة استهلاك الوقود بالسيارة. تساهم عدة آليات لفقد الطاقة في السيارة. حيث يفقد 67% من الطاقة الممكنةمن الوقود في المحرك. تنتهي هذه الطاقة في الجو جزئياً من خلال دورة العادم وجزء عن طريق دورة التبريد (كما سنلاحظ في الفصل 22 فإن الطاقة المفقودة في دورتا العادم والتبريد تلتزمان بقانون أساسي في الديناميكا الحرارية). يُفقد تقريباً 10% من الطاقة المتاحة في الاحتكاك في آلات نقل الحركة وعمود الحركة والعجل وكراسي المحاور وعمود الكردان. كذلك يتسبب الاحتكاك بين الاجزاء المتحركة الاخرى في فقد 6% من الطاقة وتستخدم 4% من الطاقة لتشغيل مضخات الوقود والزيت وكذلك بعض الكماليات مثل نظام القدرة في عجلة

القيادة Power Steering والتكييف. يترك ذلك 13% من الطاقة المتاحة لدفع السيارة. تستخدم هذه الطاقة اساساً لتتزن مع الفقد في الطاقة نتيجة ثني الإطارات والاحتكاك بسبب الهواء والذي يطلق عليها مقاومة الهواء. دعنا نفحص القدرة اللازمة لاستنتاج قوة في الاتجاه الامامي والتي تتعادل مع مجموع قوتا الاحتكاك. معامل الاحتكاك للتدحرج μ بين الاطارات والطريق حوالي 0.016 وذلك لسيارة كتلتها 1450kg وزنها 14200N وقوة احتكاك التدحرج مقدارها $\mu n = \mu mg = 227\text{N}$. كلما زادت سرعة السيارة يحدث نقصان صغير في القوة العمودية كنتيجة للنقص في الضغط الجوي عند مرور الهواء عند قمة السيارة (سنناقش هذه الظاهرة في الفصل 15). يتسبب هذا النقص في القوة العمودية إلى نقص قليل في قوة احتكاك التدحرج f_r وزيادة في السرعة كما نوضح النتائج في الجدول 2.7.

دعنا ندرس تأثير القوة المقاومة والتي تنتج من تحرك الهواء أمام السيارة. للأجسام الضخمة تتناسب القوة المقاومة المصاحبة لاحتكاك الهواء مع مربع السرعة (بالمتر/ ثانية: انظر 4.6) ويعطى بالمعادلة 6.6

$$f_a = \tfrac{1}{2} D\rho A v^2$$

حيث D معامل الاعاقة، ρ كثافة الهواء و A مساحة المقطع المستعرض للجسم المتحرك. يمكن استخدام هذه المعادلة لحساب قيم f_a في الجدول 2.7 وذلك باستخدام $D = 0.50$، $\rho = 1.293\ \text{kg/m}^3$ و $A \approx 2\text{m}^2$.

مقدار قوة الاحتكاك الكلية f_t هي مجموع قوة احتكاك التدحرج والقوة المقاومة للهواء.

$$f_t = f_r + f_\alpha$$

عند السرعات المنخفضة يكون احتكاك الطريق هو القوة المقاومة المؤثرة ولكن عند السرعات العالية تكون اعاقة الهواء هي الأكثر تأثيراً كما هو واضح في الجدول 2.7 يمكن تخفيض احتكاك الطريق بتخفيض ثني الاطارات (على سبيل المثال، بزيادة ضغط الهواء قليلاً عن القيم المسموح بها)

جدول 2.7* قوى الاحتكاك والقدرة اللازمة للسيارة

v (m/s)	n (N)	f_r (N)	f_a (N)	f_t (N)	$\mathscr{P} = f_t v$ (kW)
0	14 200	14 200	0	227	0
8.9	14 100	14 100	51	277	2.5
17.8	13 900	13 900	204	426	7.6
26.8	13 600	13 600	465	683	18.3
35.9	13 200	13 200	830	1 041	37.3
44.8	12 600	12 600	1 293	1 495	67.0

* في هذا الجدول n هي القوة العمودية، f_r هي احتكاك الطريق، f_α احتكاك الهواء، f_t الاحتكاك الكلي و $\mathscr{P}$ هي القدرة المعطاه للإطارات.

وباستخدام الاطارات التي تسمى راديال. يمكن كذلك اختزال إعاقة الهواء باستخدام سيارات ذات مساحات مقطعية مستعرضة صغيرة وبأشكال انسيابية بالرغم من أن قيادة السيارة ونوافذها مفتوحة يزيد من إعاقة الهواء ويؤدي إلى 3% نقص في المسافة المقطوعة. القيادة والنوافذ مغلقة والمكيف يعمل يؤدى إلى نقص 12% في المسافة الميلية.

القدرة الكلية المطلوبة للبقاء على السرعة ثابتة υ هي $f_t\upsilon$ وهذه القدرة تعطى لإطارات السيارة. على سبيل المثال من الجدول 2.7 نلاحظ أنه عند υ=26.8 m/s (60 mi/h) تكون القدرة المطلوبة هي:

$$\mathscr{P} = f_t\upsilon = (683 \text{ N})\left(26.8\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 18.3 \text{ kW}$$

يمكن تقسيم هذه القدرة إلى قسمين (1) القدرة $f_r\upsilon$ اللازمة لتعويض احتكاك الطريق و (2) القدرة $f_a\upsilon$ اللازمة للتعويض عن إعاقة الهواء. عند υ = 26.8 m/s نحصل على

$$\mathscr{P}_r = f_t\upsilon = (218 \text{ N})\left(26.8\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 5.84 \text{ kW}$$

$$\mathscr{P}_a = f_a\upsilon = (464 \text{ N})\left(26.8\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 12.5 \text{ kW}$$

لاحظ أن $\mathscr{P} = \mathscr{P}_r + \mathscr{P}_a$

من ناحية أخرى عند υ = 44.8 m/s (100 mi/h) تكون $\mathscr{P}_r$= 9.05 kW، $\mathscr{P}_\alpha$= 57.9 kW و $\mathscr{P}$= 67.0 kW وهذا يوضح اهمية قوة اعاقة الهواء عند السرعات العالية.

مثال 14.7 استهلاك البنزين بسيارة صغيرة

سيارة صغيرة كتلتها 800 kg وكفاءتها 18% (أي أن 18% من طاقة الوقود المتاحة تستغل كطاقة ميكانيكية) احسب كمية البنزين المستخدمة لتتسارع السيارة من السكون إلى 27 m/s (60 mi/h). بافتراض أن جالون من البنزين يكافئ 1.3×10^8J.

الحل: الطاقة اللازمة لتسارع السيارة من السكون إلى السرعة υ هي طاقة الحركة النهائية $\frac{1}{2} m\upsilon^2$.

$$K = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{1}{2} (800 \text{ kg}) (27 \text{ m/s})^2 = 2.9 \times 10^5 \text{J}$$

إذا كانت كفاءة المحرك 100% فإن كل جالون من البنزين يعطي طاقة مقدارها 1.3×10^8J. وحيث أن كفاءة المحرك هي 18%، فإن كل جالون من البنزين يعطي فقط $0.18 \times 1.3 \times 10^8 \text{J} = 2.3 \times 10^7 \text{J}$. من ثم فإن عدد الجالونات المطلوبة للتسارع هو:

$$\text{عدد الجالونات} = \frac{2.9 \times 10^5 \text{J}}{2.3 \times 10^7 \text{J/gal}} = 0.013 \text{ gal}$$

عند السير المطر، هذا المقدار من البنزين يكون كافياً للسيارة لقطع مسافة 0.5mi. يوضح ذلك مدى زيادة استهلاك الوقود عند التوقف المتكرر.

مثال 15.7 الطاقة المعطاة للإطارات

افترض أن السيارة في المثال 14.7 تقطع 35 mi/gal عندما تكون سرعتها 60 mi/h احسب القدرة المعطاة للإطارات.

الحل: مع عدم النظر لوحدات القياس. يمكننا القول أن السيارة تستهلك 60 mi/h÷ 35 mi/gal= 1.7 gal/h. وبمعرفة أن كل جالون يكافئ 1.3x 10^8J فإن القدرة الكلية المستهلكة تساوي

$$\mathscr{P} = \frac{(1.7\ \text{gal/h})\ (1.3\ \times\ 10^8\ \text{J/gal})}{3.6\ \times\ 10^3\text{s/h}}$$

$$= \frac{2.2\ \times\ 10^8\ \text{J}}{3.6\ \times\ 10^3\text{s}}\ =\ 62\ \text{kW}$$

حيث إن 18% من الطاقة المتاحة تستخدم لتسيير السيارة، فإن القدرة المعطاه للإطارات هي (0.18)(62 kW) = 11 kW. هذه القيمة أقل من 40% من القيمة 18.3 kW التي حصلت عليها السيارة التي كتلتها 1450 kg والتي تم مناقشتها. واضح أن كتلة السيارة عامل هام في آلية فقد القدرة.

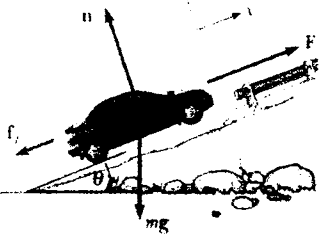
مثال 16.7 تسارع سيارة فوق هضبة

افترض سيارة كتلتها m تتسارع فوق هضبة كما هو موضح بالشكل 19.7 وجد مهندس ميكانيكي ان مقدار القوة المقاومة الكلية تعطى بالعلاقة.

$$f_t = (218 + 0.70\upsilon^2)\text{N}$$

حيث υ هي السرعة بالمتر/ثانية. احسب القدرة التي يجب ان يعطيها المحرك للإطارات كدالة في السرعة.

الحل: يوضح الشكل 19.7 القوى المؤثرة على السيارة، حيث **F** هي قوة الاحتكاك من الطريق والتي تدفع السيارة والقوى الباقية لها نفس المعنى المعتاد.



شكل 7.19

باستخدام قانون نيوتن الثاني للحركة على طول سطح الطريق نجد أن:

$$\sum F_x = F - f_t - mg\ \sin\theta = ma$$

$$F = ma + mg\ \sin\theta + f_t$$

$$= ma + mg\ \sin\theta + (218 + 0.70\upsilon^2)$$

لذلك، فإن القدرة اللازمة لتحرك السيارة في الاتجاه الأمامي هي

$$\mathcal{P} = F\upsilon = m\upsilon a + m\upsilon g \sin\theta + 218\upsilon + 0.70\upsilon^3$$

يمثل الحد $m\upsilon a$ القدرة التي يجب أن يعطيها المحرك لتتسارع السيارة. إذا كانت السيارة تسير بسرعة ثابتة، فإن هذا المقدار يساوي صفراً وبالتالي تنخفض متطلبات القدرة الكلية. الحد $m\upsilon g \sin\theta$ عبارة عن القدرة المطلوبة لاعطاء قوة تتعادل مع مركبة الجاذبية عند حركة السيارة لاعلى على السطح المائل. يتلاشى هذا الحد تماماً عند الحركة على سطح أفقي. الحد 218υ هو القدرة المطلوبة لإعطاء القوة التي تعادل احتكاك الطريق، والحد $0.70\upsilon^2$ هو القدرة اللازمة لبذل شغل على الهواء. إذا كانت $m = 1450$ kg، $\upsilon = 27$m/s (=60 mi/h)، $a = 1.0$m/s^2 و $\theta = 10°$ نحصل على حدود المختلفة السابقة كما يلي:

$$m\upsilon a = (1450\text{ kg})(27\text{ m/s})(1.0\text{ m/s}^2)$$

$$= 39\text{ kW} = 52\text{ hp}$$

$$m\upsilon g \sin\theta = (1450\text{ kg})(27\text{ m/s})(9.8\text{ m/s}^2)(\sin 10°)$$

$$= 67\text{ kW} = 89\text{ hp}$$

$$218\upsilon = 218(27\text{ m/s}) = 5.9\text{ kW} = 7.9\text{ kW} = 7.9\text{ hp}$$

$$0.70\upsilon^3 = 0.7(27\text{ m/s})^3 = 14\text{ kW} = 19\text{ hp}$$

ومن ثم تكون القدرة المطلوبة هي 126 kW أو 168 hp.

لاحظ أن القدرة اللازمة للتحرك على سطح أفقي بسرعة ثابتة هي 20 kW أو 27 hp (مجموع المقدارين الأخيرين). علاوة على ذلك، إذا كانت السيارة لها نصف الكتلة فإن القدرة اللازمة تنخفض إلى النصف.

(اختياري)

7.7 طاقة الحركة عند السرعات العالية

KINETIC ENERGY AT HIGH SPEEDS

تتحقق قوانين ميكانيكا نيوتن فقط عند وصف اجسام تتحرك بسرعات أصغر كثيراً من سرعة الضوء في الفراغ c (=3.0 x 10^8m/s). عندما تقترب السرعات من c فإن معادلات ميكانيكا نيوتن يجب أن يحل محلها معادلات النظرية النسبية. إحدي توابع النظرية النسبية هو أن طاقة الحركة لجسيم كتلته m يتحرك بسرعة υ لاتحسب من $K = \frac{1}{2} m\upsilon^2$ بل يجب استخدام الصورة النسبوية لطاقة الحركة.

طاقة الحركة النسبية

$$K = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}} - 1\right) \qquad (19.7)$$

طبقاً لهذه المعادلة فإن السرعات الأكبر من c ليست متاحة نهائياً وذلك لأن كلما اقتربت υ من c تقترب K من ∞. يتفق هذا التحديد مع الملاحظات العملية على الجسيمات تحت الذرية والتي أوضحت أنه لايوجد جسم يتحرك بسرعة أكبر من سرعة الضوء (أي أن c هي أقصى سرعة) من وجهة نظر النظرية النسبية. تنص نظرية الشغل- طاقة الحركة على أنه يمكن لـυ أن تقترب من c فقط لأن الجسيم سوف يحتاج إلى شغل لانهائي حتى يصل إلى السرعة $\upsilon=c$.

تؤول كل المعادلات في النظرية النسبية إلى قوانين نيوتن عند السرعات المنخفضة. من البديهي أن نوضح ذلك في معادلة الطاقة 19.7 عندما تكون υ أقل كثيراً من c. في هذه الحالة نتوقع أن نختزل K إلى قانون نيوتن. يمكن التحقق من ذلك باستخدام نظرية ذات الحدين (الملحق B.5) في فك المقدار $[1-(\upsilon/c)^2]^{-1/2}$ واعتبار $\upsilon/c<<1$. فإذا وضعنا $x=(\upsilon/c)^2$ فإن:

$$\frac{1}{(1-x)^{1/2}} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{3}{8}x^2 + \cdots$$

باستخدام هذه العلاقة في المعادلة 19.7 نحصل على:

$$K = mc^2\left(1 + \frac{\upsilon^2}{2c^2} + \frac{3}{8}\frac{\upsilon^4}{c^4} + \cdots - 1\right)$$

$$= \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{3}{8}m\frac{\upsilon^4}{c^2} + \cdots$$

$$= \frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad \text{for} \quad \frac{\upsilon}{c} << 1$$

هكذا فإننا نلاحظ أن الصيغة النسبوية لطاقة الحركة يمكن اختزالها إلى صيغة نيوتن عند السرعات الصغيرة بالمقارنة بالسرعة c. سنعود إلى موضوع النسبية في فصل 39.

ملخص SUMMARY

يعرف الشغل المبذول بقوة ثابتة **F** تؤثر على جسم بأنه حاصل ضرب مركبة القوة في اتجاه ازاحة الجسم في مقدار الإزاحة. إذا كانت القوة **F** تصنع زاوية θ مع متجه الازاحة d لجسم تؤثر عليه هذه القوة فإن الشغل المبذول بالقوة **F** يمكن حسابه من المعادلة:

$$W = Fd\cos\theta \qquad (1.7)$$

يعرف **الضرب القياسي** (الضرب المنقوط) لمتجهين A و B بالعلاقة:

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} \equiv AB\cos\theta \qquad (3.7)$$

ونتيجة هذا الضرب هو كمية قياسية. θ هي الزاوية بين المتجهين A و B. يحقق الضرب القياسي قانونا التبادل والتوزيع.

إذا بذلت قوة شغلاً على جسم يتحرك في اتجاه x من x_i إلى x_f فإننا نحصل على التعبير التالي للشكل:

$$W \equiv \int_{x_i}^{x_f} F_x dx \qquad (7.7)$$

حيث F_x هي مركبة القوة في اتجاه x. إذا اثرت عدة قوى على جسم فإن الشغل الكلي المبذول بكل القوى يساوي مجموع كميات الشغل المبذوله بكل قوة. **طاقة الحركة** لجسم كتلته m يتحرك بسرعة υ (حيث υ صغيرة جداً بالمقارنة بسرعة الضوء) هي:

$$K \equiv \frac{1}{2}m\upsilon^2 \qquad (14.7)$$

تنص **نظرية الشغل- طاقة الحركة** على أن الشغل الكلي المبذول على جسم بقوى خارجية يساوي التغير في طاقة الحركة للجسم.

$$\sum W = K_f - K_i = \frac{1}{2}m\upsilon_f^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_i^2 \qquad (16.7)$$

إذا اثرت قوة احتكاك فإن نظرية الشغل- طاقة الحركة تعدل إلى:

$$K_i + \sum W_{\text{other}} - f_k d = K_f \qquad (17.7b)$$

تعرف **القدرة اللحظية** $\mathscr{P}$ على أنها معدل نقل الطاقة بالنسبة للزمن. إذا كان هناك محرك يؤثر بقوة $\mathbf{F}$ على جسم يتحرك بسرعة $\mathbf{v}$ فإن مقدار القدرة المعطاة بهذا المحرك هي:

$$\mathscr{P} \equiv \frac{dW}{dt} = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v} \qquad (18.7)$$

اسئلة QUESTIONS

1- افترض مركب حربي حيث يقوم فريقان بشده بحبل وكان هناك توافقاً متساو حتى أنه لايحدث أي حركة. بافتراض أن الحبل لايستطيل. هل يوجد شغلاً مبذولاً على الحبل؟ على الفريقين؟ على الأرض؟ على أي شيء؟

2- ما هي قيم θ ليكون الضرب القياسي (a) موجباً. (b) سالباً.

3- بزيادة كتلة الثقل المعلق رأسياً في زنبرك فإنه من المتوقع أن منحنى تغير F مع x لايظل خطياً كما هو موضح بالشكل 10.7d. فسر- كيفياً- ماذا يجب أن يكون عليه هذا المنحنى عند زيادة m.

4 هل من الممكن أن تكون طاقة الجسم سالبة؟ فسر ذلك.

5 (a) إذا تم مضاعفة سرعة الجسيم. ماذا سيحدث لطاقة الحركة. (b) إذا كان الشغل الكلي المبذول على جسم صفراً. ماذا يعني ذلك بالنسبة لسرعته.

6- في المثال 10.7 هل تزداد أم تتناقص القدرة المطلوبة بنقصان قوة الاحتكاك.

7- يزعم مسئول معرض سيارات أن سيارة بمحرك قدرته 300hp هو شرط اجباري للسيارات المدمجة (بدلاً من المحرك التقليدي 130hp). افترض انك تعتزم قيادة سيارة بسرعة اقصاها 55mi/h على أرض

منبسطة كيف تواجه ما طرحه هذا المسئول.

8 رصاصة كتلتها ضعف كتلة رصاصة أخرى إذا تم إطلاق كلتا الرصاصتين بنفس السرعة. ايهما تكون لها طاقة حركة أكثر، ما النسبة بين طاقتي حركة الرصاصتين.

9- عندما يدفع اللاعب كرة قدم، هل يبذل أي شغل على الكرة عندما تلامس مقدمة قدمه الكرة؟ هل يبذل أي شغل على الكرة بعد أن ينتهي التلامس؟ هل يوجد أي قوة تبذل شغلاً على الكرة أثناء طيرانها.

10- ناقش الشغل المبذول من اللاعب الذي يقذف كرة البيسبول- ما هي المسافة التقريبية التي يؤثر خلالها على الكرة اثناء قذف الكرة.

11- يطلق سديدا رماية Sharpshooter (نشانجيان) رصاصتين متماثلتين من بندقيتين قطر كل منهما 0.3cm. إذا كان طول ماسورة البندقية A أطول من ماسورة البندقية B بـ 2cm. أي البندقيتين سيكون لها سرعة إطلاق أعلى (السرعة عند الفوهه).

12 عندما يتأرجح البندول البسيط ذهاباً وأياباً فإن القوى التي تؤثر على الكتلة المعلقة هي قوة الجاذبية الأرضية، الشد في خيط التعليق ومقاومة الهواء. (a) أي من هذه القوى- إن وجدت- لاتبذل شغلاً على البندول. (b) أي من هذه القوى تبذل شغلاً سالباً في كل الاوقات أثناء الحركة. (c) اشرح الشغل المبذول بقوة الجاذبية الأرضية عندما يتأرجح البندول.

13- تعتمد طاقة حركة الجسم على إطارالاسناد الذي يدرس فيه حركته. اذكر مثالاً يوضح هذه النقطة.

14- تتسارع سيارة قديمة من صفر إلى v في 10s. سيارة رياضية حديثة قوية تتسارع من صفر إلى $2v$ في نفس الفترة الزمنية. ما نسبة القدرة المستهلكة في السيارتين؟ افترض أن الطاقة المتولدة من المحركين تظهر فقط كطاقة حركة للسيارتين.

مسائل PROBLEMS

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي

☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل

= فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

قسم 1.7 الشغل المبذول بقوة ثابتة

1- تؤثر قاطرة مركب بقوة ثابتة مقدارها 5000N على سفينة تتحرك في الميناء بسرعة ثابتة. ما مقدار الشغل المبذول من القاطرة على المركب في قطع مسافة 3.0km؟

2 -تدفع سيدة في سوبر ماركت عربة بضائع (ترولي) بقوة 35.0N وبزاوية مقدارها 25° لأسفل من الخط الأفقي. احسب الشغل المبذول من السيدة عندما تقطع مسافة 50.m لاسفل المستوى المائل.

3- تسقط قطرة مطر ($m= 3.35x\ 10^{-5}kg$) رأسياً بسرعة ثابتة تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية ومقاومة الهواء. بعد سقوط القطرة 100m ما هو الشغل المبذول

(a) بالجاذبية الأرضية. (b) بمقاومة الهواء.

4- أثقلت مطرقة بحجر كتلتها الكلية 18.kg. تم شدها بحبل بسرعة ثابتة. يميل الحبل زاوية لأعلى مقدارها 20.0° مع الأفقي وتتحرك المطرقة مسافة 20m أعلى السطح الافقي. إذا كان معامل الاحتكاك الكيناتيكي بين المطرقة والسطح هو 0.500. (a) ما مقدار الشد في الخيط. (b) ما مقدار الشغل المبذول من الخيط على المطرقة. (c) ما مقدار الفقد في الطاقة نتيجة الاحتكاك.

5 دُفع ثقل كتلته 2.5 kg لمسافة 2.20m على منصة أفقية ملساء بقوة ثابتة مقدارها 16.0N وتميل بزاوية 25° لاسفل المستوى الأفقي. احسب الشغل المبذول (a) بالقوة المستخدمة. (b) القوة العمودية التي تؤثر على المنصة. (c) قوة الجاذبية الأرضية. (d) احسب الشغل الكلي المبذول على الثقل.

6 - سُحب ثقل كتلته 15.0 kg على سطح افقي خشن بقوة مقدارها 70.0N وتعمل بزاوية 20.0° أعلى المستوى الأفقي. إذا ازيح الثقل مسافة 5.0m ومعامل الاحتكاك الكيناتيكي هو 300. احسب الشغل المبذول. (a) بالقوة العمودية. (b) بقوة الجاذبية الأرضية. (c) ما مقدار الفقد في الطاقة نتيجة الاحتكاك. (d) احسب التغير الكلي في طاقة حركة الثقل.

WEB
7 الرجل الخفاش كتلته 80.Kg يتعلق بالطرف الحر لحبل طوله 12.0m والطرف الاخر مربوطاً في أعلى فرع شجرة. يمكن للرجل أن يجعل الحبل في حركة عندما يعرف الرجل كيف يجعله يتأرجح بدرجة كافية حتى يصل حافة الصخرة والتي عندها يصنع الحبل زاوية 60° مع الرأسي. ما مقدار الشغل المبذول ضد الجاذبية الأرضية في هذه المناورة.

قسم 2.7 حاصل الضرب القياسي لمتجهين:

في المسائل من 8 إلى 14 احسب الاجابات العددية حتى ثلاث ارقام عشرية.

8 - **A** متجه مقدارة 5.0 وحدات و **B** متجه مقدارة 9.0 وحدات إذا كانت الزاوية بين المتجهين 50.0°. احسب **A·B**.

9 - يمتد المتجه **A** من نقطة الأصل إلى نقطة ما إحداثياتها القطبية هي (7, 70°) ويمتد المتجه **B** من نقطة الأصل إلى نقطة إحداثياتها القطبية هي (4, 130°) أحسب **A·B**.

10- اثبت انه لاي متجهين اختياريين **A** و **B** أن **A·B**= $A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$ (تنويه عبر عن كل من **A**، **B** بدلالة وحدات المتجه واستخدم المعادلتين 4.7 و 5.7).

WEB
11 تؤثر القوة **F**= (6**i** – 2**j**)N على جسم لتُحدث ازاحة **d**= (3**i**+**j**)m. احسب (a) الشغل المبذول بالقوة على الجسم و (b) الزاوية بين **F** و **d**.

12- إذا كان **A**= 3**i**+ **j**- **k** و **B**= -**i**+ 2**j**+ 5**k** و **C**= 2**j**-3**k** احسب **C**·(**A**-**B**).

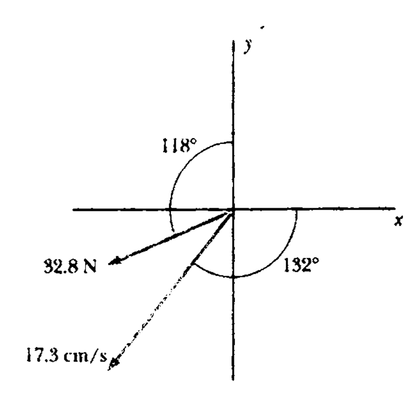
13- باستخدام تعريف الضرب القياسي احسب الزاوية بين كل من:

(a) **A** = 3**i** + 2**j** و **B** = 4**i** – 4**j**

(b) **A** = –2**i** + 4 و **B**= 3**i** - 4**j** + 2**k**

(c) **A**= **i**-2**j**+ 2**k** و **B**= 3**j**+ 4**k**.

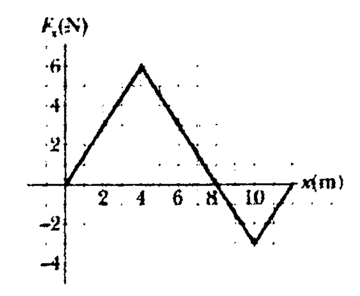
14-احسب الضرب القياسي للمتجهين الموضحان في الشكل P14.7.



شكل P14.7

قسم 3.7 الشغل المبذول بقوة متغيرة

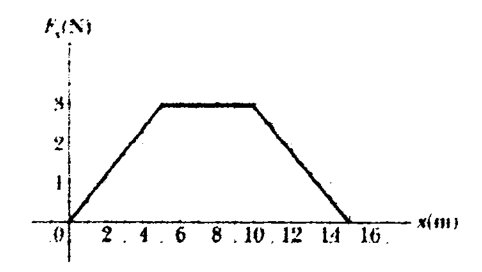
15- يوضح الشكل P15.7 تغير القوة التي تؤثر على جسم. احسب الشغل المبذول بالقوة عندما يتحرك الجسم (a) من $x = 0$ إلى $x = 8.0\text{m}$ (b) من $x = 8.0\text{m}$ إلى $x = 10.0\text{m}$ (c) من $x = 0$ إلى $x = 10.0\text{m}$.



شكل P15.7

16- تؤثر القوة $F_x = (8x - 16)\text{N}$ على جسيم حيث x مقاسة بالمتر (a) ارسم العلاقة بين F_x، x من $x = 0$ إلى $x = 3.0\text{m}$ (b) من الرسم احسب الشغل المبذول بهذه القوة عندما يتحرك الجسم من $x = 0$ إلى $x = 3.0\text{m}$.

WEB
17 يتعرض جسم لقوة متغيرة F_x كما بالشكل P17.7. احسب الشغل المبذول على الجسم بهذه القوة عندما يتحرك من (a) $x = 0$ إلى $x = 5.0\text{m}$ (b) من $x = 5.0\text{m}$ إلى $x = 10.0\text{m}$ (c) من $x = 10.0\text{m}$ إلى $x = 15.0\text{m}$ (d) ما مقدار الشغل الكلي المبذول بالقوة خلال الإزاحة من $x = 0$ إلى $x = 15.0\text{m}$.



شكل P17.7

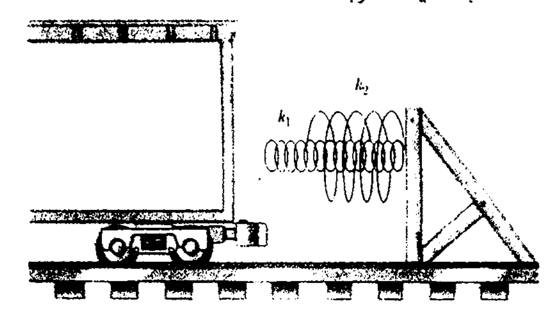
18- تؤثر القوة $\mathbf{F} = (5x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j})\text{N}$ على جسم عندما يتحرك في اتجاه x من نقطة الاصل إلى $x = 5.0\text{m}$. احسب الشغل المبذول بهذه القوة على الجسم.

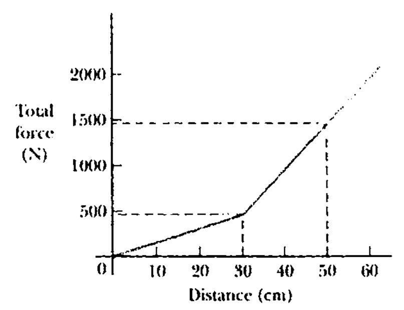
19- علقت كتلة مقدارها 4.0kg رأسياً في زنبرك خفيف والذي يخضع لقانون هوك فاستطال الزنبرك 2.50cm. إذا تم ازالة الكتلة 4.0kg. (a) ما مقدار الاستطالة في الزنبرك عند وضع كتلة مقدارها 1.5kg (b) ما مقدار الشغل اللازم بمؤثر خارجي ليحدث استطالة تساوي الاستطالة التي احدثتها الكتلة 4.0kg من موضع الاسترخاء.

20- تجذب رامية حبل قوسها للخلف مسافة 0.40m وذلك بقوة تزداد بانتظام من صفر إلى 230N (a) ما مقدار ثابت الزنبرك المكافئ للقوس. (b) ما مقدار الشغل الذي تبذله الرامية في جذب القوس.

21 - تتحرك عربة شحن كتلتها 6000 kg على مسار قضبان مهملة الاحتكاك. يمكن ايقاف العربة بزنبركين ملفوفين كما بالشكل P21.7. كلا الزنبركين يخضع

لقانون هوك حيث $k_1 = 1600N/m$ و $k_2 = 3400N/m$. بعد انضغاط الزنبرك الأول مسافة 30.cm، فإن الزنبرك الثاني (يؤثر مع الأول) ليزيد القوة حتى يحدث انضغاط إضافي، كما هو موضح بالرسم البياني. إذا توقفت العربة بعد 50.0m من أول تلامس مع الزنبركين، احسب السرعة الابتدائية للعربة.





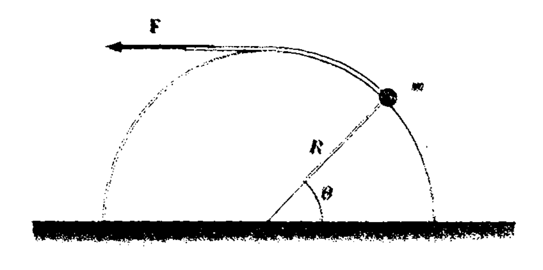
شكل P21.7

22- أطلقت رصاصة كتلتها 100.0g من بندقية طول ماسورتها 0.60m إذا افترضنا أن نقطة الاصل هي نقطة بداية حركة الطلقة. تعطي القوة (بالنيوتن) على الرصاصة من الغاز المتمدد بالعلاقة $15000 + 10000x - 25000x^2$ حيث x مقاسة بالمتر (a) احسب الشغل المبذول بالغاز على الرصاصة عندما تقطع الرصاصة مسافة تساوي طول الماسورة. (b) إذا كان طول الماسورة 1.0m ما مقدار الشغل المبذول وكيف تقارن هذه القيمة مع الشغل المبذول في الجزء (a).

23 عند بذل شغل مقداره 4.0J، تحدث في زنبرك يحقق قانون هوك استطالة مقدارها 10.0cm من موضع ما قبل الاستطالة. احسب مقدار الشغل الاضافي اللازم لإحداث استطالة إضافية مقدارها 10.0cm.

24- عند بذل شغل مقداره W، تحدث في زنبرك يحقق قانون هوك استطالة مقدارها d من موضع ما قبل الاستطالة. احسب مقدار الشغل الاضافي اللازم لإحداث استطالة إضافية مقدارها d.

25- سُحب ثقل صغير على قمة نصف اسطوانة ملساء (نصف قطرها R) بخيط يمر على قمة الاسطوانة- كما هو موضح في الشكل P25.7 (a) إذا كانت الكتلة تتحرك بسرعة ثابتة أثبت أن $F = mg\cos\theta$. (تنويه: إذا كانت الكتلة تتحرك بسرعة ثابتة فإن مركبة التسارع المماسية للاسطوانة يجب أن تساوي صفراً في كل لحظة) (b) بإجراء التكامل $W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$ مباشرة احسب الشغل المبذول لتحريك الكتلة بسرعة ثابتة من القاع إلى قمة الاسطوانة. ds يمثل الزيادة في الإزاحة للكتلة الصغيرة.



شكل P25.7

26- عبر عن وحدة القوة الثابتة لزنبرك بدلالة الوحدات الاساسية متر- كيلوجرام- ثانية.

قسم 4.7 طاقة الحركة ونظرية الشغل- طاقة الحركة

27- سرعة جسم كتلته 0.60 kg عند النقطة A هي 2.0 m/s وطاقة حركته عند النقطة B هي 7.5J احسب (a) طاقة حركته عند A (b) سرعته عند B (c) الشغل المبذول على الجسم عندما يتحرك من A إلى B.

28- كرة كتلتها 0.30 kg وسرعتها 15.0 m/s (a) ما مقدارا طاقة حركتها (b) إذا تضاعفت سرعتها. ماذا يجب أن تكون عليه طاقة حركتها.

29- كتلة مقدارها 3.0 kg وسرعتها الابتدائية $\mathbf{v}_i = (6.00\mathbf{i} - 2.00\mathbf{j})$ m/s (a) ما مقدار طاقة حركتها في هذه اللحظة (b) احسب الشغل الكلي المبذول عليها إذا تغيرت سرعتها إلى $(8.0\mathbf{i} + 4.0\mathbf{j})$ m/s.
(تنويه: تذكر أن $v^2 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$).

30- يدفع ميكانيكي سيارة كتلتها 2500 kg لتتحرك من السكون وتتسارع من صفر إلى v. بذل العامل شغلاً مقداره 5000J في عمل ذلك وأثناء ذلك تحركت السيارة مسافة 25.0m. إذا أهمل الاحتكاك بين السيارة والطريق. (a) ما هى السرعة النهائية للسيارة. (b) ما مقدار القوة الأفقية الثابتة التي أثر بها الميكانيكي على السيارة.

31- يدفع ميكانيكي سيارة كتلتها m بذلاً جهداً W حتى تكتسب السيارة تسارع من السكون. إذا أهمل الاحتكاك بين السيارة والطريق. (a) ما هى السرعة النهائية للسيارة. (b) أثناء دفع الميكانيكي للسيارة قطعت مسافة d. (d) ما مقدار القوة الأفقية الثابتة التي أثر بها الميكانيكي على السيارة.

32- تعرض جسم كتلته 4.0 kg بقوة كلية تتغير مع الموضع كما بالشكل P17.7. يبدأ الجسم الحركة من السكون عند $x = 0$. ما مقدار السرعة عند (a) $x = 5.0$m (b) $x = 10.0$m (c) $x = 15$ m.

33- دُفع صندوق كتلته 40.0 kg من السكون مسافة 5.0 m على أرض أفقية خشنة بقوة أفقية مقدارها 130N. إذا كان معامل الاحتكاك بين الصندوق والأرض يساوي 0.30 احسب (a) الشغل المبذول بالقوة المستخدمة. (b) الطاقة المفقودة بسبب الاحتكاك. (c) الشغل المبذول بالقوة العمودية. (d) الشغل المبذول بالجاذبية الأرضية. (e) التغير في طاقة الحركة للصندوق. (f) السرعة النهائية للصندوق.

34- يمكنك القول بان نظرية الشغل- طاقة الحركة هي نظرية ثانية للحركة وتماثل قانون نيوتن الثاني والذي يصف كيف تؤثر العوامل الخارجية على حركة الجسم. في هذه المسألة استنتج الجزءان (a) و (b) كل على حدة من الجزئين (c)و (d)، وذلك للمقارنة بين نتائج النظريتين. تتسارع رصاصة كتلتها 15.0 g من السكون إلى 780 m/s في ماسورة بندقية. (a) احسب الشغل المبذول على الرصاصة. (b) إذا كان طول ماسورة البندقية 72.0cm احسب مقدار متوسط القوة الكلية التي تؤثر على الرصاصة حيث $F = W/(d \cos \theta)$. (c) احسب التسارع الثابت للرصاصة التي تبدأ من السكون وتكتسب سرعة 780 m/s عند قطعها مسافة 72.0cm (d) أحسب القوة الكلية التي تؤثر عليها حيث $\sum F = ma$.

35- دُفع صندوق شحن كتلته 10.0 kg إلى أعلى مستوى مائل خشن بسرعة ابتدائية مقدارها 1.5 m/s. إذا كانت قوة الشد هي 100 N موازية للمستوى المائل والذي يصنع زاوية مقدارها 20.0° مع المستوى الأفقي. معامل

الاحتكاك الكيناتيكي هو 0.40. إذا تم جذب الصندوق مسافة 5.0 m (a) ما مقدار الشغل المبذول بالجاذبية الارضية (b) ما مقدار الطاقة المفقودة بسبب الاحتكاك. (c) ما مقدار الشغل المبذول بالقوة 100 N. (d) ما مقدار التغير في طاقة حركة الصندوق. (e) ما هي سرعة الصندوق بعد أن قطع مسافة 5.0 m.

36- تنزلق صخرة كتلتها 12.0 kg من السكون إلى أسفل مستوى مائل يميل بزاوية 35.0°. وتم ايقافها بزنبرك قوي له $k = 3.0 \times 10^4$ N/m. إذا انزلقت الصخرة مسافة 3.0m من نقطة انطلاقها إلى نقطة سكونها ضد الزنبرك. ما مقدار المسافة التي انضغطها الزنبرك حتى تسكن الصخرة.

WEB **37** دفعت مزلجة كتلتها m على بحيرة متجمدة فاعطتها الدفعة سرعة ابتدائية مقدارها υ_i= 2.0 m/s. إذا كان معامل الاحتكاك الكيناتيكي بين المزلجة والجليد هو μ_k = 0.10. باستخدام مبدأ الطاقة احسب المسافة التي تقطعها المزلجة قبل أن تتوقف.

38- إذا كان طول الصورة في جهاز تلفريون هو 36.0 cm. يستخدم قوة كهربية لتعجيل الالكترونات من السكون إلى 1.0% من سرعة الضوء على طول الانبوبة احسب (a) طاقة حركة الالكترون عند إصطدامه بالشاشة في نهاية الانبوبة. (b) متوسط مقدار القوة الكهربية التي تؤثر على الالكترون خلال هذه المسافة. (c) مقدار متوسط التسارع للالكترون خلال هذه المسافة. (d) زمن الطيران.

39- تخترق رصاصة كتلتها 5.0 g وسرعتها 600 m/s شجرة بعمق 4.0 cm. (a) باستخدام مبدأى الشغل والطاقة احسب الزمن الذي استغرقته الرصاصة من لحظة دخولها الشجرة حتى لحظة توقفها.

40- تتحمل آلة آتود (انظر شكل 15.5) ثقلان كتلتاهما 0.20 kg و 0.30 kg. إذا كانت الكتلتان على نفس الارتفاع ثم اطلقتا. بإهمال الاحتكاك ما هي سرعة كل كتلة عند قطعها مسافة 0.40 m.

41- ربط ثقل كتلته 2.0 kg بزنبرك له ثابت القوة 500 N/m كما في الشكل 10.7. إذا تم جذب الثقل مسافة 5.0 cm ناحية يمين موضع الاتزان ثم ترك ليتحرك من السكون. احسب سرعة الثقل عند لحظة مروره بنقطة الاتزان إذا كان (a) السطح الأفقي املس. (b) معامل الاحتكاك بين الثقل والسطح هو 0.350.

قسم 5.7 القدرة

42- احسب بالتقريب القدرة اللازمة لمحرك سيارة لاعطائها سرعة عالية تسير بها على الطرق السريعة. حتى تكون مقتنعاً افترض أنها سيارتك (إذا كان لديك احداها). عند حل المسألة، اذكر الكميات الفيزيائية التي سوف نحتاجها كبيانات وكذلك قيم هذه الكميات (ستجد كتلة السيارة في دليل المالك) إذا كنت لاترغب في اعتبار سيارة، يمكنك تصور سيارة نقل أو أتوبيس والتي ستحتاج تحديد الكميات الفيزيائية الضروية لها.

WEB **43** ضابط بحري وزنه 700 N يتسلق رأسيا في التدريب حبلاً طوله 10.0 m بسرعة ثابتة لمدة 8.0 s ما مقدار القدرة الخارجة.

44- إذا كان الحصان يمكنه أن يبقى على قدرة خرج مقدارها 1.0 hp لمدة 2.0 ساعة وإذا كانت حزمة الخشب كتلتها 70.0 kg ما عدد

الحزم التي يمكّن ان يرفعها الحصان إلى سقف منزل ارتفاعه 8.0m (باستخدام نظام معين من البكر) بافتراض أن الكفاءة 70%.

45- يولد محرك سيارة ما (30.0hp) 2.24×10^4W إلى تروسه عندما يتحرك بسرعة منتظمة مقدارها 27m/s≈ 60mi/h ما مقدار القوة المقاومة التي تؤثر على السيارة عند هذه السرعة.

46- انتشل غواص a skier كتلته 70.0 kg إلى أعلى منحدر بواسطة كابل موتور (a) ما مقدار الشغل اللازم لجذبه مسافة 60.m أعلى منحدر يميل بزاوية 30° (بافتراض إن المنحنى أملس) وبسرعة ثابتة 2.0 m/s (b) ما مقدار قدرة المحرك اللازمة لإجراء هذه العملية.

47- يبدأ مصعد كتلته 650 kg الحركة من السكون. فى الصعود إلى أعلى لمدة 3.0 s بتسارع ثابت حتى يصل إلى سرعة 1.75 m/s (a) ما مقدار متوسط قدرة المحرك أثناء هذه الفترة. (b) كيف يمكن مقارنة هذه القدرة مع قدرته عندما يتحرك بسرعة 1.75 m/s .

48- لمبة إضاءة عالية الكفاءة قدرتها 28.0W يمكنها أن تعطي نفس درجة السطوع مثل لمبة تقليدية قدرتها 100W. إذا كان عمر اللمبة الأولى هو 10000h وثمنها 17.0 دولار بينما اللمبة التقليدية عمرها 750h وثمنها 0.42 دولار. احسب التوفير الكلي عند استخدام اللمبة عالية الكفاءة خلال فترة عمرها بالمقارنة مع اللمبة العادية في نفس الفترة. افترض أن ثمن الكيلووات ساعة هو 0.08 دولار.

قسم 6.7 الطاقة والسيارة

[49] سيارة صغيرة كتلتها 400kg كفاءة موتورها هي 15.0% (أي أن 15.0% من الوقود المعطي يعطي إلى تروس السيارة).(a) إذا كان احتراق 1 جالون بنزين يعطي طاقة 1.34×10^8J. احسب كمية البنزين المستخدمة بالسيارة حتى تتسارع من السكون إلى 55.0 mi/h. يمكنك اهمال مقاومة الهواء ومقاومة التدحرج (b) ما مقدار التسارع عند استهلاكها 1 جالون (c) إذا كانت السيارة تقطع مسافة 38.0 ميل في الجالون عند السرعة 55 mi/h . ما مقدار القدرة المعطاة للتروس (لتتغلب على العوامل الاحتكاكية) عندما تسير السيارة بهذه السرعة.

50- افترض ان السيارة الفارغة الموصوفة في الجدول 2.7 تستهلك وقود بمعدل 6.4 km/L(15mi/gal) عندما تسير بسرعة 26.8m/sec (60mi/h) بافتراض أن الكفاءة ثابتة احسب معدل استهلاك الوقود إذا كانت الكتلة الكلية للركاب والسائق هي 350kg.

51- عند إضافة مكيف هواء للسيارة في المسألة 50 فإن القدرة الاضافية المطلوبة لكي يعمل المكيف هي 1.54 kW. إذا كان استهلاك الوقود هو 6.40 km/L بدون المكيف، ماذا سيكون معدل الستهلاك الوقود عند عمل المكيف.

قسم 7.7 طاقة الحركة عند السرعات العالية

52- يتحرك الكترون بسرعة 0.99c (a) ما مقدار طاقة حركته. (b) إذا ما استخدم التعبير الكلاسيكي. احسب النسبة المئوية للخطأ.

[53] يتحرك بروتون في معجل طاقة- عالية بسرعة $c/2$. باستخدام نظرية الشغل-

طاقة الحركة. احسب الشغل اللازم لزيادة سرعته إلى (a) 0.75c (b) 0.995c.

54- احسب طاقة الحركة لسفينة فضاء كتلتها 75.0 kg دفعت خارج النظام الشمسي بسرعة 106 km/s باستخدام (a) المعادلة الكلاسيكية $K= \frac{1}{2}mv^2$ (b) المعادلة النسبوية.

مسائل إضافية

55 -يقذف لاعب البيسبول كرة كتلتها 0.150 kg بسرعة 40 m/s بزاوية مقدارها 30.0° ما هى طاقة الحركة لكرة البيسبول عند أعلى نقطة على المسار.

56- عند العَدْو يستهلك الشخص حوالي 0.60J من الطاقة الميكانيكية في كل خطوة لكل كجم من كتلة جسمه. عداء كتلته 60.0kg يفقد 70.0W أثناء السباق ما هي سرعة العداء. افترض أن طول الخطوة هو 1.5m .

57- جسم كتلته m يتحرك بتسارع ثابت $\mathbf{a}$. إذا كان متجها الموضع والسرعة الابتدائية للجسم هما $\mathbf{r}_i$ و $\mathbf{v}_i$ على التوالي. استخدم قانون الطاقة لاثبات أن سرعته النهائية عند أي لحظة تحقق المعادلة.

$$v_f^2 = v_i^2 + 2\mathbf{a}\cdot(\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i)$$

حيث $\mathbf{r}_f$ هو متجه الموضع النهائي للجسم عند هذه اللحظة.

58- يمكن تعيين الاتجاه لأي متجه اختياري $\mathbf{A}$ تماماً بثلاث زوايا α ، β ، γ والتي يصنعها المتجه مع المحاور x، y، z على التوالي. إذا كان $\mathbf{A}= A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j}+ A_z\mathbf{k}$ (a) أوجد تعبيراً لكل من $\cos a$ ، $\cos \beta$ ، $\cos \gamma$ (معروفة بجيوب تمام الاتجاه) و (b) اثبت أن هذه الزوايا تحقق المعادلة $\cos^2\alpha+ \cos^2\beta+ \cos^2\gamma =1$ (تنويه استخدم الضرب القياسي للمتجه $\mathbf{A}$ مع $\mathbf{i}$، $\mathbf{j}$، $\mathbf{k}$ على التوالي).

59 يتحرك جسم كتلته 4.0 kg على طول المحور x. يتغير موضعه مع الزمن طبقاً للعلاقة $x = t + 2.0t^3$ حيث x بالمتر و t بالثانية احسب (a) طاقة الحركة عند أي لحظه t (b) تسارع الجسم والقوة المؤثرة عليه عند أي لحظه t (c) القدرة المعطاة للجسم عند أي لحظه t و (d) الشغل المبذول على الجسم في الفترة من $t = 0$ إلى $t = 2.0$.

60- يستخدم المسافر في المطار السلم الكهربي لدور واحد (شكل P60.7). يحمل درج السلم الراكب إلى أعلى بمركبة سرعة رأسية v بين نقطة الدخول ونقطة الخروج ، الارتفاع بينهما h. عندما يتحرك السلم، فإن الراكب المستعجل يصعد الدرجات بمعدل n خطوة/ثانية.



شكل P60.7

افترض ان ارتفاع كل خطوة هو h_s (a) احسب الشغل الذي يبذله المسافر أثناء صعوده باعتبار أن كتلته m (b) احسب الشغل الذي يبذله محرك السلم على هذا الشخص.

61- يستطيل زنبرك إلى مابعد التناسب (ما بعد قانون هوك)، وتحقق قوة الارجاع المعادلة $F=-kx+\beta x^3$. إذا كانت $k=10.0\text{N/m}$ و $\beta=100\ \text{N/m}^3$ احسب الشغل المبذول بهذه القوة عندما يستطيل الزنبرك 0.10m.

62- في أحد أنظمة التحكم، يتكون جهاز قياس التسارع من كتله 4.70g تنزلق على قضيب أفقي قليل الاحتكاك. يوصل زنبرك ذو كتلة صغيرة بالكتلة إلى شفة احد طرفي القضبان. عند تعرض الكتلة لتسارع ثابت مقداره 0.80g، تتحرك الكتلة مسافة 0.5cm بعيداً عن موضع الاتزان احسب ثابت الصلابة اللازم للزنبرك.

63 تُستخدم مندالة (مدك الخوازيق) كتلتها 2100 kg في دق دعامة صلب في الأرض. يسقط المدك من ارتفاع 5.0 m قبل ان يلامس الدعامة ويدفع الدعامة مسافة 12.0 cm قبل أن تسكن. باستخدام مبدأ الطاقة احسب متوسط القوة التي تبذلها الدعامة على المدك عندما يصل المدك إلى السكون.

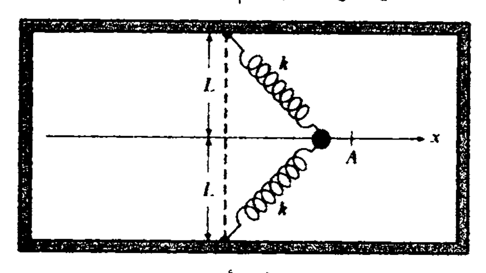
64- مجموع كتلتي الدراجة وراكبها هو 75.0kg. تنساب الدراجة إلى أسفل طريق يميل بزاوية 2.0° على الأفقي وبسرعة مقدارها 4.m/s، ثم إلى أسفل طريق مائل بزاوية 4.0° بسرعة 8.0m/s. بعد ذلك تمسك بسيارة وتتحرك على طريق مستو. ما مقدار القدرة اللازمة للسيارة للبقاء على سرعة الدراجة 3.0m/s. افترض أن قوة مقاومة الهواء تتناسب مع سرعتها وقوى الاحتكاك الأخرى تظل ثابتة (تحذير لاتحاول تجربة هذه المخاطرة).

65- تؤثر قوة مفردة ثابتة **F** على جسم كتلته m. يبدأ الجسم من السكون عند t=0 (a) اثبت ان القدرة اللحظية التي تعطي بهذه القوة هي $(F^2/m)t$ (b) إذا كانت F= 20.0N و m= 5.0 kg ما مقدار القدرة المعطاة بعد زمن t = 3.5s.

66- ربط جسم بزنبركين متماثلين على منضدة أفقية ملساء. كلا الزنبركين له ثابت قوة k وفي البداية كانا غير مشدودين (a) إذا تم جذب الجسم مسافة x في اتجاه عمودي على البعد الابتدائي للزنبركين كما بالشكل P66.7 اثبت أن القوة المؤثرة على الجسم بواسطة الزنبركين هي:

$$\mathbf{F} = -2kx\left(1-\frac{L}{\sqrt{x^2+L^2}}\right)\mathbf{i}$$

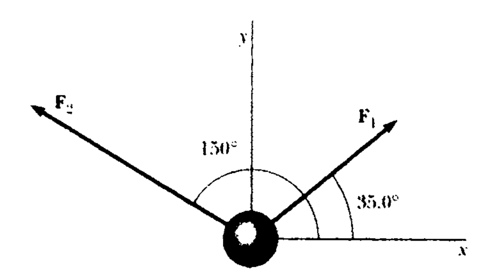
(b) احسب كمية الشغل المبذول بهذه القوة عندما يتحرك الجسم من $x=A$ إلى $x=0$.



منظر رأسي
شكل P66.7

67- مسألة مراجعة: تؤثر قوتان ثابتتان على جسم كتلته 5.0Kg يتحرك في المستوى xy كما بالشكل P67.7. القوة $\mathbf{F}_1$ هي 25.0N وبزاوية 35.0° بينما القوة $\mathbf{F}_2$= 42.0N وبزاوية 150°. عند t=0 كان الجسم في نقطة الاصل وسرعته $(4.0\mathbf{i}+2.5\mathbf{j})$m/s

(a) عبر عن القوتين بدلالة وحدتى المتجه (b) احسب القوة الكلية على الجسم (c) احسب سرعة الجسم (e) موضعه (f) طاقة حركته من العلاقة $\frac{1}{2} mv_f^2$ و(g) طاقة حركته من العلاقة $\frac{1}{2} mv_i^2+\sum \mathbf{F}\cdot\mathbf{d}$.



شكل P67.7

68- عند تعليق اثقال مختلفة في زنبرك. تحدث استطالات بأطوال مختلفه كما هو موضح في الجدول التالي. (a) ارسم رسماً بيانيا يبين القوة والاستطالات في الزنبرك باستخدام طريقة أقل المربعات (Least Square). عين الخط المستقيم الذي يتطبق مع النتائج (من الممكن استخدام جميع النقاط) (b) من ميل المستقيم الأكثر انطباقاً. احسب ثابت الزنبرك (c) إذا استطال الزنبرك 105mm ما مقدار الكتله المعلقه التي تعطى هذه الاستطاله:

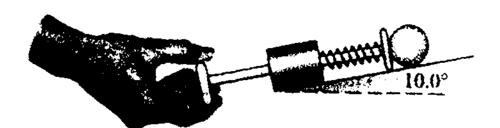
F(N)	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0	12.0	14.0	16.0	18.0
L (mm)	15	32	49	64	79	98	112	126	149

69 تم الضغط بثقل كتلته 200.g على زنبرك له ثابت قوه 1.4kN/m فانضغط مسافة 10.cm . يقع الزنبرك في اسفل مستوى مائل يميل بزاوية 60.0° على الأفقي. باستخدام مفهوم الطاقة أحسب المسافة التي يتحركها الثقل لأعلى المستوى قبل أن يتوقف.

(a) إذا لم يكن هناك أحتكاك بين الثقل والمستوى المائل و(b) اذا كان معامل الاحتكاك الكيناتيكي 0.40.

70- ينزلق جسم كتلته 0.40 kg حول مضمار أفقي. للمضمار حائط خارجي أملس على شكل دائرة نصف قطرها 1.5 m . اذا اعطى الجسم سرعه ابتدائيه 8.0 m/s . بعد دورة واحدة اصبحت سرعته 6.0 m/s بسبب الاحتكاك مع ارضيه المضمار الخشنه (a) احسب الطاقه المفقودة في دوره واحدة نتيجة الاحتكاك (c) ما عدد الدورات التي يحدثها الجسم قبل أن يتوقف.

WEB **71** تقذف الكرات في آلة قذف الكرات بزنبرك له ثابت قوه مقداره 1.20N/cm (شكل P71.7) اذا كان المستوى الذي تتحرك عليه الكره يميل بزاوية 10.0° على المستوى الأفقي وكان الزنبرك في بادئ الامر منضغطا 5.0cm. احسب سرعة الاطلاق لكره كتلتها 100.g عند ترك الكباس مع إهمال الاحتكاك وكتلة الكباس.



شكل P71.7

72- في الجزيئات ثنائية الذرات، تتبادل الذرتان بقوى تجاذب بينهما عند المسافات البعيدة وقوى تنافر عندما تكون المسافات بينهما صغيره. لمجموعه من الجزيئات يعطى قانون لينارد-جونز Lenard-Jones تقريبا جيدا لمقدار هذه القوى

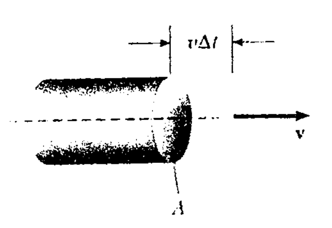
$$F = F_0\left[2\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{13} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{7}\right]$$

حيث r هي المسافه بين مركزي الذرتين في

الجزئ. σ بارامتر الطول، F_0 هي القوة عند r= σ .في حالة جزئ الاكسجين F_0=9.6 x 10^{-11} N و σ = 3.50 x 10^{-10}m
أحسب الشغل المبذول بهذه القوه اذا تم ابعاد الذرتين عن بعضهما منr=4.0x10^{-10}m الى r = 9.0 x 10^{-10}m

73- وضع ثقل كتلته 0.25 kg مربوطا بحبل على منصة افقيه خشنه. يمر الحبل على بكره خفيفه ملساء وفي الطرف الآخر عُلق ثقل مقداره 0.40 kg. اذا كان معامل احتكاك الانزلاق بين الكتله (0.25 kg) والمنصة هو 0.20. باستخدام نظرية الشغل- طاقة الحركة أحسب (a) سرعه الكتلتين بعد تحرك كل منهما مسافة 20.0 cm من موضع السكون و (b) الكتله التي يجب إضافتها للكتلة 0.25 kg حتى إذا ما أطلقت بسرعه ابتدائيه معينه فأنها تستمر في الحركة بسرعه ثابته (c) ما هي الكتله التي يجب انقاصها من الكتلة 0.40 kg حتى نحصل على نفس النتيجه في (b).

74-افترض ان الاسطوانه- كنموذج لسيارة- تتحرك بسرعه υ. كما بالشكل P74.7. في الفترة الزمنية Δt يتحرك عمود من الهواء كتلته Δm مسافة υΔt وبالتالي يعطي طاقة حركة مقدارها $\frac{1}{2}(\Delta m)\upsilon^2$. باستخدام هذا



شكل P74.7

النموذج اثبت أن الفقد في القدرة نتيجة مقاومة الهواء يساوي $\frac{1}{2}\rho A\upsilon^3$ وأن القوة المقاومة هي $\frac{1}{2}\rho A\upsilon^2$ حيث ρ كثافة الهواء.

75- يتحرك جسم على المحور x من x= 12.8m إلى x= 23.7m تحت تأثير القوة

$$F = \frac{375}{x^3 + 3.75\,x}$$

حيث F بالنيوتن و x بالمتر. باستخدام التكامل العددي، احسب الشغل المبذول بهذه القوة خلال هذه الازاحة. يجب أن تكون إجابتك دقيقة في حدود 2%.

76- منذ أكثر من 2300 عاماً كتب مدرس يوناني يدعى ارسطو في أول كتاب يسمى "فيزياء" الجملة التالية والتي اعيد تركيبها مع بعض الاصطلاحات الدقيقة، من نهاية الكتاب قسم η: افترض أن $\mathscr{P}$ هي قدرة محرك تسبب حركة، w هي الشئ المتحرك، d المسافة المقطوعة، t الزمن اللازم حينئذ (1) القدرة التي تساوي $\mathscr{P}$ ستحرك w/2 في فترة من الزمن t مسافة 2d أو (2) ستُحرك w/2 مسافة معينة d فِي الزمن t/2 ايضاً (3) القدرة المعطاة $\mathscr{P}$ ستحرك الجسم مسافة d/2 في الزمن t /2 حينئذ (4) $\mathscr{P}$/2 ستحرك w/2 المسافة d في الفترة t.

(a) أثبت أن المعادلة $\mathscr{P}t = bwd$ تشمل نسب ارسطو حيث b هو ثابت التناسب (b) اثبت أن نظريتنا للحركة تشمل تناسبات ارسطو كحالة خاصة. بصفة خاصة، صف الوضع الذي تكون فيه النظرية صحيحة. استنتج المعادلة التي تمثل تناسبات ارسطو واحسب ثابت التناسب.

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.7) لا: القوة لاتبذل شغلاً على الجسم لأن القوة تشير إلى مركز الدائرة وبالتالي فهي عمودية على الحركة.

(2.7) (a) بفرض أن الشخص يرفع بقوة مقدارها mg أي وزن الصندوق، فإن الشغل المبذول أثناء الازاحة الرأسية h هو mgh لأن القوة في اتجاه الازاحة. الشغل المبذول أثناء الازاحة الافقية يساوي صفراً لأنه في هذه الحالة تكون القوة التي يؤثر بها عمودية على اتجاه الازاحة الأفقية. الشغل الكلي هو $mgh + 0= mgh$.

(b) الشغل المبذول بالجاذبية الأرضية على الصندوق عند إزاحة الصندوق رأسياً هو mgh- لأن اتجاه القوة عكس اتجاه الازاحة. الشغل المبذول بقوة الجاذبية يساوي صفراً أثناء الازاحة الأفقية لأنه في هذ الحالة يكون اتجاه القوة عمودياً على اتجاه الإزاحة. الشغل الكلي المبذول بقوة الجاذبية $-mgh$ =0+ $-mgh$. الشغل الكلي المبذول على الصندق $mgh - mgh= 0$.

(3.7) لا . على سبيل المثال افترض المتجهين **A**= 2**i**- 3**i**، **B**= 2**i**- **j** فإن الضرب القياسي يعطي **A·B**= 8 بالرغم من أن المركبة في اتجاه y لكلا المتجهين سالبة.

(4.7) القوة مقسومة على الإزاحة، في النظام SI تكون نيوتن لكل متر (N/m).

(5.7) نعم. عندما يكون هناك مركبة للقوة الاحتكاك في اتجاه الحركة. افترض صندوق شحن موضوعاً في حوض العربة عندما تتسارع العربة اتجاه الشرق. قوة الاحتكاك الاستاتيكي التي تؤثر بها العربة على الصندوق تكون في اتجاه الشرق لتعطي الصندوق نفس التسارع مثل العربة. (بافترض أن الصندوق لاينزلق). حيث أن الصندوق يتسارع فإن طاقة حركته تتزايد.

(6.7) حيث إن السيارتين يبذلان نفس كمية الشغل، فإن المساحتين تحت المنحنيين تكونان متساويتان. ومع ذلك فإن المنحنى للسيارة الأقل في القدرة يمتد لفترة زمنية أطول ولايمتد لأعلى على محور $\mathscr{P}$ مثل منحنى السيارة الرياضية.

$\mathscr{P}$

High-power sports car

Low-power truck

t



صورة محيرة

منظر عام في الكرنفال وهو تعليق جرس يعمل بالجذب. وفيه يأرجح اللاعب مطرقة ثقيلة ويسقطها لأسفل.

الفصل الثامن 8

طاقة الوضع وحفظ الطاقة

Potential Energy and Conservation of Energy

ويتضمن هذا الفصل :

في الفصل السابع تم تقديم مبدأ طاقة الحركة وهي عبارة عن الطاقة الملازمة لحركة الجسيم. في هذا الفصل سوف نقدم صورة أخرى للطاقة وهي طاقة الوضع، وهي الطاقة المصاحبة لمجموعة من الاجسام التي تؤثر بقوى متبادلة بينها. يمكن اعتبار طاقة الوضع كطاقة مخزونة والتي قد يمكنها بذل شغل أو تحُوَّل إلى طاقة حركة. يمكن استخدام مبدأ طاقة الوضع عند التعامل مع فئه معينه من القوى تسمى القوى المحافظة. عندما تؤثر قوى محافظة داخل نظام معزول فإن طاقة الحركة المكتسبة (أو المفقودة) بالنظام نتيجة تغيير مواضع مكوناته تُعادَل بفقد (أو كسب) مساو في طاقة الوضع. هذا الاتزان بين صورتين من صور الطاقة يُعرف بمبدأ حفظ الطاقة الميكانيكية.

تتواجد الطاقة في الكون في عدة صور، تشمل الطاقة الميكانيكية والكهرمغناطيسية والكميائية والنووية. علاوة على ذلك، يمكن تحويل الطاقة من صورة إلى أخرى. فعلى سبيل المثال عند توصيل بطارية بموتور كهربائي، تتحول الطاقة الكهربية إلى طاقة ميكانيكية وذلك عندما يستخدم الموتور في تشغيل جهاز. تحويل الطاقة من صورة إلى أخرى هو جزء اساسي في دراسة الفيزياء، الهندسة، الكيمياء، البيولوجي، الجيولوجيا والفلك.

عند تحويل الطاقة من صورة لأخرى فإن الطاقة الكلية المتواجدة لاتتغير. يعنى حفظ الطاقة أنه بالرغم من أن صور الطاقة قد تتغير، إذا ما فقد جسم أو منظومة طاقة، فإن نفس الكمية من الطاقة تظهر في جسم آخر أو فى الأوساط المحيطة بالجسم.

1.8 طاقة الوضع POTENTIAL ENERGY*

5.3 الجسم الذي يكتسب طاقة حركة يمكنه أن يبذل شغلاً على جسم آخر-على سبيل المثال الشاكوش المتحرك يمكنه أن يدفع بمسمار داخل الحائط. الآن سوف نقدم صورة آخرى من صور الطاقة. هذه الطاقة تسمى **طاقة الوضع** U وهي الطاقة المصاحبة لمجموعة من الاجسام. قبل تحديد صور معينة من طاقة الوضع، يجب أن نُعرف أولاً المنظومة والتي تتكون من جسمين أو أكثر تؤثر بقوى على بعضها البعض. **إذا ما تم تغيير وضع المنظومة فإن طاقة الوضع للمنظومة تتغير.** إذا كانت المنظومة تحتوي على جسمين يؤثر كل منهما على الآخربقوى، حينئذ يسبب الشغل المبذول بالقوة التي تؤثر على أحد الجسمين في تحويل طاقة بين طاقة الحركة للجسم وصور أخرى لطاقة المنظومة.

طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية: Gravitational Potential Energy

عندما يسقط جسم نحو الأرض، تؤثر الأرض عليه بقوة جذب mg، واتجاه القوة هو نفس اتجاه حركة الجسم. تبذل قوة الجاذبية شغلاً على الجسم ومن ثم تُزيد طاقة حركته. افترض أن قالباً من الطوب سقط من السكون مباشرة على مسمار في لوحه موضوعة على الأرض. عند ترك القالب يسقط فإنه يسقط في اتجاه الأرض مكتسباً سرعة وبالتالي يكتسب طاقة حركة. المنظومة المكونة من

* في بعض الكتب باللغة العربية طاقة الوضع تسمى طاقة الجُهد.

القالب والأرض لها طاقة وضع عندما يكون القالب على أي مسافة من الأرض (أي أن هناك امكانية بذل شغل) وتتحول طاقة الوضع إلى طاقة حركة عندما يسقط القالب. يحدث تحويل طاقة الوضع إلى طاقة حركة باستمرار خلال السقوط. عندما يصل القالب إلى المسمار واللوحة على الارض، فإنه يبذل شغلاً على المسمار دافعاً اياه داخل اللوحة. ماذا يحدد مقدار الشغل الذي يمكن ان يبذله القالب على المسمار؟ من السهل أن تلاحظ انه كلما كانت كتلة القالب أكبر كلما زادت المسافة التي يخترقها المسمار في اللوحة، كذلك كلما زاد ارتفاع القالب قبل ان يسقط، كلما زاد الشغل المبذول منه على المسمار.

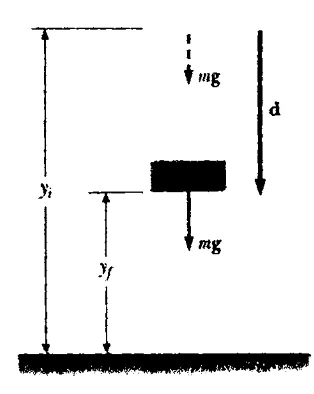
حاصل ضرب مقدار قوة الجاذبية mg المؤثرة على جسم في ارتفاع الجسم يعد من الاشياء الهامة في الفيزياء والتي يعطي اسم "**طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية" يرمز لها بالرمز** U_g وبالتالي تكون معادلة طاقة الوضع هي:

$$U_g \equiv mgy \qquad (1.8)$$

طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية

طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية هي طاقة لمنظومة مكونة من الجسم والأرض. تتحول هذ الطاقة إلى طاقة حركة للمنظومة بقوة الجاذبية. في هذا النوع من النظم تكون أحد مكوناته (الارض) أكبر كثيراً في الكتلة عن المكون الآخر (الجسم). يمكن افتراض أن الجسم الأثقل ثابت ويمكن التعبير عن طاقة الحركة للمنظومة بطاقة الحركة للجسم الاقل في الكتلة. هكذا فإن طاقة حركة المنظومة يمكن تمثيلها بطاقة حركة الجسم الساقط تجاه الارض. لاحظ كذلك أن المعادلة 1.8 صحيحة فقط للاجسام القريبة من سطح الارض حيث تكون g ثابتة تقريباً[1].

دعنا الآن نبحث عن العلاقة بين الشغل المبذول على جسم من قوة الجاذبية وطاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية للمنظومة المكونة من الأرض والجسم.



شكل 1.8 الشغل المبذول على القالب بواسطة قوة الجاذبية عند سقوطه من ارتفاع y_i إلى ارتفاع y_f يساوي $mgy_i - mgy_f$

لاجراء ذلك دعنا نفترض ان قالباً كتلته m على ارتفاع ابتدائي y_i فوق الارض، كما هو موضح بالشكل 1.8 . إذا ما أهملنا مقاومة الهواء حينئذ تكون القوة الوحيدة التي تبذل شغلاً على القالب عند سقوطه هي قوة الجاذبية التي تؤثر على القالب وتساوي mg. الشغل المبذول بقوة الجاذبية عندما تحدث للقالب ازاحة لاسفل مقدارها **d** هو:

$$W_g = (m\mathbf{g})\cdot\mathbf{d} = (-mg\mathbf{j})\cdot(y_f - y_i)\mathbf{j} = mgy_i - mgy_f$$

حيث استخدمنا العلاقة (المعادلة 4.7) $\mathbf{j}\cdot\mathbf{j} = 1$. إذا ما تأثر جسم

(1) الفرض بأن قوة الجاذبية ثابتة يكون فرضا جيدا طالما كانت الإزاحة الرأسية صغيرة بالمقارنة مع نصف قطر الأرض.

بإزاحة أفقية وإزاحة رأسية، أي أن $\mathbf{d} = (x_f - x_i)\mathbf{i} + (y_f - y_i)\mathbf{j}$ حينئذ يظل الشغل المبذول بقوة الجاذبية هو $mgy_i - mgy_f$ لأن $-mg\mathbf{j}\cdot(x_f - x_i)\mathbf{i} = 0$. هكذا فإن الشغل المبذول بقوة الجاذبية يعتمد فقط على التغيير في y ولايعتمد على أي تغير في اتجاه x.

علمنا سابقاً أن الكمية mgy هي طاقة الوضع الناشيء عن الجاذبية للمنظومة U_g وهكذا نحصل على:

$$W_g = U_i - U_f = -(U_f - U_i) = -\Delta U_g \qquad (2.8)$$

من هذه النتيجة نلاحظ أن الشغل المبذول على أي جسم بقوة الجاذبية يساوي سالب التغير في طاقة وضع الجاذبية للمنظومة. كذلك، توضح هذه النتيجة أن الفرق فقط بين طاقتي وضع الجاذبية عند الموضع الابتدائي والموضع النهائي هما اللتان لهما أهمية. يعني ذلك أن لدينا الحرية الكاملة ان نضع نقطة اصل الاحداثيات في اي وضع مناسب. اخيراً الشغل المبذول بقوة الجاذبية على الجسم عند سقوط الجسم على الارض هو نفسه الشغل المبذول الذي يبذله جسم يبدأ السقوط وينزلق على سطح مائل على الأرض. الحركة الافقية لاتؤثر على قيمة W_g.

وحدة طاقة جهد الجاذبية هي نفسها وحدة الشغل أي جول. طاقة الوضع مثلها مثل الشغل وطاقة الحركة وهي كمية قياسية.

إختبار سريع 1.8

هل من الممكن ان تكون طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية لجسم سالبة.

مثال 1.8 لاعب البولينج وألم في أصبعه

أمسك لاعب البولينج باستهتار كرة البولينج فانزلقت من يده على اصابع قدمه. باعتبار مستوى الارض هو $y = 0$ لاحداثيات المنظومة، احسب الشغل الكلي لقوة الجاذبية على الكرة عند سقوطها. اعد الحسابات بافتراض أن رأس اللاعب هي مركز الاحداثيات.

الحل: أولاً : نحتاج تقدير بعض القيم. كرة البولينج كتلتها 7 kg وارتفاع إصبع اللاعب عن الأرض هو 0.03 m. كذلك سنفترض أن الكرة تسقط من ارتفاع 0.5 m. طاقة الوضع للمنظومة المكونة من الكرة والأرض قبل سقوط الكرة مباشرة هي $U_i = mgy_i = (7\text{kg})(9.80\text{m/s}^2)(0.5\text{m}) = 34.3\text{J}$ بنفس الطريقة عندما تصل الكرة إصبع قدمه $U_f = mgy_f = (7\text{Kg})(9.8\text{m/s}^2)(0.03\text{m}) = 2.06\text{J}$ وبالتالي يكون الشغل المبذول بقوة الجاذبية هو:

$$W_g = U_i - U_f = 32.24\text{J}$$

ربما قد نحافظ على رقم عشرى واحد نتيجةُ التقريب في حساباتنا. وهكذا، يمكننا أن نقدر أن

قوة الجاذبية تبذل شغلاً مقداره 30J اثناء سقوطها. طاقة الوضع للمنظومة هي 30J بالنسبة إلى قمة اصبع القدم قبل ان تبدأ الكرة في السقوط.

عندما نستخدم رأس اللاعب (والتي تقدر انها على ارتفاع 1.50m من الارض) كنقطة أصل للإحداثيات، نجد أن $U_i = mgy_i = (7\ \text{kg})(9.8\ \text{m/s}^2)(-1\text{m}) = -68.9\text{J}$

وكذلك $U_f = mgy_f = (7\ \text{kg})(9.8\text{m/s}^2)(-1.47\text{m}) = -100.8\text{J}$

وبالتالي يكون الشغل المبذول بقوة الجاذبية هو:

$$W_g = U_i - U_f = -68.6\ \text{J} + 100.8\ \text{J} = 32.24\ \text{J} \approx 30\text{J}$$

طاقة المرونة الكامنة: Elastic Potential Energy

الآن افترض منظومة تتكون من ثقل وزنبرك، كما هو موضح بالشكل 2.8. القوة التي يؤثر بها الزنبرك على الثقل تعطى بالعلاقة $F_s = -kx$. في الفصل السابق علمنا أن الشغل المبذول بواسطة قوة الزنبرك على ثقل متصل بالزنبرك يعطى بالمعادلة:

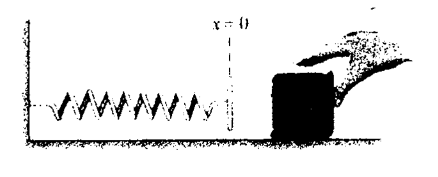
$$W_s = \tfrac{1}{2}kx_i^2 - \tfrac{1}{2}kx_f^2 \qquad (3.8)$$

في هذه الحالة تقاس المسافة الابتدائية والنهائية للثقل من نقطة الاتزان $x=0$. مرة أخرى نلاحظ أن W_s تعتمد على الموضع الابتدائي والموضع النهائي وهي بذلك تساوي صفراً للمسار المغلق. تعرف **دالة طاقة المرونة الكامنة المصاحبة** للمنظومة بالعلاقة

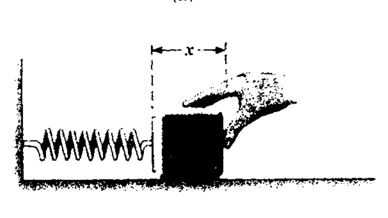
طاقة المرونة الكامنة في الزنبرك $$U_s \equiv \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad (4.8)$$

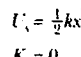
يمكن اعتبار طاقة المرونة الكامنة لمنظومة على أنها طاقة مختزنة في زنبرك (إما أن يكون مضغوطاً أو منبسطاً، بالنسبة لموضع الاتزان). حتى تتصور ذلك افترض الشكل 2.8 والذي يوضح زنبركاً موضوعاً على سطح أفقي أملس. عند دفع الثقل تجاه الزنبرك (شكل 2.8b) ينضغط الزنبرك مسافة x وتكون طاقة المرونة الكامنة في الزنبرك تساوي $\tfrac{1}{2}kx^2$. عند ترك الثقل يتحرك من السكون، يعود الزنبرك مرة أخرى إلى وضعه الأساسي وتتحول طاقة المرونة الكامنة إلى طاقة حركة للثقل (شكل 2.8c).

طاقة المرونة الكامنة المختزنة في الزنبرك تساوي صفراً عندما يكون الزنبرك عند $x=0$. يكون هناك طاقة مختزنة في الزنبرك فقط عندما يكون الزنبرك مضغوطاً أو منبسطاً. علاوة على ذلك فإن طاقة المرونة الكامنة تكون أكبر ما يمكن عندما يكون الزنبرك منضغط تماما أو منبسط تماما (أي عندما تكون $|x|$ أكبر ما يمكن). أخيراً حيث أن طاقة المرونة الكامنة تتناسب مع x^2، نلاحظ أن U_s تكون دائماً موجبة عندما يكون الزنبرك مضغوطا أو منبسطا.



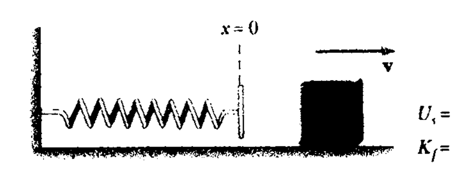
(a)





(b)

شكل 2.8 (a) زنبـرك مـوضـوع على سطح أفقي أملس (b) ثقل كتلته m يتم دفعه تجاه الزنبرك مسببا انضغاطا مقداره x (c) عند ترك الثقل يتحرك من السكون فإن طاقة المرونة الكامنة والمختـزنة في الزنبـرك تتحول إلى طاقة حركة للثقل.



(c)

2.8 القوى المحافظة والقوى غير المحافظة
CONSERVATIVE FORCES AND NONCONSERVATIVE FORCES

الشغل المبذول بواسطة قوة الجاذبية لا يعتمد على ما إذا كان الجسم سوف يهبط أو ينزلق إلى أسفل مستوى مائل. المهم هو التغير في ارتفاع الجسم. من ناحية أخرى فإن الفقد في الطاقة نتيجة الاحتكاك على المستوى المائل يعتمد على المسافة التي ينزلقها الجسم بمعنى أن الشغل المبذول بواسطة قوة جاذبية لا يعتمد على المسار، ولكن يختلف الوضع إذا أخذنا في الاعتبار الفقد في الطاقة نتيجة قوى الاحتكاك. يمكن استغلال ذلك في تصنيف القوى إلى قوى محافظة وأخرى غير محافظة.

القوى المحافظة Conservative Forces

خواص القوى المحافظة

القوى المحافظة لها خاصيتين هامتين:

(1) تكون القوة محافظة إذا كان الشغل المبذول على جسم يتحرك بين أي نقطتين لايعتمد على مسار الجسم.

(2) الشغل المبذول بالقوة المحافظة على جسم يتحرك في مسار مغلق يساوي صفراً. (المسار المغلق هو المسار الذي ينطبق فيه نقطة البداية على نقطة النهاية).

قوة الجاذبية هي احدى الأمثلة للقوى المحافظة والقوه التي يؤثر بها الزنبرك على أي جسم ملحق بالزنبرك هي مثال آخر. كما علمنا من القسم السابق، فإن الشغل الذي تبذله قوه الجاذبية على جسم

يتحرك بين أي نقطتين بالقرب من سطح الارض هو $W_g = mgy_i - mgy_f$. من هذه المعادلة نلاحظ أن W_g تعتمد فقط على قيمة احداثيي y الابتدائي والنهائي للجسم وبالتالي لاتعتمد على المسار. الأكثر من ذلك فإن $W_g = 0$ عندما يتحرك الجسم في مسار مغلق $(y_i = y_f)$.

في حالة منظومة الجسم والزنبرك فإن الشغل W_s المبذول بقوة الزنبرك يعطي بالعلاقة $W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_f^2$ (المعادلة 3.8). مرة أخرى نلاحظ أن قوة الزنبرك هي قوة محافظة لان W_s تعتمد فقط على احداثيي x الابتدائي والنهائي للجسم وتساوي صفراً في حالة المسار المغلق.

هكذا يمكننا أن نرفق طاقة الوضع مع أي قوة محافظة ويمكن إجراء ذلك للقوى المحافظة فقط. في القسم السابق يمكن تعريف طاقة الوضع المصاحبة للقوة التثاقلية على أنها $U_g = mgy$. بصورة عامة يكون الشغل المبذول W_c على جسم بواسطة قوة محافظة يساوي طاقة الوضع الابتدائية المصاحبة للجسم مطروحاً منها القيمة النهائية.

الشغل المبذول بالقوى المحافظة

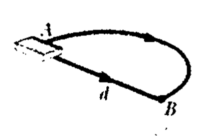
$$W_c = U_i - U_f = -\Delta U \qquad (5.8)$$

هذه المعادلة معروفة لك. انها الصورة العامة لمعادلة الشغل المبذول بواسطة قوة الجاذبية (المعادلة 2.8) وكذلك الشغل المبذول بواسطة قوة الزنبرك (المعادلة 3.8).

قوى غير محافظة Nonconservative Forces

5.3 يقال أن **القوة غير محافظة إذا كانت تسبب تغيراً في الطاقة الميكانيكية E**، والتي نعرفها على أنها مجموع طاقتي الحركة والوضع. على سبيل المثال إذا ما دفع كتاباً كي ينزلق على سطح أفقي خشن فإن قوة الاحتكاك الحركي الكيناتيكي تُنقص من طاقة حركة الكتاب. كلما تباطأ الكتاب، تتناقص طاقة حركته. نتيجة لقوة الاحتكاك، ترتفع درجة حرارة الكتاب والسطح. نوع الطاقة المصاحب لدرجة الحرارة هو طاقة داخلية، والتي سوف ندرسها في الفصل 20. من الخبره لايمكن تحويل الطاقة الداخلية مرة أخرى إلى طاقة حركة للكتاب. بمعنى أن تحويل الطاقة غير قابل للعكس. حيث إن قوة طاقة الاحتكاك تغير من قيمة الطاقة الميكانيكية للنظام، فإنها قوة غير محافظة.

من نظرية الشغل- طاقة الحركة نلاحظ أن الشغل المبذول بقوة محافظة على جسم تسبب تغير في طاقة حركة الجسم. يعتمد التغير في طاقة الحركة فقط على الموضع الابتدائي والموضع النهائي للجسم وليس على المسار الواصل بينهما. دعنا نقارن مع مثال انزلاق الكتاب والذي تؤثر فيه قوة الاحتكاك غير المحافظة بين الكتاب والسطح. طبقاً للمعادلة 17.7a فإن التغير في طاقة الحركة نتيجة الاحتكاك هو $\Delta K_{\text{friction}} = -f_k d$ حيث d هي طول المسار الذي يؤثر خلاله قوة الاحتكاك. تصور أن



الكتاب ينزلق من A إلى B على خط مستقيم طوله d شكل 3.8. التغير في طاقة الحركة هو $-f_k d$. الان افترض أن الكتاب ينزلق على مسار عبارة عن نصف دائرة من A إلى B. في هذه الحالة يكون المسار أطول ونتيجة لذلك يكون التغير في طاقة الحركة اكبر في المقدار (الاشارة سالبة) عنه في حالة الخط المستقيم. في هذ الحالة يكون التغير في طاقة الحركة مساوياً $-f_k \pi d/2$ حيث d هي قطر نصف الدائرة. هكذا، نلاحظ أنه في حالة القوة غير المحافظة يعتمد التغير في طاقة الحركة على المسار بين نقطتا البداية والنهاية. عند أخذ طاقة الوضع في الاعتبار، حينئذ يعتمد التغير في الطاقة الميكانيكية على المسار. سوف نعود إلى هذه النقطة في قسم 5.8.

شكل 3.8 يعتمد الفقد في الطاقة نتيجة قوة الاحتكاك الكيناتيكى على المسار الذي يسلكه الكتاب من النقطة A إلى النقطة B. يكون الفقد في الطاقة الميكانيكية أكبر عند سلوك المسار الأحمر منه في حالة المسار الازرق.

3.8 القوى المحافظة وطاقة الوضع

CONSERVATIVE FORCES AND POTENTIAL ENERGY

وجدنا في القسم السابق أن الشغل المبذول على جسم بواسطة قوة محافظة لايعتمد على المسار الذي يسلكه الجسم. يعتمد الشغل فقط على الاحداثيات الابتدائية والنهائية للجسم. نتيجة لذلك يمكن تعريف **دالة طاقة الوضع U** بحيث يكون الشغل المبذول بقوة محافظة مساويا النقص في طاقة الوضع للمنظومة. الشغل المبذول بواسطة قوة محافظة **F** عندما يتحرك الجسم على المحور x هو:

$$W_c = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx = -\Delta U \qquad \textbf{(6.8)}$$

حيث F_x هي مركبة **F** في اتجاه الإزاحة. أي أن، الشغل المبذول بقوة محافظة يساوي سالب التغير في طاقة الوضع المصاحبة لهذه القوة، حيث يعرف التغيير في طاقة الوضع بالمقدار $\Delta U = U_f - U_i$

يمكن كتابة المعادلة 6.8 في الصورة:

$$\Delta U = U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx \qquad \textbf{(7.8)}$$

هكذا تكون ΔU تكون سالبة عندما يكون F_x و dx لهما نفس الاتجاه كما يحدث عندما يهبط جسم تحت تأثير الجاذبية أو عندما يدفع الزنبرك الجسم تجاه نقطة الاتزان.

يحتم المصطلح "طاقة الوضع" ان الجسم لديه احتمالية أو امكانية ان يكتسب طاقة حركة أو بذل شغل عندما يُطلق للحركة من نقطة ما تحت تأثير قوة محافظة تؤثر على الجسم بعنصر آخر من

المنظومة. غالباً ما يكون من الملائم ان نتخذ النقطة x_i كنقطة إسناد وتقاس فروق طاقة الوضع بالنسبة لها. يمكن تعريف دالة طاقة الجهد على انها

$$U_f(x) = -\int_{x_i}^{x_f} F_x\,dx + U_i \qquad (8.8)$$

غالباً ما نأخذ قيمة U_i مساوية للصفر عند نقطة الاسناد. ليس هناك أي اهمية لتحديد قيمة U_i لأن أي قيمة غير صفرية سوف تؤدي إلى الإزاحة في قيمة $U_f(x)$ بكمية ثابتة والتغير في طاقة الجهد هو مقدار له مغزى فيزيائي. إذا كانت القوة المحافظة معلومة كدالة في الموضع، يمكن استخدام المعادلة 8.8 في حساب التغير في طاقة الوضع للمنظومة عندما يتحرك جسم من النظام من x_i إلى x_f من الاهمية أن نلاحظ أنه في حالة الإزاحة في اتجاه واحد تكون القوة محافظة طالما هي دالة في الموضع x فقط. ليس من الضروري أن يكون ذلك هو الوضع في حالة الإزاحة في ثلاث ابعاد.

4.8 حفظ الطاقة الميكانيكية CONSERVATION OF MECHANICAL ENERGY

5.9

عند رفع جسم إلى ارتفاع h من الارض لايكون له طاقة حركة. مع ذلك وكما علمنا سابقاً فإن طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية لمنظومة الجسم- الارض تساوي mgh . عند إسقاط الجسم فإنه يهبط تجاه الارض وتزداد سرعته وبالتالي طاقة حركته، بينما تتناقص طاقة وضع المنظومة. إذا ما تم إهمال بعض المؤثرات مثل مقاومة الهواء فإن طاقة الوضع المفقودة تظهر كطاقة حركة كلما هبط الجسم لأسفل.

بمعني أن مجموع طاقة الحركة وطاقة الوضع أي الطاقة الميكانيكية الكلية E تظل ثابتة. هذا مثال يوضح مبدأ **حفظ الطاقة الميكانيكية**.

في حالة سقوط الجسم سقوطاً حراً، ينص هذا المبدأ على أن اي زيادة (أونقص) في طاقة الوضع يكون مصحوباً بنقص (أو زيادة) مساوية في طاقة الحركة. لاحظ أن **الطاقة الميكانيكية لأى منظومة تظل ثابتة لمجموعة من الاجسام المعزولة والتي تتآثر مع بعضها من خلال قوى محافظة.**

حيث إن الطاقة الميكانيكية لنظام، E تُعرف على أنها مجموع طاقتي الحركة والوضع، يمكننا كتابة:

الطاقة الميكانيكية الكلية
$$E \equiv K + U \qquad (9.8)$$

يمكن التعبير عن مبدأ حفظ الطاقة بالصورة $E_i = E_f$ وهكذا نحصل على:

تبقى الطاقة الميكانيكية لمنظومة معزولة ثابتة
$$K_i + U_i = K_f + U_f \qquad (10.8)$$

من المهم أن نلاحظ أن المعادلة 10.8 تكون صحيحة فقط في حالة عدم إضافة أو إزالة طاقة من المنظومة. علاوة على ذلك، لايجب أن يكون هناك قوى غير محافظة تبذل شغلاً داخل المنظومة.

افترض مثال كرنفال دق- الجرس الموجود في أول هذا الفصل. يحاول المشارك في الكرنفال تحويل طاقة الحركة للمطرقة إلى طاقة وضع ناشئة عن الجاذبية المصاحبة لثقل المطرقة التي تؤدي إلى انزلاق الثقل في المسار العمودي. إذا كان للمطرقة طاقة حركة كافية فإن الثقل يُرفع لاعلى بدرجة كافية حتى يصل إلى الجرس الموضوع على قمة المسار. لكي تصل طاقة حركة المطرقة إلى أقصى قيمة، يلوح اللاعب بالمطرقة بأسرع مايمكن. كلما أسرع في حركة المطرقة كلما بذلت شغلاً أكبر على هدف الارتكاز والذي يؤدي بالتالي إلى بذل شغلاً على الثقل. بالطبع تشحيم الوتد (حتى نجعل الفقد في الطاقة نتيجة الاحتكاك أقل ما يمكن) قد يساعد ولكن غالباً ما يكون غير متاح.

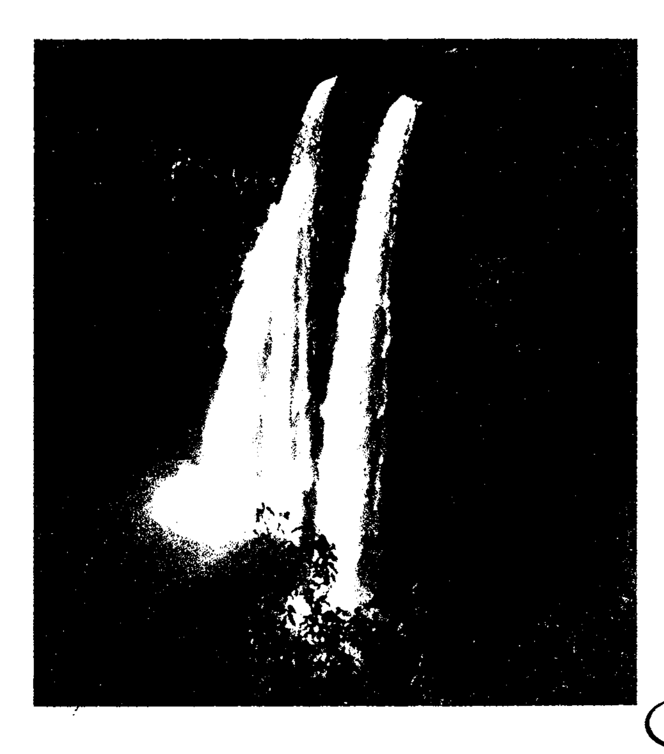
إذا أثرت أكثر من قوة محافظة على جسم داخل المنظومة، فإنه يوجد دالة طاقة وضع لكل قوة. في مثل هذه الحالة يمكننا تطبيق مبدأ حفظ الطاقة الميكانيكية للنظام في الصورة:

$$K_i + \sum U_i = K_f + \sum U_f \qquad (11.8)$$

حيث عدد الحدود في المجموع يساوي عدد القوى المحافظة الموجودة. على سبيل المثال، إذا الحق جسم بزنبرك يتذبذب رأسياً، فإن هناك قوتين محافظتان تؤثران على الجسم: قوة الزنبرك وقوة الجاذبية.

تجربة سريعة:

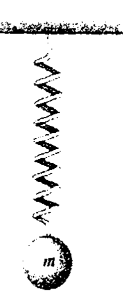
دلي حذاء من رباطه واستخدمه كبندول.



زوج من الشلالات في جزيرة كاواي هاواي. تتحول طاقة وضع الجاذبية للمنظومة المكونة من الماء والأرض عندما يكون الماء أعلى الشلال إلى طاقة حركة بمجرد أن تبدأ الماء في السقوط. ماذا كان لدى الماء وهو على قمة الصخرة؟ بمعنى آخر ما هو المصدر الرئيسي لطاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية عندما كان الماء على القمة؟

اختبار سريع 2.8

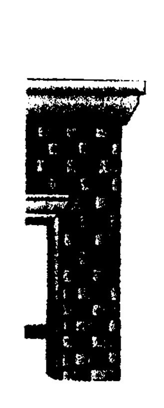
ثبتت كرة بزنبرك خفيف معلق رأسياً كما هو موضح بالشكل 4.8. عند إزاحته لأسفل من موضع الاتزان ثم تُرك، تتذبذب الكرة إلى أعلى و إلى أسفل. إذا اهملنا مقاومة الهواء هل تتحول الطاقة الميكانيكية الكلية للمنظومة (الكرة والزنبرك و الارض)؟ كم عدد صور طاقة الوضع في هذه الحالة.



شكل 4.8 ثبتت كرة بزنبرك مهمل الكتلة معلق رأسياً. ما هي صورة طاقة الوضع المصاحبة للمنظومة المكونة من الكرة والزنبرك والارض عند ازاحة الكرة إلى أسفل.

اختبار سريع 3.8

قذفت ثلاث كرات متماثلة من قمة مبنى كلها بسرعة ابتدائية واحدة. قذفت الأولى أفقياً والثانية بزاوية أعلى مع الافقي والثالثة بزاوية اسفل الخط الأفقي كما هو موضح بالشكل 5.8. إذا اهملنا مقاومة الهواء، رتب سرعات الكرات عند لحظة ارتطام كل منها مع الارض.



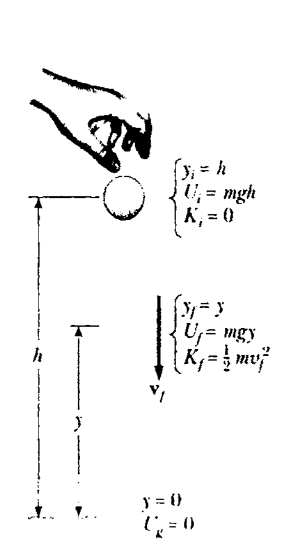
شكل 5.8 قذفت ثلاث كرات متماثلة بنفس السرعة من قمة مبنى.

مثال 2.8 سقوط كره سقوطاً حراً

أسقطت كرة كتلتها m من ارتفاع h فوق الارض كما هو موضح بالشكل 6.8 (a) بإهمال مقاومة الهواء احسب سرعة الكرة عندما تكون على ارتفاع y من الارض.

الحل: حيث إن الكره تسقط سقوطاً حراً فإن القوة الوحيدة التي تؤثر عليها هي قوة الجاذبية. لهذا تستخدم مبدأ حفظ الطاقة الميكانيكية لمنظومة الارض والكرة.

في أول الأمر يكون للمنظومة طاقة وضع وليس لها طاقة حركة. عند سقوط الكرة تظل الطاقة الميكانيكية الكلية ثابتة وتساوي طاقة الوضع الابتدائية للمجموعة.



شكل 6.8 اسقاط كرة من ارتفاع h فوق الارض. في بادئ الأمر تكون الطاقة الكلية للمنظومة المكونة من الكرة والأرض هي طاقة وضع وتساوي mgh بالنسبة للارض. عند ارتفاع y تكون الطاقة الكلية هي مجموع طاقتي الحركة والوضع.

عند لحظة ترك الكرة لتسقط تكون طاقة حركتها $K_i = 0$ وطاقة الوضع للمنظومة $U_i = mgh$ عندما تكون الكرة على ارتفاع y فوق الارض تكون طاقة حركتها $K_f = \frac{1}{2} mv_f^2$ وطاقة وضعها بالنسبة للارض هي $U_f = mgh$. باستخدام المعادلة 1.8 نحصل على:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$0 + mgh = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy$$

$$v_f^2 = 2g(h - y)$$

$$v_f = \sqrt{2g(h-y)}$$

السرعة دائماً موجبة. إذا ما طلب تحديد سرعة الكرة (مقداراً واتجاهاً)، يجب أن تستخدم القيمة السالبة للجذر التربيعي كقيمة المركبة في اتجاه y بما يعني ان الحركة لاسفل.

(b) احسب سرعة الكرة عند y إذا كانت سرعتها الابتدائية عند دفعها للحركة هي v_i وهي على ارتفاع h.

الحل: في هذه الحالة تشمل الطاقة الابتدائية طاقة حركة تساوي $\frac{1}{2} mv_i^2$ وتعطي المعادلة 10.8

$$\tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgh = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + mgy$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2g(h-y)$$

$$v_f = \sqrt{v_i^2 + 2g(h-y)}$$

هذه النتيجة تتفق مع العلاقة ($v_{yf}^2 = v_{yi}^2 + 2g(y_f - y_i)$) من الكينماتيكا، حيث $y_i = h$. علاوة على ذلك، تتحقق هذه النتيجة حتى وإن كانت السرعة الابتدائية تصنع زاوية مع الافقي (كما في حالة المقذوفات) لسببين (1) الطاقة كمية قياسية وتعتمد الطاقة الابتدائية فقط على مقدار السرعة دون اتجاهها. (2) يعتمد التغير في طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية فقط على التغير في الموضع في الاتجاه الرأسي.

مثال 3.8 البندول

يتكون البندول من كرة كتلتها m مربوطة في خيط خفيف طوله L كما بالشكل 7.8. تترك الكرة للحركة من السكون عندما تكون الزاوية التي يصنعها الخيط مع الرأسي θ_A. (a) احسب سرعة الكرة عندما تكون عند ادنى موضع Ⓑ.

الحل: القوة الوحيدة التي تبذل شغلاً على الكرة هي قوة الجاذبية. (قوة الشد تكون دائماً عمودية على كل عنصر من الإزاحة وبالتالي لاتبذل شغلاً). وحيث إن قوة الجاذبية محفوظة فإن الطاقة الميكانيكية للمنظومة المكونة من الكرة والبندول تكون ثابتة. (بمعنى أنه يمكن اعتبار هذا المثال كمسألة حفظ طاقة). عندما يتأرجح البندول، يكون هناك تحول مستمر بين طاقة الوضع وطاقة الحركة. عند لحظة ترك البندول للحركة تكون الطاقة الكلية هي طاقة وضع. عند النقطة Ⓑ

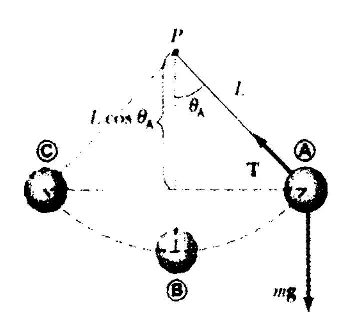
يكتسب البندول طاقة حركة ولكن يفقد الجسم بعض من طاقة الوضع. عند Ⓒ يسترد النظام طاقة الوضع وتعود طاقة حركته إلى الصفر مرة أخرى.

إذا افترضنا الاحداثي y للكرة من مركز الدوران فإن $y_A = -L\cos\theta_A$ و $y_B = -L$ ولهذا $U_A = -mgL\cos\theta_A$ و $U_B = -mgL$. باستخدام مبدأ حفظ الطاقة الميكانيكية على المنظومة نحصل على:

$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$0 - mgL\cos\theta_A = \tfrac{1}{2}mv_B^2 - mgL$$

$$v_B = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_A)} \qquad (1)$$



شكل 7.8 إذا أطلقت كرة لتتحرك من السكون بزاوية θ_A فإنها لن تتأرجح اعلى هذا الموضع اثناء حركتها. في بداية الحركة عند الموضع Ⓐ، تكون الطاقة طاقة وضع فقط. تتحول كل طاقة الوضع إلى طاقة حركة عند ادنى نقطة Ⓑ. عندما تستمر الكرة في الحركة على قوس تتحول الطاقة إلى طاقة كلية مرة أخرى عند Ⓒ.

(b) ما هو الشد في الخيط T_B عند Ⓑ.

الحل: حيث إن قوة الشد لاتبذل شغلاً فإنه لايمكن ايجاد الشد باستخدام طريقة الطاقة. لحساب T_B يستخدم قانون نيوتن الثاني في اتجاه نصف القطر. اولاً نتذكر أن القوة العمودية على جسم يتحرك في دائرة تساوي v^2/r وتتجه دائماً نحو مركز الدائرة. حيث أن $r = L$، في هذ المسألة، تحصل على:

$$\sum F_r = T_B - mg = ma_r = m\frac{v_B^2}{L} \qquad (2)$$

بالتعويض من (1) في (2) يعطي الشد عند Ⓑ:

$$T_B = mg + 2\,mg(1-\cos\theta_A) \qquad (3)$$
$$= mg(3 - 2\cos\theta_A)$$

من (2) نلاحظ أن الشد عند النقطة Ⓑ يكون أكبر من وزن الكرة. علاوة على ذلك فإن (3) تعطي النتيجة المتوقعة وهي $T_B = mg$ عندما تكون الزاوية الابتدائية $\theta_A = 0$.

تمرين: أطلق بندول طوله 2.0 m وكتلته 0.50 kg للحركة من السكون بزاوية 30.0 مع الرأسي. احسب سرعة الكرة والشد في الخيط عندما تكون الكرة في أدنى نقطة.

الإجابة: 2.29 m/s ; 6.21 N

5.8 الشغل المبذول بالقوى غير المحافظة
WORK DONE BY NONCONSERVATIVE FORCES

كما لاحظنا، فإنه إذا كانت القوى المؤثرة على جسم من منظومة هي قوى محافظة، حينئذ تظل الطاقة الميكانيكية للمنظومة ثابتة. مع ذلك، إذا كان بعض هذه القوى التي تؤثر على الجسم في المنظومة غير محافظة حينئذ لاتبقى الطاقة الميكانيكية للمنظومة ثابتة. دعنا ندرس نوعين من القوى غير المحافظة: قوة خارجية وقوة احتكاك كيناتيكية.

الشغل المبذول بالقوة الخارجية Work Done by an Applied Force

عند رفع كتاب لمسافة باستخدام قوة، فإن القوة المستخدمة تبذل شغلاً W_{app} على الكتاب، بينما تبذل قوة الجاذبية شغلاً W_g على الكتاب. إذا افترضنا ان الكتاب هو جسم فإن الشغل المبذول على الكتاب يرتبط بالتغير في طاقة حركته كما هو معلوم من نظرية الشغل- طاقة الحركة والمعطاة بالمعادلة 15.7:

$$W_{app} + W_g = \Delta K \qquad \textbf{(12.8)}$$

حيث إن قوة الجاذبية هي قوة محافظة، يمكننا استخدام المعادلة 2.8 في التعبير عن الشغل المبذول بقوة الجاذبية بدلالة التغير في طاقة الوضع أو $W_g = -\Delta U$. بالتعويض عن W_g في المعادلة 12.8 نحصل على:

$$W_{app} = \Delta K + \Delta U \qquad \textbf{(13.8)}$$

لاحظ أن الطرف الايمن لهذه المعادلة يمثل التغير في الطاقة الميكانيكية للمنظومة المكونة من الكتاب والارض. توضح هذه النتيجة ان القوة المؤثرة تنقل طاقة إلى المنظومة في صورة طاقة حركة للكتاب وطاقة وضع لمنظومة الكتاب والأرض. من ثم نستنتج أنه إذا **كان الجسم جزءاً من منظومة فإن القوة الخارجية تنقل طاقة إلى داخل أو إلى خارج المنظومة.**

حالات تشتمل على احتكاك كيناتيكي Situations Involving Kinetic Friction

الاحتكاك الحركي هو مثال للقوة غير المحافظة. إذا ما أُعطي كتاب سرعة ابتدائية على سطح افقي خشن، فإن قوة الاحتكاك الكيناتيكي المؤثرة على الكتاب تضاد حركته ويتباطأ الكتاب حتى يتوقف في النهاية. تقلل قوة الاحتكاك من طاقة الحركة للكتاب بتحويل طاقة الحركة إلى طاقة داخلية للكتاب وجزءاً آخر إلى السطح الافقي. يتحول جزء فقط من طاقة حركة الكتاب إلى طاقة داخلية للكتاب والباقي يظهر كطاقة داخلية للسطح. (عند سقوط اللاعب على أرض الملعب، ليس فقط جلد الركبة الذي يصاب بأذى بل تتأثر الأرض أيضاً!).

عندما يزاح الكتاب مسافة d فإن القوة الوحيدة التي تبذل شغلاً هي قوة الاحتكاك الكينياتيكية. تسبب هذه القوة نقص في طاقة حركة الكتاب. تم حساب هذا النقص في فصل 7 والذي يعطى بالمعادلة التي نذكرها ثانية هنا:

$$\Delta K_{\text{friction}} = -f_k d \qquad (14.8)$$

إذا تحرك الكتاب على سطح مائل خشن، يحدث ايضاً تغير في طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية للمنظومة المكونة من الكتاب والارض ويكون $-f_k d$ هو مقدار التغير في الطاقة الميكانيكية للمنظومة بسبب قوة الاحتكاك الكيناتيكية. في مثل هذه الحالات:

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = -f_k d \qquad (15.8)$$

حيث $E_i + \Delta E = E_f$

اختبار سريع 4.8

اكتب الصورة العامة لنظرية الشغل- طاقة الحركة لجسمين متصلين ببعضهما بزنبرك وتؤثر عليهما قوة الجاذبية وقوة خارجية أخرى. ادخل تأثير الاحتكاك $\Delta E_{\text{friction}}$.

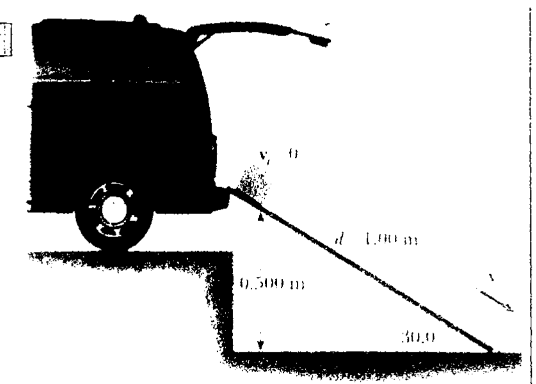
تنويهات عند حل المسائل:

حفظ الطاقة

يمكننا حل الكثير من المسائل باستخدام مبدأ حفظ الطاقة. يجب أن نتبع الطريقة التالية عند استخدام هذا المبدأ.

- عرف منظومتك والتي قد تشمل جسمين أو أكثر متآثرة مع بعضها بالإضافة إلى الزنبركات أو المنظومات الاخرى والتي يمكنها ان تختزن طاقة الوضع المرن. اختار النقطتين الابتدائية والنهائية.
- حدد النقاط الصفرية لطاقة الوضع (الجاذبية والزنبرك). إذا تواجد اكثر من قوة محافظة اكتب تعبيراً لطاقة الوضع المصاحبة لكل قوة.
- حدد القوى غير المحافظة إذا كانت موجودة. تذكر أنه اذا تواجد احتكاك أو مقاومة هواء، فإن الطاقة الميكانيكية تكون غير محافظة.
- إذا كانت الطاقة الميكانيكية محافظة يمكننا كتابة الطاقة الابتدائية عند نقطة ما في الصورة $E_i = K_i + U_i$. حينئذ اكتب تعبيراً للطاقة الميكانيكية الكلية $E_f = K_f + U_f$ للنقطة النهائية المطلوبة. حيث إن الطاقة الميكانيكية محفوظة، يمكننا مساواة الطاقتين والحل لايجاد الكميات المجهولة.
- إذا تواجدت قوى احتكاك (وبالتالي تكون الطاقة الميكانيكية غير محافظة) اكتب أولاً تعبيرات للطاقتين الابتدائية والنهائية في هذه الحالة يكون الفرق بين الطاقتين - الطاقة الكلية الميكانيكية النهائية والطاقة الميكانيكية الابتدائية الكلية مساوياً للتغير في الطاقة الميكانيكية للمنظومة نتيجة الاحتكاك.

مثال 4.8 انزلاق صندوق على منحدر



شكل 4.8 ينزلق صندوق إلى اسفل منحدر تحت تأثير الجاذبية. تتناقص طاقة الوضع بينما تزداد طاقة الحركة.

ينزلق صندوق كتلته 3.0kg إلى أسفل منحدر. إذا كان طول المنحدر 1.0 m ويميل بزاوية 30° كما هو موضح بالشكل 8.8. يبدأ الصندوق في الحركة من السكون من اعلى قمة المنحدر متأثراً بقوة احتكاك ثابتة مقدارها 5.0N ويستمر في الحركة لمسافة صغيرة على الارض بعد نهاية المنحدر. استخدم طريقة الطاقة في حساب سرعة الصندوق اسفل المنحدر.

الحل: حيث أن $v_i=0$ فإن طاقة الحركة الابتدائية عند قمة المنحدر تساوي صفراً. إذا تم قياس الاحداثي y من أسفل المنحدر (الموضع النهائي الذي يتلاشى عنده طاقة الوضع) واعتبار الاتجاه الاعلى هو الاتجاه الموجب، حينئذ $y_i= 0.5\text{m}$. ومن ثم فإن الطاقة الميكانيكية الكلية للمنظومة المكونة من الصندوق والأرض عند القمة هي كليةً طاقة وضع:

$$E_i = K_i + U_i = 0 + U_i = mgy_i$$
$$= (3.00\ \text{kg}).(9.8\ \text{m/s}^2)(0.50\ \text{m}) = 14.7\text{J}$$

عندما يصل الصندوق إلى اسفل المنحدر تكون طاقة الوضع للمنظومة صفراً لأن ارتفاع الصندوق حينئذ $y_f = 0$ ولهذا فإن الطاقة الميكانيكية للصندوق عند وصوله إلى اسفل المنحدر تكون كلها طاقة حركة:

$$E_f = K_f + U_f = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + 0$$

لايمكننا القول أن $E_i= E_f$ لان القوة غير المحافظة تنقص الطاقة الميكانيكية للمنظومة وهي قوة الاحتكاك الكيناتيكية التي تؤثر على الصندوق. في هذه الحالة، تعطي المعادلة $\Delta E = -f_k d$ حيث d هي الإزاحة على طول المنحدر (تذكر أن القوى العمودية على المنحدر لاتؤثر على الصندوق لأنها عمودية على الإزاحة). باستخدام $f_k= 5.0\ \text{N}$ و $d = 1.0\text{m}$ نحصل على:

$$\Delta E = -f_k d = -(5.0\ \text{N})\ (1.0\text{m}) = -5.0\text{J}$$

توضح هذه النتيجة أن المنظومة تفقد بعضاً من الطاقة الميكانيكية نتيجة وجود قوة إحتكاك غير محافظة. باستخدام المعادلة 15.8 نحصل على:

$$E_f - E_i = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - mgy_i = -f_k d$$
$$\tfrac{1}{2}mv_f^2 = 14.7\text{J} - 5.00\text{J} = 9.70\text{J}$$

$$v_f^2 = \frac{19.4\text{J}}{3.00\text{ kg}} = 6.47\text{ m}^2/s^2$$

$$v_f = 2.54\text{ m/s}$$

تمرين: استخدم قانون نيوتن الثاني في حساب تسارع الصندوق على المنحدر واستخدم المعادلات الكينماتيكية في تعيين السرعة النهائية للصندوق.

الإجابة: 2.54m/s ، 3.23m/s^2

تمرين : بافتراض ان المنحدر املس. احسب السرعة النهائية للصندوق وكذلك تسارعه على المنحدر.

الإجابة: 4.9m/s^2 ، 3.13m/s

مثال 5.8 الحركة في طريق منحنى

يعتلي طفل كتلته m زلاقة غير منتظمة الانحناء ارتفاعها h= 2.0m كما هو موضح بالشكل 9.8. يبدأ الطفل من السكون عند القمة (a) احسب سرعته عند القاع بافتراض عدم وجود احتكاك.

الحل: لاتبذل القوة العمودية اي شغل على الطفل لأن القوة تكون عمودية دائماً على عنصر الإزاحة وحيث أنه لايوجد احتكاك، فإن الطاقة الميكانيكية للمنظومة المكونة من الارض والطفل- محافظة. إذا أخذنا الاحداثي y في الاتجاه لأعلى من قاع الزلاقة، حينئذ $y_i = h$ ، y_f =0 ونحصل على:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$0 + mgh = \tfrac{1}{2}mv_f^2 + 0$$

$$v_f = \sqrt{2gh}$$

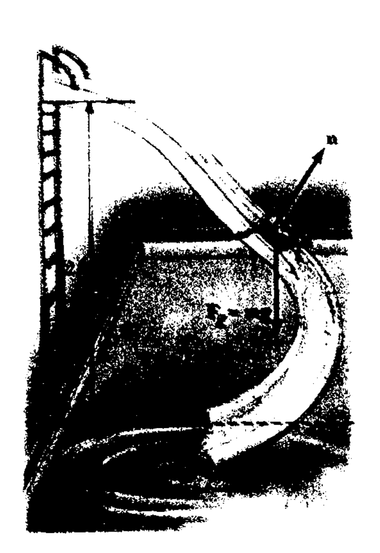
وهي نفس النتيجة التي سنحصل عليها إذا ما هبط الطفل رأسياً مسافة مقدارها h !

باستخدام h= 2.0m نحصل على:

$$v_f = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.80\text{ m/s}^2)(2.00\text{ m})} = 6.26\text{ m/s}$$

(b) إذا أثرت قوة احتكاك كيناتيكية على الطفل، ما مقدار الطاقة الميكانيكية التي تفقدها المنظومة؟ افترض أن v_f = 3.0m/s و m= 20.0 kg.

الحل: في هذه الحالة لاتكون الطاقة الميكانيكية محافظة وبالتالي يجب أن نستخدم المعادلة 15.8 لحساب الفقد في الطاقة الميكانيكية نتيجة الاحتكاك



شكل 9.8 إذا كانت الزلاقة ملساء فإن سرعة الطفل عند القاع تعتمد فقط على ارتفاع الزلاقة.

$$\Delta E = E_f - E_i = (K_f + U_f) - (K_i + U_i)$$
$$= (\tfrac{1}{2}mv_f^2 + 0) - (0 + mgh) = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - mgh$$
$$= \tfrac{1}{2}(20.0\text{ kg})(3.00\text{ m/s})^2 - (20.0\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(2.00\text{ m})$$
$$= -302\text{J}$$

مرة أخرى قيمة ΔE سالبة لأن الاحتكاك يُنقص الطاقة الميكانيكية للمنظومة (الطاقة الميكانيكية النهائية أقل من الطاقة الميكانيكية الابتدائية). حيث أن الزلاقة منحنية، تتغير القوة العمودية في المقدار والاتجاه أثناء الحركة. لهذا فإن قوة الاحتكاك والتي تتناسب مع n تتغير ايضاً اثناء الحركة. باعطاء قيمة قوة الاحتكاك المتغيره، هل تعتقد أنه من الممكن تعيين μ_k من هذه البيانات؟

مثال 6.8 هيا نذهب للتزلج

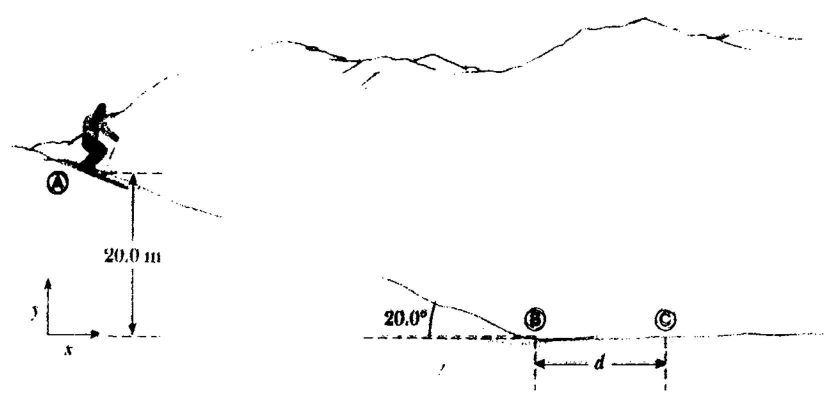
تبدأ متزلجة من السكون عند قمة منحدر املس ارتفاعه 20.0m كما هو موضح بالشكل 10.8. ثم تبدأ المتزلجة الحركة من عند قاع المنحدر على سطح أفقي حيث يكون معامل الاحتكاك الكيناتيكي بين المزلاج والجليد هو 0.210 ما المسافة التي تقطعها على السطح الافقي قبل أن تتوقف.

الحل: اولاً دعنا نحسب سرعتها عند قاع المنحدر والذي سنختاره على أنه نقطة الصفر لطاقة الوضع. حيث أن المنحدر أملس فإن الطاقة الميكانيكية للمنظومة المكونة من المتزلجة والارض تبقى ثابتة، وسوف نجد، كما فعلنا في المثال السابق، أن

$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9.80\text{ m/s}^2)(20.0\text{ m})} = 19.8\text{ m/s}$$

الآن نستخدم المعادلة 15.8 لوصف حركة المتزلجة على السطح الأفقي الخشن من Ⓑ إلى Ⓒ. التغير في الطاقة الميكانيكية على المسار الافقي هو $\Delta E = -f_k d$ حيث d هي الإزاحة الافقية.

لإيجاد المسافة التي تقطعها المتزلجة قبل أن تتوقف، نأخذ $K_C=0$. باستخدام $v_B = 19.8\text{m/s}$ وقوة الاحتكاك من العلاقة $f_k = \mu_k n = \mu_k mg$ نحصل على



شكل 10.8 تنزلق المتزلجة إلى أسفل المنحدر ثم تتحرك على مستوى افقي وتتوقف على بعد d من قاع الهضبة.

$$\Delta E = E_C - E_B = -\mu_k mgd$$

$$(K_C + U_C) - (K_B + U_B) = (0+0) - (\tfrac{1}{2} m v_B^2 + 0)$$

$$= -\mu_k mgd$$

$$d = \frac{v_B^2}{2\mu_k g} = \frac{(19.8 \text{ m/s})^2}{2(0.210)\,(9.80 \text{ m/s}^2)}$$

$$= 95.2 \text{ m}$$

تمرين: احسب المسافة الافقية التي تقطعها المتزلجة قبل السكون إذا كان المنحدر ايضاً له معامل احتكاك كنياتيكي يساوي 0.210.

الإجابة: 40.3m

مثال 7.8 بندقية قاذفة تعمل بزنبرك

آلية الاطلاق في بندقية - لعبة تتكون من زنبرك ثابت الزنبرك له غير معلوم (شكل 11.8a). عند ضغط الزنبرك مسافة 0.12m فإن البندقية، عند الاطلاق رأسياً، تكون قادرة على قذف قذيفة كتلتها 35.0g لاقصى ارتفاع - 20.m فوق موضع القذيفة قبل اطلاقها. (a) بإهمال جميع القوى المقاومة احسب ثابت الزنبرك.

الحل: حيث أن القذيفة تبدأ من السكون فإن طاقة الحركة الابتدائية تساوي صفراً وإذا أخذنا نقطة الصفر لطاقة الوضع للجاذبية للمنظومة المكونة من القذيفة والارض هي أدنى موضع للقذيفة x_A حينئذ تكون طاقة الوضع للجاذبية الابتدائية تساوي صفراً. الطاقة الميكانيكية للمنظومة ثابتة حيث لايوجد قوى غير محافظة.

في البداية تكون الطاقة الميكانيكية الوحيدة في المنظومة هي طاقة المرونة الكامنة المختزنة في زنبرك البندقية، $U_{sA} = kx^2/2$، حينئذ يكون الانضغاط في الزنبرك $x = 0.12$ m. ترتفع القذيفة إلى أقصى ارتفاع x_c= h= 20.0m وبالتالي تكون طاقة وضع الجاذبية النهائية عندما تصل القذيفة إلى أقصى قيمة هي mgh.

طاقة الحركة النهائية للقذيفة تساوي صفراً وطاقة الجهد المرونة الكامنة المختزنة في الزنبرك تساوي صفراً. حيث إن الطاقة الميكانيكية للمنظومة ثابتة نجد أن:

$$E_A = E_C$$

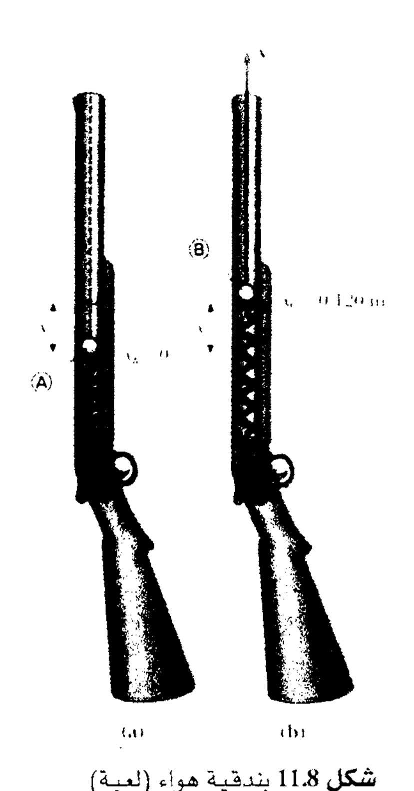
$$K_A + U_{gA} + U_{sA} = K_C + U_{gC} + U_{sC}$$

$$0 + 0 + \tfrac{1}{2}kx^2 = 0 + mgh + 0$$

$$\tfrac{1}{2}k(0.120 \text{ m})^2 = (0.0350 \text{ kg})\,(9.80 \text{ m/s}^2)\,(20.0 \text{ m})$$

$$k = 953 \text{ N/m}$$

(b) احسب سرعة القذيفة عندما تتحرك حول موضع اتزان الزنبرك (حيث $x_B = 0.120\text{m}$) كما هو موضح في الشكل 11.8b.



شكل 11.8 بندقية هواء (لعبة) تعمل بزنبرك

الحل: كما لاحظنا سابقاً فإن الطاقة الميكانيكية الوحيدة للمنظومة عند A هي طاقة المرونة الكامنة $kx^2/2$. الطاقة الكلية للمنظومة عندما تتحرك القذيفة حول نقطة الاتزان للزنبرك تشمل طاقة حركة القذيفة $\frac{1}{2}mv_B^2$ وطاقة وضع الجاذبية mgx_B. عند ذلك يعطي مبدأ حفظ الطاقة الميكانيكية

$$E_A = E_B$$

$$K_A + U_{gA} + U_{sA} = K_B + U_{gB} + U_{sB}$$

$$0 + 0 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}mv_B^2 + mgx_B + 0$$

ولهـذا

$$v_B = \sqrt{\frac{kx^2}{m} - 2gx_B}$$

$$= \sqrt{\frac{(953\ \text{N/m})\ (0.120\ \text{m})^2}{0.0350\ \text{kg}} - 2(9.80\ \text{m/s}^2)(0.120\ \text{m})}$$

$$= 19.7\ \text{m/s}$$

يجب أن تقارن بين الامثلة المختلفة التي تم تقديمها في هذا الفصل. لاحظ كيف يساعد تقسيم المسألة إلى عدة عمليات متعاقبة في ايجاد الحل.

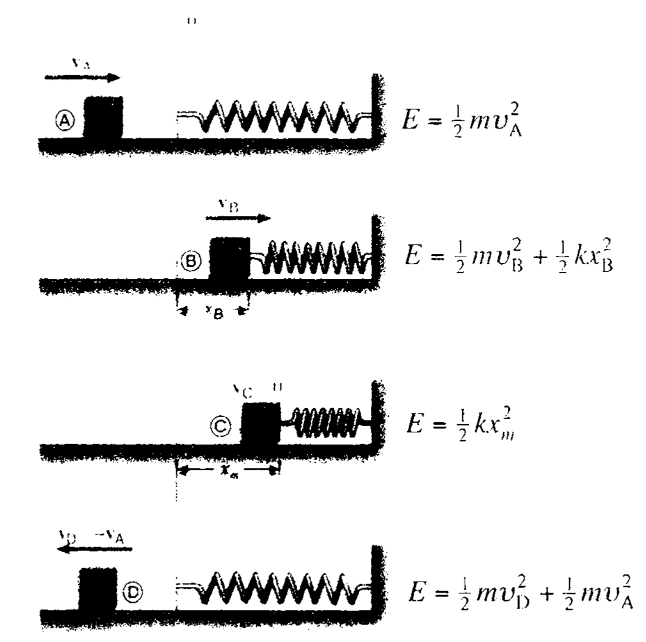
تمرين: ما هي سرعة القذيفة عندما تكون على ارتفاع 10.0m؟

الإجابة: 14.0m/s

مثال 8.8 تصادم حجر مع زنبرك

صخرة كتلتها 0.8 kg وسرعتها الابتدائية 1.2 m/s تنزلق تجاه اليمين لتصطدم بزنبرك مهمل الكتلة وله ثابت قوة $k = 5$ N/m كما هو موضح في الشكل 12.8 (a). بافتراض ان السطح املس، احسب اقصى انضغاط في الزنبرك بعد التصادم.

الحل: تتكون المنظومة هنا من الصخرة والزنبرك. قبل التصادم- أي عند النقطة Ⓐ تكون للصخرة طاقة حركة ولايكون الزنبرك منضغطاً بمعنى ان طاقة المرونة الكامنة المختزنة في الزنبرك تساوي صفراً. وهكذا، فإن الطاقة الميكانيكية الكلية للمنظومة قبل التصادم هي $\frac{1}{2}mv_A^2$. بعد التصادم، عند النقطةⒸ، يكون الزنبرك منضغطاً كلية. وفي هذ الحالة تكون الصخرة ساكنة وبالتالي فإن



شكل 12.8 تنزلق صخرة على سطح أملس أفقي لتصطدم مع زنبرك خفيف. (a) في بادئ الامر تكون الطاقة الميكانيكية كلها طاقة حركة. (b) الطاقة الميكانيكية هي مجموع طاقة الحركة للصخرة وطاقة المرونة الكامنة المختزنة في الزنبرك. (c) الطاقة الكلية هي طاقة وضع. (d) تتحول الطاقة مرة أخرى إلى طاقة حركة للصخرة. تظل الطاقة الكلية ثابتة خلال الحركة.

طاقة حركتها تساوي صفراً، بينما تكون الطاقة المختزنة في الزنبرك اقصى مايمكن وتساوي $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx_m^2$ ، حيث تم اختيار $x=0$ هو موضع الاتزان للزنبرك و x_m هي أقصى انضغاط في الزنبرك والذي يحدث عند x_c. الطاقة الميكانيكية للمنظومة محفوظة حيث لاتؤثر قوى غير محافظة على الاجسام داخل المنظومة.

حيث إن الطاقة الميكانيكية محفوظة فإن طاقة الحركة للصخرة قبل التصادم يجب أن تساوي أقصى طاقة مرونة كامنة مختزنة في الزنبرك عند انضغاطة كلية.

$$E_A = E_C$$

$$K_A + U_{sA} = K_C + U_{sC}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}kx_m^2$$

$$x_m = \sqrt{\frac{m}{k}}v_A = \sqrt{\frac{0.80\ \text{kg}}{50\ \text{N/m}}}(1.2\ \text{m/s})$$

$$= 0.15\ \text{m}$$

لاحظ إننا لم نأخذ في الاعتبار U_g لانه لايحدث تغير في الموضع في الاتجاه الرأسي.

(b) افترض انه تؤثر قوة احتكاك بين الصخرة والسطح بمعامل احتكاك $\mu_k = 0.5$. إذا كانت سرعة الصخرة عند لحظة تصادمها مع الزنبرك هي $v_A = 1.2\text{m/s}$ ما هو اقصى انضغاط في الزنبرك.

الحل: في هذه الحالة لاتكون الطاقة الميكانيكية محافظة لأنه يوجد قوة احتكاك تؤثر على الصخرة. مقدار قوة الاحتكاك هو:

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg = 0.50(0.80\ kg)(9.80 m/s^2) = 3.92\ N$$

لهذا فإن التغير في الطاقة الميكانيكية نتيجة الاحتكاك عندما تُزَاح الصخرة من نقطة اتزان الزنبرك (حيث تم اتخاذها كنقطة أصل) إلى x_B هو:

$$\Delta E = -f_k x_B = -3.92 x_B$$

بالتعويض في المعادلة 15.8 نحصل على:

$$\Delta E = E_f - E_i = (0 + \tfrac{1}{2}kx_B^2) - (\tfrac{1}{2}mv_A^2 + 0) = -f_k x_B$$

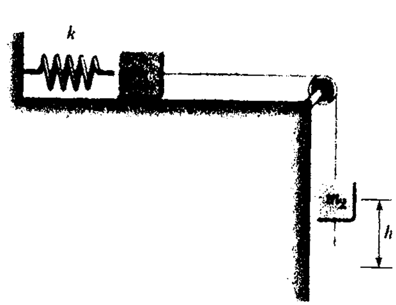
$$\tfrac{1}{2}(50)x_B^2 - \tfrac{1}{2}(0.80)(1.2)^2 = -3.92 x_B$$

$$25x_B^2 + 3.92x_B - 0.576 = 0$$

حل المعادلة من الدرجة الثانية يعطي $x_B = 0.092m$ ، $x_B = -0.25m$. القيمة ذات المعنى الفيزيائي هي $x_B = 0.092$ m والقيمة السالبة لا تصلح لهذه الحالة لان الصخرة يجب أن تكون على يمين نقطة الاصل (القيمة الموجبة لـ x) عندما تتوقف. لاحظ أن 0.092 m أقل من المسافة التي تم الحصول عليها في حالة السطح الاملس، الجزء (a). هذه النتيجة هي المتوقعة لأن الاحتكاك يعوق حركة المنظومة.

مثال 9.8 تحرك ثقلان متصلان

ثقلان متصلان ببعضهما بحبل يمر على بكرة ملساء كما بالشكل 13.8 يوضع الثقل m_1 على السطح الأفقي ومتصل بزنبرك له ثابت القوة k. تُرك الجسم يتحرك من السكون عندما يكون الزنبرك مضغوطاً. إذا هبط الثقل المعلق m_2 مسافة h قبل ان يصل إلى السكون. احسب معامل الاحتكاك الكيناتيكي بين الثقل m_1 والسطح.



شكل 13.8 عندما يتحرك الثقل المعلق من أعلى ارتفاع إلى الأدنى، تفقد المنظومة طاقة وضع تجاذبية ولكن يكتسب طاقة مرونة كامنة في الزنبرك. هناك فقد لبعض من الطاقة الميكانيكية نتيجة الاحتكاك بين الثقل المنزلق والسطح.

الحل: تظهر كلمة "سكون" مرتين في نص المسألة موضحة أن السرعة الابتدائية والسرعة النهائية وطاقات الحركة كلها صفراً. (لاحظ كذلك، حيث أننا نهتم بنقطتي البداية والنهاية للحركة، فلاداعي ان نضع دوائر حول الحروف كما فعلنا في المثالين السابقين. سوف يكون استخدام i، f كافياً لتحديد الوضع). في هذه الحالة، تتكون المنظومة من الثقلين والزنبرك والأرض. سوف نحتاج إلى صيغتين لطاقتي الوضع: التجاذبية والمرونة الكامنة. حيث أن الطاقة الابتدائية والطاقة النهائية للمنظومة تساويان صفراً و $\Delta K = 0$ بذلك يمكننا كتابة:

$$(1) \qquad \Delta E = \Delta U_g + \Delta U_s$$

حيث $\Delta U_g = U_{gf} - U_{gi}$ هي التغير في طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية و $\Delta U_s = U_{sf} - U_{si}$ هي التغير في طاقة المرونة الكامنة للمنظومة عندما يهبط الثقل المعلق m_2 مسافة h، ويتحرك الثقل الافقي نفس المسافة h تجاه اليمين. لهذا وباستخدام المعادلة 15.8 نلاحظ أن الفقد في الطاقة نتيجة الاحتكاك بين الثقل الأفقي والسطح هي:

$$\Delta E = -f_k h = -\mu_g m_1 g h \qquad (2)$$

التغير في طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية للمنظومة يصاحب الثقل الهابط فقط حيث لايتغير الاحداث الرأسي للثقل المنزلق على السطح. لهذا نحصل على:

$$\Delta U_g = U_{gf} - U_{gi} = 0 - m_2 g h \qquad (3)$$

حيث تم قياس الاحداثيات من أدنى موضع للثقل الساقط.

مقدار التغير في طاقة المرونة الكامنة في الزنبرك هو:

$$\Delta U_s = U_{sf} - U_{si} = \tfrac{1}{2} k h^2 - 0 \qquad (4)$$

بالتعويض من المعادلات (2) و (3) و (4) في المعادلة (1) نحصل على:

$$-\mu_k m_1 g h = -m_2 g h + \tfrac{1}{2} k h^2$$

$$\mu_k = \frac{m_2 g - \frac{1}{2} k h}{m_1 g}$$

تمثل هذه المعادلة إحدى طرق قياس معامل الاحتكاك الكيناتيكي بين الجسم والسطح. كما نرى في هذه المسألة، يكون من السهل احياناً ان نتعامل مع التغيرات في الانواع المختلفة للطاقة بدلاً من قيمتها الفعلية. على سبيل المثال إذا ما أردنا حساب القيمة العددية لطاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية المصاحبة للثقل المنزلق أفقياً فإننا نحتاج أن نعرف قيمة ارتفاع السطح الافقي بالنسبة لادنى موضع للثقل الهابط. من حسن الحظ أن ذلك ليس ضرورياً لأن طاقة الوضع المصاحبة للثقل الاول لاتتغير.

مثال 10.8 المدخل العظيم

دعنا نصمم جهاز لرفع ممثل كتلته 65kg، ثم يهبط بعد ذلك على خشبة المسرح أثناء أداء مشهد تمثيلي. في هذه الحالة، يربط أحزمة مقعد الممثل بكيس من الرمل كتلته 130kg بواسطة سلك خفيف من الصلب يمر بنعومة على بكرتين املستين كما هو موضح بالشكل 14.8a. طول السلك بين الممثل واقرب بكره هو 3.0m حتى تكون البكرة مختفية خلف الستارة. حتى ينجح الجهاز في عمله، فإنه لايجب أن يرتفع كيس الرمل عن الارض وذلك عند تدلي الممثل من أعلى خشبة المسرح حتى الارض. دعنا نفترض أن الزاوية التي يصنعها السلك مع الرأسي هي θ ما هي أقصى قيمة للزاوية θ قبل أن يرتفع كيس الرمل عن الارض.

الحل: هناك بعض المفاهيم التي يجب ذكرها قبل حل المسأله. أولاً نستخدم قانون حفظ طاقة الحركة الميكانيكية في حساب سرعة الممثل عند ارتطامه بالارض كدالة في θ ونصف قطر المسار الدائري R الذي يتأرجح على طوله. ثانياً : نطبق قانون نيوتن الثاني على الممثل عند قاع مساره لحساب الشد في السلك كدالة في البارامترات المعطاه. اخيراً نلاحظ أن كيس الرمل يرتفع عن الارض عندما تكون القوة المؤثرة عليه من السلك لأعلى أكبر من قوة الجاذبية التي تؤثر عليه. عندما يحدث ذلك تكون القوة العمودية صفراً.

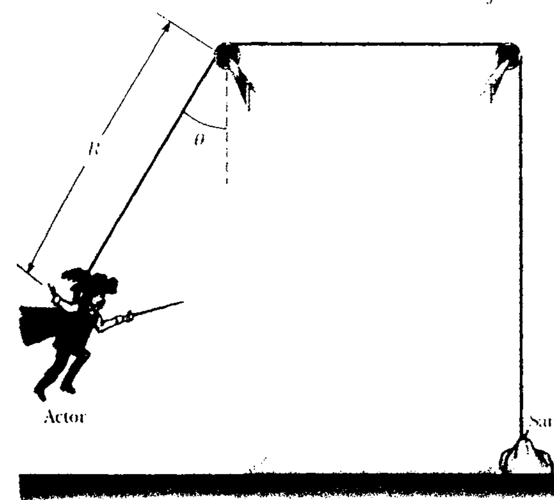
بتطبيق قانون حفظ الطاقة للمنظومة المكونه من الممثل والارض نحصل على:

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

$$0 + m_{\text{actor}}\, g y_i = \tfrac{1}{2} m_{\text{actor}} v_f^2 + 0 \qquad (1)$$

حيث y_i هو الارتفاع الابتدائي للممثل عن الارض و v_f سرعة الممثل قبل لحظه هبوطه (لاحظ أن $K_i = 0$ لانه يبدأ من السكون وكذلك $U_f = 0$ لأن مستوى مقعد الممثل عندما يكون واقفاً على الارض هو المستوى الصفري لطاقة الوضع. من هندسة الشكل 14.8a نلاحظ أن $y_i = R - R\cos\theta = R(1-\cos\theta)$ باستخدام هذه العلاقة في المعادلة (1) نحصل على:

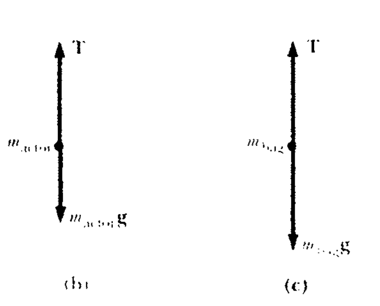
$$v_f^2 = 2gR(1-\cos\theta) \qquad (2)$$



الآن نستخدم قانون نيوتن الثاني على الممثل عندما يكون في قاع المسار الدائري و نستخدم الرسم الهندسي للجسم الحر في الشكل 14.8b كمرشد لذلك.

$$\sum F_y = T - m_{\text{actor}}\, g = m_{\text{actor}} \frac{v_f^2}{R}$$

$$T = m_{\text{actor}}\, g + m_{\text{actor}} \frac{v_f^2}{R} \qquad (3)$$



شكل 14.8 (a) يختار الممثل اماكن جيدة لدخول المسرح (b) الرسم الهندسي للجسم الحر الحر للممثل عند قاع المسار الدائري (c) الرسم الهندسي للجسم الحر لكيس الرمل.

تنتقل قوة مساوية لمقدار الشد T إلى كيس الرمل. عندما يكون أعلى الأرض مباشرة وتصبح القوة العمودية على الكيس صفراً، ويتطلب ذلك أن $T = m_{\text{bag}}\, g$ كما هو موضح في الشكل 14.8c. باستخدام هذا الشرط بالإضافة للمعادلتين (2)، (3)

نحصل على:

$$m_{bag}g = m_{actor}g + m_{actor}\frac{2gR(1-\cos\theta)}{R}$$

بالحل في θ والتعويض عن البارامترات المعطاه نحصل على:

$$\cos\theta = \frac{3m_{actor} - m_{bag}}{2m_{actor}} = \frac{3(65\ \text{kg}) - 130\ \text{kg}}{2(65\ \text{kg})} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60°$$

لاحظ أنه لايهمنا طول السلك R من مقعد الممثل إلى البكرة الواقعة في أقصى اليسار. النقطة الهامة هنا في هذه المسألة هي أنه من الضروري احياناً أن تجمع بين مفاهيم الطاقة وقانون نيوتن الثاني للحركة.

تمرين: إذا كانت الزاوية الابتدائية $\theta = 40°$. احسب سرعة الممثل وكذلك الشد في السلك قبل أن يصل الممثل إلى الأرض مباشرة.

(تنويه: لاتهمل الطول R= 3.0m في هذه الحالة).

الإجابة: 940N ، 3.7 m/s.

6.8 العلاقة بين القوى المحافظة وطاقة الوضع
RELATIONSHIP BETWEEN CONSERVATIVE FORCE AND POTENTIAL ENERGY

مرة أخرى دعنا نفترض حالة الجسم كجزء من منظومة. افترض أن الجسم يتحرك على طول المحور x وافترض أن مركبة قوة محافظة F_x في اتجاه x تؤثر على الجسم. في بداية هذا الفصل أوضحنا كيف يمكن تعيين التغير في طاقة وضع المنظومة عندما نعلم مقدار القوة المحافظة. الآن سنوضح كيف نعين F_x عند معرفة طاقة الوضع للمنظومة.

في الجزء 2.8 علمنا أن الشغل المبذول بقوة محافظة عندما تعاني نقطة تأثيرها ازاحة Δx يساوي التغير السالب في طاقة الوضع المصاحبة لهذه القوة أي أن $W= F_x\Delta x= -\Delta U$. إذا كانت نقطة التأثير تتأثر بازاحة متناهية الصغر dx، يمكننا كتابة التغير المتناهي الصغر في طاقة الوضع dU في الصورة:

$$dU = -F_x dx$$

وهكذا، ترتبط القوة المحافظة بدالة طاقة الوضع من خلال العلاقة*

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \qquad \textbf{(16.8)}$$

العلاقة بين القوة وطاقة الوضع

*في الأبعاد الثلاثة تكون $\mathbf{F} = -\mathbf{i}\frac{\partial U}{\partial x} - \mathbf{j}\frac{\partial U}{\partial y} - \mathbf{k}\frac{\partial U}{\partial z}$ حيث $\frac{\partial U}{\partial x}$ ... هي التفاضل الجزئي. بلغة التفاضل الاتجاهي فإن F تساوي الميل السالب للمقدار $U(x, y, z)$

أي أن القوة المَحافظة التي تؤثر على جسم داخل منظومة تساوي سالب تفاضل طاقة الوضع النظام بالنسبة لـ x.

يمكن بسهولة التأكد من هذه العلاقة للمثالين اللذين تم مناقشتهما سابقاً. في حالة الزنبرك $U_s = \frac{1}{2}kx^2$ وهكذا يكون:

$$F_x = -\frac{dU}{dx} = -\frac{d}{dx}(\tfrac{1}{2}kx^2) = -kx$$

وهي تمثل قوة الارجاع في الزنبرك. حيث أن دالة طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية هي $U_g = mgy$، يتضح من المعادلة 16.8 أن $F_g = -mg$ عند تفاضل U_g بالنسبة إلى y بدلاً من x.

الآن نلاحظ أن الدالة U هامة جداً لانه يمكن استنتاج القوة المحافظة منها. الاكثر من ذلك، توضح المعادلة 8.16 أن إضافة ثابت إلى طاقة الوضع ليس مهماً لان تفاضل المقدار الثابت صفراً.

اختبار سريع 5.8

ماذا يمثل ميل منحنى الدالة $U(x)$ مع x.

(اختياري)

7.8 الرسوم البيانية للطاقة واتزان منظومة

ENERGY DIAGRAMS AND THE EQUILBRIUM OF A SYSTEM

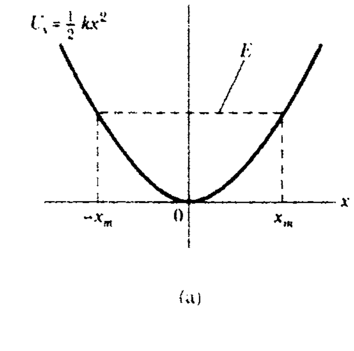
يمكن إدراك حركة منظومة كيفيا من خلال رسم طاقة الوضع مع مسافة الانفصال بين الاجسام في المنظومة. افترض دالة طاقة الوضع للمنظومة المكونة من الثقل والزنبرك والمعطاه بالعلاقة $U_s = \frac{1}{2}kx^2$. يوضح الشكل 15.8 رسم هذه الدالة مع x (من الخطأ الشائع أن تعتقد أن طاقة الوضع في الرسم تمثل ارتفاع ليس هذا هو الحال هنا حيث أن الثقل يتحرك افقياً فقط). ترتبط القوة التي يؤثر بها الزنبرك على الثقل مع U_s من خلال العلاقة 16.8.

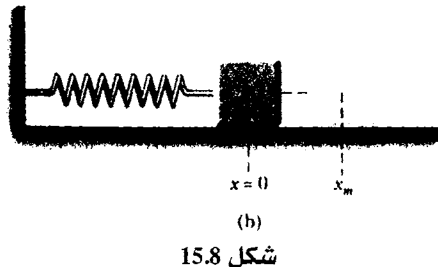
$$F_x = -\frac{dU_s}{dx} = \quad kx \quad -$$

كما رأينا في الاختبار السريع 5.8 فإن القوة تساوي سالب ميل المنحنى U مع x عندما يكون الثقل في سكون عند موضع الاتزان للزنبرك (x=0). حيث إن $F_s = 0$ فإن الثقل سيبقى في نفس المكان ما لم تؤثر قوة خارجية F_{ext} عليه. إذا كانت هذه القوة تؤدي إلى انبساط الزنبرك من موضع اتزانه، تكون x موجبة ويكون الميل dU/dx موجباً ولهذا فإن القوة التي يؤثر بها الزنبرك تكون سالبة ويتسارع الثقل للخلف تجاه x=0 عندما يترك للحركة. إذا ادت القوة الخارجية إلى تقلص فإن x تكون سالبة والميل سالب ولهذا تكون F_s موجبة وتتسارع الكتلة تجاه x=0 عند تركها تتحرك.

يتضح من ذلك أن الوضع x =0 للمنظومة المكونة من الزنبرك والكتلة هو **اتزان مستقر** Stable equilibrum أي أن، أي حركة ابتعاد من هذا الموضع تحدث قوة تتجه إلى الوراء نحو x =0.. بصورة

عامة أوضاع الاتزان المستقرة تناظر النقاط التي تكون عندها $U(x)$ أقل مايمكن.



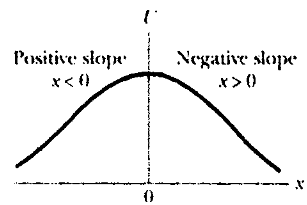


شكل 15.8

نلاحظ من الشكل 15.8 أنه إذا مـا أزيحت الكتلة ازاحة ابتدائية x_m وتركت لتتحرك من السكون، تكون الطاقة الكلية الابتدائية هي طاقة الوضع المختزنة في الزنبرك $\frac{1}{2}kx_m^2$. عندما تبدأ الكتلة في الحركة، تكتسب المنظومة طاقة حركة وتفقد نفس الكمية من طاقة الوضع. وحيث إن الطاقة الكلية ثابتة، تتذبذب الكتلة (تتحرك للأمام والخلف) بين النقطتين $x=-x_m$ و $x= x_m$ وتسميان نقطتا الرجوع Turning points. في الحقيقة حيث إنه لايوجد فقد في الطاقة (لايوجد احتكاك) فإن الكتلة ستتذبذب بين $-x$ ، x دائماً. (ستناقش هذه التذبذبات مرة أخرى في فصل 13). من وجهة نظر الطاقة لايمكن ان تزداد الطاقة عن $\frac{1}{2}kx_m^2$ ولهذا فإن الكتلة سوف تتوقف عند هاتين النقطتين، لان قوة الزنبرك يجب أن تتسارع تجاه $x=0$.

مثال لمنظومة ميكانيكية أخرى والتي يوجد لها اتزان مستقر هي الكرة الدوارة في قاع وعاء مقعر. عند ازاحة الكرة من ادنى موضع لها فإنها تحاول العودة إلي نفس المكان عند تركها تتحرك.

الآن افترض جسم يتحرك على طول المحور x تحت تأثير القوة المحافظة F_x حيث يوضح الشكل 16.8 منحنى $U(x)$ مع x. مرة أخرى $F_x= 0$ عند $x=0$ وبالتالي يكون الجسم في موضع اتزان عند هذه النقطة. ومع ذلك فإن هذا موضع **اتزان غير مستقر** Unstable للسبب التالي. افترض أن الجسم أزيح تجاه اليمين($x >0$) . حيث إن الميل سالب عندما تكون $x >0$، $F_x = -dU/dx$ موجبة ويتسارع الجسيم مبتعداً عن $x=0$. اما إذا كان الجسم عند $x =0$ وازيح ناحية اليسار ($x <0$) فإن القوة تكون سالبة لأن الميل موجباً عندما تكون $x <0$ ويتسارع الجسم مرة أخرى مبتعداً عن موضع الاتزان. الموضع $x =0$ في هذه الحالة هو إحد نقاط الاتزان غير المستقر بالنسبة لأي ازاحة من هذه النقطة، لأن القوة تدفع الجسم للإبتعاد أكثر عن نقطة الاتزان. تحاول القوة دائماً إلى دفع الجسم إلى الموضع الأدنى في طاقة الوضع. عند وضع قلم رصاص على سنه هو موضع الاتزان غير المستقر. إذا ما أزيح القلم قليلاً عن الموضع الرأسي المطلق تم تُرك ليتحرك فإنه بالتأكيد سوف يسقط. بصورة عامة، **مواضع**



شكل 16.8 رسم $U(x)$ مع x لجسم له موضع اتزان غير مستقر عند النقطة $x=0$. عند إحداث ازاحة صغيرة للجسيم، تكون القوة في اتجاه مبتعداً عن $x=0$.

الاتزان غير المستقرة تناظر النقاط التي تكون عندها $U(x)$ **أكبر مايمكن**. أخيراً هناك وضع عندما تكون U ثابتة في منطقة ما وبالتالي $F_x = 0$ يطلق على هذا الوضع **الاتزان المتعادل**. عند حدوث إزاحات صغيرة من هذا الموضع لا يُحدث قوى ارجاع أو تمزق. كرة موضوعه على سطح أفقي هي مثال لجسم في حالة اتزان متعادل.

مثال 8 11 القوة والطاقة على المستوى الذري

طاقة الوضع المصاحبة لقوة بين ذرتين متعادلتين في جزئ يمكن صياغتها بدالة طاقة الوضع لينارد وجونز.

$$U(x) = 4\varepsilon\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right]$$

حيث x هي المسافة بين الذرتين. تشتمل الدالة $U(x)$ على بارامترين σ,ε والذي يمكن تعيينهما من التجارب العملية ويأخذان القيمتين $\sigma = 0.263$ nm، $\varepsilon = 1.51 \times 10^{-22}$J لذرتين في جزئ ما. (a) باستخدام جدول بيانات أو أي شئ مشابه ارسم هذه الدالة واحسب المسافة المناسبة بين الذرتين.

الحل : نتوقع ان يوجد اتزان مستقر عندما تنفصل الذرتان بمسافة الاتزان وطاقة الوضع للمنظومة المكونة من الذرتين (الجزئ) أقل مايمكن. يمكن حساب الحد الادنى للدالة $U(x)$ بايجاد تفاضلها بالنسبة إلى x ومساواته بالصفر.

$$\frac{dU(x)}{dx} = 4\varepsilon\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right] = 0$$

$$= 4\varepsilon\left[\frac{-12\sigma^{12}}{x^{13}} - \frac{-6\sigma^{6}}{x^{7}}\right] = 0$$

هكذا تكون مسافة الاتزان بين الذرتين في الجزئ بعد استخدام قيمتا σ,ε هي:

$$x = 2.95 \times 10^{-10}\text{m}$$

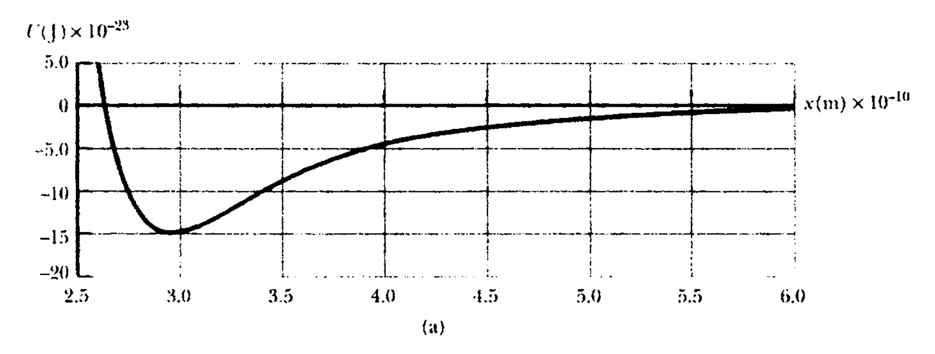
نرسم دالة لينارد وجونز على كلا الطرفين لهذه القيمة الحرجة حتى نحصل على الرسم البياني للطاقة كما هو موضح بالشكل 17.8a . لاحظ أن $U(x)$ تكون كبيرة جداً عندما تتقارب الذرتان من بعضهما كثيراً وتكون ادنى مايمكن عندما تكون الذرتان عند الوضع الحرج ثم تزداد بعد ذلك بزيادة المسافة بين الذرتين. عندما تكون $U(x)$ أدنى مايمكن تكون الذرتان في حالة اتزان مستقر- يوضح ذلك أن هذه هي المسافة المناسبة لاستقرار الجزئ. (b) احسب $F_x(x)$، القوة التي تؤثر بها ذرة على الذرة الأخرى في الجزئ كدالة في المسافة بينهما وأثبت أن الطريقة التي تسلكها هذه القوة مقبولة فيزيائياً عندما تكون الذرتان متقاربتان أو متباعدتانُ جداً.

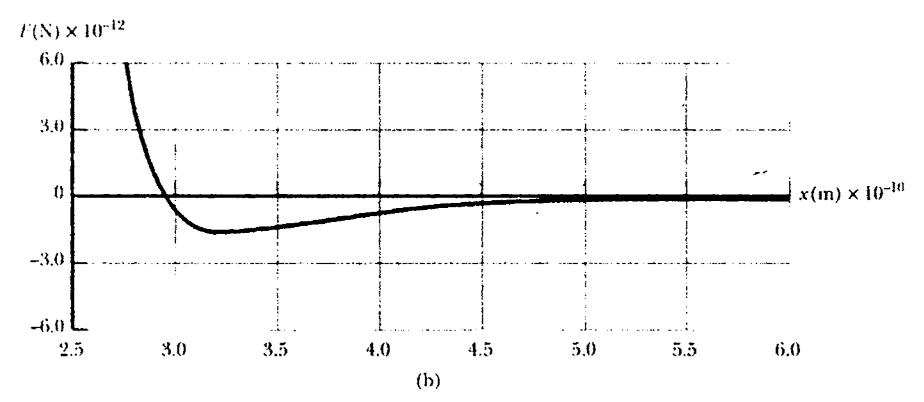
الحل: حيث إن الذرتين تتحدان لتكونا جزئ، فإن القوة بينهما يجب أن تكون قوة تجاذب عندما تكون الذرتان متباعدتين. من ناحية أخرى فإن القوة بينهما تكون قوة تنافر عندما تكون الذرتان متقاربتين من بعضهما، غير ذلك سوف يتحطم الجزئ. هكذا فإن القوة تغير اشارتها عند مسافة الانفصال الحرج وبطريقة مشابهة عندما تتغير اشارة قوى الزنبرك عند التغير من الانبساط إلى الانضغاط. باستخدام المعادلة 16.8 في دالة لينارد وجونز لطاقة الوضع نحصل على:

$$F_x = -\frac{dU(x)}{dx} = -\,4\varepsilon\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right]$$

$$= 4\varepsilon\left[\frac{-12\sigma^{12}}{x^{13}} - \frac{-6\sigma^{6}}{x^{7}}\right]$$

هذه النتيجة موضحه في الشكل 17.8b . كما هو متوقع فإن القوة تكون موجبة (تنافرية) عند مسافات الفصل الصغيرة وصفراً عندما تكون الذرتان عند موضع الاتزان المستقر وسالبة (تجاذبية) عند مسافات الفصل الكبيرة. لاحظ أن القوة تتقارب من الصفر عندما تكون مسافة الفصل بين الذرتين كبيرة جداً.





شكل 17.8 منحنى طاقة الوضع المصاحب للجزئ. المسافة x هي مسافة الفصل بين ذرتي الجزيء (b) القوة التي تؤثر بها ذرة على الذرة الأخرى.

8.8 حفظ الطاقة بصورة عامة CONSERVATION OF ENERGY IN GENERAL

لقد لاحظنا أن الطاقة الميكانيكية الكلية لمنظومة تكون ثابتة عندما تكون القوى المؤثرة في المنظومة هي قوى محافظة. علاوة على ذلك يمكننا تعيين دالة طاقة الوضع المصاحبة لكل قوه محافظة. من ناحية أخرى وكما لاحظنا في الجزء 5.8. فإنه يوجد فقد في الطاقة الميكانيكية عند وجود قوى غير محافظة مثل الاحتكاك. عند دراستنا للديناميكا الحرارية فيما بعد، سوف نرى أن الطاقة الميكانيكية تتحول إلى طاقة مختزنة داخل الاجسام المختلفة التي تكون المنظومة. هذه الصورة من الطاقة تسمى الطاقة الداخلية. على سبيل المثال عندما ينزلق ثقل على سطح خشن فإن الطاقة الميكانيكية المفقودة بسبب الاحتكاك تتحول إلى طاقة داخلية والتي تختزن مؤقتاً داخل الصخرة والسطح، والدليل على ذلك ارتفاع درجة حرارة الكتلة والسطح. سوف نلاحظ على المستوى تحت المجهري أن الطاقة الداخلية يصاحبها اهتزاز الذرات حول مواضع اتزانها. تشتمل هذه الحركة الذرية الداخلية كلا من طاقة الحركة وطاقة الوضع. وهكذا فإذا ما أخذنا في الاعتبار هذه الزيادة في الطاقة الداخلية للاجسام المكونه للمنظومة فإن الطاقة الكلية تكون محفوظة.

الطاقة الكلية محفوظة

هذا مجرد مثال عن كيفية دراسة منظومة معزولة وسوف نجد دائماً أن كمية الطاقة الكلية التي تحتويها المنظومة لا تتغير طالما أخذ في الاعتبار كل انواع الطاقة. أي أن **الطاقة لاتستحدث ولاتفنى. قد تتحول الطاقة من صورة إلى أخرى ولكن تظل الطاقة الكلية لمنظومة معزولة ثابتة دائماً**. من وجهة النظر العامة فإن الطاقة الكلية للكون ثابتة. إذا ما اكتسب جزء من الكون طاقة في صورة ما فإن جزء آخر من الكون سوف يفقد نفس الكمية من الطاقة.ليس هناك إخلال لهذا المبدأ تم اكتشافه.

(اختياري)

8.9 تكافؤ الكتلة والطاقة MASS- ENERGY EQUIVALENCE

يهتم هذا الفصل بأهمية مبدأ حفظ الطاقة وتطبيقة على كثير من الظواهر الفيزيائية. هناك مبدأ هام آخر وهو حفظ الكتلة والذي ينص على أنه في **اي عملية فيزيائية أو كميائية، الكتلة لاتفنى ولا تستحدث**. أي أن الكتلة قبل اى عملية تساوي الكتلة بعدها.

لعدة قرون، ظل العلماء يعتقدون أن الطاقة والكتلة عبارة عن كميتين محفوظتين كل على حدة. إلى أن قدم اينشتاين في 1905 النظرية النسبية الخاصة وفيها تكون كتلة اي منظومة هي مقياس لطاقته. العلاقة بين الاثنين تعطى بعلاقة إينشتاين المشهورة

$$E_{\mathrm{R}} = mc^2 \qquad \textbf{(17.8)}$$

حيث c هي سرعة الضوء و E_{R} هي الطاقة المكافئة للكتلة m. الرمز السفلي R في الطاقة يرمز إلى طاقة السكون لجسم كتلته m، أي طاقة الجسم عندما تكون سرعته $v=0$.

طاقة السكون المصاحبة للكتلة مهما كانت صغيرة هي طاقة هائلة. على سبيل المثال، طاقة السكون لكيلو جرام واحد من مادة تساوي

$$E_R = mc^2 = (1 \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 9 \times 10^{16} \text{J}$$

هذه الطاقة يمكن الحصول عليها من 15 مليون برميل من البترول الخام !. يعادل استهلاك طاقة في الولايات المتحدة لمدة يوم واحد. إذا ماتم الاستفادة من هذه الطاقة فإن مصادر الطاقة سوف تكون بلاحدود.

في الحقيقة جزء صغير من طاقة المادة هو الذي يمكن استخلاصه خلال التفاعلات الكيميائية أو النووية. تكون التأثيرات واضحة جلياً في التفاعلات النووية، والتي يتم فيها تغير نسبي في الطاقة ومن ثم الكتلة، مقداره 10^{-3} تقريباً. كمثال جيد لذلك هو كمية الطاقة الهائلة المستخلصة عند انشطار نواة اليورانيوم 235 إلى نواتين صغيرتين. يحدث ذلك لان مجموع كتل النوى الناتج أقل قليلاً من كتلة نواة اليورانيوم 235 الاصلية. الطبيعة المدهشة للطاقة المستخلصة في هذه التفاعلات تكون واضحه في انفجار الاسلحة النووية.

توضح المعادلة 17.8 أن الطاقة لها كتلة. عندما تتغير بطاقة جسم بأي طريقة تتغير كذلك كتلتها. إذا كانت ΔE هي التغير في طاقة جسم فإن التغير في كتلته هو:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \qquad \textbf{(18.8)}$$

في أي لحظة إذا مُدَّ جسم بطاقة ΔE في اي صورة سيكون التغير في الكتلة $\Delta m = \Delta E/c^2$. ومع ذلك وحيث أن c^2 مقدار كبير جداً فإن التغير في الكتلة في أي تجربة ميكانيكية عادية أو تفاعل كيميائي سيكون من الصعب الكشف عنه.

مثال 12.8 هنا تأتي الشمس

تحول الشمس كمية هائلة من المادة إلى طاقة. كل ثانية يتحول 4.19×10^9 kg (سعة 400 سفينة شحن متوسطة الحجم تقريبا) إلى طاقة. ما مقدار القدرة الخارجة من الشمس.

الحل: تحسب الطاقة المنطلقة في الثانية مباشرة من العلاقة

$$E_R = (4.19 \times 10^9 \text{ kg})(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 3.77 \times 10^{26} \text{J}$$

ثم تستخدم تعريف القدرة:

$$\mathscr{P} = \frac{3.77 \times 10^{26} \text{J}}{1.00 \text{ s}} = 3.77 \times 10^{26} \text{W}$$

تشع الشمس بانتظام في جميع الاتجاهات وبالتالي فإن جزءا صغير جداً من القدرة الخارجة يتم تجميعه بالارض. وبالرغم من ذلك فإن هذه الكمية كافية لامداد طاقة لكل ما هو على سطح الارض.

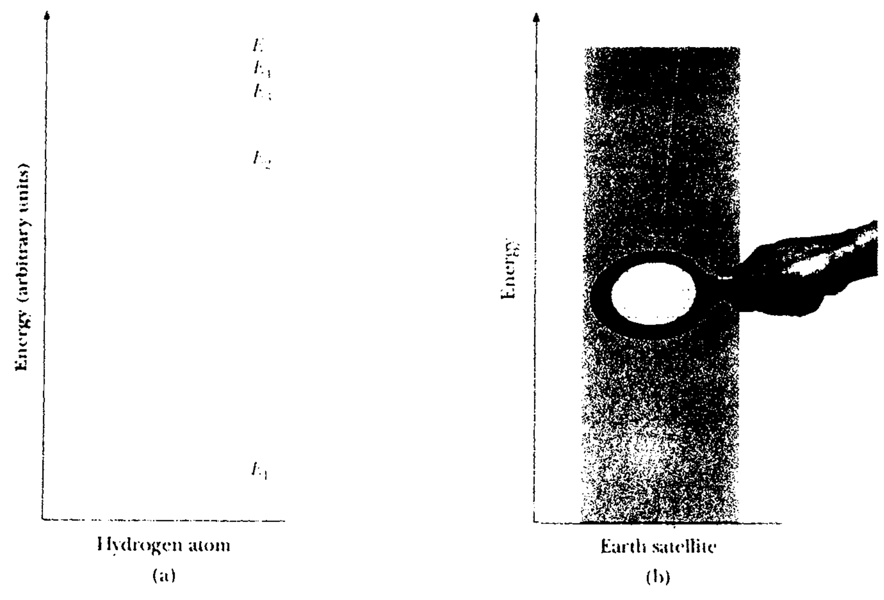
(الطاقة النووية والجيوحرارية هما المتناوبتان فقط). تمتص النباتات الطاقة الشمسية وتحولها إلى طاقة كيميائية (طاقة مختزنة في جزيئات النبات). عندما يأكل الحيوان النبات، فإن هذه الطاقة الكيميائية تتحول إلى طاقة حركة وصور أخرى للطاقة. انت تقرأ هذا الكتاب بعيون تعمل بطاقة حرارية.

(جزء اختياري)

10.8 تكمية الطاقة QUANTIZATION OF ENERGY

بعض الكميات الفيزيائية مثل الشحنة الكهربية تكون مكماه: أي أن لها قيم محدده منفصلة بدلاً من القيم المتصلة. الطبيعة الكمية هامة جداً في العالم الذري وتحت الذري. كمثال على ذلك دعنا نفترض مستويات الطاقة في ذرة الهيدروجين (تتكون من الكترون يدور حول بروتون). يمكن للذرة ان تتواجد في مستويات طاقة محددة، تسمى الحالات الكمية Quantum States، كما هو موضح في الشكل 18.8a . ولايمكن للذرة أن يكون لها قيم للطاقة تقع بين تلك الحالات الكمية. ادنى مستوي للطاقة E_1 يسمى الحالة الارضية للذرة Ground State. تناظر الحالة الارضية دائماً الحالة التي تحتلها ذرة معزولة.

يمكن للذرة أن تتحرك إلى حالات طاقة أعلى بامتصاص طاقة من مصدر خارجي أو بالتصادم مع الذرات الأخرى. أعلى طاقة على التدريج الموضح في شكل 18.8a هو E_∞ يناظر طاقة الذرة عندما



شكل 18.8 رسم تخطيطي لمستوى الطاقة (a) الحالات الكمية في ذرة الهيدروجين. الحالة الادنى هي الحالة الارضية E_1 (b) مستويات الطاقة لقمر صناعي ارضي تكون مكماه ايضاً ولكنها متقاربة جداً من بعضها لدرجة أنه لايمكن التمييز بينها.

يبتعد الالكترون تماماً عن البروتون. الفرق في الطاقة $E_\infty - E_1$ يسمى **طاقة التأين** Ionization Energy . لاحظ أن مستويات الطاقة تتقارب من بعضها كثيراً عند الطرف الاعلى من التدريج.

افترض قمر صناعي يدور حول الارض. إذا ما طلب منك وصف الطاقات الممكنة التي يمكن أن يأخذها القمر، فإنه من المعقول (وإن كان غير صحيحاً) القول أنه يمكنه الحصول على أي قيمه اختياريه للطاقة. ومع ذلك ومثل ما حدث في ذرة الهيدوجين، فإن طاقة القمر الصناعي مكماه. إذا ما أردت عمل رسم تخطيطي لمستويات الطاقة للقمر الصناعي موضحاً أدنى طاقة له، فإن المستويات ستكون متقاربة من بعضها البعض كما هو موضح في الشكل 10.8b، أي انه من الصعب ان تدرك بأنها ليست متصلة. بكلمات آخرى لايوجد طريقة توضح تكمية الطاقة في العالم الماكروسكوبي، ومن ثم، يمكننا أن نهمل ذلك عند وصف التجارب اليومية.

ملخص SUMMARY

عندما يكون جسم كتلته m على مسافة y من سطح الارض فإن طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية للمنظومة المكونة من الجسم- الارض

$$U_g = mgy \tag{1.8}$$

طاقة المرونة الكامنة المختزنة في زنبرك له ثابت قوة k هي:

$$U_s \equiv \tfrac{1}{2}kx^2 \tag{4.8}$$

يمكنك استخدام هاتين المعادلتين في عدة حالات لتعيين الجهد اللازم للجسم لبذل شغل.

تكون القوة **محافظة** إذا كان الشغل الذي تبذله على جسم يتحرك بين نقطتين لايعتمد على مسار الجسم بين هاتين النقطتين. علاوة على ذلك تكون القوة محافظة إذا كان الشغل الذي تبذله على جسم مساوياً للصفر عندما يتحرك الجسم على مسار مغلق ويعود إلى نقطة البداية. القوة التي لاتحقق هذين الشرطين يقال أنها **قوة غير محافظة**.

دالة طاقة الوضع U تصاحب فقط القوة المحافظة. إذا اثرت قوة محافظة $\mathbf{F}$ على جسم يتحرك على المحور x من x_i إلى x_f، حينئذ يكون التغير في طاقة الوضع لمنظومة مساوياً لسالب الشغل المبذول بهذه القوة.

$$U_f - U_i = -\int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx \tag{7.8}$$

يمكنك استخدام التكامل لحساب طاقة الوضع المصاحبة لقوة محافظة والعكس صحيح. تعرف **الطاقة الميكانيكية الكلية** لمنظومة بأنها مجموع طاقتي الحركة والوضع.

$$E \equiv K + U \qquad (9.8)$$

في حالة عدم بذل أي قوة خارجية شغلاً على المنظومة وكذلك لاتؤثر قوى غير محافظة على الاجسام داخل المنظومة، في هذه الحالة تكون الطاقة الميكانيكية الكلية ثابتة

$$K_i + U_i = K_f + U_f \qquad (10.8)$$

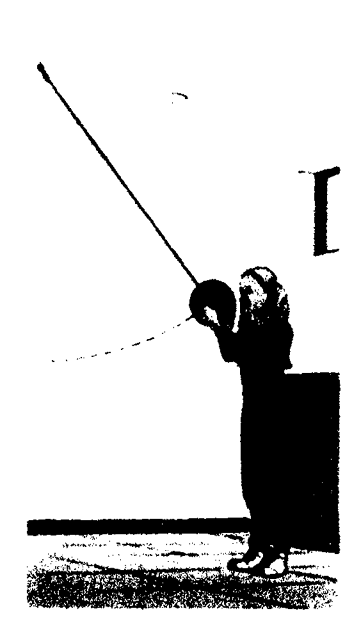
إذا اثرت قوى غير محافظة (مثل الاحتكاك) على الاجسام داخل المنظومة، فإن الطاقة الميكانيكية لاتكون محفوظة. في هذه الحالات يكون الفرق بين الطاقة الميكانيكية النهائية والطاقة الميكانيكية الابتدائية للمنظومة مساوياً للطاقة المحولة إلى أو من المنظومة بواسطة القوى غير المحافظة.

QUESTIONS اسئلة

1- تُشيد كثيراً من الطرق الجبلية بحيث تكون حلزونية حول الجبل للوصول إلى أعلى الجبل بدلاً من أن تكون مستقيمة. ناقش هذا التصميم من وجهة نظر الطاقة والقدرة.

2- قذفت كرة لأعلى في الهواء. عند أي موضع تكون طاقة حركتها أكبر مايمكن؟ عند أي موضع تكون طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية أكبر مايمكن.

[3] كرة بولينج معلقة في السقف في صالة محاضرات بخيط قوي. تم سحب الكرة بعيداً عن موضع اتزانها وتركت كي تتحرك من السكون من حافة أنف طالبة كما بالشكل Q3.8. إذا ظلت الطالبة ساكنة، فسر لماذا لن تصطدم الكرة بها عند عودتها هل ستكون الطالبة في أمان إذا مادفعت الكره عند تركها للحركة (بدلاً من تركها تتحرك من السكون).



شكل Q 3.8

[4] يُسقط شخصاً كره من أعلى مبنى ويراقب شخصاً من أسفل المبنى حركة الكرة. هل يتفق الشخصان على قيمة طاقة الوضع للمنظومة المكونة من الكرة والأرض؟ على التغير في طاقة الوضع؟ على طاقة الحركة للكره؟

5 -عندما يجري شخصاً على المضمار حتى وإن كانت سرعته ثابتة، هل يبذل شغلاً؟

(ملحوظة: بالرغم من أن العدَّاء يسير بسرعة ثابتة، فإن قدميه وذراعية تتسارعان) كيف تدخل مقاومة الهواء في الاعتبار؟ هل مركز ثقل العداء يتحرك افقياً؟

6 - تؤثر عضلات جسمنا بقوى عندما نصعد- ندفع- نجري- نقفز.. الخ. هل هذه القوى هي قوى محافظة؟

7 - إذا اثرت ثلاث قوى محافظة وقوى واحدة غير محافظة على منظومة ما عدد حدود طاقة الوضع التي ستظهر في المعادلة التي تصف تلك المنظومة.

8 - افترض أن كره مثبته في أحد طرفي قضيب رأسي والطرف الآخر معلق حول محور أفقي بحيث يدور القضيب في مستوى رأسي. ما هي مواضع الاتزان المستقر، وغير المستقر.

9 - هل من الممكن فيزيائياً ان نحصل على وضع فيه $E-U<0$؟

10 - ماذا يجب أن يكون عليه المنحنى U مع x إذا كان الجسم في منطقة الاتزان المتعادل.

11 - اشرح تحويلات الطاقة التي تحدث اثناء

(a) قذف الزانه (b) الانطلاق Shot put

(c) الوثب العالي.

ما مصدر الطاقة في كل حالة.

12 - ناقش بعض تحويلات الطاقة التي تحدث اثناء تشغيل السيارة.

13 - إذا اثرت قوة واحدة خارجية على جسم، هل من الضروري تغير (a) طاقة الحركة للجسم. (b) سرعة الجسم؟.

مسائل PROBLEMS

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي

☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل

= فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

قسم 1.8 طاقة الوضع

قسم 2.8 القوى المحافظة وغير المحافظة.

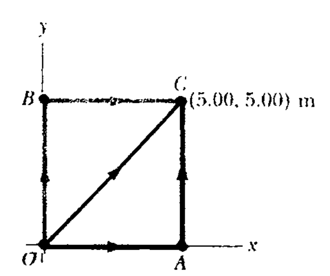
1 - عربة دوارة A Roller Coaster كتلتها 1000Kg على قِمة مطلع في بادئ الامر عند النقطة A بعد ذلك تحركت مسافة 135 قدم بزاوية $40.0°$ أسفل المستوى الافقي إلى النقطة B.

(a) اختار النقطة B لتكون المستوى الصفري لطاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية. احسب طاقة الوضع للمنظومة المكونة من المركب الدوار والارض عند النقطتين A، B والتغير في طاقة وضعها عندما تتحرك المركب (b) كرر الجزء (a) باعتبار ان النقطة A هي مستوى الاسناد الصفري.

2 - طفل وزنه 40.0N في أرجوحة مربوطة بحبل طوله 2.0m. احسب طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية للمنظومة المكونة من الطفل والارض بالنسبة لادنى موضع للطفل عندما (a) تكون الاحبال افقية (b) تصنع الأحبال زاوية $30.0°$ مع الرأسي و (c) يكون الطفل في قاع القوس الدائري.

3 يتحرك جسم كتلته 4.0Kg من نقطة الأصل إلى الموضع C احداثياته $x= 5.0$m و $y= 5.00$m (شكل P3.8). إحدى القوى المؤثرة عليه هي

قوة الجاذبية في الاتجاه السالب للمحور y. باستخدام المعادلة 2.7، احسب الشغل المبذول بقوة الجاذبية عندما يتحرك الجسم من O إلى C عبر (a) OAC (b) OBC و (c) OC. يجب ان تتساوى النتائج الثلاث. لماذا؟



شكل P3.8 المسائل 3، 4، 5

4 - (a) افترض ان قوه ثابتة تؤثر على جسم. لاتتغير القوة مع الزمن، أو مع الاحداثيات أو مع سرعة الجسم. ابدأ من تعريف الشغل المبذول بقوة

$$W = \int_i^f \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

ووضح أن القوة محافظة (b) كحالة خاصة افترض أن القوة $\mathbf{F} = (3\mathbf{i} + 4\mathbf{j})$ N تؤثر على جسم يتحرك من O إلى C في الشكل P3.8. احسب الشغل المبذول بالقوة **F** عندما يتحرك الجسم على المسارات الثلاث OAC، OBC، OC (يجب ان تكون الاجابات الثلاث متماثلة).

5 تؤثر قوة على جسم يتحرك في المستوى xy وتعطى بالعلاقة $\mathbf{F} = (2y\mathbf{i} + x^2\mathbf{j})$N حيث x، y بالمتر. تتحرك الكره من نقطة الأصل إلى موضع نهائي إحداثياته $x = 5.0$m، $y = 5.0$m كما هو بالشكل P3.8. احسب الشغل المبذول بالقوة **F** على المسارات (a) OAC، (b) OBC، (c) OC. هل **F** قوة محافظة أم غير محافظة؟ فسر ذلك.

قسم 3.8 القوى المحافظة وطاقة الوضع.

قسم 4.8 حفظ الطاقة الميكانيكية.

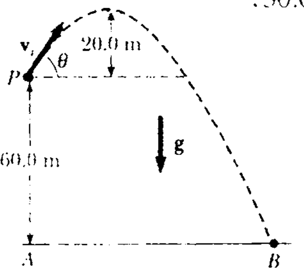
6 - عند الزمن t_i، طاقة الحركة لجسم في منظومة هي 30.0J وطاقة الوضع للمنظومة هي 10.0J. في وقت لاحق t_f تكون طاقة الحركة للجسم هي 10.0J (a) إذا كانت القوى المؤثرة على الجسم هي قوى محافظة فقط ما مقدار طاقة الوضع والطاقة الكلية عند t_f (b) إذا كانت طاقة وضع المنظومة عند t_f هي 5.0J هل هناك أي من القوى غير المحافظة تؤثر على الجسم؟ فسر ذلك.

WEB
7 تؤثر قوة محافظة واحدة على جسم كتلته 5.0kg. المعادلة $F_x = (2x + 4)$N تمثل هذه القوة، حيث x بالمتر. عندما يتحرك الجسم على المحور x من $x = 1.0$m إلى $x = 5.0$m، احسب (a) الشغل المبذول بهذه القوة (b) التغير في طاقة وضع المنظومة و (c) طاقة حركة الجسم عند $x = 5.0$m إذا كانت سرعته هي 3.0m/s عند $x = 1.0$m.

8 - تؤثر قوة ثابتة واحدة $\mathbf{F} = (3\mathbf{i} + 5\mathbf{j})$N على جسم كتلته 4.0Kg (a) احسب الشغل المبذول بهذه القوة إذا تحرك الجسم من نقطة الأصل إلى نقطة متجه موضعها هو $\mathbf{r} = (2\mathbf{i} - 3\mathbf{j})$m. هل هذه النتيجة تعتمد على المسار. (b) ما هي سرعة الجسم عند **r** إذا كانت سرعته عند نقطة الأصل هي 4.0m/s (c) ما مقدار التغير في طاقة وضع المنظومة.

9 - تتغير قوة محافظة مفرده تؤثر على جسم طبقاً للعلاقة $\mathbf{F} = (-Ax + Bx^2)\mathbf{i}$ N حيث A، B ثابتان و x بالمتر. (a) احسب دالة طاقة الوضع $U(x)$ المصاحبة لهذه القوة باعتبار $U=0$ عند $x=0$. (b) احسب التغير في طاقة الوضع والتغير في طاقة الحركة عندما يتحرك الجسم من $x = 2.0$m إلى $x=3.0$m.

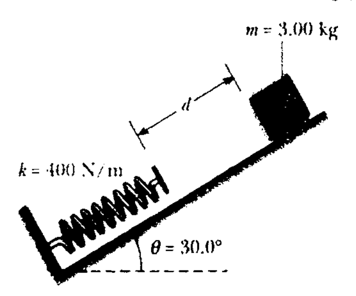
10- قُذف جسم كتلته 0.50kg من P كما هو موضح بالشكل P10.8. السرعة الابتدائية للجسم هي $\mathbf{v}_i$ ومركبتها الأفقية هي 30.0m/s.



شكل P10.8

يرتفع الجسم إلى اقصى ارتفاع - حوالي 2.0m أعلى النقطة P. باستخدام قانون حفظ الطاقة احسب. (a) المركبة الرأسية للسرعة $\mathbf{v}_i$. (b) الشغل المبذول بواسطة قوة الجاذبية اثناء حركة الجسم من P إلى B و (c) المركبتان الافقية والرأسية لمتجه السرعة عندما يصل الجسم إلى B.

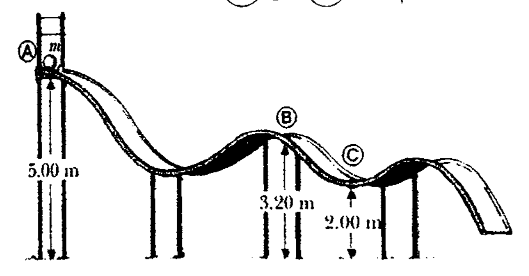
11- تنزلق كتله مقدارها 3.0kg من السكون وتنزلق مسافة d اسفل منحدر أملس يصنع زاوية 30.0°. اثناء الانزلاق تلتصق بزنبرك غير مضغوط مهمل الكتلة كما هو موضح بالشكل P11.8. تنزلق الكتلة مسافة إضافية مقدارها 0.20m عند سكونها لحظياً بانضغاط الزنبرك (k= 400N/m). احسب مسافة الانفصال الابتدائية d بين الكتلة والزنبرك.



شكل P11.8 المسألتان 11، 12.

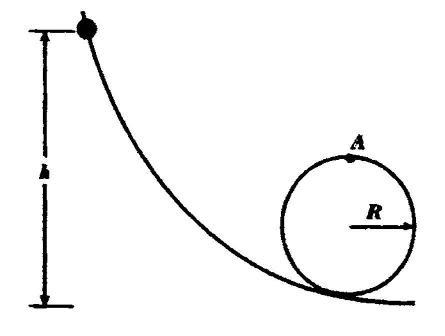
12- تنزلق كتله m من السكون مسافة d اسفل نحدر املس يصنع زاوية θ. اثناء الانزلاق تلتصق بزنبرك غير مضغوط مهمل الكتلة كما هو موضح بالشكل P11.8 . تنزلق الكتلة مسافة اضافية مقدارها x عند سكونها لحظياً بانضغاط الزنبرك (ثابت القوة k). احسب مسافة الانفصال الابتدائية d بين الكتلة والزنبرك.

13- تُرك جسم كتلته m= 5.0kg ليتحرك من النقطة Ⓐ وينزلق على طريق املس كما هو موضح في الشكل P13.8 احسب (a) سرعة الجسيم عند النقطتين Ⓑ و Ⓒ و b الشغل الكلي المبذول بقوة الجاذبية في تحريك الجسم من Ⓐ إلى Ⓒ.



شكل P13.8

14- تُرك بندول بسيط طوله 2.0m يتحرك من السكون عندما يصنع الخيط زاوية 25° مع الرأسي. ما هي سرعة الكتلة المعلقة، عند القاع.



شكل P15.8

15 تنزلق خرزه بدون احتكاك حول طوق شكل P15.8. إذا بدأت الخرزة الحركة من ارتفاع 3.5R. ما هي سرعتها عند النقطة A. ما قيمة القوة العمودية على الخرزه إذا كانت كتلتها 5.0g؟

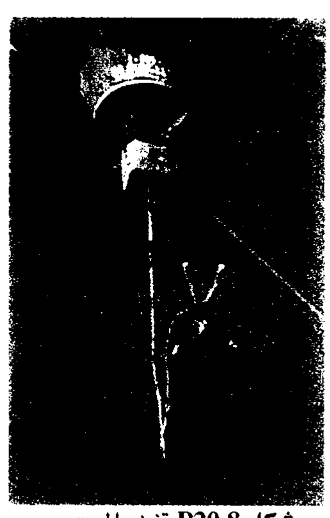
16- كتله مقدارها 120.0g مربوطة بالطرف السفلي من زنبرك غير مضغوط. وكان الزنبرك معلق رأسياً وله ثابت قوة 40.0N/m. إذا تم اسقاط الكتلة (a) ما أقصى سرعة لها. (b) ما المسافة التي تسقطها قبل ان تسكن لحظياً.

17 ثقل كتلته 0.25kg موضوعاً على قمة زنبرك رأسي له ثابت K= 5000 N/m وتم دفعه لاسفل فانضغط الزنبرك 0.10m. بعد تركه، يتحرك الثقل لأعلى وبعد ذلك يترك الزنبرك. ما هو اقصى ارتفاع للثقل من لحظه تركه للزنبرك.

18- ديف جونسون بطل اولمبياد برشلونه 1992 يرتفع عن الارض في قفزته بسرعة مركبتها الرأسية 6.0m/s ما مقدار ارتفاع مركز الثقل له عند إجراء هذه القفزه.

19- قذفت كره كتلتها 0.40kg لأعلى في خط مستقيم في الهواء لتصل إلى اقصى ارتفاع 20.0m. باعتبار أن موضعها الابتدائي هو نقطة الصفر لطاقة الوضع وباستخدام طرق الطاقة اوجد (a) سرعتها الابتدائية (b) طاقتها الميكانيكية الكلية (c) نسبة طاقة حركتها إلى طاقة وضع المنظومة المكونه من الكره والارض عندما تكون الكره على ارتفاع 10.0m.

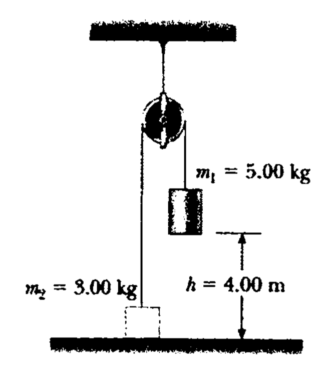
20- إحدى الالعاب الخطره هي قفزة الموت. قام طالب جرىء بالقفز من منطاد ملحق به حبل مرن معد خصيصاً ومربوطاً من قدميه كما هو موضح بالشكل P20.8.



شكل P20.8 قفزه الموت

طول الخيط بدون استطاله هو 25.0m وزن الطالب 700.N والمنطاد على ارتفاع 36.0m من سطح النهر. بافتراض أن قانون هوك يصف الحبل، احسب ثابت القوة اللازم إذا ما اراد ان يقف آمنا على ارتفاع 4.0m فوق النهر.

21 كتلتان متصلتان بحبل خفيف يمر على بكره ملساء كما هو موضح بالشكل P21.8. تركت الكتلة 5.0kg تتحرك من السكون. باستخدام قانون حفظ الطاقة (a) احسب سرعة الكتلة 3.0kg عند لحظة اصطدام الكتلة 5.0kg بالارض. (b) احسب اقصى ارتفاع تصل إليه الكتله 3.0kg.

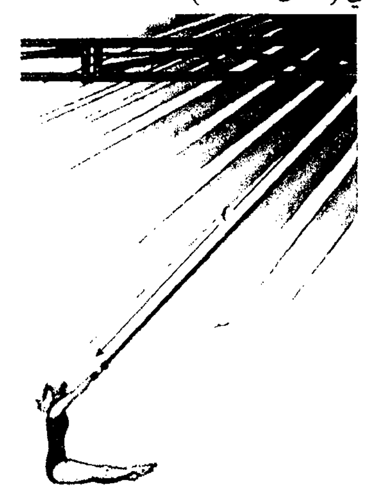


شكل P21.8 المسألتان 21، 22.

22- كتلتان متصلتان بحبل خفيف يمر على بكرة ملساء كما هو موضح بالشكل P21.8. تركت الكتله m_1 (أكبر من m_2) تتحرك من السكون. باستخدام قانون حفظ الطاقة (a) احسب سرعة الكتلة m_2 عند لحظة اصطدام الكتلة m_1 بالارض بدلالة m_1 و m_2 و h (b) احسب اقصى ارتفاع تصل إليه الكتلة m_2.

23- أطلقت دانه كتلتها 20.0kg من مدفع بسرعة عند فوهه المدفع مقدارها 1000m/s وبزاوية 37.0° مع الافقي. اطلقت دانه أخرى بزاوية 90°. استخدم قانون حفظ الطاقة الميكانيكية في حساب (a) اقصى ارتفاع لكلتا الدانتين (b) الطاقة الميكانيكية الكلية عند اقصى ارتفاع لكل دانه. افترض أن المدفع عند $y=0$.

24- تتكون العقلة في السيرك من قضيب معلق بحبلين متوازيين طول كل منهما L. تسمح العقلة للاعبة بأن تتأرجح في قوس دائري رأسي (شكل P24.8).

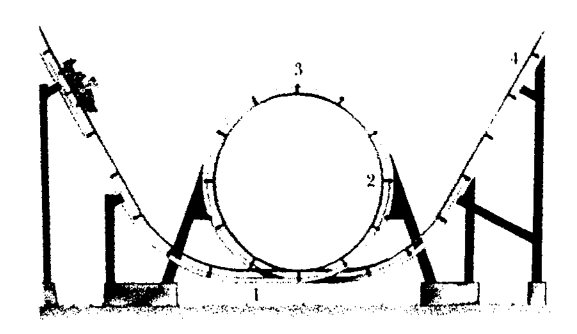


شكل P24.8

افترض أن اللاعبه كتلتها m وتمسك بالقضيب و هي واقفه على منصه مرفوعه وأنها تتحرك من السكون عندما يصنع الحبلان زاوية θ_i مع الرأسي. افرض أن طول اللاعبه اقل كثيراً من طول الحبل وأن مقاومة الهواء مهملة. (a) اثبت أنه عندما يصنع الحبل زاوية θ مع الرأسي فإن اللاعبة تبذل قوة

$$F = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_i)$$

حتى تستمر في التعليق (b) عين الزاوية θ_i والتي عندها تكون القوة اللازمة لتدلي اللاعبه عند قاع الارجوحه ضعف وزن اللاعبه.



شكل P25.8

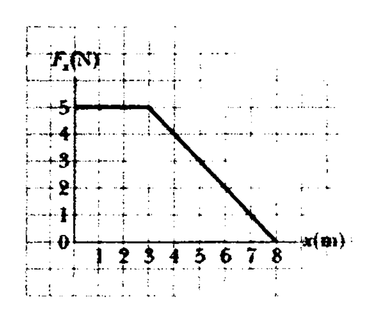
25- يمكن للعربة الدوارة ان تتحرك بحريه- مع اهمال الاحتكاك- عند تركها تتحرك من قمة أول ارتفاع. تتحرك العربة الدوارة الموضحة بالشكل P25.8 في خيه دائرية نصف قطرها 20.0m. عندما تكون العربه عند قمة الخيه، يكون الركاب مقلوبون رأساً على عقب ويشعرون بانعدام الوزن (a) احسب سرعة العربة عندما تكون عند قمة الخيه (موضع 3). (b) احسب سرعة العربة عند الموضع 1، (c) عند الموضع 2. (d) احسب الفرق في الارتفاع عند الوضعين (1)، (4) إذا كانت سرعة العربة عند 4 هي 10.m/s.

26- قضيب جاسيء خفيف الوزن طوله 72.cm

علق طرفه العلوي بمفصله على محور أفقي منعدم الاحتكاك ويكون القضيب رأسي عند السكون. ربطت كـره بالطرف الثـاني للقضيب. عند خبط الكرة فجأة وذلك بإعطائها سرعة أفقية فإنها تتأرجح وتصنع دائرة كاملة. ما هي أقل سرعة مطلوبه حتى تصل الكره إلى قمة الدائرة.

27 - يقفز غواص كتلته 70kg من برج إرتفاعه 10.m رأسياً في الماء. يستقر الغواص عندما يغوص تحت سطح الماء مسافة 5.0m. احسب متوسط المقاومة التي يؤثر بها الماء على الغواص.

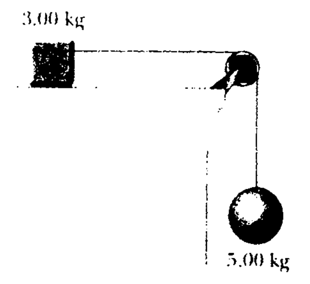
28 - يوضح الشكل P28.8 القوة F_x كدالة في المسافة والتي تؤثر على كتله مقدارها 5.0kg. إذا بدأ الجسم الحركة من السكون عند x=0. احسب سرعة الجسم عند x= 2.0, 4.0, 6.0m.



شكل P28.8

29 - تؤرجح اللاعبه كره ملساء كتلتها 0.25 kg في مسار دائري رأسي نصف قطره 60.0cm قبل ان تتركها من يدها. تحافظ اللاعبه على مركبه ثابتة للقوة مقدارها 30.0N في اتجاه الحركة حول المسار. إذا كانت سرعة الكره عند اعلى نقطة في الدائرة هي 15.0m/s. إذا تركت الكره تتحرك عند قاع الدائرة، احسب سرعة الكره عند إطلاقها للحركة.

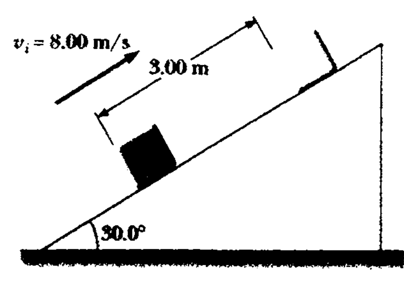
WEB **30** معامل الاحتكاك بين ثقل كتلته 3.0kg والسطح هو 0.40 كما بالشكل P30.8. تبدأ المنظومة الحركة من السكون ما هي سرعة كره كتلتها 5.0kg عندما تسقط من ارتفاع 1.5m



شكل P30.8

31 - تبدأ سيارة كتلتها 2000kg الحركة من السكون وتهبط لأسفل من قمة مستوى مائل طوله 5.0m ويميل بزاوية 20° مع الافقي. اذا كانت قوة الاحتكاك التي تعوقها هي 4000 N. احسب سرعة السيارة عند نهاية المسار.

32 دفع ثقل مقداره 5.0kg للحركة أعلي مستوى مائل بسرعة ابتدائية 8.0m/s (شكل P32.8). يسكن الثقل بعد قطع مسافة 3.0m على المستوى المائل بزاوية 30° مع الافقي. احسب (a) التغير في طاقة حركة الثقل (b) التغير في طاقة الوضع (c) قوة الاحتكاك المؤثرة على الثقل (افترض انها ثابتة) (d) ما هو معامل الاحتكاك الكيناتيكي.



شكل P32.8

33 - يجلس طفل على كرسي دراجه (الكتلة الكلية 47.0kg) كسب سباقاً مع لاعب يركب قبقاب التزلج. إذا كانت سرعة الطفل هي 1.4m/s على قمة منحدر ارتفاعه 2.60m وطوله 12.4m. في قاع المنحدر كانت سرعته 6.0 m/s . افترض أن كلا من مقاومة الهواء ومقاومة التدحرج هي قوة ثابتة مقدارها 41.0N. احسب الشغل الذي بذله الطفل في دفع دراجته اثناء الهبوط.

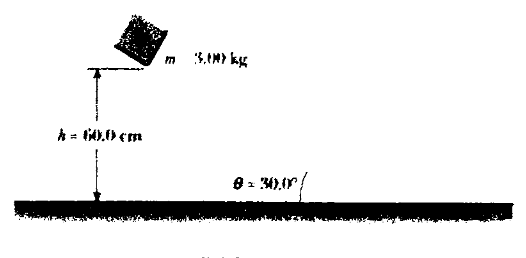
34 - يقفز لاعب باراشوت كتلته 50.0kg من منطاد على ارتفاع 1000m ويهبط على الأرض بسرعة 5.0m/s. ما مقدار الفقد في الطاقة نتيجة مقاومة الهواء اثناء القفز.

35 - يقفز غواص سحاب كتلته 80.kg من منطاد على ارتفاع 1000m . ثم فتح الباراشوت وهو على ارتفاع 200.m (a) بافتراض ان قوة الاعاقة على الغواص ثابته وتساوي 50.0N عندما يكون الباراشوت مغلقاً وتساوي 3600N عندما يكون مفتوحاً (a) ما هي سرعة الغواص عندما يهبط على الارض (b) هل تعتقد أن الغواص سوف يصاب بأذى؟ فسر ذلك. (c) على آي ارتفاع يجب أن يفتح الغواص الباراشوت بحيث تكون سرعة الغواص عند لحظة ارتطامه بالأرض هي 5.0m/s ؟ (d) ما مدى صحة افتراض أن قوة الاعاقة ثابتة؟ فسر ذلك.

36 - يستخدم زنبرك مدفع لعبة للأطفال في قذف كرة مطاط كتلتها 5.3g. يكون الزنبرك مضغوطاً في أول الأمر مسافة 5.0cm وله ثابت صلابه 8.0N/m. عند القذف تسير القذيفة مسافة 15.0cm خلال ماسورة المدفع ويوجد قوة احتكاك ثابتة مقدارها 0.032N بين الماسورة والكرة (a) ما هي سرعة الكره عند تركها ماسورة المدفع (b) عند أي نقطة تكون سرعة الكرة أقصى مايمكن (c) ما قيمة أقصى سرعة.

37 - علقت كتله مقدارها 1.50kg على ارتفاع 1.2m أعلى زنبرك رأسي عديم الكتلة مسترخ له ثابت زنبرك 320 N/m. إذا سقطت الكتلة رأسياً على الزنبرك (a) ما مقدار الانضغاط الذي سوف يحدث إذا تم إجراء التجربة على سطح القمر حيث g= $1.63 m/s^2$ (c) كرر الجزء (a) ولكن بافتراض أن قوة مقاومة الهواء ثابتة ومقدارها 0.70N تؤثر على الكتلة اثناء حركتها.

38 - يبدأ ثقل كتلته 3.0 kg الهبوط من ارتفاع h= 60.cm على مستوى يميل بزاوية 30.° كما هو موضح بالشكل P38.8. عند ما يصل الثقل إلى اسفل المستوى المائل



شكل P38.8

ينزلق الثقل على مستوى افقي. إذا كان معامل الاحتكاك مع السطحين هو μ_k= 0.2. ما مقدار المسافة التي يقطعها الثقل على المستوى الأفقي قبل أن يسكن (تنويه: اقسم المسار إلى جزئين مستقيمين).

39 - يهبط غواص سحاب كتلته 75.0 kg بسرعة نهائية مقدارها 60m/s احسب معدل الفقد في طاقته الميكانيكية.

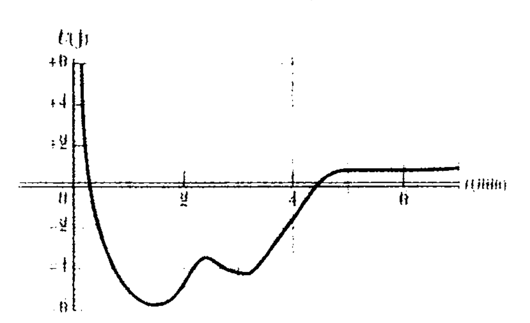
قسم 6.8 العلاقة بين القوى المحافظة وطاقة الوضع

WEB
40 طاقة الوضع لمنظومة مكونة من جسمين مفصولين بمسافة r تعطى بالعلاقة U(r)= A/r حيث A مقدار ثابت. احسب القوة النصف قطرية التي يؤثر بها كل جسيم على الجسم الأخر.

41 - دالة طاقة الجهد لقوة في بعدين هي $U= 3x^3y - 7x$ احسب القوة المؤثرة عند النقطة (x,y).

قسم 7.8 الرسوم البيانية للطاقة واتزان منظومة

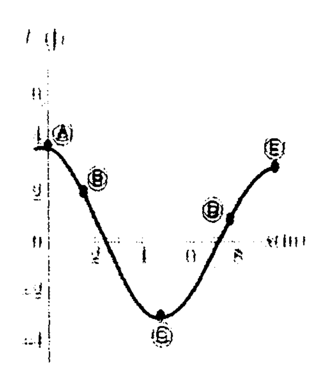
42 - يتحرك جسيم في خط مستقيم حيث تعتمد طاقة الوضع على الموضع r كما هو موضح بالشكل P42.8. عندما تزداد r بلاحدود تقترب U(r) من +1J. (a) تعرف على نقط الاتزان ووضح أي منها تكون اتزانا مستقرأو غير مستقر أو متعادل. (b) ما مدى الطاقة الكلية الذي يكون فيه الجسم مقيداً؟ الآن افترض أن الجسم له طاقة 3j-. احسب (c) المدى الذي يمكن ان يتواجد فيه الجسم (d) اقصى طاقة حركة له (e) الموضع الذي يكون للجسم فيه أقصى طاقة (f) طاقة الربط- أي الطاقة اللازمة لانطلاق الجسم عندما $r\to\infty$.



شكل P42.8

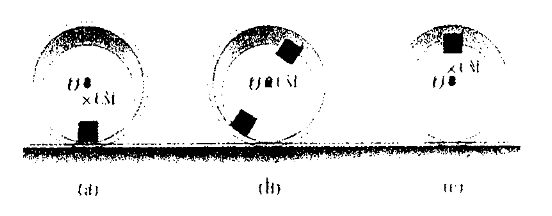
43 - مخروط دائري قائم يمكنه الاتزان على سطح أفقي بثلاث طرق مختلفه. ارسم رسماً توضيحياً يبين الثلاث طرق وتعرف على اي منهم يكون اتزان مستقراً أو غير مستقر أو متعادل.

44 - في منحنى طاقة الوضع الموضح بالشكل P44.8 (a) وضح ما إذا كانت القوة F_x موجبة أم سالبة أم صفراً عند المواضع الخمس الموضحة (b) تعرف على نقاط الاتزان فيما إذا كانت مستقرا أو غير مستقرا أو متعادل (c) ارسم رسماً توضيحياً لتغير F_x مع x من $x=0$ إلى $x= 9.5$cm.



شكل P44.8

45 - أسطوانة مفرغة ملحق بسطحها الداخلي ثقل أو ثقلان كما هو موضح بالشكل P45.8

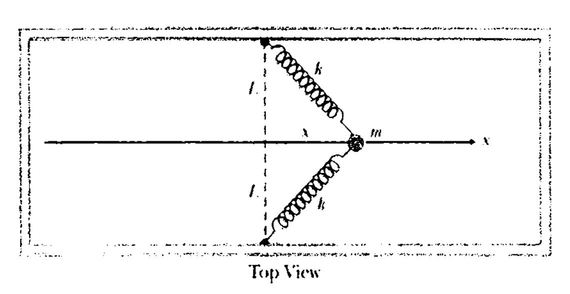


شكل P45.8

حدد كل مواضع الاتزان من حيث ما إذا كان مستقراً أو غير مستقرا أو متعادل وفسر كل اختيار من إختياراتك (CM تعني مركز الكتله).

46 - جسم مربوط بزنبركين متماثلين على منضده أفقية ملساء. إذا كان ثابت القوة للزنبركين هو R وكان كل منهما غير مضغوطا. (a) إذا تم جذب الجسم مسافة x في اتجاه عمودي على النسق الابتدائي للزنبركين- كما هو بالشكل P46.8 اثبت ان طاقة الوضع للنظام هي:

$$U(x) = kx^2 + 2kL(L - \sqrt{x^2 + L^2})$$



شكل P46.8

(تنويه انظر المسألة 66 في الفصل السابع) (b) ارسم العلاقة بين $U(x)$ و x وتعرف على جميع نقاط الاتزان. (افرض أن L=1.2 m و k=40.0 N/m) (c) إذا تم جـذب الكتلة 0.5cm ناحية اليمين ثم اطلقت للحركة. ما هي سرعتها عندما تصل إلى نقطة الاتزان $x=0$؟

قسم 9.8 تكافؤ الكتلة والطاقة

47- احسب الطاقة المكافئه لـ (a) الكترون كتلته 9.11×10^{-31}kg (b) ذرة يوارنيوم كتلتها 4.0×10^{-25}kg (c) مشبك ورق كتلته 2.0g (d) الارض وكتلتها 5.99×10^{24}kg.

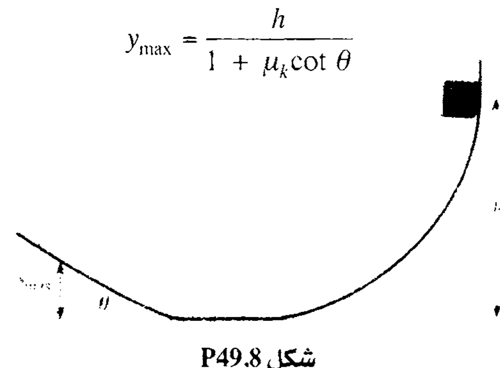
48 المعادلة التي تمثل طاقة الحركة لجسم يتحرك بسرعة υ هي المعادلة 19.7 والتي يمكن كتابتها في الصورة $K = \gamma mc^2 - mc^2$ حيث $\gamma = (1 - \upsilon^2/c^2)^{-1/2}$. يمثل الحد γmc^2 الطاقة الكلية للجسيم، mc^2 هي طاقة السكون. يتحرك بروتون بسرعة 0.999c حيث c هي سرعة الضوء. احسب (a) طاقة السكون للبروتون (b) طاقته الكليه (c) طاقة حركته.

مسائل إضافية:

49- ينزلق ثقل اسفل مسار منحنى املس وبعد ذلك على مستوى مائل كما بالشكل P49.8.

إذا كان معامل الاحتكاك الكيناتيكي بين الثقل والمستوى المائل هو μ_k. استخدم طريقة الطاقة لاثبات أن اقصى ارتفاع يصل إليه الثقل هو:

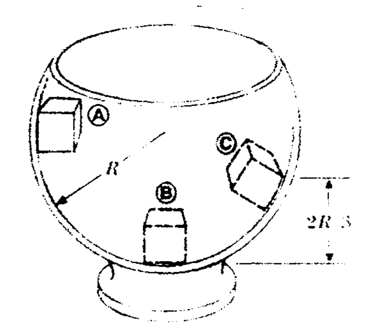
$$y_{max} = \frac{h}{1 + \mu_k \cot\theta}$$



شكل P49.8

50- توجد صومعه عالية قريبه من الحرم الجامعي مغطاه بغطاء عبارة عن نصف كرة. الغطاء يصبح أملساً عندما يكون مبتلا. حاول شخص وضع ثمرة قرع على أعلى نقطة. إذا كان الخط الواصل من مركز انحناء الغطاء إلى ثمرة القرع يصنع زاوية $\theta_i = 0$ مع الرأسي. ذات ليلة ممطرة هبت رياح جعلت القرعه تنزلق من السكون إلى أسفل الصومعه وفقدت تلامسها مع الغطاء عندما يصنع الخط الواصل من مركز نصف الكرة إلى ثمرة القرع زاوية θ مع الرأسي إحسب قيمة θ؟

51- تُرك جسم كتلته 200g يتحرك من السكون عند النقطة Ⓐ على قطر أفقي من السطح الداخلي لنصف كره ملساء نصف قطرها R= 30.cm (شكل P51.8) احسب (a) طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية عندما يكون الجسم عندⒶبالنسبة إلىⒷ (d) طاقة حركة الجسم عند النقطةⒷ (c) سرعة الجسم عندⒷ (d) طاقة حركته وطاقة وضعه عند Ⓒ.



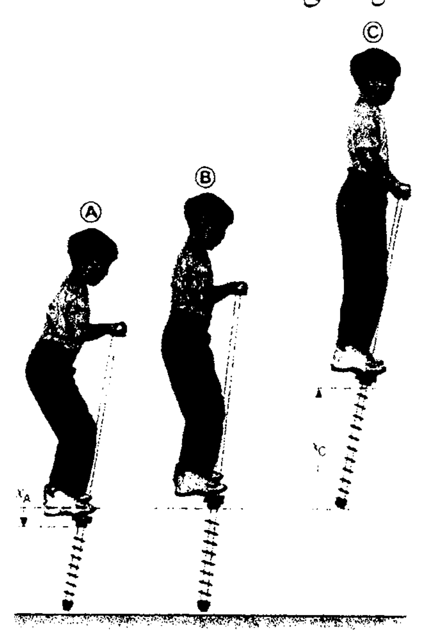
شكل P51.8 المسألتان 51، 52

WEB
52 يتحرك الجسم في المسألة السابقة (شكل P51.8) من السكون عند Ⓐ وكان نصف الكره خشن. إذا كانت سرعة الجسم عند Ⓑ هي 1.5m/s (a) ما هي طاقة حركة الجسم عند Ⓑ (d) ما مقدار الطاقة المفقودة بسبب الاحتكاك عندما يتحرك الجسم من Ⓐ إلى Ⓑ (c) هل من الممكن تعيين كل هذه النتائج بطريقة مبسطة. فسر ذلك.

53 - **مسألة مراجعه:** سيارة كتلتها 1500kg شكل جسمها مصمم بحيث يكون معامل الاعاقة الديناميكية D= 0.33 ومساحة واجهتها $2.5m^2$. بافتراض أن قوة الاعاقة تتناسب مع v^2 وباهمال المصادر الاخرى للإحتكاك (a) احسب القدرة اللازمة للسيارة حتى تسير بسرعة ثابتة مقدارها 100m/h إلى أعلى هضبه تميل بزاوية 3.2°.

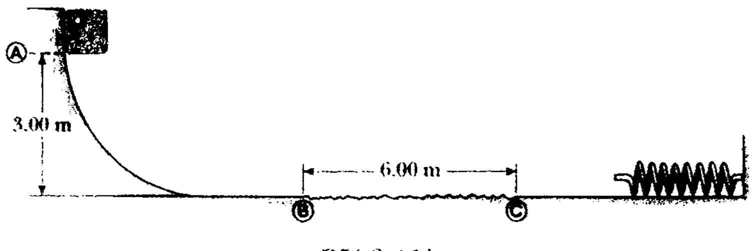
54 - احسب مقدار قدرة الخرج لك عند صعودك السلم. في إجابتك اذكر القيم الفيزيائية التي سوف تحتاجها كبيانات والقيم التي تقيسها لها. هل ستأخذ في الاعتبار اقصى قدرة لك أم قوة احتمالك.

55 - تختزن الطاقة في زنبرك لعبه البوجو (k= 2.5 x 10^4 N/m). عند الموضع Ⓐ (x_A= -0.1m) في هذه الحالة يكون انضغاط الزنبرك أقصى مايمكن ويكون الطفل في حالة سكون لحظي عند الوضع Ⓑ (x_B= 0). يتراخي الزنبرك ويتحرك الطفل لأعلى. عند الموضع Ⓒ يعود الطفل ثانية إلى السكون اللحظي عند قمة القفزة. بافتراض ان مجموع كتلتي الطفل والبوجو هي 25.0kg (a) احسب الطاقة الكليه للمنظومه إذا كانت طاقتا الوضع تساويان صفراً عند x= 0 (b) احسب x_c (c) احسب سرعة الطفل عند x=0. (d) احسب قيمة x التي عندها تكون طاقة حركة المنظومة أكبر مايمكن (e) احسب أقصى سرعة يصعد بها الطفل لأعلى.

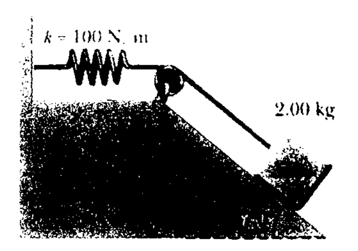


شكل P55.8

56 تحرك ثقل كتلته 10.0kg من النقطة Ⓐ في الشكل P65.8. فإذا كان المسار أملس ما عدا المسافة ما بين Ⓑ، Ⓒ والتي يبلغ طولها 6.0m. إذا تحرك الثقل إلى اسفل واصطدم بزنبرك له ثابت قوة k= 2250N/m وانضغط مسافة 0.3m من موضع الاتزان قبل السكون لحظياً. احسب معامل



شكل P56.8



شكل P57.8 المسألتان 57، 58

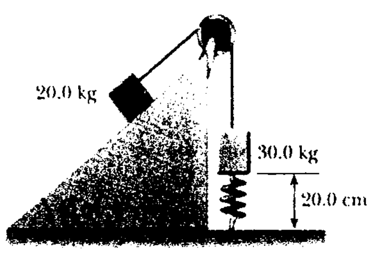
الاحتكاك الكيناتيكي بين الثقل والسطح الخشن في المسافة منⒷ إلى Ⓒ .

57 - ثقل كتلته 2.0kg موضوع على سطح خشن مائل ومربوط بزنبرك مهمل الكتله وله ثابت زنبرك 100N/m (شكل P57.8). إذا كانت البكرة ملساء ويتحرك الثقل من السكون عندما يكون الزنبرك مضغوطا. إذا تحرك الثقل مسافة 20.0cm إلى اسفل المستوى المائل قبل أن يسكن. أوجد معامل الاحتكاك الكيناتيكي بين الثقل والمستوى المائل.

58 - **مسألة مراجعة** افترض ان المستوى المائل في المسألة 57 أملس (انظر شكل P57.8). أطلق الثقل مِن السكون عندما يكون الزنبرك مضغوطا (a) ما المسافة التي يتحركها الثقل أسفل المستوى المائل قبل أن يتوقف؟ ما هو تسارعه عند أدنى موضع له؟ هل التسارع ثابت. (c) اذكر التحويلات في الطاقة أثناء هبوط الثقل.

59 - تعطى دالة طاقة الوضع لمنظومة بالعلاقة $U(x)= -x^3+ 2x^2+ 3x$ (a) احسب القوة F_x كدالة في x (b) ما هي قيم x التي عندها $F_x = 0$. (c) ارسم U(x) مع x وكذلك F_x مع x ووضح النقاط ذات الاتزان المستقر والاتزان غير المستقر.

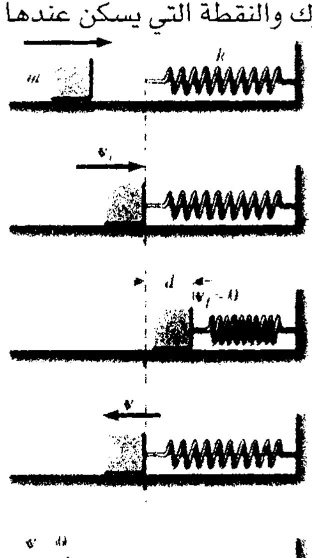
60 ربطت كتله مقدارها 20.kg بكتله أخرى مقدارها 30.kg بحبل يمر على بكره ملساء. الكتله 30.kg موضوعه على زنبرك مهمل الكتله وله ثابت قوة 250N/m كما هو موضح في الشكل P60.8. يكون الزنبرك مضغوطا عندما تكون المنظومة كما هي موضحة في الشكل والسطح المائل املس. جُذب الثقل 20.kg مسافة 20.cm إلى اسفل المستوى المائل (يصبح الثقل 30.kg اعلى عن الارض بمسافه 40.cm) وتم اطلاقه للحركة من السكون. احسب سرعة كل ثقل عندما يكون الثقل 30.kg على ارتفاع 20.cm من الأرض (أي عندما يكون الزنبرك مضغوطا).

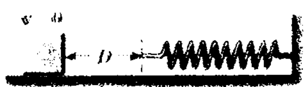


شكل P60.8

61 - ينزلق ثقل مقداره 1.0kg إلى يمين سطح له معامل احتكاك μ= 0.25 (شكل P61.8). إذا كانت سرعة الثقل هي 3.0m/s عندما

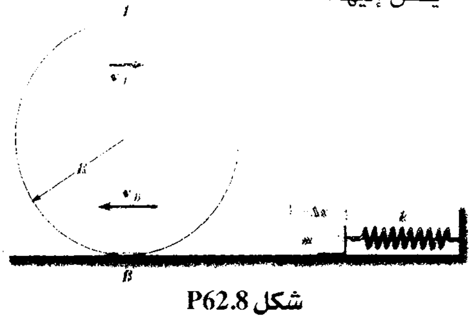
تلتصق بزنبرك خفيف له ثابت زنبرك $k = 50N/m$. إذا سكن الثقل عند انضغاط الزنبرك مسافة d وبعد ذلك تتحرك الكتلة بقوة الزنبرك ناحية اليسار وتستمر في الحركة لما بعد موضع الاتزان للزنبرك. اخيراً يصل الثقل إلى السكون على بعد D يسار نقطة الموضع التي لا يكون فيها الزنبرك منبسطاً. احسب (a) مسافة الانضغاط d (b) سرعة الثقل υ عند الموضع الذي لايكون فيه الزنبرك منبسطاً وذلك عندما يتحرك الثقل ناحية اليسار (c) المسافة D بين الزنبرك في وضع انضغاط الزنبرك والنقطة التي يسكن عندها الثقل.





شكل P61.8

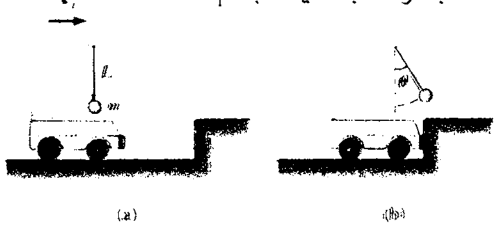
WEB **62** دُفع ثقل كتلته 0.5kg في مواجهه زنبرك مهمل الكتلة حتى انضغط مسافة Δx (شكل P62.8). ثابت الزنبرك هو 450N/m. عندما يطلق الثقل للحركة، فإنه يتحرك على سطح أفقي أملس إلى النقطة B في قاع مسار دائري رأسي نصف قطره $R = 1.0m$ ويستمر في الحركة لأعلى المسار. إذا كانت سرعة الثقل عند القاع هي $\upsilon_B = 12.0m/s$، ويتأثر الثقل بمتوسط قوة احتكاك مقدارها 7.0N اثناء انزلاقه إلى أعلى المسار (a) ما قيمة Δx (b) ما السرعة التي تتوقعها للثقل عند قمة المسار. (c) هل يصل الثقل فعلاً إلى قمه المسار أم انه سوف يهبط قبل أن يصل إليها.



شكل P62.8

63 - سلسلة منتظمة طولها 8.0m مشدودة على منضدة افقية (a) إذا كان معامل الاحتكاك الاستاتيكي بين السلسلة والمنضدة هو 0.6 اثبت أن السلسلة سوف تبدأ الانزلاق من فوق المنضدة إذا كان طول الجزء المتدلي منها على حافة المنضدة هو 3.0m (b) احسب سرعة السلسلة عند هبوطها كلية باعتبار أن معامل الاحتكاك الكيناتيكي بين السلسلة والمنضدة هو 0.4.

64 - جسم كتلته m معلق من نقطة أعلى شاحنه بخيط طوله L كما بالشكل P64.8a. وتحركت الشاحنة والكتلة تجاه اليمين بسرعة ابتدائية ثابتة υ_i

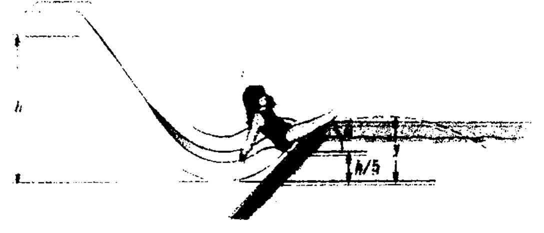


شكل P64.8

إذا توقفت الشاحنة عند اصطدامها مع مصد (شكل P64.8b) بينما تحركت الكتلة المعلقه لتصنع زاوية θ (a) اثبت أن

(b) إذا كانت $\upsilon_i = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)}$، $\theta = 35°$, $L = 120cm$، احسب السرعة الابتدائية للشاحنة (تنويه القوة التي يؤثر بها الخيط على الجسم لاتبذل شغلاً على الجسم).

65- تنزلق طفلة بدون احتكاك من ارتفاع h على منزلق مائي منحنى (شكل P65.8)



شكل P56.8

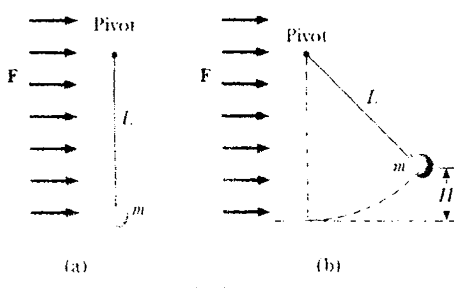
إذا اندفعت الطفلة من ارتفاع h/5 إلى حمام السباحة، احسب اقصى ارتفاع y بدلالة h، θ.

66- كره كتلتها m معلقة بخيط قوي طوله L من نقطة تعليق مثبته في موضع رأسي. اثرت رياح من اليسار إلى اليمين بقوة ثابتة مقدارها F كما هو بالشكل P66.8a . (a) إذا تحركت الكره من السكون، اثبت أن أقصى ارتفاع تصل إليه الكره مقاساً من الارتفاع الابتدائي هو:

$$H = \frac{2L}{1+(mg/F)^2}$$

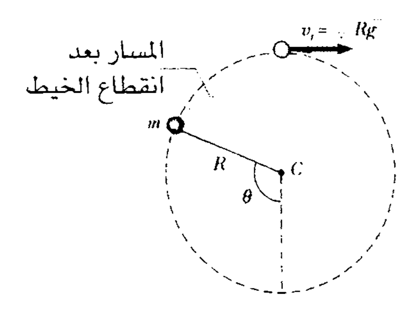
تأكد من صحة المعادلة السابقة عندما تكون $O \leq H \leq L$ وكذلك عندما $L \leq H \leq 2L$ (تنويه: احسب أولاً طاقة الوضع المصاحبة لقوة الرياح الثابتة) (b) احسب قيمة H باستخدام القيم التالية m= 2.0kg ،L= 2.m ،F= 14.7N.
(c) باستخدام نفس القيم السابقة احسب ارتفاع الاتزان للكره.

(d) هل من الممكن ان يكون ارتفاع الاتزان اكبر من L؟ فسر ذلك.



شكل P66.8

67- علقت كره في طرف خيط وتم تثبيت الطرف الآخر. ودارت الكره في دائرة رأسية بدون احتكاك. اذا كانت سرعة الكره عند قمة الدائرة هي $\upsilon_i = \sqrt{Rg}$ كما هو موضح بالشكل P67.8 ما هي الزاوية التي ينقطع الخيط عندها بحيث تمر الكره خلال مركز الدائرة.



شكل P67.8

68 تدور كرة معلقة من طرف خيط في دائرة رأسيه. إذا كانت الطاقة الكلية للكره ثابته. أثبت أن الشد في الخيط عند القاع يكون أكبر من الشد عند القمة بمقدار يعادل وزن الكرة 6 مرات.

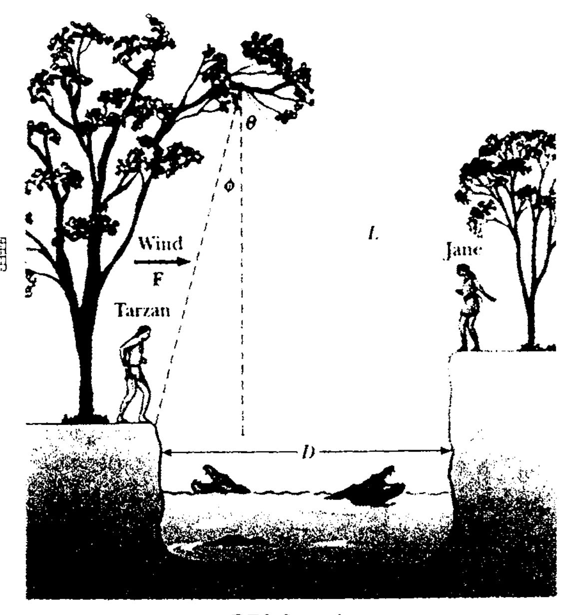
69- بندول يتكون من خيط طوله L وكرة تتأرجح في مستوى رأسي، يصطدم الخيط بوتد موضوعاً على بعد h اسفل نقطة التعليق (شكل P69.8) . (a) اثبت أنه إذا تحركت الكرة من ارتفاع ما اسفل الوتد فإنها سوف تعود إلى نفس الارتفاع بعد الاصطدام مع الوتد (b) أثبت أنه إذا ما أطلق البندول

للحركة من الموضع الأفقي ($\theta = 90^\circ$) لكي يعمل دورة كاملة مركزها الوتد. فإن أقل قيمة لـ d هي 3L/5.



شكل P69.8

70 - تريد جين كتلتها 50.kg أن تتأرجح عابرة نهرا (عرضه D) مملوءاً بتماسيح آكله البشر- حتى تنقذ طرزان من الخطر. إلا أن ذلك يتطلب أن تتأرجح- ضد رياح تؤثر بقوة أفقية مقدارها F - مستخدمه كرمة عنب طولها L



شكل P70.8

وتصنع زاوية θ مع الرأسي (شكل P70.8) بافتراض أن D= 50.m ،F= 110N ،L= 40.m، (a) $\theta = 50^\circ$ ما هي أقل سرعة تبدأ بها جين التأرجح حتى تصل إلى الشاطئ الآخر (تنويه: احسب أولاً طاقة الوضع المصاحبة لقوة الرياح) (b) بمجرد إتمام عملية الانقاذ فإن كلا من جين وطرزان سوف يعودان. ما هي ادنى سرعة يبدءان بها رحلة العودة. افرض أن كتلة طرزان هي 80 kg.

71 - يبدأ طفل الانزلاق من السكون على منزلق املس كما هو موضح بالشكل P71.8. احسب الارتفاع h بدلالة H، R الذي يمكن للطفل أن يهبط منه حتى ينزلق من الجزء الدائري نصف قطره R.

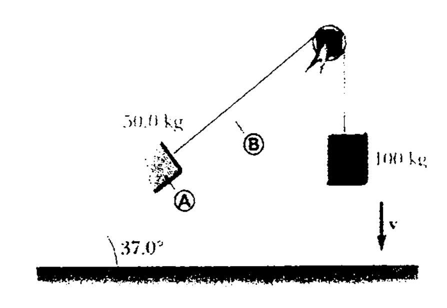


شكل P71.8

72 - يتحرك ثقل مقداره 5.0 kg على سطح أفقي املس مربوطاً بأحد طرفي زنبرك أفقي خفيف. الطرف الاخر من الزنبرك مثبت. إذا انضغط الزنبرك مسافة 0.10m من نقطة الاتزان ثم اطلق للحركة. وكانت سرعة الثقل هي 1.20m/s عند مروره بموضع الاتزان للزنبرك. عند تكرار التجربة مرة ثانية باستبدال السطح الأملس بسطح آخر له $\mu_k = 0.3$. احسب سرعة الثقل عند موضع الاتزان للزنبرك.

73 - كتلتان مقدارهما 50.kg، 100kg مربوطتان بطرفي حبل كما بالشكل P73.8

إذا كانت البكرة ملساء ومهملة الكتلة وإذا كان معامل الاحتكاك الكيناتيكي بين الثقل 50kg والسطح هو $\mu_k = 0.25$ احسب التغير في طاقة حركة الثقل 50 kg عندما يتحرك من Ⓐ إلى Ⓑ علماً بأن المسافة بينهما 20m.



شكل P73.8

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.8) نعم. لان لنا مطلق الحرية في إختيار أي نقطة لتكون نقطة الأصل للإحداثيات والتي عندها $U_g = 0$. إذا كان الجسم أسفل نقطة الأصل فإن U_y تكون سالبة للمنظومة المكونه من الجسم والارض.

(2.8) نعم. الطاقة الكلية للمنظومه محفوظة لأن القوى المؤثرة هي قوى محافظة (قوة الجاذبية وقوة الزنبرك). يوجد صورتان لطاقة الوضع (1) طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية (2) طاقة المرونة الكامنة والمختزنة في الزنبرك.

(3.8) ترتفع الكرتان الأولى والثالثة عند قذفهما بينما تهبط الكره الثانية في أول الأمر ثم ترتفع بعد ذلك لأعلى حتى تصل إلى القمة. مسارات الكرات الثلاث هي قطع مكافئ ولكن كل كره تأخذ زمن مختلف للوصول إلى الارض لان السرعات الابتدائية مختلفة ومع ذلك فإن كل الكرات لها نفس السرعة عند وصولها للارض لانها بدأت بنفس طاقة الحركة ويتأثران بنفس التغير في طاقةالوضع الناشئة عن الجاذبية. أي أن $E_{total} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$ هي نفسها للكرات الثلاث عند بداية الحركة.

(4.8) نضع الرقم (1) ليمثل أحد الجسمين والرقم (2) للجسم الآخر. القوة الخارجية تبذل شغلاً W_{app} على المنظومة. إذا كانت $W_{app}>0$ فإن طاقة المنظومة تزداد أما إذا كانت $W_{app}<0$ فإن الطاقة تتناقص. ويكون تأثير الاحتكاك هو الانقاص من الطاقة الكلية للمنظومة وتصبح المعادلة 15.8:

$$\begin{aligned}\Delta E &= W_{app} - \Delta E_{friction} \\ &= \Delta K + \Delta U \\ &= [(K_{1f} + K_{2f}) - (K_{1i} + K_{2i})] \\ &\quad + [(U_{g1f} + U_{g2f} + U_{sf}) - (U_{g1i} + U_{g2i} + U_{si})]\end{aligned}$$

قد يكون من السهل أن نضع هذه المعادلة في ترتيب أخر فمثلاً الطاقة الابتدائية الكلية + التغير الكلي+ الطاقة النهائية الكلية

$$K_{1i} + K_{2i} + U_{g1i} + U_{g2i} + U_{si} + W_{app} - f_k d = K_{1f} + K_{2f} + U_{g1f} + U_{g2f} + U_{sf}$$



صورة محيرة

تنقذ الوسادات الهوائية عدد لا حصر له من راكبي السيارات وذلك بتخفيض القوى التي تؤثر عليهم أثناء التصادم. كيف يمكن للوسادة الهوائية أن تغير القوة اللازمة لجعل شخص يسير بسرعة عالية أن يتوقف تماماً. لماذا كانت الوسائد أكثر أماناً من استخدام حزام الأمان فقط.

الفصل التاسع 9

كمية الحركة الخطية والتصادم

Linear Momentum and Collisions

ويتضمن هذا الفصل :

فكر فيما يحدث عندما يضرب المضرب كرة الجولف- تحصل الكرة على سرعة ابتدائية كبيرة نتيجة التصادم: بالتالي تكون الكرة قادرة على قطع مسافة 100m في الهواء. تتأثر الكرة بتسارع كبير. وحيث إن الكرة تكتسب هذا التسارع خلال فترة زمنية قصيرة فإن متوسط القوة التي تؤثر عليها أثناء التصادم تكون كبيرة جداً. طبقاً لقانون نيوتن الثالث فإن الكرة تؤثر بقوة رد فعل على المضرب تساوي في المقدار وتضاد في الاتجاه القوة التي يؤثر بها المضرب على الكره. تسبب قوة رد الفعل تسارعاً للمضرب يكون أقل كثيراً من تسارع الكره.

أحد الاهداف الرئيسية لهذا الفصل هو المساعدة في فهم وتحليل مثل تلك الأحداث. كخطوة أولى سندخل مبدأ كمية الحركة وهو مبدأ هام في وصف أجسام في حالة حركة وهو كذلك أحد الوسائل المختلفة والأكثر شيوعاً لاستخدام قوانين نيوتن. على سبيل المثال يقال على لاعب كرة قدم ثقيل أن كمية الحركة له كبيرة عندما ينقلب على أرض الملعب. أما لاعب أقل في الكتله- مثل مساعد الدفاع، يمكن أن تساوي أو تزيد كمية الحركة له إذا كانت سرعته أكبر من سرعة اللاعب الأكثر رشاقة. يظهر ذلك من حقيقة أن كمية الحركة تُعرف بحاصل ضرب الكتلة في السرعة. يقودنا مبدأ كمية الحركة إلى قانون حفظ آخر، وهو قانون حفظ كمية الحركة. تظهر أهمية هذا القانون خاصة عند التعامل مع المشاكل التي تتضمن تصادم بين الاجسام وكذلك دراسة انطلاق الصواريخ. سنقدم كذلك مفهوم مركز الكتلة لمنظومة من الأجسام وسنجد أنه يمكن وصف حركة منظومة من الاجسام بحركة جسم واحد موضوعاً عند مركز الكتلة.

1.9 كمية الحركة الخطية وحفظها
LINEAR MOMENTUM AND ITS CONSERVATION

درسنا في الفصلين السابقين بعض الحالات المعقدة التي لايمكن تفسيرها بواسطة قوانين نيوتن. لقد استخدم نيوتن نفسه صورة لقانونه الثاني تختلف قليلاً عن الصورة $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ (المعادلة 2.5) تلك الصورة هي الاسهل في تطبيقها على حالات معقدة. يستخدم الفيزيائيون هذه الصورة لدراسة كل شئ بدءاً من الجسيمات تحت الذرية حتى دفع الصاروخ. عند دراسة مثل هذه الحالات، غالباً مايكون من الأفضل أن تعرف بعض الشئ عن الجسيم وعن حركته. سنبدأ بتعريف اصطلاح جديد والذي يوحد هذه المعلومات.

تعريف كمية الحركة الخطية لجسم

تُعرف **كمية الحركة الخطية** لجسم كتلته m يتحرك بسرعة $\mathbf{v}$ على أنها حاصل ضرب الكتلة في السرعة.

$$\mathbf{P} \equiv m\mathbf{v} \qquad (1.9)$$

كمية الحركة الخطية هي كمية اتجاهية لانها حاصل ضرب كمية قياسية m وكمية متجهه $\mathbf{v}$. اتجاهها على طول $\mathbf{v}$ وابعادها ML/T ووحداتها في النظام SI هي kg·m/s.

إذا كان الجسم يتحرك في اتجاه اختياري، يكون لـ **p** ثلاث مركبات وتكافئ المعادلة (1.9) معادلات المركبات

$$P_x = mv_x \qquad P_y = mv_y \quad P_z = mv_z \qquad (2.9)$$

كما تلاحظ من تعريفها. يعطي مبدأ كمية الحركة تمييز كمي بين الأجسام الثقيلة والخفيفة عندما يكون لها نفس السرعة. على سبيل المثال فإن كمية الحركة لكرة البولينج والتي تتحرك بسرعة 10m/s تكون أكبر كثيراً من كمية الحركة لكرة التنس الارضي عندما يكون لها نفس السرعة. أطلق نيوتن على حاصل الضرب $m\mathbf{v}$ "مقدار الحركة" Quantity of motion. ربما يكون ذلك وصفاً بيانياً عما نسميه حالياً كمية الحركة Momentum . والتسمية الانجليزية مأخوذة عن كلمة لاتينية تعني الحركة.

اختبار سريع 1.9

جسمان لهما نفس طاقة الحركة. كيف يمكن مقارنة مقدار كمية حركتهما؟

(a) $P_1 < P_2$ (b) $P_1 = P_2$ (c) $P_1 > P_2$ (d) المعلومات غيركافية للإجابة.

باستخدام قانون نيوتن الثاني للحركة يمكننا ربط كمية الحركة الخطية لجسيم بالقوة المحصلة التي تؤثر عليه. **المعدل الزمني لتغير كمية الحركة الخطية لجسم يساوي القوة الكلية التي تؤثر على الجسم**

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} \qquad (3.9)$$

قانون نيوتن الثاني للحركة

بالإضافة للأوضاع التي يتغير فيها متجه السرعة مع الزمن، يمكننا استخدام المعادلة 3.9 لدراسة الظواهر التي تتغير فيها الكتلة. تظهر القيمة الحقيقية للمعادلة (3.9) كوسيلة للدراسة من حقيقة أنه عندما تكون القوة الكلية المؤثرة على جسم تساوي صفراً فإن كمية الحركة للجسم تكون ثابتة. بالطبع فإنه عندما يكون الجسم معزولاً حينئذ يتحتم أن تكون $\sum\mathbf{F}=0$ ولاتتغير **p** ويعني ذلك أن **p** محفوظة. بقدر مايكون قانون حفظ الطاقة مفيداً في حل بعض مشاكل الحركة المعقدة، فإن قانون حفظ كمية الحركة يُبسط دراسة انواع أخرى من الحركة المعقدة.

حفظ كمية الحركة في نظام يتكون من جسمين

Conservation of Momentum For A Two- Particle System

6.2 افترض الجسمين 1 و 2 والذي يحدث بينهما تآثر متبادل لكنهما معزولان عن الوسط المحيط (شكل 1.9)، بمعنى ان كل جسم يؤثر على الآخر بقوة ولكن لا توجد قوى خارجية. من المهم أن تلاحظ أثر قانون نيوتن الثالث على هذه الدراسة. إذا أثرت قوة داخلية من الجسم 1 (على سبيل المثال

* في هذا الفصل الاصطلاحان كمية الحركه وكمية الحركه الخطيه لهما نفس المعنى. فيما بعد- في فصل 11 سوف نستخدم الاصطلاح كمية الحركه الزاويه عند التعامل مع الحركه الدورانيه.

قوة الجاذبية) على الجسم 2، سيكون هناك بالتالي قوة داخلية ثانية- تساوي في المقدار وتضاد في الاتجاه- يؤثر بها الجسم 2 على الجسم 1.

افترض أنه في لحظة معينة، كانت كمية الحركة للجسم 1 هي $\mathbf{p}_1$ وللجسم 2 هي $\mathbf{p}_2$. بتطبيق قانون نيوتن الثاني على كل من الجسمين يمكننا كتابة:

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{d\mathbf{p}_1}{dt} \quad \text{and} \quad \mathbf{F}_{12} = \frac{d\mathbf{p}_2}{dt}$$

حيث $\mathbf{F}_{21}$ هي القوة التي يؤثر بها الجسم 2 على الجسم 1 و $\mathbf{F}_{12}$ هي القوة التي يؤثر بها الجسم 1 على الجسم 2. ينص قانون نيوتن الثالث على أنهما زوج من الفعل ورد الفعل $\mathbf{F}_{12}= -\mathbf{F}_{21}$ ويمكن كتابة هذا الشرط في الصورة:

$$\mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{12} = 0$$

أو

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} + \frac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) = 0$$

$\mathbf{p}_1 = m_1\mathbf{v}_1$ ، m_1 ، $\mathbf{F}_{21}$ ، $\mathbf{F}_{12}$ ، m_2 ، $\mathbf{p}_2 = m_2\mathbf{v}_2$

شكل 1.9 في لحظة معينه تكون كمية الحركة للجسم 1 هي $\mathbf{p}_1= m_1\mathbf{v}_1$ وكمية الحركة للجسم 2 هي $\mathbf{p}_2= m_2\mathbf{v}_2$. لاحظ أن $\mathbf{F}_{12}= -\mathbf{F}_{21}$. كمية الحركة الكلية للنظام $\mathbf{P}_{tot}$ تساوي المجموع الاتجاهي $\mathbf{P}_1+ \mathbf{P}_2$.

حيث إن التفاضل لكمية الحركة الكلية $\mathbf{P}_{tot}= \mathbf{P}_1+ \mathbf{P}_2$ يساوي صفراً[1]، فإننا نستنتج أن كمية الحركة الكلية للمنظومة يجب أن تظل ثابتة.

$$\mathbf{P}_{tot} = \sum_{\text{system}} \mathbf{P} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 = \text{constant} \qquad (4.9)$$

يعادل ذلك

$$\mathbf{P}_{1i} + \mathbf{P}_{2i} = \mathbf{P}_{1f} + \mathbf{P}_{2f} \qquad (5.9)$$

حيث $\mathbf{P}_{1i}$ و $\mathbf{P}_{2i}$ هما القيمتان الابتدائيتان، $\mathbf{P}_{1f}$ و $\mathbf{P}_{2f}$ هما القيمتان النهائيتان لكمية الحركة أثناء الفترة الزمنية التي يتم خلالها التأثير المتبادل. توضح المعادلة 5.9 في صورة مركباتها أن كميات الحركة في الاتجاهات x، y، z تكون ثابتة كل على حدها.

$$\sum_{\text{system}} P_{ix} = \sum_{\text{system}} P_{fx} \qquad \sum_{\text{system}} P_{iy} = \sum_{\text{system}} P_{fy} \qquad \sum_{\text{system}} P_{iz} = \sum_{\text{system}} P_{fz} \qquad (6.9)$$

هذه النتيجة والمعروفة **بقانون حفظ كمية الحركة الخطية**، يمكن تطبيقها على أي عدد من الأجسام في منظومة معزولة وتُعتبر واحدة من اهم القوانين في الميكانيكا ويمكن كتابتها كما يلي:

عندما يحدث تآثر متبادل بين جسمين أو أكثر في نظام معزول فإن كمية الحركة الكلية للمنظومة تظل ثابتة.

---

(1) في هذا الفصل الاصطلاحان كمية الحركة وكمية الحركة الخطية لهما نفس المعنى. فيما بعد- في فصل 11 سوف نستخدم الاصطلاح كمية الحركة الزاوية عند التعامل مع الحركة الدورانية.

يوضح لنا هذا القانون أن **كمية الحركة الكلية لمنظومة معزولة في كل لحظة تساوي كمية الحركة الابتدائية..** حفظ كمية الحركة

لاحظ أننا لم نذكر أي شيء عن طبيعة القوى التي تؤثر على الأجسام في المنظومة. الشيء الوحيد الذي يتطلبه هذا القانون هو أن هذه القوى داخلية للمنظومة.

اختبار سريع 2.9

يقذف مدرس التربية البدنية لك كرة البيسبول بسرعة معينة، وأنت تلتقطها. يقوم المدرس ثانية بقذفك بكرة تدريب طبية كتلتها عشرة أمثال كرة البيسبول.

هل يمكنك التقاط كرة التدريب الطبية إذا قذفت. (a) بنفس سرعة كرة القاعدة (b) بنفس كمية الحركة (c) بنفس طاقة الحركة. رتب هذه الاختبارات من الاسهل إلى الاصعب من حيث التقاط الكرة.

مثال 1.9 طفو رائد فضاء



شكل 2.9

اكتشف رائد فضاء وهو في المعمل الفضائي سكاي لاب، إنه بينما كان منهمكا في كتابة بعض ملاحظاته قد طفى تدريجياً إلى منتصف المنطقة المفتوحة في سفينة الفضاء. لم ينتظر حتى يطفو إلى الجانب المقابل وطلب من زملائه أن يدفعوه. ضحكوا على هذا المأزق وقرروا ألا يساعدوه فاضطر إلى خلع ملابسه وقذفها في أحد الاتجاهات لكي يدفع بنفسه في الاتجاه المضاد. احسب قيمة سرعته الناتجة عن ذلك.

الحل: نبدأ ببعض التخمينات المعقولة للنتائج. دعنا نفترض أن رائد الفضاء كتلته 70 kg يقذف بملابس كتلتها 1 kg وبسرعة 20 m/s. للسهولة نفترض ان الاتجاه الموجب لمحور x هو اتجاه قذف الملابس (شكل 2.9). دعنا نفرض كذلك ان محور x هو المماس للمسار الدائري لسفينة الفضاء تتكون المنظومة من رائد الفضاء والملابس. بسبب قوة الجاذبية الارضية (التي تبقي على رائد الفضاء والملابس وسفينة الفضاء في المدار). المنظومة ليست معزولة. ومع ذلك تتجه هذه القوة (قوة الجاذبية) عمودياً على حركة المنظومة. لهذا فإن كمية الحركة ثابتة في اتجاه x حيث لايوجد قوة خارجية في هذا الاتجاه.

كمية الحركة الكلية للمنظومة قبل دفع الملابس تساوي صفراً $(m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = 0)$ لهذا فإن

كمية الحركة بعد قذف الملابس تساوي صفراً ايضاً $(m_1\mathbf{v}_{1f} + m_2\mathbf{v}_{2f} = 0)$.

باستخدام $m_1=70$ kg , $\mathbf{v}_{2f}=20\mathbf{i}$ m/s و $m_2=1$ kg والحل في $\mathbf{v}_{1f}$ نحصل على سرعة الارتداد لرائد الفضاء

$$\mathbf{v}_{1f} = -\frac{m_2}{m_1}\mathbf{v}_{2f} = -\left(\frac{1\text{ kg}}{70\text{ kg}}\right)(20\mathbf{i}\text{ m/s}) = -0.3\mathbf{i}\text{ m/s}$$

نوضح الاشارة السالبة أن رائد الفضاء يتحرك تجاه اليسار بعد القذف، في عكس اتجاه حركة الملابس، وذلك طبقا لقانون نيوتن الثالث. حيث أن كتلة الرائد اكبر من كتلة الملابس فإن تسارعه وبالتالي سرعته أقل كثيرا من تسارع وسرعة الملابس.

مثال 2.9 انقسام جسيم K° الساكن

ينشطر أحد أنواع الاجسام النووية يسمى K° (koan) المتعادل الى زوج من الجسيمات الاخرى تسمى بيونات (π^+ وπ^-) مختلفا الشحنة ولكن لهما نفس الكتلة- كما هو موضح في شكل 3.9. بفرض أن K° كان ساكنا في اول الامر، اثبت أن البيونان لهما كميتى حركة متساويتان في المقدار ومتضادتان في الاتجاه.

الحل: يمكن كتابة انقسام K° بالشكل التالي

$$K^\circ \longrightarrow \pi^+ + \pi^-$$

إذا افترضنا أن $\mathbf{P}^+$ هي كمية الحركة للبيون الموجب π^+ وأن $\mathbf{P}^-$ هي كمية الحركة للبيون السالب π^- فإن كمية الحركة النهائية للمجموعة المكونة من البيونين يمكن كتابتها:

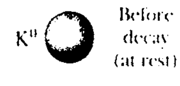
$$\mathbf{p}_f = \mathbf{p}^+ + \mathbf{P}^-$$

حيث إن K° كان في حالة سكون قبل الانقسام، فإن $\mathbf{P}_i = 0$. طبقاً لحفظ كمية الحركة $\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_f = 0$ أي أن

$$\mathbf{P}^+ + \mathbf{P}^- = 0$$

أو

$$\mathbf{P}^+ = -\mathbf{P}^-$$





شكل 3.9 ينقسم جسم K° في حالة سكون تلقائياً إلى بيونين مختلفي الشحنة. يتحرك البيونان مبتعدان عن بعضهما بكميتي حركة متساويتان في المقدار ومتضادتان في الاتجاه.

النقطة الهامة من وراء هذه المسألة هي أنه حتى وان كانت الفيزياء تتعامل مع اجسام تختلف تماماً عن تلك الموجودة في المثال السابق فإن الفيزياء متماثلة: كمية الحركة محفوظة في المنظومة المعزولة.

2.9 الدفع وكمية الحركة IMPULSE AND MOMENTUM

6.3 & 6.4 كما لاحظنا فإن كمية الحركة لجسم تتغير عندما تؤثر عليه قوة. معرفة التغير في كمية الحركة الناتجة عن تأثير القوة يساعد في حل بعض أنواع المسائل.

لكي نصل إلى فهم جيد عن هذا الموضوع، دعنا نفترض أن قوة مفردة **F** تؤثر على جسم وأن هذه القوة قد تتغير مع الزمن. طبقاً لقانون نيوتن الثاني $\mathbf{F}= d\mathbf{p}/dt$ أو

$$d\mathbf{p} = \mathbf{F}\, dt \qquad (7.9)$$

يمكن تكامل* هذه المعادلة لحساب التغير في كمية حركة الجسم عندما تؤثر عليه قوة خلال فترة زمنية. إذا كانت كمية حركة الجسم تتغير من $\mathbf{P}_i$ عند الزمن t_i إلى $\mathbf{P}_f$ عند الزمن t_f فإن تكامل المعادلة 7.9 يعطي:

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}\, dt \qquad (8.9)$$

لاجراء التكامل يجب معرفة كيف تتغير القوة مع الزمن. يسمى الطرف الايمن من هذه المعادلة **دفع القوة** Impulse التي تؤثر على الجسم خلال الفترة الزمنية $\Delta t = t_f - t_i$. يُعرف الدفع بالمتجه

دفع القوة

$$\mathbf{I} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}\, dt = \Delta\mathbf{p} \qquad (9.9)$$

نظرية الدفع - كمية الحركة

دفع القوة التي تؤثر على جسم يساوي التغير في كمية حركة الجسم الناتج عن القوة.

هذا النص، معروف **بنظرية الدفع- كمية الحركة**** ويناظر قانون نيوتن الثاني. من هذا التعريف نرى أن الدفع كمية متجهة مقدارها يساوي المساحة تحت منحنى تغير القوة مع الزمن كما هو واضح في الشكل 4.9a. في هذا الشكل يُفترض أن تتغير القوة مع الزمن بصورة عادية ولاتساوي صفراً في الفترة الزمنية $\Delta t = t_f - t_i$. اتجاه متجه الدفع هو نفسه اتجاه التغير في كمية الحركة. لاحظ أن الدفع ليس خاصية للجسم بل هو مقياس لدرجة تغير كمية حركة الجسم. لهذا عندما نقول ان الجسم أعطي دفعاً نعني بذلك انه قد انتقلت كمية حركة للجسم من مؤثر خارجي.

حيث إن القوة التَي تعطي دفعاً تتغير بصورة عامة مع الزمن، فمن الملائم ان نُعرف متوسط القوة بالنسبة للزمن Time Averaged Force بالعلاقة:

$$\overline{\mathbf{F}} \equiv \frac{1}{\Delta t}\int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}\, dt \qquad (10.9)$$

---

* لاحظ اننا نجري تكامل القوى بالنسبه للزمن. قارن ذلك مع ما حدث في الفصل 7 حيث اجرينا التكامل بالنسبه للموضع لحساب الشغل المبذول بهذه القوه.

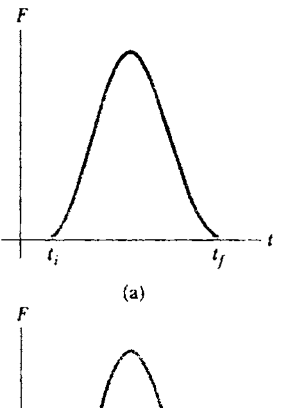
** بالرغم من اننا افترضنا ان قوه مفردة هي التي تؤثر على الجسم فإن نظرية الدفع- كمية الحركه تكون صالحه عندما يؤثر اكثر من قوه ونستخدم $\sum\mathbf{F}$ بدلاً من **F** في المعادله 9.9.

حيث $\Delta t = t_f - t_i$ (هذا تطبيق لنظرية القيمة المتوسطة في حساب التفاضل والتكامل) لهذا يمكن كتابة المعادلة (9.9) في الصورة:

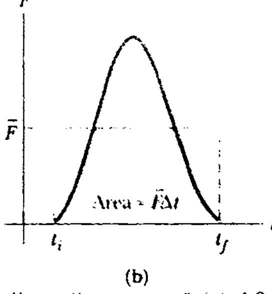
$$\mathbf{I} \equiv \overline{\mathbf{F}}\, \Delta t \qquad (11.9)$$

من هنا وكما هو موضح بالشكل (4.9b) يمكن اعتبار متوسط القوة بالنسبة للزمن على أنها القوة الثابتة التي يجب أن تُعطىَ لجسم في الفترة الزمنية Δt نفس الدفع الذي تعطيه قوة متغيرة مع الزمن في نفس الفترة. أو (بأنها القوة الثابتة التي تعطي الجسم دفع في فترة زمنية Δt يساوي الدفع الذي تعطيه قوة متغيرة مع الزمن في نفس الفتره). كقاعدة، إذا كانت $\mathbf{F}$ معرفة كدالة في الزمن فإنه يمكن حساب الدفع من المعادلة 9.9. بالطبع سيكون الوضع أسهل إذا كانت القوة ثابتة. في هذه الحالة $\overline{\mathbf{F}} = \mathbf{F}$ وتصبح المعادلة 11.9

$$\mathbf{I} = \mathbf{F}\, \Delta t \qquad (12.9)$$



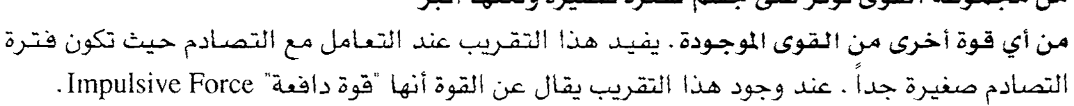
(a)



(b)

شكل 4.9 (a) قد تتغير القوة التي تؤثر على جسم مع الزمن. الدفع المعطى للجسم بقوه F هو عبارة عن المساحة تحت منحنى تغير القوة مع الزمن (b) في الفترة الزمنية Δt يعطى متوسط القوة بالنسبة للزمن (الخط الافقي المتقطع) نفس الدفع الذي تعطيه قوه تتغير مع الزمن والمعطاه في الجزء (a).

في كثير من الحالات الفيزيائية تستخدم **مايسمى بتقريب الدفع Impulse approximation وفيه نفترض أن قوة من مجموعة القوى تؤثر على جسم لفترة قصيرة ولكنها أكبر من أي قوة أخرى من القوى الموجودة**. يفيد هذا التقريب عند التعامل مع التصادم حيث تكون فترة التصادم صغيرة جداً . عند وجود هذا التقريب يقال عن القوة أنها "قوة دافعة" Impulsive Force.



على سبيل المثال يستغرق تصادم كرة التنس مع المضرب 0.01 s ومتوسط القوة التي يؤثر بها المضرب على الكرة في هذه الفترة حوالي عدة الاف من النيوتونات. حيث أن هذه القوة اكبر كثيرا من مقدار قوة التجاذب، يعطي تقريب التصادم سبباً لإهمال وزن كل من الكرة والمضرب. عندما نستخدم هذا التقريب، من المهم أن نتذكر أن $\mathbf{P}_i$، $\mathbf{P}_f$ يمثلان على التوالي كميتا الحركة قبل وبعد التصادم مباشرة. وهكذا فإنه في أي وضع يمكن فيه استخدام تقريب الدفع، فإننا نفترض أن الجسم يتحرك قليلاً عند التصادم.

اختيار سريع 3.9

جسمان في سكون على سطح أملس. كتلة الجسم 1 أكبر من كتلة الجسم 2. عند التأثير بقوة على الجسم 1 فإنه يتسارع لمسافة d. بعد ذلك تم إبعاد القوة عن الجسم 1 واثرت على الجسم 2. عند لحظة تسارع الجسم 2 لنفس المسافة d، اي من هذه الحالات صحيحة؟ (a) $P_1<P_2$ (b) $P_1=P_2$ (c) $P_1>P_2'$ (d) $K_1<K_2$ (e) $K_1=K_2$ (f) $K_1>K_2$.

مثال 3.9 القذف

قُذفت كرة جولف كتلتها 50g بواسطة مضرب (شكل 5.9). تتغير القوة التي يؤثر بها المضرب على الكرة من الصفر قبل ملامستها مباشرة حتى اقصى قيمة (الاصطدام بالكره) ثم تعود مرة أخرى إلى الصفر عندما تترك الكرة المضرب. يوضح الشكل 4.9 منحنى القوة مع الزمن وصفيا. افرض أن الكرة تقطع مسافة 200 m متراً، احسب مقدار الدفع الناتج عن التصادم.

الحل: دعنا نستخدم Ⓐ ليرمز إلى لحظة أول تلامس للمضرب مع الكرة و Ⓑ إلى لحظة انتهاء هذا التلامس وبداية تحرك الكرة على مسارها و Ⓒ ترمز إلى لحظة هبوطها على الارض. بإهمال مقاومة الهواء يمكن استخدام المعادلة (14.4) لحساب مدى القذيفة

$$R = x_C = \frac{v_B^2}{g}\sin 2\theta_B$$

دعنا نفرض أن زاوية القذف $\theta_B = 45°$، وهى الزاوية التي تعطي اقصى مدى مهما كانت سرعة القذف. يعني هذا الفرض أن $\sin 2\theta_B = 1$ وسرعة القذف للكرة هي:

$$v_B = \sqrt{x_c g} = \sqrt{(200\ \text{m})(9.80\ \text{m/s}^2)} = 44\ \text{m/s}$$


شكل 5.9
قذف كرة الجولف

الآن نحسب الفترة الزمنية للتصادم $v_i = v_A = 0$ و $v_f = v_B$ وذلك للكره، من ثم يكون مقدار الدفع للكرة هو

$$I = \Delta P = mv_B - mv_A = (50 \times 10^{-3}\text{kg})\ (44\text{m/s}) - 0$$

$$= 2.2\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$

تمرين: إذا كانت فترة تلامس المضرب والكرة هي 4.5×10^{-4} s، احسب متوسط مقدار القوة التي يؤثر بها المضرب على الكرة.

الاجابه: 4.9×10^3 N هذه القيمة عالية جداً بالمقارنة مع وزن الكرة 0.49 N.

تجربة سريعة:

إذا كان عندك رغبه، العب لعبة التقاط البيضة. ما هي أفضل طريقة لتحريك يدك لالتقاط بيضة وتحويل كمية حركتها إلى الصفر دون أن تتكسر.

مثال 4.9 ما أهمية المصدات؟

في اختبار تصادم خاص، تتصادم سيارة كتلتها 1500 kg مع حائط كما هو موضح بالشكل 9.6. إذا كانت السرعة الابتدائية والسرعة النهائية للسيارة على التوالي هما $\mathbf{v}_i = -15\ \mathbf{i}$ m/s، $\mathbf{v}_f = 2.6\mathbf{i}$ m/s. وإذا كان التصادم يستغرق 1.50s . احسب الدفع الناتج عن التصادم ومتوسط القوة التي تؤثر على السيارة.

الحل: افرض أن القوة التي يؤثر بها الحائط على السيارة كبيرة مقارنة بالقوى الأخرى ومن ثم يمكننا استخدام تقريب الدفع. الاكثر من ذلك أننا نلاحظ أن قوة الجاذبية والقوة العمودية التي يؤثر بهما الطريق على السيارة متعامدتان على اتجاه الحركة وبالتالي لا تؤثران على مركبة كمية الحركة الافقية.

كميتا الحركة الابتدائية والنهائية للسيارة هما:

$$\mathbf{P}_i = m\mathbf{v}_i = (1500\ \text{kg})(-15.0\mathbf{i}\ \text{m/s}) = -2.25 \times 10^4\mathbf{i}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$

$$\mathbf{P}_f = m\mathbf{v}_f = (1500\ \text{kg})(2.6\mathbf{i}\ \text{m/s}) = 0.39 \times 10^4\ \mathbf{i}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}$$

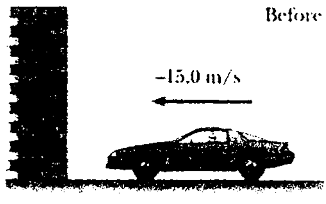
وبالتالي يكون الدفع

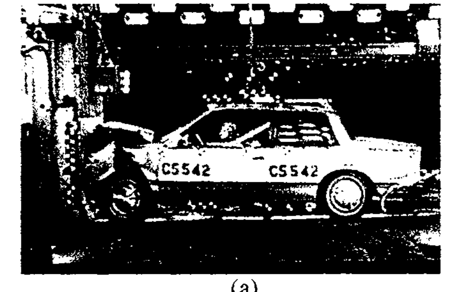
$$\mathbf{I} = \Delta\mathbf{P} = \mathbf{P}_f - \mathbf{P}_i = 0.39 \times 10^4\mathbf{i}\ \text{kg. m/s} - (-2.25 \times 10^4\ \mathbf{i}\ \text{kg.m/s})$$

$$= 2.64 \times 10^4\mathbf{i}\ \text{kg. m/s}$$

متوسط القوة التي تؤثر على السيارة هي:

$$\overline{\mathbf{F}} = \frac{\Delta\mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{2.64 \times 10^4\mathbf{i}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}}{0.150\ \text{s}} = 1.76 \times 10^5\mathbf{i}\ \text{N}$$





(b) (a)

شكل 6.9 (a) تتغير كمية حركة السيارة نتيجة لتصادمها مع الحائط (b) في اختبار التصادم تتحول اغلب طاقة حركة السيارة إلى طاقة تستخدم في اتلاف السيارة.

لاحظ أن مقدار هذه القوة كبير جداً بالمقارنة مع وزن السيارة ($mg = 1.47 \times 10^4$ N) والذي يؤكد فرضنا السابق. ما يلاحظ في هذه المسألة هو كيف تظهر اشارات السرعات انعكاس الاتجاه. ماذا سوف يصف علم الرياضيات إذا ما كانت كلا من السرعة الأبتدائية والسرعة النهائية لهما نفس الإشارة.

تساؤل سريع 4.9

رتب دور كل من تابلو السيارة، وحزام المقعد، الوسادة الهوائية من حيث (a) الدفع (b) متوسط القوة المؤثرة من كل منهم على راكب في المقعد الامامي اثناء التصادم.

3.9 التصادم COLLISIONS

6.5 & 6.6

في هذا الجزء سوف نستخدم قانون حفظ كمية الحركة في وصف ما يحدث عند تصادم جسمين. سوف نستخدم الاصطلاح "تصادم" لكي يمثل الحدث لجسمين يقتربان من بعضهما لفترة قصيرة ومن ثم يؤثران على بعضهما بقوى دافعة. سنفترض أن **هذه القوى أكبر كثيراً من أي قوى خارجية موجودة.**

قد يسبب التصادم تلامساً مادياً بين جسمين كبيرين (ماكروسكوبيين) Macroscopic كما بالشكل 7.9a، لكن معنى التصادم يجب أن يعمم لأن "التلامس المادي" بالمقياس تحت الميكروسكوبي ليس له معنى. لكي ندرك ذلك افترض تصادماً على المستوى الذري (شكل 7.9b) مثل تصادم بروتون مع جسيم الفا (نواة ذرة الهيليوم). حيث أن كلا الجسيمين موجب الشحنة، فلايمكن أن يحدث تلامس مادي بينهما، وبدلاً من ذلك، يتنافر كل منهما مع الآخر بسبب القوة الكهروستاتيكية الشديدة بينهما خاصة عندما تكون المسافة بينهما قصيرة. عندما يتصادم جسمان (1)، (2) كتلتاهما m_1 و m_2، كما بالشكل 7.9، قد تتغير القوة الدافعة مع الزمن بطريقة معقدة، احداهما موضحة في الشكل 8.9. إذا كانت $\mathbf{F}_{21}$ هي القوة التي يؤثر بها الجسم 2 على الجسم 1 واذا فرضنا أنه لا يوجد قوى خارجية تؤثر على الجسمين، حينئذ يعطي التغير في كمية الحركة للجسم 1 نتيجة التصادم بالمعادلة 8.9:

$$\Delta \mathbf{p}_1 = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}_{21}\, dt$$

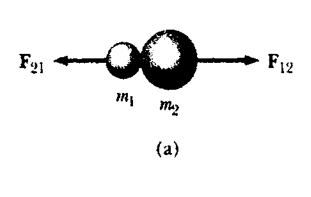
بالمثل إذا كانت $\mathbf{F}_{21}$ هي القوة التي يؤثر بها الجسم 1 على الجسم 2 وحينئذ يكون التغير في كمية الحركة للجسيم 2 هو

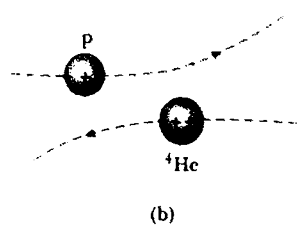
$$\Delta \mathbf{p}_2 = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}_{12}\, dt$$

من قانون نيوتن الثالث نستنتج أن

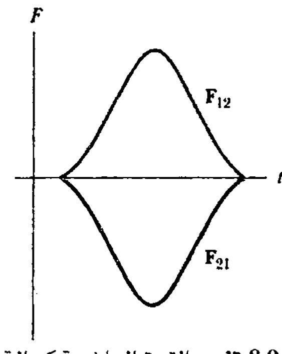
$$\Delta \mathbf{p}_1 = -\Delta \mathbf{p}_2$$

$$\Delta \mathbf{p}_1 + \Delta \mathbf{p}_2 = 0$$





شكل 7.9 (a) التصادم بين جسمين نتيجة التلامس المباشر (b) التصادم بين جسمين مشحونين.



شكل 8.9 تغير القوة الدافعة كدالة في الزمن لجسمين متصادمين والموضح في الشكل 7.9a. لاحظ أن $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$.

وحيث إن كمية الحركة الكلية للمنظومة هي $\mathbf{P}_{system} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2$

نستنتج أن التغير في كمية الحركة للمنظومة بسبب التصادم تساوي صفراً:

$$\mathbf{P}_{system} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 = \text{constant}$$

هذا هو المتوقع حيث لا تؤثر أى قوى خارجية على المنظومة (انظر القسم 2.9). حيث إن القوى الدافعة هي قوى داخلية، فهي لاتغير من كمية الحركة المنظومة (القوى الخارجية فقط هي التي يمكنها أن تفعل ذلك).

كمية الحركة محفوظة في أي تصادم

لهذا نستنتج أن كمية الحركة الكلية **لمنظومة معزولة قبل التصادم مباشرة تساوي كمية الحركة الكلية للمنظومة بعد التصادم مباشرة.**

مثال 5.9 إحمل بوليصة التأمين ضد التصادم.

اصطدمت سيارة كتلتها 900 kg بمؤخرة سيارة كتلتها 1800 kg اثناء توقفها في اشارة المرور والتحمت السيارتان. إذا كانت السيارة الصغيرة تسير بسرعة 20 m/s قبل التصادم احسب سرعة السيارتين مع بعضهما بعد التصادم.

الحل: نتوقع أن تكون السرعة أقل من 20 m/s أي أقل من السرعة الابتدائية للسيارة الصغيرة. كمية الحركة الكلية للمنظومة (السيارتان) قبل التصادم تساوي كمية الحركة الكلية بعد التصادم مباشرة لأن كمية الحركة ثابتة في أي تصادم.

مقدار كمية الحركة الكلية قبل التصادم تساوي كمية الحركة للسيارة الصغيرة لأن السيارة الكبيرة كانت في سكون

$$P_i = m_i \upsilon_i = (900\ \text{kg})(20\ \text{m/s}) = 1.8 \times 10^4 \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

بعد التصادم يكون مقدار كمية الحركة للسيارتين مع بعضهما هو:

$$P_f = (m_1 + m_2)\upsilon_f = (2700\ \text{kg})\upsilon_f$$

بمساواة كميتي الحركة قبل وبعد التصادم والحل في υ_f، تكون السرعة النهائية للسيارتين مع بعضهما هي:

$$\upsilon_f = \frac{p_i}{m_1 + m_2} = \frac{1.80 \times 10^4\ \text{kg}\cdot\text{m/s}}{2\,700\ \text{kg}} = 6.67\ \text{m/s}$$

اتجاه السرعة النهائية هو نفس اتجاه سرعة السيارة المتحركة.

تمرين: ما هي السرعة النهائية اذا كانت كتلة كل سيارة هي 900 kg

الإجابة: 10.0 m/s

اختبار سريع 5.9

عند سقوط كرة على الارض، تزداد كمية حركتها لأن سرعتها تتزايد. هل هذا يعني أن كمية الحركة في هذه الحالة غير ثابتة؟

اختبار سريع 6.9

تستخدم متزلجة زلاجة ذو احتكاك ضعيف- يقذفها صديق بقرص من البلاستيك Frisbee. في أي من الحالات التالية يعطي القرص أقصى دفع للمتزلجة (a) عندما تلتقط القرص ويبقى معها (b) عندما تلتقطه لحظياً وتُسقطه (c) عندما تلتقطه وفي نفس اللحظة تقذفه ثانية إلى صديقها.



عندما تصطدم كرة البولينج بالوتد، ينتقل جزء من كمية حركة الكره إلى الوتد. بالتالي يكتسب الوتد كمية حركة وطاقة حركة وتفقد الكره كمية حركه وطاقة حركه. مع ذلك فإن كمية الحركة للمنظومة (الكره والوتد) تظل ثابتة.

4.9 التصادم المرن وغير المرن في بعد واحد
ELASTIC AND INELASTIC COLLISIONS IN ONE DIMENSION

كما لاحظنا، كمية الحرك في أي تصادم تكون محفوظة إذا أهملنا القوى الخارجية. على العكس من ذلك فإن طاقة الحركة قد لاتكون ثابتة، يعتمد ذلك على نوع التصادم. في الحقيقة، سواء كانت كمية الحركة قبل التصادم هي نفسها بعد التصادم أم لا فإننا نستخدم ذلك في تصنيف التصادم إلى مرن وغير مرن.

التصادم المرن

التصادم المرن بين جسمين هو ذلك التصادم الذي يكون فيه طاقة الحركة الكلية (بالإضافة إلى كمية الحركة) متساوية قبل وبعد التصادم. تصادم كرات البلياردو وتصادم جزيئات الهواء مع جدار الاناء عند درجات الحرارة العادية كلها تصادمات مرنة تقريباً. يحدث تصادم تام المرونة بين الذرات والجسيمات المكونة لها. أما التصادم بين الاجسام الماكروسكوبية مثل تصادم كرات البليياردو فهي ليست تامة المرونة حيث يحدث بعض التشوهات وفقد في طاقة الحركة.

التصادم غير المرن

التصادم غير المرن هو ذلك التصادم الذي لاتكون فيه طاقة الحركة الكلية قبل وبعد التصادم متساوية (حتى وأن كانت كمية الحركة ثابتة). هناك نوعان من التصادم غير المرن. عندما يلتصق الجسمان المتصادمان بعد التصادم، كما يحدث عندما يتصادم نيزك بسطح الارض، يقال أن التصادم غير تام المرونة. عندما لايلتصق الجسمان مع بعضهما، ولكن يوجد فقد في جزء من طاقة الحركة، مثل ما يحدث عند تصادم كرة من المطاط مع سطح صلب فيقال أن التصادم غير مرن. على سبيل المثال عندما تتصادم كرة من المطاط مع سطح صلب، يكون التصادم غير مرن لأن كرة المطاط فقدت جزءاً من طاقة حركتها أدت إلى تشويه الكرة أثناء تلامسها

مع السطح. في اغلب التصادمات، لاتكون طاقة الحركة هي نفسها قبل وبعد التصادم حيث يتحول جزء منها إلى طاقة داخلية وإلى طاقة مرونة كامنة عندما يحدث تشويه للأجسام اوإلى طاقة دورانية. التصادم المرن والتصادم غير تام المرونة هما حالتان حديتان، اغلب التصادمات تقع بين هاتين الحالتين. في بقية هذا الجزء سندرس التصادم في بعد واحد وسنفترض الحالتين الحديتين- التصادمات المرنة والتصادمات غير تام المرونة. في هذين النوعين من التصادمات **تكون كمية الحركة ثابتة ولكن طاقة الحركة ثابتة فقط في التصادم المرن.**

تجربة سريعة



ضع كرة تنس طاولة (بينج بونج) على كرة سلة واسقطهما في نفس اللحظة بحيث تصطدم كرة السلة بالارض، ثم تقفز لاعلى لتتصادم مع الكرة الصغيرة الساقطة ماذا يحدث؟ ولماذا؟

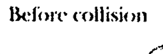
التصادم غير تام المرونة Perfectly Inelastic Collisions

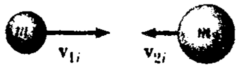
افترض جسمين كتلتيهما m_1، m_2 يتحركان بسرعة ابتدائية $\mathbf{v}_{1i}$ و $\mathbf{v}_{2i}$ في خط مستقيم كما هو موضح بالشكل 9.9. يتصادم الجسمان تصادماً مواجها ثم يلتحمان مع بعضهما ويتحركان بسرعة مشتركة $\mathbf{v}_f$ بعد التصادم. حيث إن كمية الحركة محفوظة في أي تصادم، يمكننا القول أن كمية الحركة الكلية قبل التصادم تساوي كمية الحركة الكلية للمنظومة المتكونة بعد التصادم

$$m_1\mathbf{v}_{1i} + \; = (m_1 + m_2)\;\mathbf{v}_f \qquad (13.9)$$

$$\mathbf{v}_f = \frac{m_1\mathbf{v}_{1i} + m_2\mathbf{v}_{2i}}{m_1 + m_2} \qquad (14.9)$$

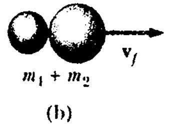
Before collision





(a)

After collision



(b)

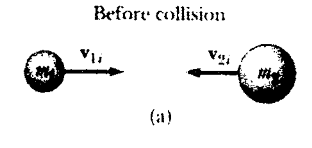
شكل 9.9 رسم توضيحي لتصادم مواجه غير مرن تماماً بين جسمين (a) قبل التصادم (b) بعد التصادم.

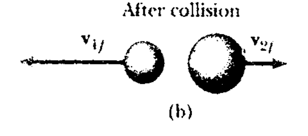
اختبار سريع 7.9

ايهما اسوأ، تصادم سيارة سرعتها 40 mi/h مع حائط من الطوب أم التصادم المواجه مع سيارة تماثل سيارتك وتتحرك أيضاً بسرعة 40 mi/h؟

التصادم المرن Elastic Collision

6.6 افترض جسمين يحدثان تصادماً مواجهاً مرناً (شكل 10.9). في هذه الحالة تكون كل من كمية الحركة والطاقة ثابتة. لهذا نحصل على





شكل 10.9 رسم توضيحي لتصادم مواجه مرن بين جسمين (c) قبل التصادم (d) بعد التصادم.

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f} \qquad \textbf{(15.9)}$$

$$\tfrac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \tfrac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_{2f}^2 \qquad \textbf{(16.9)}$$

وحيث إن السرعات في الشكل 10.9 إما أن تكون تجاه اليسار أو اليمين، فإنه يمكن تمثيلها بالسرعة كمقدار مع إشارات جبرية توضح الاتجاه. سوف نعتبر v موجبة إذا كان الجسم يتحرك تجاه اليمين وسالبة إذا تحرك تجاه اليسار. كما لوحظ في الفصول السابقة، من الناحية العملية أن نطلق على هذه القيم "سرعات" حتى وإن كان هذا الاصطلاح يعني مقدار متجه السرعة والذي لايكون له اشارات جبرية.

يوجد في المسائل التي تشتمل على تصادم مرن كميتان مجهولتان ويستخدم حل المعادلتين 15.9، 16.9 آنياً لتعيينهما. هناك طريقة أخرى والتي تشمل استخدام بعض الطرق الرياضية البسيطة للمعادلة 16.9 وغالباً ما تؤدي إلى تبسيط هذه العملية. وحتى نرى ذلك، دعنا نحذف المعامل 1/2 من المعادلة 16.9 ونعيد كتابتها في الصورة

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2(v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

وبتحليل كلا الطرفين نجد ان:

$$m_1(v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i}) \qquad \textbf{(17.9)}$$

بعد ذلك دعنا نفصل الحدود التي تشتمل على m_1، m_2 في المعادلة 15.9

$$m_1(v_{1i} - v_{1f}) = m_2(v_{2f} - v_{2i}) \qquad \textbf{(18.9)}$$

لكي نحصل على النتيجة النهائية، نقسم المعادلة 17.9 على المعادلة 18.9

$$v_{1i} + v_{1f} = v_{2f} + v_{2i}$$

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f}) \qquad \textbf{(19.9)}$$

يمكن استخدام هذه المعادلة بالإضافة إلى المعادلة 15.9 في حل المسائل التي تتعامل مع التصادم المرن. طبقاً للمعادلة 19.9، السرعة النسبية بين الجسمين قبل التصادم $v_{1i} - v_{2i}$ تساوي سالب سرعتهما النسبية بعد التصادم $-(v_{1f} - v_{2f})$.

افترض أن الكتلة والسرعة الابتدائية لكلا الجسمين معلومة، يمكن حل المعادلتين 15.9 و 19.9 لحساب السرعة النهائية بدلالة السرعات الابتدائية حيث يوجد معادلتان في مجهولين

التصادم المرن: العلامة بين السرعة الابتدائية والسرعة النهائية

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2i} \qquad \textbf{(20.9)}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{2i} \qquad (21.9)$$

من المهم أن نلاحظ استخدام الاشارات المناسبة لكل من v_{1i}، v_{2i} في المعادلتين 20.9، 21.9. فإذا تحرك الجسم 2 ناحية اليسار في أول الأمر، حينئذ تكون v_{2i} سالبة.

دعنا ندرس بعض الحالات الخاصة: إذا كانت $m_1 = m_2$، فإن $v_{1f} = v_{2i}$. أي يتبادل الجسيمان السرعة عند تساوي كتلتاهما. هذا ما نلاحظه تماماً عند التصادم المواجه لكرتا البلياردو. تتوقف الكرة التي صدمتها عصاه البلياردو، وتتحرك الكرة المصطدمة مبتعدة عن نقطة التصادم بنفس سرعة الكرة التي قذفتها عصاه البلياردو.

إذا كان الجسم 2 ساكناً في البداية، حينئذ $v_{2i} = 0$ وتصبح المعادلتان 20.9 و 21.9

التصادم المرن: الجسم 2 في سكون في البداية

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} \qquad (22.9)$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} \qquad (23.9)$$

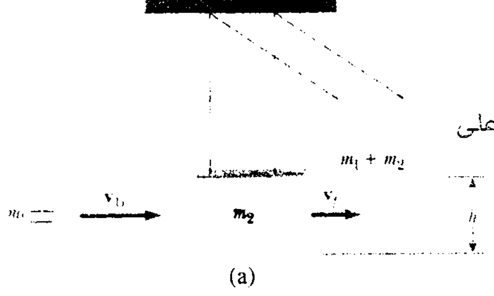
إذا كان m_1 اكبر كثيراً من m_2 و $v_{2i} = 0$، نلاحظ من المعادلتين 22.9 و 23.9 أن $v_{1f} \approx v_{1i}$ وكذلك $v_{2f} \approx 2v_{1i}$. أي أنه عند حدوث تصادم مواجه بين جسم ثقيل مع جسم خفيف ساكن قبل التصادم، فإن الجسم الثقيل يستمر في حركته بدون تغير في سرعته بينما يرتد الجسم الخفيف بسرعة تساوي ضعف السرعة الابتدائية للجسم الثقيل. كمثال لذلك هو تصادم ذرة ثقيلة مثل اليورانيوم مع ذرة خفيفة مثل الهيدروجين.

إذا كانت m_2 أكبر كثيراً من m_1 وكان الجسم m_2 ساكناً في البداية حينئذ $v_{1f} \approx -v_{1i}$ و $v_{2f} \approx v_{2i} = 0$. أي أنه عند تصادم جسم خفيف جداً تصادماً مواجها مع جسم ثقيل ساكن فإن سرعة الجسم الخفيف ينعكس اتجاهها بينما يظل الجسم الاثقل ساكناً تقريباً.

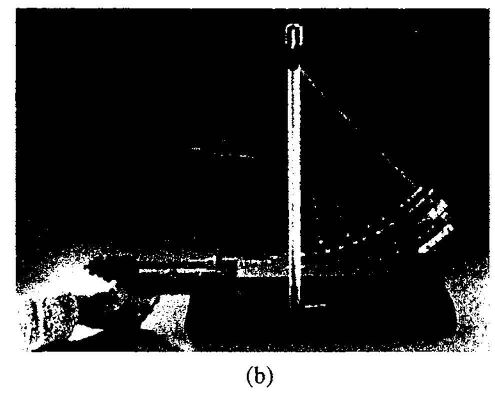
مثال 6.9 البندول القذفي

البندول القذفي (شكل 11.9) عبارة عن جهاز يستخدم في قياس سرعة القذائف سريعة الحركة، مثل الرصاصة. تُقذف الرصاصة على قطعة كبيرة من الخشب معلقة في سلك خفيف. تغوص الرصاصة في الكتلة الخشبية وتتأرجح المجموعة خلال ارتفاع h. بالطبع يكون التصادم غير تام المرونة وحيث إن كمية الحركة ثابتة، تعطي المعادلة 14.9 القيمة الصحيحة لسرعة المجموعة بعد التصادم. إذا افترضنا أن الرصاصة هي الجسم 1 والكتلة الخشبية هي الجسم 2، فإن طاقة الحركة الكلية بعد التصادم هي:

$$K_f = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v_f^2 \qquad (1)$$



(a)



(b)

شكل 11.9 (a) رسم توضيحي للبندول القذفي. لاحظ أن v_{1i} هي سرعة الرصاصة قبل التصادم مباشرة وأن $v_f = v_{1f} = v_{2f}$ هي سرعة المجموعة المكونة من الرصاصة والكتلة بعد التصادم غير تام المرونة مباشرة (b) صورة فوتوغرافية متعددة اللقطات للبندول القذفي والذي يستخدم في المعمل.

وحيث إن $v_{2i} = 0$، تصبح المعادلة 14.9

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2} \qquad (2)$$

بالتعويض عن هذه القيمة في المعادلة (1) نحصل على

$$K_f = \frac{m_1^2 v_{1i}^2}{2(m_1 + m_2)}$$

لاحظ أن طاقة الحركة K_f بعد التصادم مباشرة تكون أقل من طاقة الحركة الابتدائية للرصاصة. مع ذلك، في كل تغيرات الطاقة التي تحدث بعد التصادم، يظل المقدار الكلي للطاقة الميكانيكية ثابتاً وهكذا يمكن القول أنه بعد التصادم تتحول طاقة الحركة للكتلة والرصاصة عند القاع إلى طاقة وضع عند ارتفاع h

$$\frac{m_1^2 v_{1i}^2}{2(m_1 + m_2)} = (m_1 + m_2)gh$$

وهكذا فإن

$$v_{1i} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\sqrt{2gh}$$

يعني ذلك أنه من الممكن ان نحصل على السرعة الابتدائية للرصاصة وذلك بقياس الارتفاع h ومعرفة الكتلتين.

حيث إن التصادم غير تام المرونه، يتحول جزء من الطاقة الميكانيكية إلى طاقة داخلية وبالتالي فإن مساواة طاقة الحركة الابتدائية للرصاصة مع طاقة الوضع الناتجة عن الجاذبية للمجموعة يكون غير صحيح.

مثال 7.9 تصادم جسم مع زنبرك مربوطاً في جسم آخر.

تتصادم كتلة مقدارها $m_1 = 1.6\text{kg}$ وتتحرك بسرعة 4.0m/s تجاه اليمين على سطح أملس افقي مع زنبرك مربوط بكتلة أخرى مقدارها $m_2 = 2.1\text{kg}$ تتحرك تجاه اليسار بسرعة 2.5m/s كما هو موضح بالشكل 12.9a. إذا كان ثابت الزنبرك 600N/m (a) عند لحظة وصول سرعة الكتلة 1 إلى 3.0m/s كما بالشكل 12.9b احسب سرعة الكتلة (2).

الحل: أولاً: لاحظ أن السرعة الابتدائية للكتلة 2 هي -2.5m/s حيث إنها تتحرك تجاه اليسار. من

قانون حفظ كمية الحركة للكتلتين نجد أن:

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1f} + m_2v_{2f}$$

$$(1.60\text{ kg})(4.00\text{ m/s}) + (2.10\text{ kg})(-2.50\text{ m/s})$$
$$= (1.60\text{ kg})(3.00\text{ m/s}) + (2.10\text{ kg})v_{2f}$$

$$v_{2f} = -1.74\text{ m/s}$$

تعني الاشارة السالبة ان الكتلة 2 تتحرك في نفس اتجاهها- إلى اليسار عند هذه اللحظة.

(b) احسب المسافة التي انضغطها الزنبرك عند هذه اللحظة.

الحل: حتى نحسب المسافة التي انضغطها الزنبرك عند هذه اللحظة اي x الموضحة في الشكل الشكل 12.9b ، يمكننا أن نستخدم مبدأ حفظ الطاقة الميكانيكية حيث لايوجد احتكاك ولا يؤثر أي نوع من القوى غير المحافظة على المنظومة وهكذا نحصل على:

$$\tfrac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \tfrac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_{2f}^2 + \tfrac{1}{2}kx^2$$

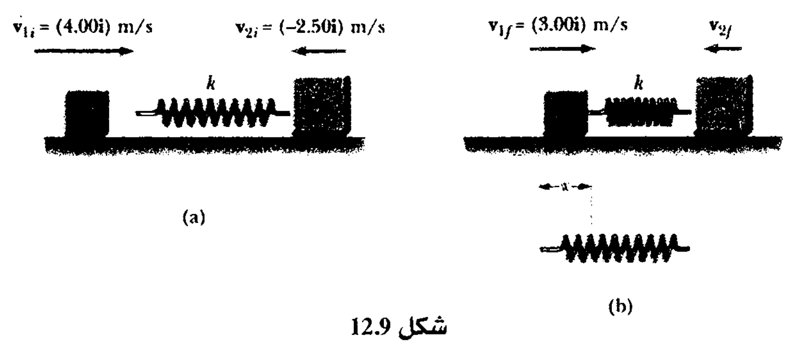
بالتعويض بالقيم المعطاه وكذلك النتيجة (a) في هذه المعادلة نحصل على:

$$x = 0.173\text{ m}$$

من المهم أن نلاحظ أننا نحتاج إلى كل من قانوني حفظ كمية الحركة وحفظ الطاقة الميكانيكية لايجاد حل للجزئين (a)، (b) في هذه المسألة.

تمرين: احسب سرعة الكتلة (1) وكذلك مقدار الانضغاط في الزنبرك عند لحظة سكون الكتلة (2).

الإجابة: 0.719m/s وتتحرك ناحية اليمين مسافة 0.251m.



شكل 12.9

مثال 8.9 ابطاء النيوترونات بواسطة التصادم

تُنتج النيوترونات في المفاعل النووي عند انشطار ذرة اليوارنيوم $^{235}_{92}U$. تتحرك هذه النيوترونات بسرعة تصل إلى 10^7m/s والمطلوب إبطاؤها إلى سرعة 10^3m/s قبل أن تشارك في عملية انشطار أخرى. يمكن إبطاؤها بأمرارها خلال مادة صلبة أو سائلة تسمى المهدئ Moderator. تشمل هذه العملية تصادمات مرنة. دعنا الان نوضح كيف يمكن للنيوترون أن يفقد معظم طاقة حركته عند

التصادم المرن مع النوى الخفيف في المهدىء مثل الديوتيريوم (في الماء الثقيل D_2O) أو الكربون (في الجرافيت).

الحل: افترض أن كتلة نواة المهدئ m_2 ساكنة في البداية وأن النيوترون كتلته m_2 وسرعته الابتدائية v_{ni} ويتصادم تصادما مواجها مع النواه. حيث أن التصادم مرن فإن أول شىء ندركه هو أن كلا من كمية الحركة وطاقة الحركة محفوظتان. لهذا يمكن استخدام المعادلتين 22.9، 23.9 في التصادم المواجه بين النيوترون ونواة المهدئ. يمكن تمثيل هذه العملية برسم مماثل لشكل 10.9.

طاقة الحركة الابتدائية للنيوترون هي:

$$K_{ni} = \tfrac{1}{2} m_n v_{ni}^2$$

بعد التصادم، تصبح طاقة الحركة للنيوترون $K_{nf} = \tfrac{1}{2} m_n v_{nf}^2$ ويمكننا أن نعوض عن v_{nf} من المعادلة 22.9.

$$K_{nf} = \tfrac{1}{2} m_n v_{nf}^2 = \frac{m_n}{2}\left(\frac{m_n - m_m}{m_n + m_m}\right)^2 v_{ni}^2$$

وبالتالي تكون نسبة طاقة حركة النيوترون بعد التصادم إلى طاقة حركة النيوترون قبل التصادم f_n هى:

$$(1) \qquad f_n = \frac{K_{nf}}{K_{ni}} = \left(\frac{m_n - m_m}{m_n + m_m}\right)^2$$

من هذه النتيجة نلاحظ أن f_n تكون صغيرة كلما أقتربت كتلة النيوترون m_n من m_m وتساوي صفراً عندما تكون $m_n = m_m$.

كذلك يمكننا استخدام المعادلة 23.9 والتي تعطي السرعة النهائية للجسم الساكن في البداية وبالتالي يمكن حساب طاقة الحركة لنواة المهدئ بعد التصادم.

$$K_{mf} = \tfrac{1}{2} m_m v_{mf}^2 = \frac{2 m_n^2 m_m}{(m_n + m_m)} v_{ni}^2$$

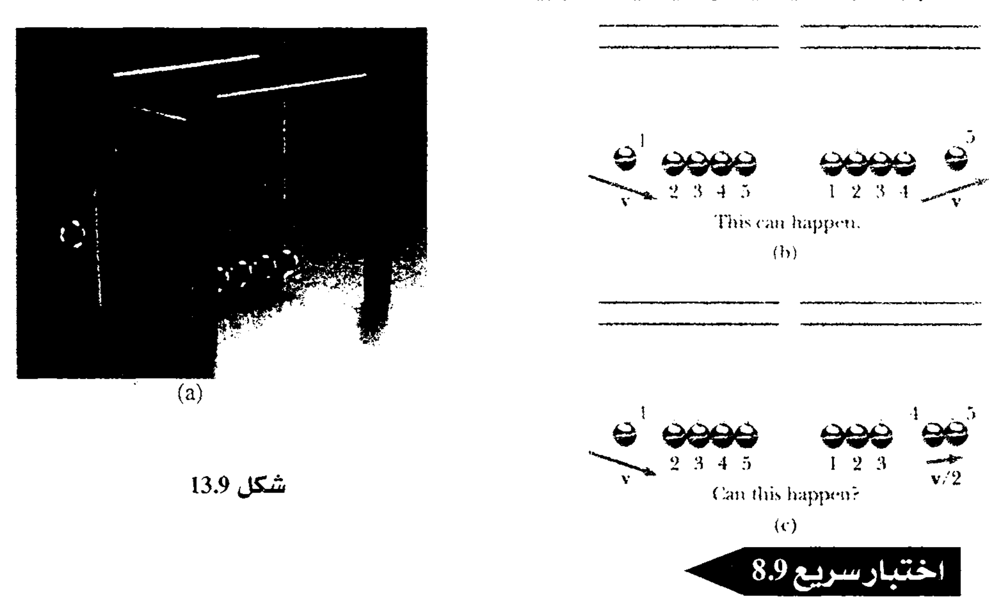
كمية طاقة الحركة التي انتقلت إلى نواة المهدىء من طاقة الحركة الابتدائية f_m هى:

$$(2) \qquad f_m = \frac{K_{mf}}{K_{ni}} = \frac{4 m_n m_m}{(m_n + m_m)^2}$$

وحيث إن طاقة الحَركة الكلية للمنظومة ثابتة فإنه يمكن حساب f_m من الشرط

$$f_m = 1 - f_n \quad \text{أي أن} \quad f_n + f_m = 1$$

افترض أنه تم استخدام الماء الثقيل كمهدئ. عند تصادم النيوترونات مع نوى الديوتيريوم في D_2O $(m_m = 2m_n)$ تكون $f_n = 1/9$ و $f_m = 8/9$ أي أن 89% من طاقة الحركة للنيوترونات تنتقل إلى نوى الديوتيريوم. من الناحية العملية، تنخفض كفاءة المهدىء حيث إن التصادم المواجه بعيد الاحتمال. كيف تختلف النتائج في حالة استخدام الجرافيت (^{12}C والذي يستخدم في صناعة الأقلام الرصاص) كمهدىء؟



(a)

شكل 13.9

اختبار سريع 8.9

يوضح الشكل 13.9a جهاز يشرح حفظ كمية الحركة وطاقة الحركة. يتكون من خمس كرات صلبة ومعلقة بخيوط لها نفس الطول. عند جذب الكرة 1 ثم تركها تتحرك فإنها تتصادم مع الكرة 2 وتتحرك الكرة 5 إلى الخارج، كما بالشكل 13.9b . إذا تم جذب الكرة 1 والكرة 2 ثم تركهما، تتأرجح الكرتان 4، 5 إلى الخارج.. هل من الممكن أن تتأرجح الكرتان 4، 5 في الاتجاه العكسي وبسرعة تساوي نصف سرعة الكرة 1 وذلك عند ترك الكرة 1 كما بالشكل 13.9c؟

5.9 التصادم في بعدين TWO- DIMINSIONAL COLLISIONS

أوضحنا في القسمين 1.9، 3.9 أن كمية الحركة لمنظومة مكونة من جسمين تكون محفوظة عندما تكون المنظومة معزولة. في أي تصادم بين جسمين، تحتم هذه النتيجة أن كمية الحركة في الاتجاهات x، y، z تكون محفوظة. مع ذلك هناك مجموعة أخرى من التصادمات تحدث في مستوى. اشهر مثال لذلك هو كرة البلياردو التي تشمل تصادمات متضاعفة للاجسام التي تتحرك على سطح ثنائي البعد. في مثل هذا التصادم، نحصل على مركبتين لمعادلة حفظ كمية الحركة.

$$m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1fx} + m_2 v_{2fx}$$

$$m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1fy} + m_2 v_{2fy}$$

دعنا ندرس مسألة التصادم في بعدين والتي يتصادم فيها الجسم 1 وكتلته m_1 مع الجسم 2 الساكن وكتلته m_2 كما هو موضح بالشكل 14.9. بعد التصادم تتحرك الكتلة 1 في اتجاه يصنع زاوية θ_1 مع الاتجاه الافقي ويتحرك الجسيم m_2 بزاوية ϕ مع الافقي. نسمي هذه الزاوية بزاوية السقوط

المتممة Glancing ويسمى التصادم بالتصادم المنحرف. بتطبيق قانون حفظ مركبات كمية الحركة وبملاحظة أن المركبة y لكمية الحركة للمنظومة تساوي صفراً، نحصل على

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1f} \cos\theta + m_2 v_{2f} \cos\phi \qquad \textbf{(24.9)}$$

$$0 = m_1 v_{1f} \sin\theta - m_2 v_{2f} \sin\phi \qquad \textbf{(25.9)}$$

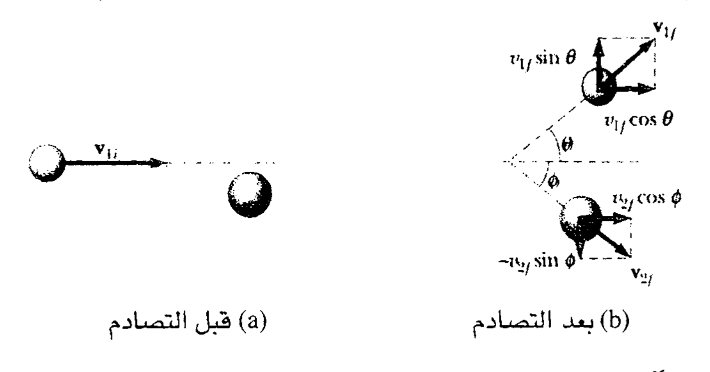
تظهر الإشارةالسالبة في المعادلة 25.9 حيث أنه بعد التصادم تكون المركبة y لسرعة الجسم 2 متجهة لأسفل. لدينا الآن معادلتين مستقلتين. وطالما لم تزد المجاهيل عن مجهولين من السبعة في المعادلتين 24.9 و 25.9 فإنه يمكن حل هاتين المعادلتين.

إذا كان التصادم مرنا، يمكننا أيضاً استخدام المعادلة 16.9 (حفظ طاقة الحركة) بعد وضع $v_{2i} = 0$ لتعطي

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \qquad \textbf{(26.9)}$$

بمعرفة السرعة الابتدائية للجسم 1 والكتلتان سيكون الباقي اربعة مجاهيل $(v_{1f}, v_{2f}, \theta, \phi)$. حيث ان لدينا ثلاث معادلات فقط فإنه يجب اعطاء قيمة مجهول آخر إذا ما أردنا حل المسألة من قوانين الحفظ فقط.

إذا كان التصادم غير مرن، فإن طاقة الحركة ليست محفوظة ولانستخدم المعادلة 26.9



شكل 14.9 زاوية انحراف التصادم المرن بين جسمين

تنويهات في حل مسائل التصادم

عند تناول مسائل التصادم بين جسمين يفضل اتباع الطريقة التاليه:

- حدد مجموعة المحاور وعرف السرعات بالنسبة لهذه المحاور. أحياناً يكون من الأفضل أن ينطبق المحور x مع إحدى السرعات الابتدائية.
- عند رسم مجموعة المحاور حدد متجهات السرعة وبها جميع المعلومات المعطاه.

- اكتب تعبيراً لمركبات كمية الحركة في الاتجاهين x و y لكل جسم قبل وبعد التصادم. استخدم الاشارات المناسبة لمركبات متجهات السرعة.
- اكتب تعبيراً لكل من كمية الحركة في اتجاه x قبل وبعد التصادم وساويهما ببعضهما. كرر نفس الخطوة على المركبة y. تنبثق هذه الخطوات من كون أن حفظ كمية الحركة الكلي يعني حفظ كمية الحركة في كل الاتجاهات. تذكر ان حفظ كمية الحركة للمنظومة كلها وليس لكل جسم على حدة.
- إذا كان التصادم غير مرن فإن طاقة الحركة ليست محفوظة. هذه الحالة تتطلب معلومات إضافية. إذا كان التصادم غير تامة المرونة فإن السرعتين النهائيتين متساويتان. بعد ذلك حل معادلات كمية الحركة في الكميات المجهولة.
- إذا كان التصادم مرناً، تكون طاقة الحركة محفوظة ويمكنك مساواة طاقتي الحركة قبل وبعد التصادم حتى نحصل على علاقة إضافية بين السرعات.

مثال 9.9 التصادم عند التقاطعات

اصطدمت سيارة كتلتها 1500 kg تسير في اتجاه الشرق بسرعة 25.0 m/s عند تقاطع مع عربة نقل كتلتها 2500 kg قادمة من الجنوب بسرعة 20.0 m/s كما هو موضح بالشكل 15.9. احسب مقدار واتجاه سرعة الحطام بعد التصادم وذلك بافتراض أن السيارتين يحدث لهما تصادم غير تام المرونة (تلتصقان ببعضهما).

الحل: دعنا نفترض أن اتجاه الشرق هو الاتجاه الموجب لمحور x والجنوب هو الاتجاه الموجب للمحور y. قبل التصادم تكون السيارة هي التي لها كمية حركة في اتجاه x . هكذا يكون مقدار كمية الحركة الكلية للمنظومة (السيارة وسيارة النقل) هو:

$$\sum P_{xi} = (1500\ \text{kg})(25.0\ \text{m/s}) = 3.75 \times 10^4\ \text{kg·m/s}$$



شكل 15.9 تصادم سيارة متجة ناحية الشرق مع سيارة نقل قادمة من الجنوب.

دعنا نفترض أن الحطام يتحرك بزاوية θ وسرعة υ_f بعد التصادم. مقدار كمية الحركة الكلية في اتجاه x بعد التصادم هي:

$$\sum P_{xf} = (4000\ \text{kg})\ \upsilon_f \cos\theta$$

حيث إن كمية الحركة الكلية في اتجاه x محفوظة، فإنه يمكننا مساواة هاتين المعادلتين لنحصل على:

$$(1) \quad 3.75 \times 10^4\ \text{kg·m/s} = 4000\ \text{kg}\ \upsilon_f \cos\theta$$

بالمثل فإن كمية الحركة للمنظومة في اتجاه y هي نفسها كمية الحركة للسيارة النقل ومقدارها (2500 kg)(20.0 m/s)

بتطبيق حفظ كمية الحركة في اتجاه y نحصل على:

$$\sum p_{yi} = \sum p_{yf}$$

$$(2\,500 \text{ kg})(20.0 \text{ m/s}) = (4\,000 \text{ kg})v_f \sin\theta$$

$$(2) \quad 5.00 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{m/s} = (4\,000 \text{ kg})v_f \sin\theta$$

وبقسمة (2) على (1) نحصل على:

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = \frac{5.00 \times 10^4}{3.75 \times 10^4} = 1.33$$

$$\theta = 53.1^\circ$$

بالتعويض عن قيمة الزاوية في المعادلة (2)، تكون قيمة v_f هي:

$$v_f = \frac{5.00 \times 10^4 \text{ kg}\cdot\text{m/s}}{(4\,000 \text{ kg})\sin 53.1^\circ} = 15.6 \text{ m/s}$$

غالباً ما يكون من الافضل أن نرسم متجهات كمية الحركة لكل سيارة قبل التصادم وللسيارتين معاً بعد التصادم.

مثال 10.9 تصادم بروتون مع بروتون

يتصادم البروتون 1 تصادماً مرناً مع البروتون الساكن 2. السرعة الابتدائية للبروتون 1 هي 3.5×10^5m/s ويحدث التصادم المنحرف مع البروتون 2 كما هو موضح بالشكل 14.9. بعد التصادم يتحرك البروتون 1 بزاوية $37.^\circ$ مع المحور الأفقي وينحرف البروتون 2 بزاوية ϕ مع نفس المحور. احسب السرعة النهائية للبروتون وكذلك الزاوية ϕ.

الحل: حيث إن كلا الجسمين بروتوناً يعني ذلك أن $m_1 = m_2$. نعلم كذلك أن $\theta = 37.0^\circ$ وأن $v_{1i} = 3.5 \times 10^5$m/s. تصبح المعادلات 24.9 و 25.9 و 26.9

$$v_{1f}\cos 37.0^\circ + v_{2f}\cos\phi = 3.50 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$v_{1f}\sin 37.0^\circ - v_{2f}\sin\phi = 0$$

$$v_{1f}^2 + v_{2f}^2 = (3.50 \times 10^5 \text{ m/s})^2$$

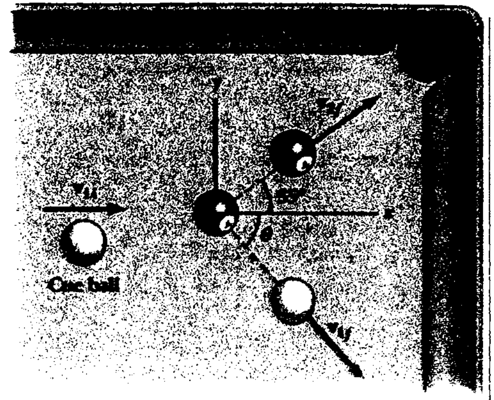
بحل المعادلات الثلاث آنياً في المجاهيل الثلاثة نحصل على

$$v_{1f} = 2.80 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$v_{2f} = 2.11 \times 10^5 \text{ m/s}$$

$$\phi = 53.0^\circ$$

لاحظ أن $\theta + \phi = 90^\circ$ وهذه النتيجة ليست مصادفة. عند تصادم كتلتين متساويتين تصادماً مرناً في تصادم منحرف وكانت إحداهما ساكنة فإن سرعتيهما النهائيتين تكونان متعامدتان على بعضهما. المثال التالي يوضح هذه النقطة بمزيد من التفصيل.



شكل 16.9

مثال 11.9 تصادم كرات البلياردو

في لعبة البلياردو، يرغب اللاعب في ان يسقط الكرة في الفتحه الموجودة في الركن كما هو موضح بالشكل 16.9 . إذا كانت الزاوية التي تصنعها الفتحة هي $35°$ ما مقدار الزاوية θ التي تتحركها الكرة 1 عند قذفها بالعصا . اهمل كلا من الاحتكاك والحركة الدورانية وافترض ان التصادم مرن.

الحل: حيث إن الكرة الهدف ساكنة في أول الأمر فإن قانون حفظ الطاقة يعطي:

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

لكن $m_1 = m_2$ لذلك فإن:

$$(1) \qquad v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2$$

باستخدام قانون حفظ كمية الحركة للتصادم في بعدين

$$(2) \qquad \mathbf{v}_{1i} = \mathbf{v}_{1f} + \mathbf{v}_{2f}$$

حيث إن $m_1 = m_2$ فقد تم حذفهما من المعادلة (2). بتربيع كل من الطرفين في المعادلة (2) وباستخدام الضرب القياسي لمتجهين من القسم 2.7 نحصل على:

$$v_{1i}^2 = (\mathbf{v}_{1f} + \mathbf{v}_{2f}) \cdot (\mathbf{v}_{1f} + \mathbf{v}_{2f}) = v_{1f}^2 + v_{2f}^2 + 2\mathbf{v}_{1f} \cdot \mathbf{v}_{2f}$$

وحيث إن الزاوية بين $\mathbf{v}_{1f}$ و $\mathbf{v}_{2f}$ هي $\theta + 35°$

$$\mathbf{v}_{1f} \cdot \mathbf{v}_{2f} = v_{1f} v_{2f} \cos(\theta + 35°)$$

ومن ثم نجد أن

$$(3) \qquad v_{1i}^2 = v_{1f}^2 + v_{2f}^2 + 2 v_{1f} v_{2f} \cos(\theta + 35°)$$

بطرح (1) من (3) نحصل على:

$$0 = 2 v_{1f} v_{2f} \cos(\theta + 35°)$$

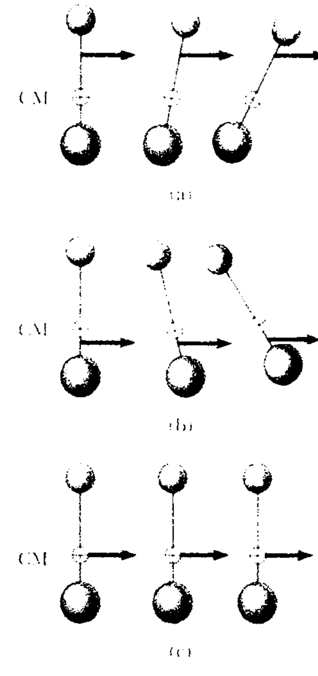
$$0 = \cos(\theta + 35°)$$

$$\theta + 35° = 90° \quad \text{or} \quad \theta = 55°$$

توضح هذه النتيجة أنه عندما تتصادم كتلتان متساويتان تصادماً منحرفا مرناً وكانت إحداهما في سكون قبل التصادم، فإنهما تتحركان متعامدتان على بعضهما بعد التصادم. يمكن توضيح ذلك في حالتين مختلفتين تماماً، تصادم بروتونان في المثال 10.9 وكرتا البلياردو في هذا المثال.

6.9 مركز الكتلة THE CENTER OF MASS

في هذا الجزء سوف نصف حركة منظومة ميكانيكية بدلالة نقطة معينة تسمى **مركز الكتلة** للمنظومة. قد تكون المنظومة الميكانيكية مجموعة من الجسيمات مثل مجموعة من الذرات في عنصر ما أو أجسام ذات أبعاد مثل لاعب جمباز يقفز في الهواء. سوف نرى أن مركز كتلة المنظومة يتحرك كما لو أن كل كتل المنظومة مركزة في هذه النقطة. علاوة على ذلك، إذا كانت محصلة القوة الخارجية المؤثرة على المنظومة هي $\sum \mathbf{F}_{ext}$ وأن الكتلة الكلية للمنظومة هي M فإن مركز الكتلة يتحرك بتسارع مقداره $\mathbf{a}= \sum \mathbf{F}_{ext}/M$. أي أن المنظومة تتحرك كما لو أن محصلة القوة الخارجية توثر على جسم واحد كتلته M موضوعاً عند مركز الكتلة. ولايتوقف هذا السلوك على أي حركة أخرى، مثل دوران أو اهتزاز المنظومة. تتضمن هذه النتيجة ما تم فرضه في الفصول الأولى لأن العديد من الامثلة كان يطبق على اجسام ذات ابعاد والتي تم التعامل معها كجسيمات.



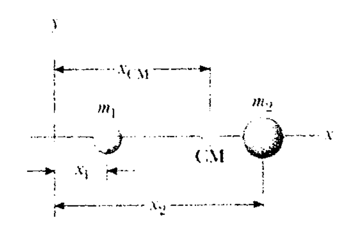
شكل 17.9 جسمان بكتلتين مختلفتين متصلان بقضيب صلب خفيف. (a) تدور المنظومة في اتجاه عقارب الساعة عند استخدام قوة بين الكتلة الأقل ومركز الكتلة. (b) تدور المنظومة عكس عقارب الساعة عند استخدام قوة بين الكتلة الكبيرة ومركز الثقل (c) تتحرك المنظومة في اتجاه تأثير القوة بدون دوران عند استخدام قوة عند مركز الكتلة.

افترض منظومة ميكانيكية تتكون من جسمين بكتلتين مختلفتين ومرتبطتين بقضيب صلب خفيف (شكل 17.9). يمكن وصف موضع مركز الكتلة للمنظومة على أنه الموضع المتوسط لكتلة المنظومة. يكون مركز الكتلة في نقطة ما على الخط الواصل بين الجسمين ويكون أقرب للجسم ذو الكتلة الكبيرة.

صورة فوتوغرافية متعاقبة اللقطات توضح شقلبة لاعب الاكروبات. يتبع مسار مركز الكتلة قطع مكافئ وهو نفس المسار الذي سوف يسلكه جسيم.

- إذا أثرت قوة مفردة عند نقطة ما على القضيب بين مركز الكتلة والكتلة الخفيفة سوف تدور المنظومة في اتجاه عقارب الساعة (انظر شكل 17.9a). إذا تم استخدام القوة عند نقطة على القضيب بين مركز الكتلة والكتلة الثقيلة تدور المنظومة عكس عقارب الساعة (انظر الشكل 17.9b).

- إذا تم تطبيق القوة عند مركز الكتلة فإن الكتلة تتحرك في اتجاه **F** بدون دوران (انظر الشكل 17.9c) وهكذا يمكن تحديد موضع مركز الكتلة.



شكل 18.9 مركز الكتلة لجسمين مختلفي الكتلة على محور x يقع عند x_{CM}، نقطة بين الجسمين، وتكون اقرب للكتلة الكبيرة.

يقع مركز الكتلة لجسمين والذي تم وصفه في شكل 18.9 على نقطة ما تقع على المحور x بين الجسمين. قيمة x له هي:

$$x_{CM} \equiv \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} \qquad \textbf{(27.9)}$$

مثلاً: إذا كانت $x_1 = 0$، $x_2 = d$ وكذلك $m_2 = 2m_1$ نجد أن $x_{CM} = \frac{2}{3}d$ أي أن مركز الكتلة يقع بالقرب من الجسم الأثقل. إذا كانت الكتلتان متساويتين فإن مركز الكتلة يقع في منتصف المسافة بين الجسمين.

يمكن تطبيق هذا المبدأ على منظومة مكونة من عدة أجسام في الابعاد الثلاث. في هذ الحالة تعطي المركبة x لمركز الكتلة لمنظومة تتكون من n جسيم بالعلاقة :

$$x_{CM} \equiv \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3m_3 + \ldots + m_nx_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n} \qquad \textbf{(28.9)}$$

حيث x_i هي المركبة x للجسم i. للسهولة، يمكن التعبير عن الكتلة الكلية $M \equiv \sum_i m_i$ حيث يجري الجمع على عدد n من الأجسام. كذلك يمكن تعريف المركبتين y، z لمركز الكتلة بطريقة مشابهة:

$$y_{CM} \equiv \frac{\sum_i m_iy_i}{M} \qquad z_{CM} \equiv \frac{\sum_i m_iz_i}{M} \qquad \textbf{(29.9)}$$

كذلك يمكن تعريف مركز الثقل بمتجه موضعه $\mathbf{r}_{CM}$ والمحاور الكرتيزية لهذا المتجه هي x_{CM}، y_{CM}، z_{CM} والمعرَّفة بالمعادلتين 28.9، 29.9 . هكذا نجد أن:

$$\mathbf{r}_{CM} = x_{CM}\mathbf{i} + y_{CM}\mathbf{j} + z_{CM}\mathbf{k}$$

$$= \frac{\sum_i m_ix_i\mathbf{i} + \sum_i m_iy_i\mathbf{j} + \sum_i m_iz_i\mathbf{k} +}{M}$$

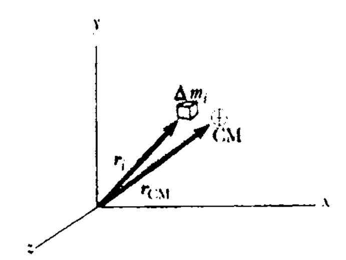
متجه الموضع لمركز الكتلة لمنظومة من الأجسام

$$\mathbf{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i\mathbf{r}_i}{M} \qquad \textbf{(30.9)}$$

حيث $\mathbf{r}_i$ هو متجه الموضع للجسم i ويُعرف بالعلاقة

$$\mathbf{r}_i \equiv x_i\mathbf{i} + y_i\mathbf{j} + z_i\mathbf{k}$$

بالرغم من أن تحديد مركز الكتلة لأجسام ذات ابعاد ممتدة يكون مربكاً بعض الشيء بالمقارنة بتحديد مركز الكتلة لمنظومة من الأجسام إلا أن الفكرة الأساسية تظل كما هي.



شكل 19.9 يمكن اعتبار الجسم الممتد كتوزيع من عناصر صغيرة كتلتها Δm_i. يقع مركز الكتلة عند متجه الموضع r_{CM} ومحاورة هي x_{CM}، y_{CM}، z_{CM}.

يمكن تصور الاجسام ذات الابعاد على أنها تتكون من عدد كبير من الجسيمات (شكل 19.9). المسافة بين هذه الجسيمات تكون صغيرة جداً وبالتالي يمكن افتراض أن الجسم له توزيع منتظم للكتلة. بتقسيم الجسم إلى عناصر كل عنصر كتلته Δm_i وله محاور x_i، y_i، z_i نجد أن المركبة x لمركزالكتلة تعطي تقريباً بالمعادله:

$$\mathbf{x}_{CM} \approx \frac{\sum_i x_i \Delta m_i}{M}$$

وكذلك معادلات مشابهه لـ y_{CM}، z_{CM}. إذا افترضنا أن عدد العناصر يقترب من مالانهاية، حينئذ يمكن حساب x_{CM} بدقة. في هذه النهاية يمكن استبدال الجمع بتكامل وكذلك استبدال Δm_i بالعنصر التفاضلي dm:

$$x_{CM} = \lim_{\Delta m_i \to 0} \frac{\sum_i x_i \Delta m_i}{M} = \frac{1}{M}\int x\, dm \qquad \textbf{(31.9)}$$

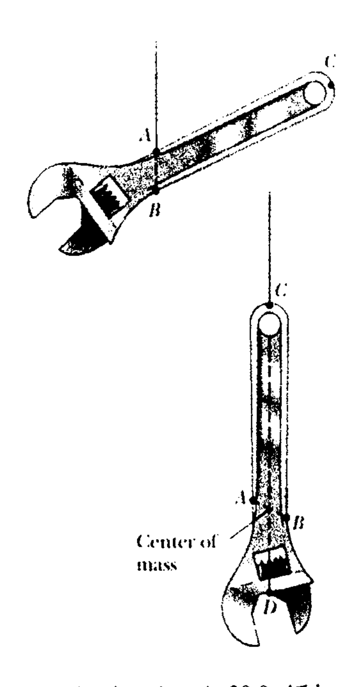
بالمثل لكل من y_{CM} و z_{CM}، نحصل على:

$$y_{CM} = \frac{1}{M}\int y\, dm \quad , \quad z_{CM} = \frac{1}{M}\int z\, dm \qquad \textbf{(32.9)}$$

يمكن التعبير عن متجه الموضع لمركز الكتلة لجسم ذو ابعاد بالعلاقة:

$$\mathbf{r}_{CM} = \frac{1}{M}\int \mathbf{r}\, dm \qquad \textbf{(33.9)}$$

والذي يكافئ التعبيرات الثلاث المعطاه بالمعادلتين 31.9، 32.9.



شكل 20.9 طريقة عملية لتعيين مركز الكتلة لمفتاح انجليزي. المفتاح معلق تعليقاً حراً من النقطة A أولاً ثم من النقطة C. نقطة تقاطع الخطان AB، CD تحدد مركز الكتلة.

مركز الكتلة لأي جسم متماثل يقع على محور التماثل وعلى أي مستوى للتماثل*. على سبيل المثال يقع مركز الكتلة لقضيب

* هذا النص صحيح فقط في حالة الاجسام التى لها كتله منتظمه لكل وحدة حجوم.

في منتصف المسافة بين طرفيه. يقع مركز الكتلة لكرة أو مكعب في مركزه الهندسي.

يمكن تعيين مركز الكتلة لجسم غير منتظم الشكل بتعليق الجسم أولاً من نقطة ما ثم من نقطة أخرى. في الشكل 20.9 يعلق مفتاح من النقطة A ويُرسم خط رأسي AB (يمكن تحديده باستخدام ثقل) عندما يتوقف المفتاح عن التأرجح. بعد ذلك يعلق المفتاح من C ويتم رسم الخط الرأسي CD بذلك يكون مركز الكتلة في منتصف سُمك المفتاح عند تقاطع هذين الخطين. بصورة عامة إذا تم تعليق المفتاح تعليقاً حراً من أي نقطه، فإن الخط الرأسي المار خلال هذه النقطة يجب أن يمر خلال مركز الكتلة.

تجربة سريعة:

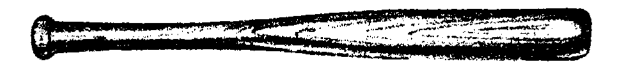
اقطع مثلث من ورق مقوى وارسم مجموعة شرائح متجاورة داخله موازية لأحد الجوانب. ارسم نقطة بالقرب من مركز الكتلة لكل شريحة وارسم خط مستقيم يمر بتلك النقطة وبالزاوية المقابلة للجانب الذي بدأت منه. مركز الكتلة للمثلث يقع على منصف تلك الزاوية. كرر هذه الخطوات للجانبين الآخرين. نقطة تقاطع منصفات الزوايا الثلاث هي مركز الكتلة للمثلث.

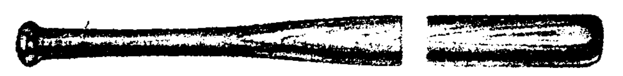
إذا ثقبت فتحة في أي مكان في المثلث وعلقت الورقة بخيط من هذه الفتحة، فإن مركز الكتلة يقع على الخط الرأسي مع الفتحة.

حيث إن الجسم ذو الابعاد الممتدة عبارة عن كتلة موزعة بانتظام، فإن كل عنصر صغير يتأثر بقوة الجاذبية. التأثير الكلي لكل هذه القوى يكافئ تأثير قوة مفردة، Mg تؤثر عند نقطة معينة تسمى **مركز الثقل**. إذا كانت **g** ثابتة على طول توزيع الكتله، حينئذ ينطبق مركز الثقل مع مركز الكتلة. إذا تم دوران جسم ذو أبعاد ممتدة حول مركز ثقله، فإنه يتزن في أي اتجاه.

تساؤل سريع 9.9

إذا تم قطع مضرب كرة البيسبول إلى قطعتين عند مركز الكتلة كما هو موضح بالشكل 21.9 هل يكون للقطعتين نفس الكتلة؟





شكل 21.9 مضرب كرة البيسبول مقطوعاً عند مركز الكتلة

مثال 12.9 مركز الكتلة لثلاث أجسام

تتكون منظومة من ثلاث أجسام موضوعة كما بالشكل 22.9a أوجد مركز الكتلة للمنظومة.

الحل: يمكن وصف المسألة بإعطاء رمز لكتل الأجسام كما هو موضح بالشكل حيث $m_1=$ $m_2=1.0$ kg و $m_3=3.0$ kg. باستخدام معادلات إحداثيات مركز الكتلة وبملاحظة أن $z_{cm}=0$ نحصل على:

$$x_{CM}=\frac{\sum_i m_i x_i}{M}=\frac{m_1x_1+m_2x_2+m_3x_3}{m_1+m_2+m_3}$$

$$=\frac{(1.0\text{ kg})(1.0\text{ m})+(1.0\text{ kg})(2.0\text{ m})+(2.0\text{ kg})(0\text{ m})}{1.0\text{ kg}+1.0\text{ kg}+2.0\text{ kg}}$$

$$=\frac{3.0\text{ kg}\cdot\text{m}}{4.0\text{ kg}}=0.75\text{ m}$$

$$y_{CM}=\frac{\sum_i m_i y_i}{M}=\frac{m_1y_1+m_2y_2+m_3y_3}{m_1+m_2+m_3}$$

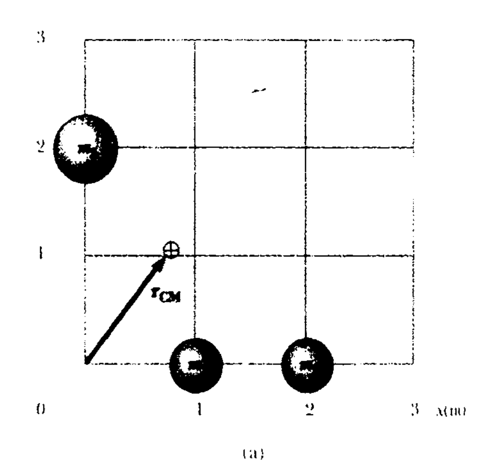
$$=\frac{(1.0\text{ kg})(0)+(1.0\text{ kg})(0)+(2.0\text{ kg})(2.0\text{ m})}{4.0\text{ kg}}$$

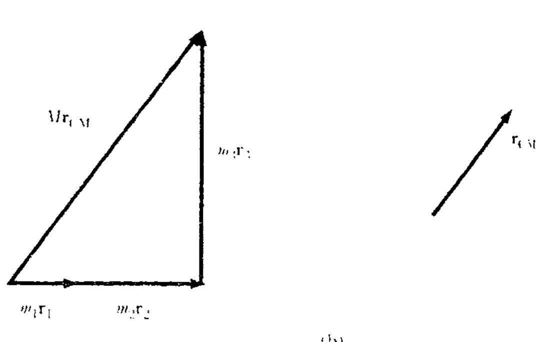
$$=\frac{4.0\text{ kg}\cdot\text{m}}{4.0\text{ kg}}=1.0\text{ m}$$

متجه الموضع لمركز الكتلة مقاساً من نقطة الأصل هو:

$$\mathbf{r}_{CM}=x_{CM}\mathbf{i}+y_{CM}\mathbf{j}=0.75\mathbf{i}\text{ m}+1.0\mathbf{j}\text{ m}$$

يمكن التحقق من هذه النتيجة بيانياً بجمع $m_1\mathbf{r}_1+m_2\mathbf{r}_2+m_3\mathbf{r}_3$ وقسمة المجموع الاتجاهي على الكتلة الكلية M. يوضح ذلك الشكل 22.9b.





شكل 22.9 (a) كتلتان كتلتها الأولى 1.0 kg وكتلة الأخرى 2.0 kg موضوعتان كما بالشكل. يوضح المتجه موضع مركز الكتلة للمنظومة. (b) المجموع الاتجاهي لمقدار $m_i\mathbf{r}_i$.

مثال 13.9 مركز الكتلة لقضيب

(a) اثبت أن مركز الكتلة لقضيب كتلته M وطوله L يقع في منتصف المسافة بين طرفية بافتراض أن للقضيب كتلة وحدة طوال ثابتة.

الحل: يوضح الشكل 23.9 وضع القضيب موازياً لمحور x وبالتالي فإن $y_{CM}= z_{CM}= 0$. علاوة على ذلك إذا افترضنا أن كتلة وحدة الاطوال λ (الكثافة الخطية) حينئذ تكون $\lambda = M/L$ للقضيب المنتظم. إذا تم تقسيم القضيب إلى عناصر، طول كل منها dx، تكون كتلة كل عنصر هي $dm= \lambda\, dx$. بالنسبة لأي عنصر يقع على بعد x من نقطة الاصل، تعطي المعادلة 31.9

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\int x\, dm = \frac{1}{M}\int_0^L x\lambda\, dx = \frac{\lambda}{M}\frac{x^2}{2}\bigg|_0^L = \frac{\lambda L^2}{2M}$$

حيث إن $\lambda= M/L$ نحصل على:

$$x_{CM} = \frac{L^2}{2M}\left(\frac{M}{L}\right) = \frac{L}{2}$$

يمكن ايضاً استخدام بديهيات التماثل لكي نحصل على نفس النتيجة. (b) افترض أن القضيب ليس منتظماً بحيث تتغير كتلة وحدة الاطوال خطياً مع x طبقاً للعلاقة $\lambda= \alpha x$، حيث α مقدار ثابت.

احسب الاحداثي x لمركز الكتلة كجزء من الطول L.

الحل: في هذ الحالة تستبدل dm بالمقدار $\lambda\, dx$ حيث λ ليست ثابتة لهذا فإن x_{CM} تعطى بالعلاقة:

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\int x\, dm = \frac{1}{M}\int_0^L x\lambda\, dx = \frac{1}{M}\bigg|_0^L x\alpha x\, dx$$

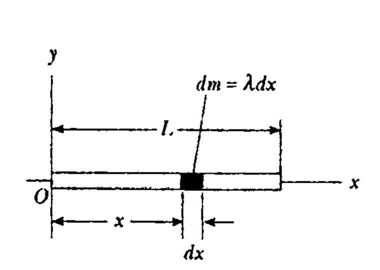
$$= \frac{\alpha}{M}\int_0^L x^2\, dx = \frac{\alpha L^2}{3M}$$

يمكن حذف α بملاحظة أن الكتلة الكلية للقضيب ترتبط بـ α من خلال العلاقة:

$$M = \int dm = \int_0^L \lambda\, dx = \int_0^L \alpha x\, dx = \frac{\alpha L^2}{2}$$

بالتعويض عن M في قيمة z_{CM} نحصل على:

$$x_{CM} = \frac{\alpha L^3}{3\alpha L^2/2} = \frac{2}{3}L$$



شكل 23.9 مركز الكتلة لقضيب منتظم طوله L يكون عند $x_{CM} = L/2$

مثال 14.9 مركز الكتلة لمثلث قائم الزاوية

جسم كتلته M على هيئة مثلث قائم ابعاده كما هي موضحة بالشكل 9.24. حدد إحداثيات مركز الكتلة بافتراض أن الجسم له كتلة وحدة المساحات ثابتة.

الحل: بالفحص يمكن التوقع بأن يكون الإحداثي x لمركز الكتلة تحت مركز القاعدة أي أنه أكبر من $a/2$ لأن الجزء الاكبر للمثلث يقع بعد هذه النقطة. بالمثل وبنفس الطريقة يمكن القول أن الاحداثي y يجب أن يكون أقل من $b/2$. لكي نحسب الإحداثي x، نُقسم المثلث إلى شرائح رقيقة عرضها dx وارتفاعها y كما بالشكل 24.9. كتلة كل شريحة dm هي:

$$dm = \frac{\text{كتلة الجسم كله}}{\text{مساحة الجسم}} \times \text{مساحة الشريحة}$$

$$= \frac{M}{1/2ab}(y\,dx) = \left(\frac{2M}{ab}\right) y\,dx$$

لهذا فإن الإحداثي x لمركز الكتلة هو:

$$x_{\text{CM}} = \frac{1}{M}\int x\,dm = \frac{1}{M}\int_0^a x\left(\frac{2M}{ab}\right) y\,dx = \frac{2}{ab}\int_0^a xy\,dx$$

لإجراء هذا التكامل، يمكن التعبير عن y بدلالة x. من المثلثين المتشابهين في شكل 24.9 نلاحظ أن

$$\frac{y}{x} = \frac{b}{a} \quad \text{or} \quad y = \frac{b}{a}x$$

بالتعويض عن y نحصل على

$$x_{\text{CM}} = \frac{2}{ab}\int_0^a x\left(\frac{b}{a}x\right) dx = \frac{2}{a^2}\int_0^a x^2\,dx = \frac{2}{a^2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^a$$

$$= \frac{2}{3}a$$

بنفس الطريقة يمكن الحصول على الاحداثي y لمركز الكتلة:

$$y_{\text{CM}} = \frac{1}{3}b$$

تتفق هذه النتائج مع ما توقعناه سابقاً.

شكل 24.9

7.9 حركة منظومة من الأجسام MOTION OF A SYSTEM OF PARTICLES

6.8

يمكن فهم المغزى الفيزيائي وفائدة مركز الكتلة بإجراء التفاضل بالنسبة للزمن لمتجه الموضع المعطى بالمعادلة 30.9. من الجزء 1.4 نعلم أن المشتقة بالنسبة للزمن لمتجه الموضع هي السرعة. بفرض أن M تظل ثابتة لمنظومة من الأجسام، أي انه لاتدخل ولا تخرج أي اجسام من المنظومة فإننا نحصل على التعبير التالي **لسرعة مركز الكتلة** للمنظومة.

سرعة مركز الكتلة
$$\mathbf{v}_{\text{CM}} = \frac{d\mathbf{r}_{\text{CM}}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{M} \qquad \textbf{(34.9)}$$

حيث $\mathbf{v}_i$ هي سرعة الجسم i. بترتيب المعادلة 34.9 نحصل على:

كمية الحركة الخطية الكلية للمنظومة

$$M\mathbf{v}_{\text{CM}} = \sum_i m_i \mathbf{v}_i = \sum_i \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_{\text{tot}} \qquad (35.9)$$

نستنتج من ذلك أن كمية الحركة الخطية الكلية للمنظومة تساوي الكتلة الكلية مضروبة في سرعة مركز الكتلة. بصورة أخرى، كمية الحركة الخطية الكلية للمنظومة تساوي قيمتها لجسيم مفرد كتلته M ويتحرك بسرعة $\mathbf{v}_{\text{CM}}$

بإجراء التفاضل للمعادلة 35.9 بالنسبة للزمن نحصل على التسارع لمركز الكتلة للمنظومة.

تسارع مركز الكتلة

$$\mathbf{a}_{\text{CM}} = \frac{d\mathbf{v}_{\text{CM}}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \mathbf{a}_i \qquad (36.9)$$

بإعادة الترتيب واستخدام قانون نيوتن الثاني، نحصل على:

$$M\mathbf{a}_{\text{CM}} = \sum_i m_i \mathbf{a}_i = \sum_i \mathbf{F}_i \qquad (37.9)$$

حيث $\mathbf{F}_i$ هي القوة الكلية التي تؤثر على الجسم i.

قد تحتوي القوة المؤثرة على المنظومة على قوى خارجية (من خارج المنظومة) وقوى داخلية (من داخل المنظومة) ومع ذلك ومن قانون نيوتن الثالث، فإن القوة الداخلية التي يؤثر بها الجسم 1 على الجسم 2 مثلاً تساوي في المقدار وتضاد في الاتجاه القوة الداخلية التي يؤثر بها الجسم 2 على الجسم 1 . بإجراء الجمع على كل القوى الداخلية في المعادلة 37.9، فإنها تتلاشى مع بعضها وبالتالي تكون القوى الفعلية على المنظومة هي القوى الخارجية. يمكن كتابة المعادلة 37.9 في الصورة

قانون نيوتن الثاني لمنظومة من الأجسام

$$\sum \mathbf{F}_{\text{ext}} = M\mathbf{a}_{\text{CM}} = \frac{d\mathbf{p}_{\text{tot}}}{dt} \qquad (9.38)$$

أي أن محصلة القوة الخارجية على مجموعة من الأجسام تساوي الكتلة الكلية للمنظومة مضروبة في تسارع مركز الكتلة. بمقارنة ذلك مع قانون نيوتن الثاني لجسيم مفرد، نجد أن

يتحرك مركز الكتلة لمجموعة من الأجسام مجموع كتلتها M كجسم كتلته M تحت تأثير القوة المحصلة الخارجية على المنظومة. أخيراً نلاحظ أنه إذا كانت محصلة القوة الخارجية تساوي صفراً، فإنه من المعادلة 38.9 نحصل على:

$$\frac{d\mathbf{p}_{\text{tot}}}{dt} = M\mathbf{a}_{\text{CM}} = 0$$

شكل 25.9 صورة فوتوغرافية للقطات متعاقبة توضح مسقط رأسي لمفتاح إنجليزي يتحرك على سطح أفقي. يتحرك مركز الكتلة للمفتاح في خط مستقيم عند دوران المفتاح حول هذه النقطة والموضحة بالنقاط البيضاء.

أي أن

$$\mathbf{P}_{tot} = M\mathbf{v}_{CM} = \text{ثابت} \qquad (\text{عندما تكون } \sum \mathbf{F}_{ext} = 0) \qquad \textbf{(39.9)}$$

أي أن كمية الحركة الخطية لمنظومة من الأجسام تكون محفوظة إذا لم يكن هناك قوة خارجية تؤثر على هذه المنظومة. يتبع ذلك أنه لمنظومة معزولة من الأجسام تكون كلا من كمية الحركة الخطية والسرعة لمركز الكتلة ثابتتان بالنسبة للزمن كما هو موضح بالشكل 25.9 . هذه صورة عامة لقانون حفظ كمية الحركة لمجموعة من الأجسام والتي تم مناقشتها في الجزء 1.9 لنظام مكون من جسمين.

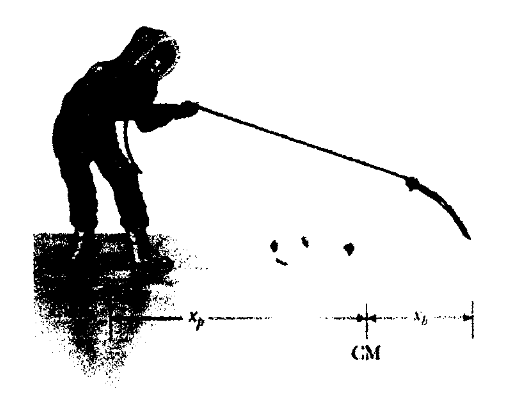
افترض منظومة معزولة في سكون تتكون من جسمين أو أكثر. يظل مركز الكتلة لهذه المنظومة ساكناً مالم تؤثر عليه قوة خارجية. على سبيل المثال، افترض منظومة تتكون من سباح يقف على رمث. المنظومة في البداية ساكنة. عندما يغوص السباح افقياً يظل مركز الكتلة للمنظومة ساكناً (إذا اهملنا الاحتكاك بين الرمث والماء). علاوة على ذلك فإن كمية الحركة الخطية للسباح تساوي في المقدار نفس القيمة للرمث ولكن في اتجاه مضاد.

كمثال آخر، افترض ذرة غير مستقره في حالة سكون وفجأة تنشطر إلى ذرتين كتلتاهما M_A، M_B وسرعتاهما هي $\mathbf{v}_A$، $\mathbf{v}_B$ على التوالي. حيث أن كمية الحركة الكلية قبل الانشطار تساوي صفراً فإن كمية الحركة بعد الانشطار تساوي صفراً ايضاً، لذلك فإن $M_A\mathbf{v}_A + M_B\mathbf{v}_B = 0$. إذاكانت إحدى السرعتين معلومة فإنه يمكن حساب سرعة ارتداد الذرة الأخرى.

مثال 15.9 الدب المنزلق

افترض أنك تروض دب قطبي على نهر ثلجي املس كجزء من بحث. كيف يمكنك تعيين كتلة الدب باستخدام شريط قياس وحبل وبمعلومية كتلتك أنت.

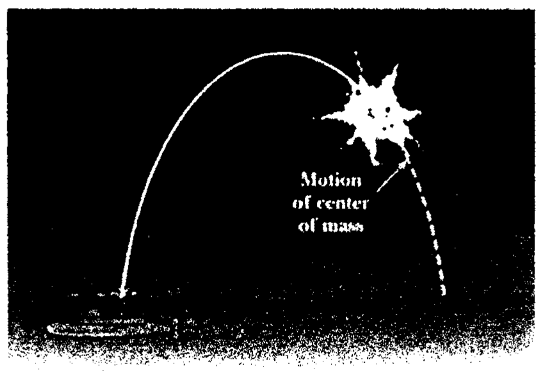
الحل: اربط أحد طرفي الحبل حول الدب وحدد قياس الشريط على الثلج عندما يكون أحد طرفية عند الموضع الأصلي للدب كما بالشكل 26.9 . امسك الطرف الحر للحبل وثبت نفسك كما هو موضح وحدد موضعك. اخلع حذائك واجذب الحبل بكلتا يديك، كل منكما سينزلق على الثلج حتى تتلاقيا. من قراءة شريط القياس، لاحظ المسافة التي انزلقتها ولتكن x_p والمسافة التي انزلقها الدب ولتكن x_b نقطة التلاقي لك مع الدب هي الموضع الثابت لمركز الكتلة للمنظومة (أنت والدب) وهكذا يمكنك تعيين كتلة الدب من العلاقة $m_b x_b = m_p x_p$ (من سوء الحظ أنك سوف لاتتمكن من العودة لحذائك سيحدث لك مشكلة إذا ما استيقظ الدب).



شكل 26.9 يظل مركز الكتلة لمنظومة معزولة في سكون مالم تؤثر عليه قوة خارجية. كيف يمكنك تحديد كتلة الدب القطبي.

مثال ذهني 16.9 انفجار قذيفة

أطلقت قذيفة في الهواء لتنفجر فجأة إلى عدة شظايا (شكل 27.9) ماذا يمكن القول عن حركة مركز الكتلة للمنظومة المكونة من كل الشظايا بعد الانفجار؟



شكل 27.9 عندما تنفجر القذيفة إلى عدة شظايا، فإن مركز الكتلة للمنظومة المتكونة من الشظايا سوف يسلك نفس مسار القطع المكافئ والذي كانت سوف تسلكه القذيفة في حالة عدم انفجارها.

الحل: بإهمال مقاومة الهواء، فإن القوة الخارجية الوحيدة على القذيفة هي قوة الجاذبية الارضية. اذا لم تنفجر القذيفة، فإنها سوف تستمر في الحركة في مسار عبارة عن قطع مكافئ موضحاً بالخط المتقطع في شكل 27.9. وحيث أن القوى المؤثرة نتيجة الانفجار هي قوى داخلية فإنها لاتؤثر على حركة مركز الكتلة. بعد الانفجار يتبع مركز الكتلة للمنظومة (الشظايا) نفس المسار، أي قطع مكافئ والذي كانت ستسلكه القذيفة إذا لم تنفجر.

مثال 17.9 انفجار صاروخ

قُذف صاروخ رأسياً لأعلى وعندما يرتفع إلى 1000 m وتصل سرعته إلى 300 m/s ينفجر إلى ثلاث شظايا متساوية الكتلة. تستمر احدى الشظايا في الحركة لأعلى بسرعة 450 m/s بعد الانفجار. والثانية تسير بسرعة 240 m/s وتتحرك ناحية الشرق عمودياً بعد الانفجار. ما هي سرعة الشظية الثالثة بعد الانفجار مباشرة.

الحل دعنا نفترض أن كتلة الصاروخ هي M وبالتالي فان كتلة كل شظية هي M/3. حيث إن قوى الانفجار هي قوى داخلية للمنظومة وبالتالي لاتؤثر على كمية حركته الكلية، فإن كمية الحركة $\mathbf{P}_i$ للصاروخ قبل الانفجار مباشرة يجب أن تساوي كمية الحركة الكلية $\mathbf{P}_f$ للشظايا بعد الانفجار مباشرة.

قبل الانفجار.

$$\mathbf{p}_i = M\mathbf{v}_i = M(300\mathbf{j})\ \text{m/s}$$

بعد الانفجار:

$$\mathbf{p}_i = \frac{M}{3}(240\mathbf{i})\ \text{m/s} + \frac{M}{3}(450\mathbf{j})\ \text{m/s} + \frac{M}{3}\mathbf{v}_f$$

حيث $\mathbf{v}_f$ هي السرعة المجهولة الخاصة بالشظية الثالثة. بمساواة هاتين المعادلتين (لأن $\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_f$) نحصل على:

$$\frac{M}{3}\mathbf{v}_f + M(80\mathbf{i})\ \text{m/s} + M(150\mathbf{j})\ \text{m/s} = M(300\mathbf{j})\ \text{m/s}$$

$$\mathbf{v}_f = (-240\mathbf{i} + 450\mathbf{j})\ \text{m/s}$$

بم تشبه مجموع متجهات كمية الحركة لكل الشظايا؟

تمرين أوجد موضع مركز الكتلة لمنظومة الشظايا بالنسبة للارض بعد 3.0 ثواني من الانفجار. افترض أن محرك الصاروخ لايعمل بعد الانفجار.

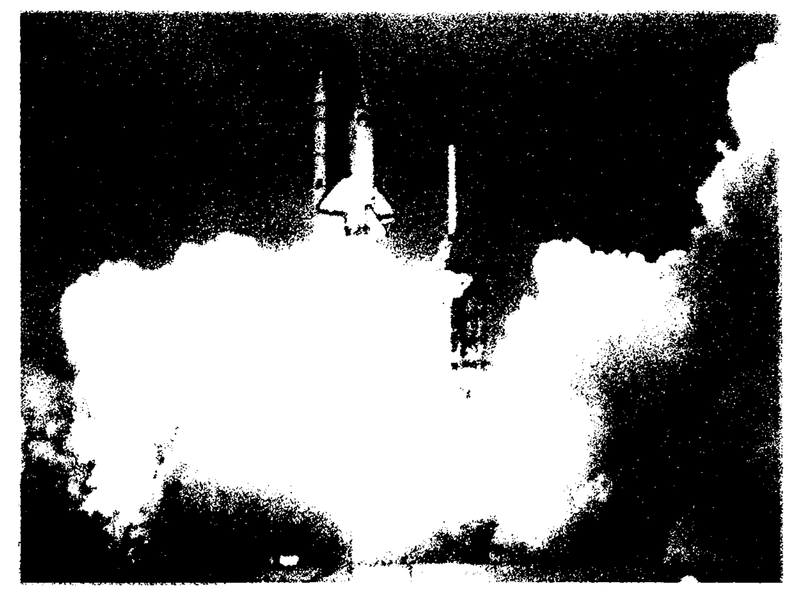
الإجابة: لا يتغير الاحداثي x ولكن $y_{CM} = 1.86$ km.

(اختياري)

8.9 دفع الصاروخ ROCKET PROPULSION

عند دفع مَركبات عادية مثل السيارات والقاطرات تكون القوة الحافزة للحركة هي الاحتكاك. في حالة السيارة، تكون القوة الحافزة هي القوة التي يؤثر بها الطريق على السيارة. تُدفع القاطرة ضد القضبان، ومن ثم، تكون القوة الحافزة هي تلك القوة التي يؤثر بها القضبان على القاطرة. إلا أنه في حالة الصاروخ في الفضاء حيث لايوجد طريق أو قضبان ليدفع ضده، فإن مصدر الدفع للصاروخ يجب أن يكون شئ آخر غير الاحتكاك. شكل 28.9 عبارة عن صورة فوتوغرافية لسفينة فضاء عند إطلاقها. "**يعتمد عمل الصاروخ على قانون حفظ كمية الحركة الخطية عند تطبيقه على منظومة من الأجسام حيث تتكون المنظومة من الصاروخ والعادم المطرود**".

يمكن إدراك دفع الصاروخ بافتراض منظومة ميكانيكية تتكون من مدفع موضوع على عربة نقل بعجل. عند اطلاق القذيفه، تستقبل كل طلقة كمية حركة $m\mathbf{v}$ في اتجاه ما، حيث تقاس $\mathbf{v}$ بالنسبة إلى



شكل 28.9 إطلاق سفينة الفضاء كولومبيا. تتولد قوة دفع هائلة من محركات السفينة التي تعمل بوقود سائل مضافا إليه محركات إضافيه. العديد من مبادئ الفيزياء- والميكانيكا، والديناميكا الحرارية والكهربية والمغناطيسية تطبق على هذا العمل.

إطار الارض الساكن. كمية الحركة للمنظومة المتكونة من العربة والمدفع والطلقات يجب أن تكون محفوظة. من ثم عند إطلاق كل طلقة يحصل المدفع والعربة على كمية حركة متساوية لكن في اتجاهين متضادين. أي أن، قوة رد الفعل التي تؤثر بها الطلقة على المدفع تؤدي إلى تسارع العربة والمدفع، وتتحرك العربة في اتجاه مضاد لاتجاه الطلقة. إذا كان n هو عدد الطلقات في الثانية الواحدة فإن متوسط القوة التي تؤثر على المدفع هي $\mathbf{F}_{av}= nm\mathbf{v}$.

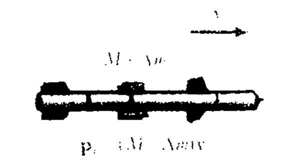
بطريقة مشابهة، عندما يتحرك الصاروخ في الفضاء، تتغير كمية الحركة الخطية عند التخلص من بعض من كتلته في صورة غاز مستنفذ. حيث إن الغاز يكتسب كمية حركة عند خروجه من الصاروخ، يحصل الصاروخ على كمية حركة مساوية لها لكن في الاتجاه المضاد. لهذا فإن الصاروخ يتسارع نتيجة للدفع أو قوة الدفع من الغازات المحترقة في الفضاء. يتحرك مركز الكتلة للمنظومة (الصاروخ والغاز المستنفذ) بإنتظام غير معتمداً على عملية الدفع*.

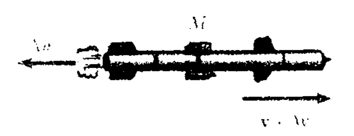


قوة الدفع بالنيتروجين وجهاز التحكم اليدوي يسمح لرائد الفضاء ان يتحرك بحرية في الفراغ بدون رباط مقيد.

افترض أنه عند الزمن t، تكون كمية حركة الصاروخ ووقوده هي $(M+\Delta m)v$ حيث v هي سرعة الصاروخ بالنسبة للأرض (شكل 29.9a). خلال فترة صغيرة من الزمن Δt، يفقد الصاروخ كتلة Δm من الوقود وبالتالي فإنه في نهاية هذه الفترة تصبح سرعة الصاروخ هي $v+\Delta v$، حيث Δv هي التغير في سرعة الصاروخ (شكل 29.9b). إذا خرج الوقود المستنفذ بسرعة v_e بالنسبة للصاروخ (الرمز e يعني

* من المهم أن تلاحظ أن الصاروخ والمدفع يمثلان حالات عكس التصادم غير المرن تماماً. كمية الحركه محفوظه ولكن طاقة الحركه للمنظومة تزداد (على حساب طاقة الوضع الكيميائيه للوقود).





شكل 29.9 دفع الصاروخ (a) كتلة الصاروخ الابتدائية بالاضافة إلى كل الوقود هي $M+\Delta m$ عند الزمن t وسرعته هي υ (b) بعد فترة Δt تصبح الكتلة M بعد اطلاق وقود كتلته Δm وتزداد سرعة الصاروخ بمقدار $\Delta\upsilon$.

المستنفذ، وعادة ما يطلق على υ_e سرعة العادم) وسرعة الوقود بالنسبة لاطار اسناد ساكن هي $\upsilon - \upsilon_e$. هكذا عندما تساوي كمية الحركة الابتدائية الكلية للمنظومة كمية الحركة النهائية الكلية نحصل على:

$$(M + \Delta m)\upsilon = M(\upsilon + \Delta \upsilon) + \Delta m(\upsilon - \upsilon_e)$$

حيث تمثل M كتلة الصاروخ والباقي من الوقود وذلك بعد استنفاذ كمية من الوقود مقدارها Δm.

بإجراء تبسيط لهذه المعادلة نحصل على:

$$M\Delta\upsilon = \upsilon_e \Delta m$$

يمكن الوصول إلى هذه النتيجة بافتراض ان المنظومة في إطار اسناد مركز الكتلة وهو اطار له نفس سرعة مركز الكتلة للمنظومة. في هذا الاطار، تكون كمية حركة المنظومة مساوية صفراً. إذا ما اكتسب الصاروخ كمية حركة $M\,\Delta\upsilon$ بالتخلص من بعض الوقود، فإن الوقود المستنفذ يحصل على كمية حركة $\upsilon_e\,\Delta m$ في الاتجاه المضاد لأن $M\,\Delta\upsilon - \upsilon_e\,\Delta m = 0$. بأخذ النهاية عندما تؤول Δt إلى الصفر نحصل على $\Delta\upsilon \rightarrow d\upsilon$ وكذلك $\Delta m \rightarrow dm$ علاوة على ذلك فإن الزيادة في الكتلة المستنفذة dm تناظر نفس النقص في كتلة الصاروخ بحيث يكون $dm = -dM$. لاحظ أن dm لها إشارة سالبة لأنها تعبر عن النقص في الكتلة. بناءً على ذلك، نحصل على:

$$M\,d\upsilon = \upsilon_e\,dm = \upsilon_e\,dM \qquad \textbf{(40.9)}$$

بإجراء التكامل لهذه المعادلة وبفرض أن الكتلة الابتدائية للصاروخ بالإضافة للوقود هي M_i والكتلة النهائية للصاروخ بالاضافة لما تبقى من الوقود M_f نحصل على:

$$\int_{\upsilon i}^{\upsilon f} d\upsilon = -\upsilon_e \int_{M_i}^{M_f} \frac{dM}{M}$$

تعبير لدفع الصاروخ

$$\upsilon_f - \upsilon_i = \upsilon_e \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right) \qquad \textbf{(41.9)}$$

هذا هو التعبير الاساسي لدفع الصاروخ. أولاً يوضح هذا التعبير أن الزيادة في سرعة الصاروخ تتناسب مع سرعة النفاذ υ_e. لهذا فإن سرعة النفاذ يجب أن تكون عالية جداً. ثانياً الزيادة في سرعة الصاروخ تتناسب مع اللوغاريتم الطبيعي للنسبة M_i/M_f. هذه النسبة يجب أن تكون عالية بأكبر قدر مستطاع والتي تعني أن كتلة الصاروخ بدون وقوده يجب أن تكون صغيرة بقدر الامكان وأن يحمل الصاروخ أكبر كمية من الوقود.

يمكن ان نحصل على تعبيراً لقوة الدفع من المعادلة 40.9.

$$M\frac{dv}{dt} = \left|v_e \frac{dM}{dt}\right| \quad = \quad \text{قوة الدفع} \qquad \textbf{(41.9)}$$

قوة الدفع على الصاروخ هو القوة المؤثرة عليه بواسطة اندفاع العادم.

توضح هذه المعادلة أن قوة الدفع تزداد مع زيادة سرعة نفاذ العادم ومع زيادة معدل تغير الكتلة (تسمى معدل الاحتراق).

مثال 18.9 صاروخ في الفضاء

يتحرك صاروخ في الفضاء بسرعة 3.0×10^3m/s بالنسبة للأرض. تم تشغيل المحرك وينبعث العادم في اتجاه مضاد لحركة الصاروخ بسرعة 5.0×10^3m/s بالنسبة للصاروخ (a) ما هي سرعة الصاروخ بالنسبة للأرض عندما تصل كتلة الصاروخ إلى نصف كتلته قبل الاشتعال.

الحل: من المتوقع أن تكون السرعة التي نبحث عنها أكبر من السرعة الاصلية لان الصاروخ يتسارع. باستخدام المعادلة 41.9 نحصل على:

$$\begin{aligned} v_f &= v_i + v_e \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right) \\ &= 3.0 \times 10^3 \text{ m/s} + (5.0 \times 10^3 \text{ m/s})\ln\left(\frac{M_i}{0.5\,M_i}\right) \\ &= 6.5 \times 10^3 \text{ m/s} \end{aligned}$$

(b) ما هي قوة الدفع على الصاروخ إذا كان معدل احتراق الوقود هو 50 kg/s.

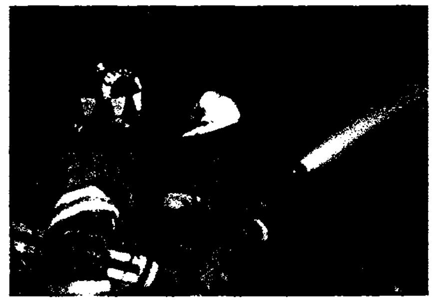
الحل:

$$\text{قوة الدفع} = \left|v_e \frac{dM}{dt}\right| = (5.0 \times 10^3 \text{ m/s})\,(50 \text{ kg/s})$$

$$= 2.5 \times 10^5 \text{ N}$$

مثال 19.9 إطفاء الحريق

يحتاج رجلا المطافئ أن يستخدما قوة مقدارها 600 N في تثبيت خرطوم المطافئ حتى يكون معدل تفريغ الماء هو 3 600 L/min. احسب سرعة الماء عند خروجها من الخرطوم.



يهاجم رجال المطافئ منزل يحترق باستخدام خرطوم

الحل: يخرج الماء بمعدل 3 600 L/min، أي 60 L/s وحيث أن 1 L من الماء كتلته 1kg يمكن القول أن حوالي 60 kg من الماء تترك الخرطوم في الثانية. عندما يترك الماء الخرطوم فإنه يؤثر بقوة دفع على الخرطوم والذي يقابله بقوة مقدارها 600 N يؤثر بها رجلا المطافئ على الخرطوم. باستخدام المعادلة 42.9 نحصل على

$$\text{قوة الدفع} = \left|v_e \frac{dM}{dt}\right|$$

$$600\ \text{N} = |v_e(60\ \text{kg/s})|$$

$$v_e = 10\ \text{m/s}$$

اطفاء الحريق عملية خطرة. إذا ما انزلق الخرطوم من أيديهم، فإن حركة الخرطوم نتيجة قوة الدفع الذي يستقبله من سرعة الماء الخارج قد تؤذي رجال المطافئ.

ملخص SUMMARY

كمية الحركة الخطية P لجسم كتلته m يتحرك بسرعة **v** هي:

$$\mathbf{P} \equiv m\mathbf{v} \qquad (1.9)$$

يوضح **قانون حفظ كمية الحركة الخطية** أن كمية الحركة لمنظومة معزولة تكون محفوظة. إذا كان هناك منظومة معزولة تتكون من جسمين فإن كمية الحركة تكون محفوظة بغض النظر عن القوة بينهما. لهذا فإن كمية الحركة الكلية للمنظومة في أي لحظة تساوي كمية الحركة الكلية الابتدائية

$$\mathbf{P}_{1i} + \mathbf{P}_{2i} = \mathbf{P}_{1f} + \mathbf{P}_{2f} \qquad (5.9)$$

الدفع المؤثر على جسيم نتيجة قوة **F** يساوي التغير في كمية الحركة للجسم.

$$\mathbf{I} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{F}\, dt = \Delta\mathbf{p} \qquad (9.9)$$

تلك هي نظرية الدفع- كمية الحركة.

غالباً ما تكون القوى الدافعة على المنظومة اقوى بالمقارنة مع القوى الأخرى وغالباً ما تؤثر لفترة زمنية قصيرة كما في حالة التصادم.

التصادم غير تام المرونة

عندما يتصادم جسمان فإن كمية الحركة الكلية قبل التصادم تساوي كمية الحركة الكلية بعد التصادم، بغض النظر عن طبيعة التصادم. **التصادم غير المرن** هو التصادم الذي تكون فيه طاقة الحركة الكلية غير محفوظة. **التصادم غير تام المرنة** يحدث فيه التصاق الجسمين المتصادمين بعد التصادم. **التصادم المرن** هو التصادم الذي يكون فيه طاقة الحركة ثابتة.

أثناء التصادم في بعدين أو ثلاث، تكون مركبات كمية الحركة في كل من الابعاد الثلاثة x، y، z محفوظة ومستقلة عن بعضها البعض.

يُعرف متجه الموضع لمركز الكتلة في منظومة من الأجسام بالعلاقه:

$$\mathbf{r}_{CM} \equiv \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{M} \qquad (30.9)$$

حيث $M=\sum_i m_i$ هي الكتلة الكلية للمنظومة و $\mathbf{r}_i$ هو متجة الموضع للجسم i. متجة الموضع لمركز الكتلة لجسم جاسئ يمكن الحصول عليه من العلاقة.

$$\mathbf{r}_{CM} = \frac{1}{M}\int \mathbf{r}\, dm \qquad (33.9)$$

سرعة مركز الكتلة لمنظومة تتكون من مجموعة من الأجسام هو.

$$\mathbf{v}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{M} \qquad (34.9)$$

كمية الحركة الكلية لمنظومة من الأجسام تساوي حاصل ضرب الكتلة الكلية في سرعة مركز الكتلة.

تطبيق قانون نيوتن الثاني على مجموعة من الأجسام يعطي:

$$\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{CM} = \frac{d\mathbf{p}_{tot}}{dt} \qquad (38.9)$$

حيث $\mathbf{a}_{CM}$ هي تسارع مركز الكتلة ويتم الجمع على كل القوى الخارجية. يتحرك مركز الكتلة مثل جسيم تخيلي كتلته M تحت تأثير محصلة القوة الخارجية على المنظومة. يتضح من المعادلة 38.9 ان كمية الحركة الكلية للمنظومة محفوظة طالما لايوجد قوة خارجية تؤثر عليها.

QUESTIONS اسئلة

1 - إذا كانت طاقة الحركة لجسم تساوي صفراً ما مقدار كمية الحركة الخطية له؟.

2 - إذا تم مضاعفة سرعة الجسيم ما هو مقدار التغير في كمية الحركه؟ ما مقدار التغير في طاقة الحركه؟

3 - إذا كانت طاقة الحركة لجسمين متساوية. هل من الضروري أن يكون لهما نفس كمية الحركة؟ فسر ذلك.

4 إذا كانت كمية الحركة لجسمين متساوية، هل من الضروري أن يكون لهما نفس طاقة الحركه؟ فسر ذلك.

5 - منظومة معزولة ساكنة في البداية. هل من الممكن لاجزاء من المنظومة أن تكون في حالة حركة في وقت آخر؟ إذا كان كذلك. فسر كيف يحدث ذلك؟

6 - اذا تصادم جسمان وكان أحدهما ساكناً. هل من الممكن ان يكون كليهما في حالة سكون بعد التصادم؟ هل من الممكن أن يكون احدهما في حالة سكون بعد التصادم؟ فسر ذلك.

7 فسر كيف يمكن أن تكون كمية الحركة محفوظة عندما ترتد كرة من الارض؟

8 - هل من الممكن حدوث تصادم تُفقَد فيه كل طاقة الحركه؟ إذا كان كذلك اذكر مثالاً.

9 - في تصادم تام المرونة بين جسمين، هل تتغير طاقة الحركة لكل جسم نتيجة التصادم.

10- عندما تتدحرج كرة إلى أسفل مستوى مائل تزداد كمية الحركة الخطية لها هل يحتم ذلك عدم حفظ كمية الحركه؟ فسر ذلك.

11- افترض تصادم غير تام المرونة بين سيارة

وشاحنة كبيرة. اي من السيارتين سيفقد طاقة حركة أكبر نتيجة التصادم؟.

12- هل من الممكن ان يقع مركز الكتلة خارج الجسم؟ إذا كان كذلك اذكر مثالاً.

13- قذفت ثلاث كرات في الهواء في نفس اللحظة. ما هو تسارع مركز الكتلة لهن اثناء الحركة؟.

14- مسطرة قياس تم وضعها متزنة في موضع افقي باصبعي السبابة لليد اليمنى واليد اليسرى. إذا تقارب الاصبعان من بعضهما، تظل المسطرة في إتزان ويتلاقى الاصبعان غالباً عند منتصف المسطرة بغض النظر عن موضعهما الاصلي (حاول ذلك!). فسر ذلك.

15 رامي طلقات يضع البندقية بحيث تكون مؤخرتها ملاصقة لكتفه. إذا كانت كمية الحركة للطلقة في الاتجاه الامامي هي نفسها كمية الحركة للبندقية في الاتجاه الخلفي لماذا كانت اصابة الرامي من البندقية أقل خطراً من إصابته من الرصاصة؟.

16- قُذفت قطعة من الطمي على حائط من الطوب فالتصقت به. ماذا حدث في كمية الحركة لقطعة الطمي. هل كمية الحركة محفوظه؟ فسر ذلك.

17- يقفز لاعب من على قمة ارتفاعها 6.0m على وسادة محشوة بالمطاط. هل يمكنك حساب سرعته قبل وصوله إلى الوسادة مباشرة؟. هل يمكن التنبؤ بالقوة المؤثرة عليه نتيجة التصادم؟ فسر ذلك.

18- فسر كيف يمكنك استخدام المنطاد لتوضيح الآلية المسئولة عن دفع الصاروخ.

19 هل يتسارع مركز كتلة صاروخ في الفضاء؟ فسر ذلك. هل من الممكن ان تزيد سرعة الصاروخ عن سرعة الوقود المستنفذ؟. فسر ذلك.

20- اسقطت كرة من مبنى عالي. اذكر المنظومة التي يحدث فيها حفظ كمية الحركة الخطية.

21- تنفجر قنبلة ساكنة إلى عدة قطع (a) هل كمية الحركة الخطية محفوظة (b) هل طاقة الحركة محفوظة. فسر ذلك.

22- تستخدم وكالة ناسا غالباً جاذبية الكواكب في عملية الارسال إلى الكواكب الاكثر بعداً. في الحقيقة يعد ذلك تصادماً من النوع الذي لايتلامس فيه الجسمين. كيف يمكن للمقذوف ان تزداد سرعته بهذه الطريقة؟.

23- عند دوران القمر حول الارض. هل يتحقق حفظ كمية الحركة الخطية للقمر؟ افرض أن مسار القمر دائري.

24- سقطت بيضة غير ناضجة على الارض فانقسمت إلى اجزاء عند ارتطامها بالارض ومع ذلك إذا أُسقطت بيضة غير ناضجة على قطعة سميكة من المطاط ومن ارتفاع ما يقرب من متر فإنها ترتد لأعلى ولاتتكسر؟ كيف يمكن حدوث ذلك؟ (إذا ما حاولت إجراء هذه التجربة، امسك البيضة بعد أول ارتداد).

25- اذكر وجهة نظرك ودعمها بالبرهان في الاوضاع التالية:

(a) افضل نظرية حركة هي تلك التي تُسبِبْ فيها القوة تسارعاً.

(b) مقياس فاعلية القوة هو مقدار الشغل الذي تبذله وافضل نظرية للحركة هي ان الشغل المبذول على جسم يغير من طاقته.

(c) المقياس الحقيقي لتأثير القوة هو الدفع وافضل نظرية للحركة هي أن الدفع على جسم يغير من كمية الحركة.

PROBLEMS مسائل

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي ☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل = فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

قسم 1.9 كمية الحركة الخطية وحفظها

1 - جسم كتلته 3.0 kg وسرعته (3.0**i**- 4.0**j**)m/s (a) احسب مركبتا كمية الحركة في اتجاهي x، y (b) احسب مقدار واتجاه كمية الحركة.

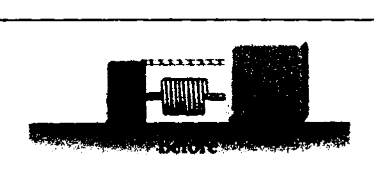
2 - قُذفت كرة كتلتها 0.10 kg إلى أعلى في الهواء بسرعة ابتدائية 15.0m/s احسب كمية الحركة للكرة (a) عند اقصى ارتفاع (b) عند منتصف اقصى ارتفاع.

3 - قذفت طفلة كتلتها 40.0 kg تقف على بحيرة مجمدة حجراً كتلته 0.5 kg ناحية الشرق وبسرعه 5.0 m/s. احسب سرعة ارتداد الطفلة. اهمل الاحتكاك بين الطفلة والجليد.

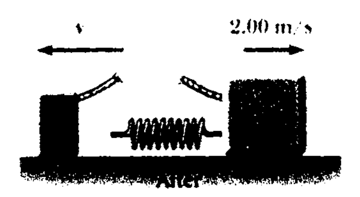
4 - ادعى لاعب أنه يمكنه قذف كرة بيسبول بكمية حركة لاتقل عن كمية حركة رصاصة كتلتها 3.0 gm وسرعتها 1500 m/s. إذا كانت كتلته كرة البيسبول هي 0.145 kg ما هي سرعتها حتى يصبح ادعاء اللاعب صحيحاً.

5 - بم تقدر سرعة حركة الارض؟ بصورة خاصة عندما تقفز إلى أعلى ولأقصى ارتفاع ممكن فإنك تعطي الارض سرعة ارتداد قصوى. ما مقدارها وذلك بافتراض أن الارض جسم صلب تماماً. في اجابتك اذكر الكميات الفيزيائية التي سوف تحتاجها كبيانات وكذلك قيمها.

6- ثقلان كتلتيهما M، 3M موضوعان على



(a)



(b)

شكل P6.9

سطح أفقي أملس. ربط احداهما بزنبرك خفيف ثم دفع الثقلان مع بعضهما وبينهما الزنبرك (شكل P6.9) فجأة احترق الخيط الرابط الجسمين ببعضهما وبعد ذلك تحركت الكتلة 3M تجاه اليمين بسرعة 2.0m/s (a) ما هي سرعة الثقل الذي تبلغ كتلته 3M (b) احسب طاقة المرونة الكامنة في الزنبرك إذا كانت M= 0.35 kg.

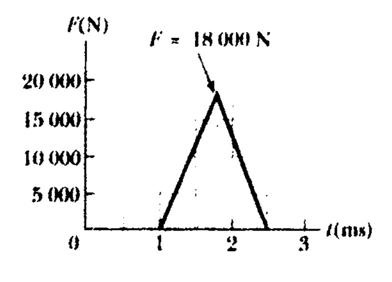
7 - يتحرك جسم كتلته m وكمية حركته P. اثبت أن طاقة حركة الجسم تعطى بالعلاقة $K= P^2/2m$ (b) ما مقدار كمية الحركة للجسم بدلالة طاقة حركته وكتلته.

قسم 2.9 الدفع وكمية الحركة

8- توقفت سيارة في إشارة المرور. وعندما إضاءت الإشارة الضوء الأخضر تسارعت السيارة وزادت سرعتها من الصفر إلى

5.2m/s خلال 0.8320s. ما مقدار الدفع الخطي والقوة المتوسطة المؤثرة التي يتأثر بها راكب كتلته 70.0 kg؟.

9 يوضح الشكل P9.9 العلاقة بين القوة والزمن عند ضرب كرة البيسبول بالمضرب. من هذا المنحنى احسب (a) الدفع على الكرة.



شكل P9.9

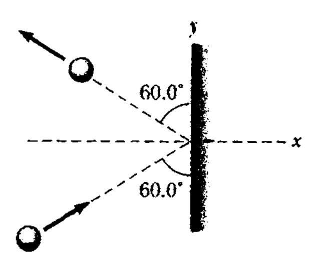
(b) أقصى قوة توثر على الكرة.

10- يستقبل لاعب التنس الكرة (كتلتها 0.06kg) عندما تسير بسرعة 50.0m/s ويعيدها بسرعة افقية مقدارها 40.0m/s في الاتجاه المضاد.

(a) مامقدار دفع المضرب على الكرة؟. (b) ما مقدار الشغل الذي يبذله المضرب على الكرة؟

WEB

11 تصطدم كرة صلبة كتلتها 3.0kg مع حائط بسرعة 10.0m/s وبزاوية 60.0° مع السطح وترتد بنفس السرعة ونفس الزاوية (شكل P11.9)

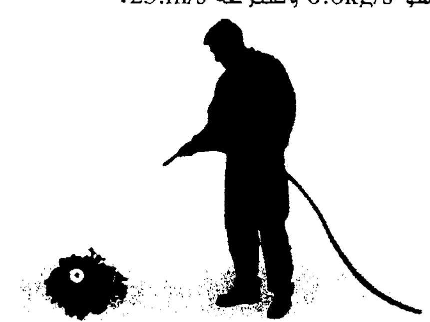


شكل P11.9

إذا التصقت الكرة مع الحائط لمدة 0.2s ما مقدار القوة المتوسطة التي يؤثر بها الحائط على الكرة؟.

12- في لعبة قذف الكرات المرنه، تعبر كرة مرنة كتلتها 0.2Kg المستوى بسرعة 15.0m/s وبزاوية 45° اسفل المستوى الافقي (a) احسب الدفع على الكرة (b) إذا كانت القوة المؤثرة على الكرة تزداد خطياً لمدة 4.0ms ثم تثبت لمدة 20.0ms ثم تتناقص خطياً إلى الصفر في مدة 4.0ms ما أقصى قوة تؤثر على الكرة؟.

13 - أمسك خرطوم حديقة كما هو موضح بالشكل P13.9. إذا كان الخرطوم مملوءاً بالماء الساكن. ما هي القوة الاضافية اللازمة للإمساك بفوهة الخرطوم ليظل ثابتاً بعد فتح الماء إذا كان معدل تفريغ الماء هو 0.6kg/s وسرعة 25.m/s؟



شكل P13.9

14 - تمارس لاعبة غوص محترفة الغوص من على منصة ترتفع 10.0m أعلى سطح الماء احسب متوسط قوة الدفع التي تتأثر بها اللاعبة لحظة تصادمها مع الماء. اذكر الكميات التي تحتاجها كبيانات وقيمها.

قسم 3.9 التصادم

قسم 4.9 التصادم المرن وغير المرن في بعد واحد

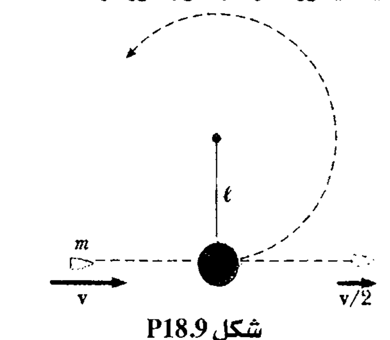
15- أوضحت صورة فوتوغرافية سريعة أن مضرب الجولف كتلته 200g يتحرك بسرعة 55.0m/s قبل ان يتصادم مباشرة مع كرة

جولف كتلتها 46.0g موضوعة على متلوت. بعد التصادم يتحرك المضرب (في نفس الاتجاه) بسرعة 40.m/s. احسب سرعة كرة الجولف بعد دفعها مباشرة.

16 - لاعب تزلج على الجليد كتلته 75.0kg ويتحرك بسرعة 10.0m/s يصطدم مع لاعب آخر له نفس الكتلة. بعد التصادم يتحرك اللاعبان كوحدة واحد بسرعة 5.0m/s افرض ان متوسط القوة التي يمكن أن يتحملها اللاعب بدون كسر عظامه هي 4500N إذا كان زمن التصادم هو 0.10s. هل ستتكسر عظامه؟

17 أطلقت رصاصة كتلتها 10.0g على قطعة خشب ثابتة (m= 5.0kg) وتوقفت الحركة النسبية للرصاصة داخل قطعة الخشب. إذا كانت سرعة الرصاصة وقطعة الخشب بعد التصادم مباشرة هي 0.6m/s ما هي السرعة الابتدائية للرصاصة.

18 - كما هو موضح في الشكل P18.9، تمر رصاصة كتلتها m وسرعتها v خلال ثقل بندول كتلته M. إذا كانت سرعة خروج الرصاصة هي $v/2$ ما هي أقل قيمة للسرعة v بحيث يدور ثقل البندول دورة رأسية كاملة؟.

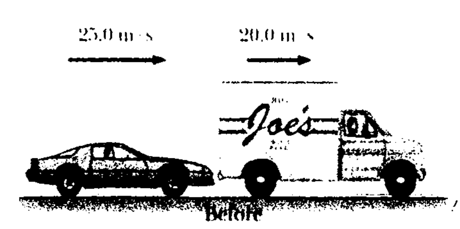


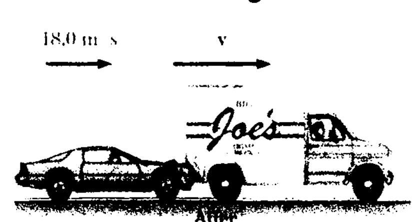
شكل P18.9

19 تقف فتاة كتلتها 45.0 kg على قطعة خشب سميكة كتلتها 150kg. إذا كانت قطعة الخشب ساكنة ويمكنها ان تنزلق على بحيرة مجمدة منبطحة ملساء. إذا بدأت الفتاة الحركة على قطعة الخشب بسرعة ثابتة 1.5m/s بالنسبة لقطعة الخشب (a) ما هي سرعة الفتاة بالنسبة إلى سطح الثلج ?(b) ما هي سرعة قطعة الخشب بالنسبة إلى سطح الثلج؟.

20 - تعدو منى بسرعة 4.0m/s ثم ركبت على رمث ساكنة على قمة هضبة مغطاة بثلج املس. بعد هبوطها مسافة رأسية مقدارها 5.0m قفز اخوها على ظهرها واستمرا في الحركة مع بعضهما إلى اسفل الهضبة. ما هي سرعتهما عند قاع الهضبة إذا كانت المسافة الرأسية الكلية التي هبطاها سوياً هي 15.0؟ وكتلة منى 50kg وكتلة المزلجة 5.0Kg وكتلة أخوها هي 30.kg.

21 - اصطدمت سيارة كتلتها 1200Kg تسير بسرعة ابتدائية مقدارها 25.m/s ناحية الشرق بمؤخرة شاحنة كتلتها 9000kg تتحرك في نفس الاتجاه بسرعة 20.m/s (شكل P21.9). إذا كانت سرعة السيارة بعد التصادم هي 18.0m/s اتجاه الشرق. (a) ما هي سرعة الشاحنة بعد التصادم مباشرة (b) ما مقدار الفقد في الطاقة الميكانيكية نتيجة التصادم. فسر سبب الفقد في الطاقة.





شكل P21.9

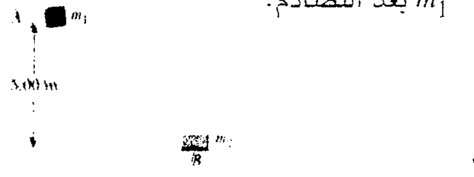
22 - عربة سكك حديدية كتلتها 2.5×10^4 kg تسير بسرعة 4.0m/s تصادمت والتحمت مع ثلاث عربات اخرى، كتلة كل منها تساوي كتلة العربة المفردة ويتحركون جميعاً في نفس الاتجاه بسرعة 2.0m/s (a) ما هي سرعة العربات الأربع بعد التصادم؟ (b) ما مقدار الفقد في الطاقة نتيجة التصادم؟.

23 - اربع عربات قطار كتلة كل منها 2.5×10^4kg مرتبطة ببعضها البعض ويتحركون على القضبان بسرعة v_i تجاه الجنوب. يركب ممثل قوي وغبي العربة الثانية ويحاول فصل العربة الامامية واعطائها دفعة كبيرة حتى تزيد سرعتها إلى 4.0m/s جنوباً. تستمر العربات الثلاث في الحركة جنوباً بسرعة 2.0m/s (a) احسب السرعة الابتدائية للعربات. (b) ما مقدار الشغل الذي بذله الممثل؟ (c) اذكر العلاقة بين ما تم هنا وما حدث في المسألة 22.

24 - تتصادم كرة بولينج كتلتها 7.0kg تصادماً مواجها مع وتد بولينج كتلته 2.0Kg. يطير الوتد في اتجاه الحركة بسرعة 3.0m/s. إذا استمرت الكرة في الحركة بسرعة 1.8m/s ما هي السرعة الابتدائية للكرة؟ يمكن اهمال دوران الكرة؟.

WEB
25 يتصادم نيوترون تصادماً مواجهاً مع نواة ذرة كربون ساكنة في المفاعل (a) ما نسبة الفقد في طاقة حركة النيوترون والتي تتحول إلى ذرة الكربون (b) إذا كانت طاقة الحركة الابتدائية للنيوترون هي 1.6×10^{-13}J. احسب طاقة حركته النهائية وكذلك طاقة حركة نواة الكربون بعد التصادم (كتلة نواة ذرة الكربون تعادل 12.0 مرة من كتلة النيوترون).

26 - افترض المسار الأملس ABC الموضح بالشكل P26.9. تُرك ثقل كتلته m_1= 5.0kg يتحرك من A ويُحدث تصادماً مواجهاً مرناً عند B مع ثقل آخر ساكن كتلته m_2= 10.0kg. احسب اقصى ارتفاع ترتفعه m_1 بعد التصادم.



شكل **P26.9**

27 أطلقت رصاصة كتلتها 12.0g على قطعة خشب ساكنة كتلتها 100gm موضوعة على سطح أفقي فانزلقت القطعة الخشبية بعد الدفع مسافة 7.5m قبل ان تسكن. إذا كان معامل الاحتكاك بين الكتلة والسطح هو 0.650 ما هي سرعة الرصاصة قبل الدفع مباشرة؟.

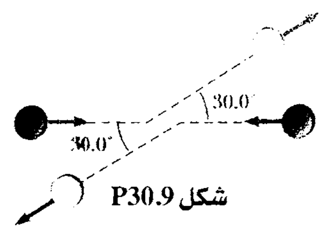
28 - عند اطلاق رصاصة كتلتها 7.0g من بندقية على قطعة خشب كتلتها 1.0kg مثبتة بمنجلة. اخترقت الرصاصة قطعة الخشب مسافة 8.0cm. إذا تم وضع قطعة الخشب على سطح أفقي أملس وتم قذفها برصاصة كتلتها 7.0g من البندقية ما هي المسافة التي تخترقها الرصاصة في قطعة الخشب؟.

قسم 5.9 التصادم في بعدين

29 - يعدو لاعب مدافع كتلته 90.kg تجاه الشرق بسرعة 5.0m/s فتصادم مع لاعب من الفريق الآخر كتلته 95.kg يجري ناحية الشمال بسرعة 3.0m/s إذا كان التصادم غير تام المرونة (a) احسب سرعة واتجاه اللاعبين بعد التصادم مباشرة (b) احسب الطاقة المفقودة نتيجة التصادم- علل ذلك.

30 - كتلة قرص المطاط الأزرق الموضح بالشكل P30.9 أكبر من كتلة القرص الأخضر بمقدار 20%. قبل التصادم يتقارب القرصان من بعضهما بكميتي حركة

متساويتين في المقدار ومتضادتي الاتجاه. إذا كانت السرعة الابتدائية للقرص الاخضر هي 10.0m/s . احسب سرعة القرصين بعد التصادم إذا افقدت نصف طاقة الحركة اثناء التصادم.



شكل P30.9

31 - تقترب سيارتان لهما نفس الكتلة من تقاطع. تسير احدى السيارتين بسرعة 13.0m/s تجاه الشرق والأخرى تسير تجاه الجنوب بسرعة υ_{2i}. لايرى السائقان كل منهما الآخر. تتصادم السيارتان عند التقاطع وتلتحمان مع بعضهما تاركين اثران متوازيان لانزلاقهما بزاوية 55° جنوب الشرق. اقصى سرعة مسموح بها على الطريقين هي 35mi/h. ادعى سائق السيارة القادمة من الجنوب أنه كان يسير بالسرعة المسموح بها عندما حدث التصادم. هل كان السائق صادقاً فيما يقوله؟

32 - يتصادم بروتون يتحرك بسرعة υ_i**i** تصادماً مرنا مع بروتون آخر ساكن. إذا كانت سرعتا البروتونين متساويتين بعد التصادم احسب (a) سرعة كل بروتون بعد التصادم بدلالة υ_i (b) اتجاه متجة السرعة بعد التصادم.

33 اصطدمت كرة بليارودو تتحرك بسرعة 5.0m/s مع كرة أخرى ساكنة لها نفس الكتلة. بعد التصادم تتحرك الكرة الأولى بسرعة 4.33m/s وبزاوية 30.° بالنسبة لاتجاه الحركة الاصلي. بافتراض أن التصادم مرن (اهمل الاحتكاك والحركة الدورانية)، احسب سرعة الكرة المقذوفة.

34 - كرة من المطاط كتلتها 0.3kg ساكنة على سطح أفقي املس تم قذفها بكرة أخرى كتلتها 0.2kg تتحرك في اتجاه x بسرعة 2.0m/s. بعد التصادم تتحرك الكرة (0.2kg) بسرعة 1.0m/s بزاوية 53.0° مع الاتجاه الموجب لمحور x. (انظر شكل 14.9) (a) احسب سرعة الكرة 0.3kg بعد التصادم (b) احسب نسبة طاقة الحركة المفقودة في التصادم.

35 تصادمت ثم التحمت كتلة مقدارها 3.0kg تسير بسرعه ابتدائيه 5.0im/s مع كتله مقدارها 2.0kg تتحرك بسرعة ابتدائية -3.0jm/s احسب السرعة النهائية للمنظومة.

36 - قرصان لهما نفس الكتلة احدهما برتقالي يسير بسرعة 5.0m/s ويصطدم تصادم منحرفا بالقرص الأصفر الساكن. بعد التصادم يتحرك القرص البرتقالي في اتجاه يصنع زاويه 37.0° مع الاتجاه الابتدائي للحركة وكانت سرعة القرص الأصفر عمودية على سرعة القرص البرتقالي (بعد التصادم). احسب السرعة النهائيه لكل قرص.

37 - قرصان لهما نفس الكتلة احدهما برتقالي يسير بسرعة 5.0m/s (υ_im/s) ويصطدم تصادم منحرفا بالقرص الأصفر الساكن. كان القرص الأصفر في سكون عند ضربه بالقرص البرتقالي الذي يتحرك بسرعة υ_i. بعد التصادم يتحرك القرص البرتقالي في اتجاه يصنع زاويه θ مع الاتجاه الابتدائي للحركة وكانت سرعة القرص الاصفر عموديه على القرص البرتقالي (بعد التصادم). احسب السرعة النهائية لكل قرص.

38 - أثناء معركة جيتيزيرج كانت طلقات المدفع قـويه لدرجـة أن بعض القـذائف تتصـادم وتلتحم مع بعضـهـا. افـترض أن كـرة بارود لدول المحور كتلتها 5.0 g تتحرك تجاه اليمين بسرعة 250m/s وتصنع زاوية 20.° أعلى الخط الأفقي وأن كرة بارود الحلفاء كتلتها 3.0g تتحرك بسرعة 280m/s تجاه اليسار بزاوية 15.0° أعلى الخط الافقي ما هي سرعتهما عند لحظة التحامهما مباشرة؟

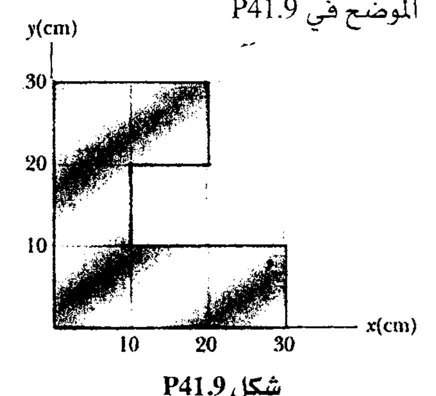
WEB

39 تتقسم نواة ساكنة غير مستقرة كتلتها $17.x\ 10^{-27}$kg إلى ثلاث جسيمات. كتلة أحدهما $5.0x\ 10^{-27}$kg يتحرك على محور y بسرعة $6.0x\ 10^{6}$m/s. ويتحرك الجسيم الآخر وكتلته $8.4x\ 10^{-27}$kg على محور x وبسرعة $4.0x\ 10^{6}$m/s احسب (a) سرعة الجسيم الثالث (b) الزيادة في طاقة الحركة الكلية اثناء هذه العملية.

قسم 6.9 مركز الكتلة

40 - أربعة اجسام موضوعة على المحور y كما يلي: جسم كتلته 2.0 kg عند +3.0m وجسم كتلته 3.0 kg عند +2.5m جسم كتلته 2.5 kg عند نقطة الأصل وجسم كتلته 4.0 kg عند -0.5m أين يوجد مركز الكتلة لهذه الاجسام.

41 شريحة من الصلب منتظمة تأخذ الشكل الموضح في P41.9

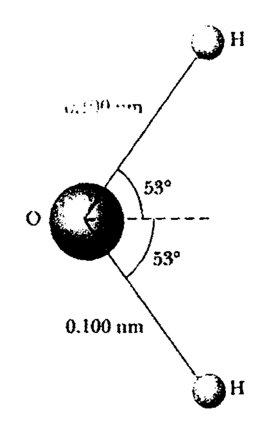


شكل P41.9

احسب الاحداثيان x، y لمركز الكتلة لهذه الشريحة.

42 - كتلة الارض $5.98x\ 10^{24}$ kg وكتلة القمر $7.36x\ 10^{22}$ kg المسافة بين مركزيهما هي $3.84x\ 10^{8}$m. عين مركز كتلة المنظومة المكونة من الارض والقمر مقاساً من مركز الارض.

43 - يتكون جزئ الماء من ذرة اكسجين وذرتا هيدروجين مرتبطتان بذرة الاكسجين.



شكل P43.9

الزاوية بين الرابطتين 106°. إذا كان طول كل رابطة هو 0.1nm اين يوجد مركز كتلة الجزئ؟.

44 - كتلة m_1 مقدارها 0.40kg وموضعها هو $\mathbf{r}_1$= 12.0**j** cm وكتلة أخرى m_2 وموضعها هو $\mathbf{r}_2$= -120**i** cm. كتلة أخرى ثالثة m_3 مقدارها 0.8 kg وموضعها هو $\mathbf{r}_3$= (12.0**i**- 12.0**j**)cm. ارسم شكلاً لهذه الكتل وموضوعها. ابدأ من نقطة الاصل واعتبر أن كل 1 سم يمثل 1 kg·cm. ارسم المتجه $m_1\mathbf{r}_1$ ثم المتجه $m_1\mathbf{r}_1+ m_2\mathbf{r}_2$، ثم المتجه $m_1\mathbf{r}_1+ m_2\mathbf{r}_2+ m_3\mathbf{r}_3$ وأخيراً ارسم $\mathbf{r}_{CM}= (m_1\mathbf{r}_1+m_2\mathbf{r}_2+m_3\mathbf{r}_2)/(m_1+m_1+ m_3)$. لاحظ أن رأس المتجه $\mathbf{r}_{CM}$ يمثل موضع مركز الكتلة.

45- قضيب طوله 30.0cm كثافته الطولية (كتلة وحدة الاطوال) تعطى بالعلاقة

$$\lambda = 50.0 g/m + 20.0x\ g/m^2$$

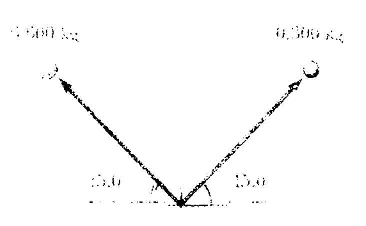
حيث x هي المسافة بالمتر من أحد طرفي القضيب. ما هي كتلة القضيب (b) ما هو بعد مركز الكتلة عن النقطة $x = 0$.

قسم 7.9 حركة منظومة من الأجسام

46 – افترض منظومة من جسمين في المستوى xy. الأول $m_1 = 2.0$ kg موضوعاً عند $\mathbf{r}_1 = (1.0\mathbf{i} + 2.0\mathbf{j})$m وسرعته $(3.0\mathbf{i} + 5.0\mathbf{j})$m/s والجسم الآخر كتلته $m_2 = 3.0$ kg وموضوعاً عند $\mathbf{r}_2 = (-4.0\mathbf{i} - 3.0\mathbf{j})$m وسرعته $(3.0\mathbf{i} - 2.0\mathbf{j})$m/s (a) ارسم هذين الجسمين على ورقة رسم بياني. حدد متجها الموضع لهما ووضح سرعتيهما (b) عين موضع مركز الكتلة للمنظومة وحدده على الرسم (c) عين سرعة مركز الكتلة ووضحها على الرسم (d) ما هي كمية الحركة الكلية للمنظومة.

47 يقوم روميو (77kg) بالعزف على الجيتار لجوليت (55.kg) وهو جالس عند مؤخرة القارب الواقف في ماء هادىء بينما كانت تجلس جوليت عند مقدمة القارب وعلى بعد 2.7m. بعد العزف تحركت جوليت بهدوء إلى مؤخرة القارب (بعيداً عن الشاطئ) لوضع قبله على وجنة روميو. ما المسافة التي تحركها القارب تجاه الشاطئ المقابل إذا كانت كتلته 80.0kg؟

48 – تبدأ كتلتان مقدارهما 0.6kg، 0.3kg حركة منتظمة بنفس السرعة 0.8m/s من نقطة الاصل عند $t = 0$ وتتحركان بالطريقة الموضحة بالشكل P48.9



شكل P48.9

(a) احسب سرعة مركز الكتلة بدلالة وحدات المتجه (b) احسب مقدار واتجاه سرعة مركز الكتلة (c) اكتب متجه الموضع لمركز الكتلة كدالة في الزمن.

49 جسم كتلته 2.0 kg وسرعته $(2.0\mathbf{i} - 3.0\mathbf{j})$m/s وجسم آخر كتلته 3.0kg وسرعته $(1.0\mathbf{i} + 6.0\mathbf{j})$m/s أوجد (a) سرعة مركز الكتلة و (b) كمية الحركة الكلية للمنظومة.

50 – كرة كتلتها 0.2 kg وسرعتها 1.5**i**m/s وكرة أخرى كتلتها 0.3 kg وسرعتها -0.4m/s يحدث بينهما تصادماً مواجهاً مرناً (a) احسب سرعتيهما بعد التصادم (b) احسب سرعة مركز الكتلة قبل وبعد التصادم.

قسم 8.9 دفع الصاروخ (اختياري)

WEB

51 تستهلك المرحلة الاولى من سفينة الفضاء ساتورن 5 وقود ومؤكسد بمعدل 1.5×10^4 kg/s مع سرعة نفاذ للعادم مقدارها 2.6×10^3m/s (a) احسب القوة الدافعة الناتجة من هذه المحركات (b) احسب التسارع الابتدائي للسفينة عند بداية الحركة إذا كانت كتلتها الابتدائية 3.0×10^6 kg (تنويه عند حساب الجزء b يجب أن تأخذ في الاعتبار قوة الجاذبية).

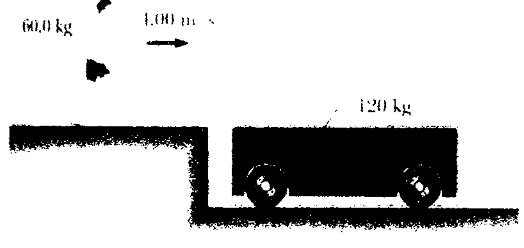
52 - صاروخ كبير سرعة نفاذ العادم منه هي $\upsilon_e = 3000m/s$ يحصل على قوة دفع مقدارها 24.0 مليون نيوتن (a) ما مقدار الكتلة المفقودة في الثانية نتيجة اخراج العادم. (b) ما هي اقصى سرعة يصل إليها الصاروخ إذا بدأ الحركة من السكون في وسط خالي من القوة وكانت $\upsilon_e = 3.0Km/s$ علماً بأن 90% من كتلته الابتدائية هي وقود ومؤكسد؟.

53- عند استخدام الصاروخ في الفضاء العميق بحيث يكون له القدرة على نقل 3.0 طن متري (الحموله+ هيكل الصاروخ+ المحرك) بسرعة 10000m/s (a) إذاكان لديه محرك ووقود يُنتج سرعة نفاذ للعادم مقدارها 2000m/s ما مقدار الوقود والمؤكسد اللازم؟ إذا تم تصميم محرك ووقود يُعطي سرعة نفاذ للعادم تساوي 5000m/s ما مقدار كمية الوقود والمؤكسد اللازمان لنفس الرحلة؟.

54 - عربة صاروخ كتلتها فارغة 2000kg وكتلتها عندما تكون مملوءة تماماً بالوقود هي 5000kg وكانت سرعة اخراج العادم هي 2500m/s. (a) احسب كمية الوقود المستخدمة في تسارع عربة الصاروخ المملؤ تماماً بدءاً من الصفر إلى 225m/s (حوالي 500mi/h) (b) إذا كان معدل الاحتراق ثابتاً ويساوي 30.kg/s احسب الزمن اللازم للعربة حتى تصلَ إلى هذه السرعه- اهمل الاحتكاك ومقاومة الهواء.

مسائل إضافية

55- **مسألة مراجعة**: يعدو شخصا كتلته 60kg بسرعة ابتدائية 4.0m/s ويقفز على عربة نقل كتلتها 120kg ساكنة (شكل P55.9). ينزلق الشخص على سطح العربة حتى يصل إلى حالة السكون بالنسبة للعربة. إذا

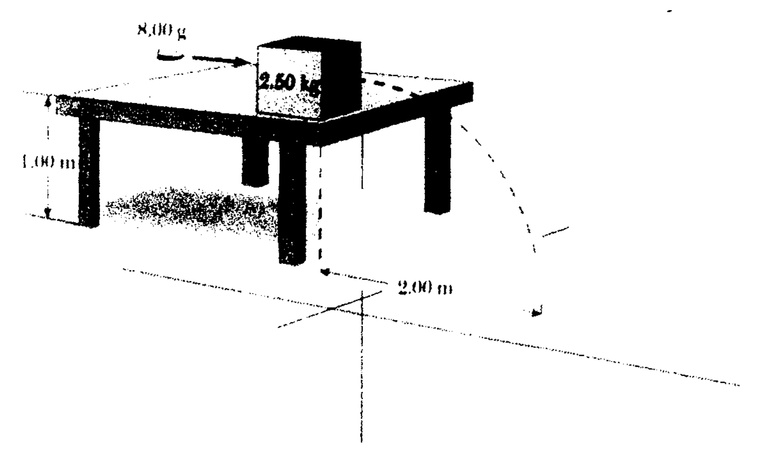


شكل P55.9

كان معامل الاحتكاك الكيناتيكي بين الشخص والعربة هو 0.4 ويمكن إهمال الاحتكاك بين العربة والارض (a) احسب السرعة النهائية للشخص والعربة بالنسبة للارض (b) احسب قوة الاحتكاك التي تؤثر على الشخص عندما ينزلق على سطح العربة (c) ما الفترة الزمنية التي تؤثر فيها قوة الاحتكاك على الشخص؟ (d) احسب التغير في كمية الحركة للشخص والتغير في كمية الحركة للعربة (e) احسب مقدار إزاحة الشخص بالنسبة للأرض اثناء انزلاقه على سطح العربة (f) احسب إزاحة العربة بالنسبة للأرض أثناء فترة انزلاق الشخص (g) احسب التغير في طاقة حركة الشخص (h) احسب التغير في طاقة حركة العربة (i) فسر لماذا تختلف الاجابتان في (g)، (h). (ما نوع التصادم وما السبب في فقد الطاقة الميكانيكية).

56- كرة الجولف (كتلتها m= 46.0g) تم خبطها بزاوية 45° مع الافقي لتسقط الكرة على سطح الارض وعلى بعد 200m. إذا كانت مدة تلامس الكرة والمضرب هي 7.0ms ما مقدار متوسط قوة الدفع؟ (أهمل مقاومة الهواء).

57- أطلقت رصاصة كتلتها 8.0g على ثقل ساكن عند حافة منضدة ملساء ارتفاعها 1.0m (شكل P57.9). تبقى الرصاصة



شكل P57.9

داخل الثقل وبعد التصادم يسقط الثقل على بعد 2.0m من قاعدة المنضدة. احسب السرعة الابتدائية للرصاصة.

58- أطلقت رصاصة كتلتها M على ثقل ساكن عند حافة منضدة ملساء ارتفاعها h (انظر الشكل P57.9). تبقى الرصاصة داخل الثقل وبعد التصادم يسقط الثقل على بعد d من قاعدة المنضدة. احسب السرعة الابتدائية للرصاصة.

59 رائد فضاء كتلته 80kg يعمل على اصلاح محرك سفينة فضاء تطير بسرعة ثابتة. يرغب رائد الفضاء في الحصول على رؤية للكون فيندفع عكس السفينة وبعد فترة طويلة وجد نفسه على بعد 30.0m خلف السفينة وفي حالة سكون بالنسبة لها. بدون أي شيء يدفعه فإن الطريقة الوحيدة للعودة إلى السفينة هي أن يقذف بمفتاح كتلته 0.5kg بعيداً عن السفينة. إذا كانت سرعة دفع المفتاح هي 20.0m/s بالنسبة للسفينة ما الزمن اللازم حتى يصل رجل الفضاء إلى السفينة؟

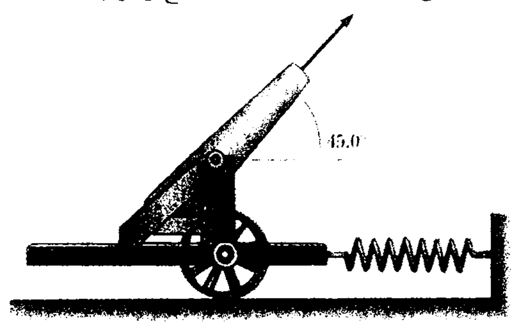
61- يتأرجح طرزان (كتلته 80kg) باستخدام كرمة عنب افقية طولها 3.0m. عند قاع قوس الحركة التقط جين كتلتها 60.0kg باحداث تصادم غير تام المرونة (التحام). ما هو أعلى ارتفاع شجرة يمكن أن يصلا إليها خلال تأرجحهما.

62- طائرة نفاثة تطير بسرعة 500mi/h (223m/s) عند الطيران أفقياً. يُدخل المحرك الهواء بمعدل 80kg/s ويحترق الوقود بمعدل 3kg/s. إذا كانت سرعة نفاذ العادم هي 600m/s بالنسبة للطائرة، احسب دفع محرك الطائرة والقدرة المعطاة.

63- ينزلق عامل إطفاء الحرائق كتلته 70kg اسفل سارى بينما يعوق حركته قوة احتكاك مقدارها 300N. يتم تدعيم منصة افقية كتلتها 20kg بزنبرك في قاع السارى حتى يتم السقوط بهدوء. يبدأ العامل من السكون وعلى ارتفاع 4.0 من المنصة. فإذا كان ثابت الزنبرك 4000N/m احسب (a) سرعة العامل قبل تصادمه مباشرة مع المنصة و (b) اقصى مسافة ينضغطها الزنبرك (افرض ان قوة الاحتكاك تؤثر تأثيراً كاملاً خلال الحركه).

64- يرتبط المدفع بشدة بمركبة والتي يمكنها أن تتحرك على قضبان افقية ولكنها مربوطة بزنبرك كبير غير مضغوط له ثابت قوة

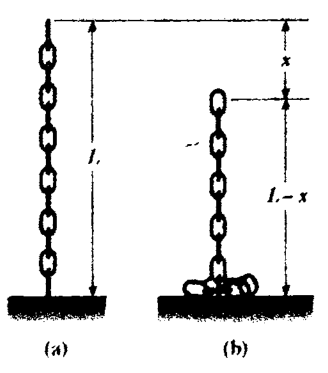
$k = 2.0\times10^4 N/m$ كما هو موضح بالشكل P64.9. يقذف المدفع قذائف كتلتها 200kg بسرعة 125m/s وبزاوية °45 اعلى المستوى الافقى (a) إذا كانت كتلة المدفع ومركبته



شكل P64.9

هي 5000kg. احسب سرعة ارتداد المدفع (b) احسب اقصى انبساط للزنبرك (c) احسب اقصى قوة يؤثر بها الزنبرك على المركبة (d) افترض ان المنظومة تتكون من المدفع والمركبة والهيكل والقذيفة. هل كمية الحركة لهذه المنظومة محفوظة اثناء عملية القذف؟ لماذا أو لماذا لا؟

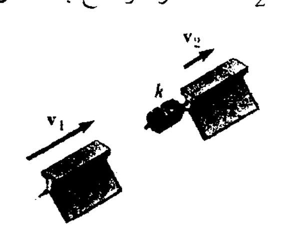
65- تُركت سلسلة طولها L وكتلتها الكلية M لتتحرك من السكون عندما كان طرفها السفلي يلامس قمة منضدة كما هو موضح بالشكل P65.9a



شكل P65.9

احسب القوة التي تؤثر بها المنضدة على السلسلة بعد هبوط السلسلة مسافة x كما هو موضح بالشكل P65.9b (افرض أن كل حلقة تصبح ساكنة بمجرد وصولها للمنضدة).

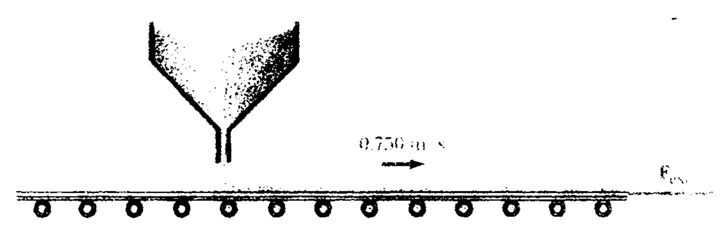
66 - منزلقان موضوعان على مدرجة هوائية. تم الحاق زنبرك له ثابت قوة k بالطرف القريب لأحد المنزلقين. المنزلق الأول كتلته m1 وسرعته $\mathbf{v}_1$ والمنزلق الثاني كتلته m_2 وسرعته $\mathbf{v}_2$ كما هو موضح بالشكل P66.9



شكل P66.9

عندما يتصادم المنزلق m_1 مع الزنبرك الملحق بالكتلة m_2 فإن الزنبرك ينضغط اقصى مسافة x_m وتكون سرعة المنزلقان مع بعضهما هي $\mathbf{v}$. اوجد بدلالة $\mathbf{v}_1$، $\mathbf{v}_2$، m_1، m_2، k (a) السرعة $\mathbf{v}$ عند اقصى انضغاط (b) اقصى انضغاط x_m (c) سرعة كل منزلق بعد أن تفقد m_1 التصاقها بالزنبرك.

67- يسقط الرمل من قادوس ثابت على سير نقال بمعدل 5.0kg/s كما هو موضح بالشكل P9.67 إذا كان السير مُدعم بدحارج ملساء ويتحرك بسرعة ثابتة مقدارها 0.75m/s تحت تأثير قوة أفقية ثابتة $\mathbf{F}_{ext}$ من الموتور الذي يحرك السير. احسب (a) معدل تغير كمية الحركة للرمل في الاتجاه الافقي (b) قوة الاحتكاك التي يؤثر بها السير على الرمل (c) القوة الخارجية $\mathbf{F}_{ext}$ (d) الشغل المبذول بواسطة $\mathbf{F}_{ext}$ في الثانية الواحدة (e) طاقة الحركة التي يكتسبها الرمل الساقط كل ثانية



شكل P67.9

نتيجة التغير في حركته الأفقية. لماذا تختلف الاجابتان في (d)و (e)؟.

68- صاروخ كتلته الكلية M_i= 360 kg، منها 330 kg وقود ومؤكسد. يبدأ الصاروخ الحركة من السكون في الفضاء بين النجوم. يبدأ المحرك في العمل عند t =0 ويقذف بالعادم بسرعة v_e= 1500 m/s وبمعدل ثابت مقداره 25.0 kg/s بالرغم من أن الوقود سيبقى لفترة زمنية مقدارها 330 kg/(2.5 kg/s)= 132.0s فإن زمن الاستنفاذ والذي يُعرف بـ

$$T_p = \frac{m_i}{k} = \frac{360\text{ kg}}{2.5\text{ kg/s}} = 144\text{ s}$$

هو الزمن اللازم لاحتراق الحمولة ومخازن الوقود وحتى جدران غرف الاحتراق (a) أثبت أنه اثناء الاحتراق فإن سرعة الصاروخ يمكن اعطائها كدالة في الزمن بالعلاقة

$$v(t) = -v_e \ln(1 - t/T_p)$$

(b) ارسم شكلاً يمثل سرعة الصاروخ كدالة في الزمن في الفترة الزمنية من 0 إلى 132s (c) اثبت ان تسارع الصاروخ يعطى بالعلاقة

$$a(t) = v_e/(T_p - t)$$

(d) ارسم التسارع كدالة في الزمن (e) اثبت أن إزاحة الصاروخ من موضعه الاصلي عند t =0 هو

$$x(t) = v_e(T_p - t)\ln(1 - t/T_p) + v_e t$$

69- يقف طفل كتلته 40kg عند طرف زورق كتلته 70kg وطوله 4.0m وكان الزورق على بعد 3 أمتار من الرصيف. لاحظ الطفل وجود سلحفاة على صخرة بالقرب من الطرف البعيد للزورق فبدأ الحركة في محاولة للامساك بها. بإهمال الاحتكاك بين الزورق والماء (a) اوصف الحركات المتتابعة للمنظومة (الطفل والزورق) (b) اين يوجد الطفل بالنسبة للشاطئ عندما يصل إلى الطرف البعيد من القارب؟ (c) هل سيتمكن الطفل من الامساك بالسلحفاة (افترض أن يده يمكنها ان تصل إلى نقطة تبعد 1m من نهاية الزورق).

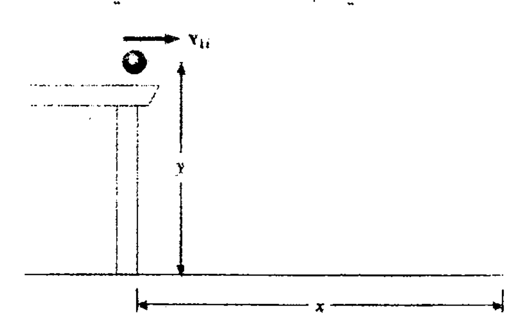


شكل P69.9

70- تُجرى طالبة تجربة البندول القاذف مستخدمة جهاز يشبه ذلك الموضح في الشكل 11.9b وحصلت على البيانات التالية h= 8.68cm، m_1= 68.8g، m_2= 263g علماً بأن الرموز هي نفسها كما بالشكل 11.9a (a) احسب السرعة الابتدائية v_{1i} للمقذوف (b) في الجزء الثاني من تجربتها كان المطلوب الحصول على v_{1i} وذلك بإطلاق قذيفة افقياً (بعد ازاحة البندول عن مسارها) وقياس إزاحتها الافقية x والازاحة الرأسية y (شكل P70.9). اثبت ان السرعة الابتدائية للمقذوف هي

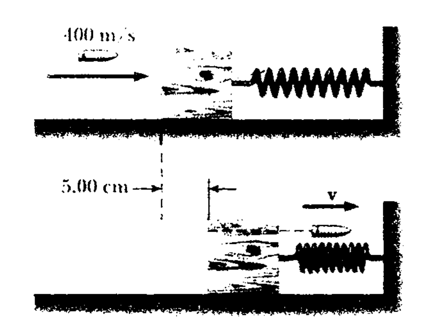
$$v_{1i} = \frac{x}{\sqrt{2y/g}}$$

ما هي القيم العددية التي ستحصل عليها لـ v_{1i} على أساس أن القيم التي قامت بقياسها هي $x= 257cm$، $y = 85.3cm$. ما هي العوامل التي يجب أن تؤخذ في الاعتبار لتقليل الفرق بين هذه القيمة والقيمة التي تم الحصول عليها في (a).



شكل P70.9

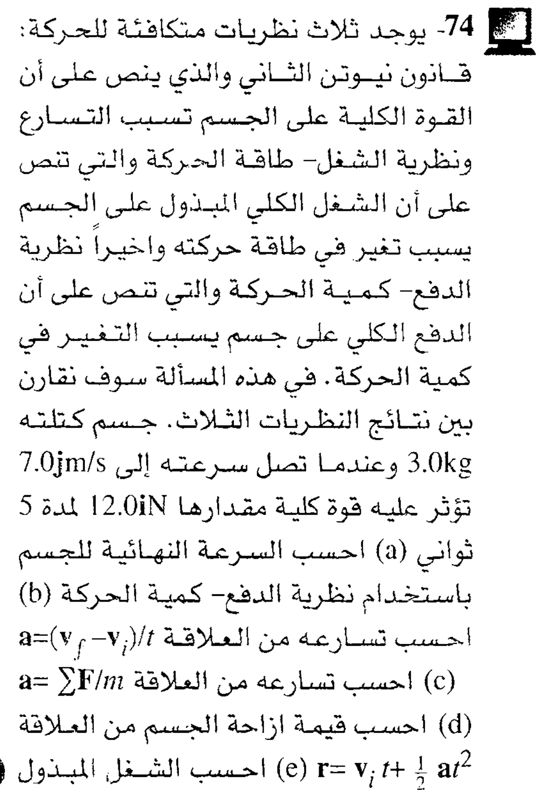
71 أطلقت رصاصة كتلتها 5.0g بسرعة ابتدائية مقدارها 400m/s على ثقل كتلته 1.0kg لكي تمر خلاله كما هو موضح بالشكل P71.9 إذا كان الثقل ساكناً على سطح افقي أملس ومتصلا بزنبرك له ثابت قوة 400N/m وتحرك الثقل مسافة 5.0cm ناحية اليمين بعد التصادم احسب (a) سرعة خروج الرصاصة من الثقل (b) الطاقة المفقودة في التصادم.



شكل P71.9

72- كتلتان مقدارهما m، $3m$ تتحركان تجاه بعضهما على المحور x ولهما نفس السرعة الابتدائية v_i. تتحرك الكتلة m ناحية اليسار بينما تتحرك الكتلة 3m ناحية اليمين. إذا تصادمت الكتلتان تصادماً مواجها مرنا وكل منهما يرتد على نفس خط تقاربهما. احسب السرعة النهائية لكل كتلة.

73- كتلتان m، $3m$ تتحركان تجاه بعضهما على محور x بنفس السرعة الابتدائية v_i. تتحرك الكتلة m ناحية اليسار بينما تتحرك الكتلة $3m$ ناحية اليمين. تتصادم الكتلتان تصادماً مرناً منحرفاً بحيث تتحرك الكتلة m لأسفل بعد التصادم بزاوية عمودية على اتجاهها الاصلي (a) احسب السرعة النهائية لكل كتله؟ (b) ما هي زاوية الاستطارة θ للكتلة 3m؟



74- يوجد ثلاث نظريات متكافئة للحركة: قانون نيوتن الثاني والذي ينص على أن القوة الكلية على الجسم تسبب التسارع ونظرية الشغل- طاقة الحركة والتي تنص على أن الشغل الكلي المبذول على الجسم يسبب تغير في طاقة حركته واخيراً نظرية الدفع- كمية الحركة والتي تنص على أن الدفع الكلي على جسم يسبب التغير في كمية الحركة. في هذه المسألة سوف نقارن بين نتائج النظريات الثلاث. جسم كتلته 3.0kg وعندما تصل سرعته إلى 7.0jm/s تؤثر عليه قوة كلية مقدارها 12.0iN لمدة 5 ثواني (a) احسب السرعة النهائية للجسم باستخدام نظرية الدفع- كمية الحركة (b) احسب تسارعه من العلاقة $\mathbf{a}=(\mathbf{v}_f-\mathbf{v}_i)/t$ (c) احسب تسارعه من العلاقة $\mathbf{a}= \sum\mathbf{F}/m$ (d) احسب قيمة ازاحة الجسم من العلاقة $\mathbf{r}= \mathbf{v}_i t+ \frac{1}{2} \mathbf{a}t^2$ (e) احسب الشغل المبذول



على الجسم من العلاقة (f) $W= \mathbf{F}\cdot\mathbf{r}$ احسب طاقة الحركة النهائية من العلاقة (g) $\frac{1}{2}\, m\upsilon_f^2 = \frac{1}{2}\, m\mathbf{v}_f \cdot \mathbf{v}_f$ احسب طاقة الحركة النهائية من العلاقة $\frac{1}{2}\, m\upsilon_i^2 + W$.

75- صاروخ كتلته الكلية $M_i = 360$ kg يشتمل على 330 kg وقود مؤكسد يبدأ الصاروخ الحركة من السكون ويبدأ المحرك في العمل عند $t = 0$. ينفذ العادم بسرعة نسبية مقدارها $\upsilon_e = 1500$ m/s وبمعدل ثابت مقداره 2.5kg/s ويظل الاحتراق مستمراً لفترة زمنية 330 kg/(2.5 kg/s)= 132s استخدم الكمبيوتر في تحليل الحركة مستخدما طريقة اويلر. اوجد (a) السرعة النهائية للصاروخ (b) المسافة التي يقطعها اثناء عملية الاحتراق.

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.9) جسمان متماثلان ($m_1 = m_2$) يتحركان في نفس الاتجاه وبنفس السرعة $\upsilon_1 = \upsilon_2$ لهما نفس طاقة الحركة وكمية الحركة. الا أن ذلك ليس صحيحاً إذا كان الجسمان يسيران بنفس السرعة ولكن في اتجاهين متضادين. في هذه الحالة $K_1 = K_2$ ولكن $\mathbf{P}_1$ لاتساوي $\mathbf{P}_2$. على سبيل المثال إذا تحرك جسم كتلته 1.0 kg وسرعته 2.0m/s يكون له نفس طاقة جسم كتلته 4.0kg وسرعته 1m/s ولكن واضح أن كميتي الحركة مختلفتان.

(2.9) (b)و (c)و (a) كلما تباطأت الكرة كلما كان الإمساك بها أسهل. إذا كانت كمية الحركة للكرة الطبية هي نفسها كمية الحركة لكرة البيسبول فإن سرعة الكرة الطبية يجب أن تكون 1/10 سرعة كرة البيسبول لان الكرة الطبية اكبر 10 مرات من كرة البيسبول. أما إذا كان لهما نفس طاقة الحركة فإن سرعة الكرة الطبية تساوي $1/\sqrt{10}$ من سرعة كرة البيسبول وذلك بسبب تربيع السرعة في K. من الصعب الإمساك بالكرة الطبية عندما يكون لها نفس سرعة كرة البيسبول.

(3.9) (c)و (e). يكون للجسم (2) تسارع أكثر لان كتلة أقل ولذلك فهو يأخذ زمن أقل في قطع المسافة d. هكذا حتى وإن كانت القوتان المستخدمتان على الجسمين 1، 2 متساويتان فإن التغير في كمية حركة الجسم 2 يكون أقل لأن Δt أقل. هكذا وحيث إن كميتي الحركة الابتدائية متساويتان (كل منهما صفراً) فإن $P_1 > P_2$. الشغل $W = Fd$ المبذول على كلا الجسمين متساوي لأن كلا من Fو d هما نفسهما في الحالتين. وهكذا تكون $K_1 = K_2$.

(4.9) حيث أن الراكب توقف بعد أن كان يسير بسرعة تساوى سرعة السيارة الابتدائية فإن التغير في كمية الحركة (الدفع) هو نفسه بغض النظر عن الطريقة التي تم ايقاف الراكب بها سواء كان حزام المقعد أو الوسادة الهوائية أو تبلوه السيارة إلا أن تبلوه السيارة يوقف الراكب اسرع. وحزام الأمان يأخذ قليلاً من الوقت بينما الوسادة الهوائية تأخذ وقت أطول. لهذا فإن تبلوه السيارة يؤثر بقوة أكبر بينما يؤثر حزام المقعد بقوة متوسطة والوسادة الهوائية بأقل قوه. يتم تصميم الوسادة الهوائية بحيث تعمل مع حزام المقعد. تحافظ الوسادة الهوائية على رأس الراكب من الطقطقة

الامامية. تأكد من استخدام حزام المقعد عند كل الظروف عندما تكون داخل سيارتك.

(5.9) اذا عّرفنا المنظومة بأنها هي الكرة فقط فان كمية الحركة لاتكون محفوظة. تزداد باستمرار سرعة الكرة ومن ثم كمية حركتها. يتفق ذلك مع القول بأن قوة الجاذبية هي قوة خارجية بالنسبة للمنظومة المعينة. مع ذلك، إذا عرفنا المنظومة هنا على أنها الكرة والارض فإن كمية الحركة تكون محفوظة حيث ان للأرض كمية حركة وأن الكرة تتأثر بقوة الجاذبية على الأرض. عندما تهبط الكرة فإن الارض تتحرك لأعلى لتقابلها (بالرغم من ان سرعة الارض اقل بحوالي 10^{25} مرة من سرعة الكرة!). هذا التحرك لأعلى يغير من كمية حركة الارض والتغير في كمية حركة الارض يساوي عددياً التغير في كمية حركة الكرة ولكن في اتجاه مضاد. هكذا فإن كمية الحركة الكلية للمنظومة المكونة من الارض والكرة محفوظة وحيث أن كتلة الارض كبيرة جداً فإن حركتها لاعلى تكون متناهية البطء.

(6.9) (c) تعطي دفع اكبر (تغير كبير في كمية الحركة) إلى قرص البلاستيك عندما تعكس اللاعبة متجة كمية حركتها وذلك بامساك القرص وقذفه للخلف ويحدث ذلك عندما تعطي المتزلجة اقصى دفع إلى قرص البلاستيك. يحدث ذلك ايضاً عندما يعطي القرص اقصى دفع للمتزلجة.

(7.9) كليهما له نفس الدرجة من السوء. تصور أنك تراقب التصادم من مكان آمن على الطريق وتصور كذلك انضغاط منطقة التصادم، عندئذ سوف تلاحظ أن نقطة تلامسهما ساكنه. وسوف ترى نفس الشئ عندما تتصادم سيارتك مع حائط صلب.

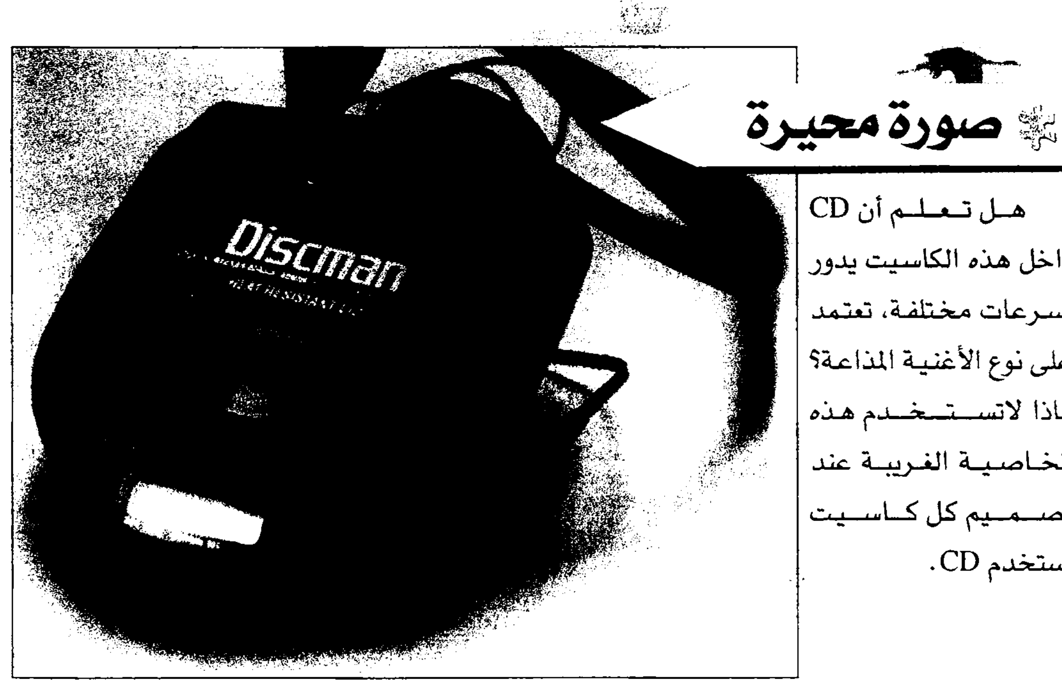
(8.9) لا. لايمكن ان تحدث هذه الحركة إذا افترضنا ان التصادم مرن. كمية الحركة للمنظومة قبل التصادم هي $m\upsilon$ حيث m هي كتلة الكرة و υ سرعتها قبل التصادم مباشرة. بعد التصادم سيكون لدينا كرتان كتلة كل منهما m ويتحركان بسرع $\upsilon/2$. أي أن كمية حركة المنظومة بعد التصادم هي $m(\upsilon/2)+m(\upsilon/2)=m\upsilon$ هكذا فإن كمية الحركة محفوظة. مع ذلك فإن طاقة الحركة قبل التصادم تساوي $K_i = m\upsilon^2$ وبعد التصادم

$$K_f = m(\upsilon/2)^2 + m(\upsilon/2)^2 = m\upsilon^2$$

أى أن طاقة الحركة غير محفوظة. تكون كمية الحركة وطاقة الحركة محفوظتين فقط عندما تتحرك كرة تطلق الأخرى وكذلك عندما تتحرك كرتان تطلق كرتان وهلم جرا.

(9.9) لا. ليسا كذلك! قطعة مقبض المضرب ستكون كتلتها اقل من القطعة المصنوع منها الطرف الآخر للمضرب. لترى كيف يكون ذلك افترض أن نقطة الأصل للمحاور هي نقطة مركز الكتلة قبل قطع المضرب. استبدل كل قطعة بكرة صغيرة موضوعة عند مركز كتلة كل قطعه. الكرة التي تمثل قطعة المقبض تكون بعيدة عن نقطة الأصل لكن حاصل ضرب الكتلة الأقل في المسافة الأكبر يعطي اتزاناً مع حاصل ضرب الكتلة الأكبر مع المسافة الاقل.





صورة محيرة

هل تعلم أن CD داخل هذه الكاسيت يدور بسرعات مختلفة، تعتمد على نوع الأغنية المذاعة؟ لماذا لاتستخدم هذه الخاصية الغريبة عند تصميم كل كاسيت يستخدم CD.

الفصل العاشر 10

دوران الجسم الجاسيء حول محور ثابت

Rotation of a Rigid Object About a Fixed Axis

ويتضمن هذا الفصل :

1.10 الإزاحة والسرعة والتسارع الزاوي
Angular Displacement, Velocity, and Acceleration

2.10 الكينماتيكا الدورانية: الحركة الدورانية بتسارع زاوي ثابت
Rotational Kinematics: Rotational Motion with Constant Angular Acceleration

3.10 الكميات الزاوية والكميات الخطية
Angular and Linear Quantities

4.10 الطاقة الدورانية Rotational Energy

5.10 حساب عزم القصور الذاتي
Calculation of Moments of Inertia

6.10 عزم الدوران Torque

7.10 العلاقة بين عزم الدوران والتسارع الزاوي
Relationship Between Torque and Angular Acceleration

8.10 الشغل والقدرة والطاقة في الحركة الدورانية
Work, Power, and Energy in Rotational Motion

عندما يدور جسم ممتد حول محور، مثل العجلة، لايمكن تفسير الحركة بمعاملة العجلة كجسم لأن في أي لحظة يكون للأجزاء المختلفة سرعات وتسارعات خطية مختلفة. لهذا السبب، من الأفضل اعتبار الجسم الممتد كمجموعة كبيرة من الأجسام لكل منهم سرعته وتسارعه الخطي.

عند التعامل مع جسم يدور، يمكن تبسيط الدراسة بفرض ان الجسم جاسيء. **الجسم الجاسيء A rigid Object** هو الجسم غير القابل للتغير في الشكل- أي أنه الجسم الذي تظل المسافة بين كل زوج من جسيماته ثابتة. كل الاجسام قابلة للتغير في الشكل لحد ما. ومع ذلك فإن نموذج الجسم الجاسيء يكون مفيداً في كثير من الاحوال التي يمكن إهمال التغير في الشكل فيها. في هذا الفصل سنتعامل مع دوران الجسم الجاسيء حول محور ثابت، غالباً ما يطلق عليها حركة دورانية خالصة.

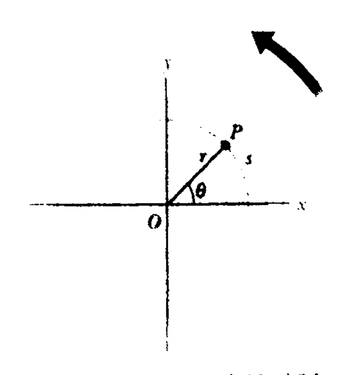
1.10 الازاحة والسرعة والتسارع الزاوي

ANGULAR DISPLACEMENT, VELOCITY, AND ACCELERATION

يوضح الشكل 1.10 جسم جاسيء بشكل ما، مستو موضوع في المستوى xy ويدور حول محور ثابت يمر خلال O. المحور عمودي على مستوى الشكل و O هي نقطة الأصل للمحورين xy.

دعنا نركز على حركة جسيم واحد من ملايين الجسيمات التي تصنع هذا الجسم. الجسيم عند P على بعد ثابت r من نقطة الأصل ويدور حولها في دائرة نصف قطرها r (في الحقيقة، كل جسيم في الجسم يعاني حركة دائرية حول النقطة O). من الأفضل أن نمثل موضع النقطة P باستخدام الاحداثيات القطبية (r, θ)، حيث r هي المسافة من نقطة الأصل إلى P وتقاس θ عكس عقارب الساعة من اتجاه محدد- في هذه الحالة هو الاتجاه الموجب للمحور x. عند استخدام ذلك، فإن المحور الوحيد الذي سوف يتغير هو θ بينما تظل r ثابتة. (في الاحداثيات الكرتيزية تتغير كل من x، y مع الزمن).

عندما يتحرك الجسيم على الدائرة بدءاً من محور x الموجب $(\theta=0)$ إلى P، فإن الجسيم يتحرك على قوس طوله s والذي يرتبط بالموضع الزاوي θ من خلال العلاقة.



شكل 1.10 جسم جاسيء يدور حول محور ثابت يمر خلال O عمودي على مستوى الشكل (بمعنى أن محور الدوران هو المحور z). يدور الجسيم عند P في دائرة نصف قطرها r ومركزها O.

$$s = r\theta \qquad (1.10a)$$

$$\theta = \frac{s}{r} \qquad (1.10b)$$

من المهم أن نلاحظ وحدات θ في المعادلة 1.10b. حيث أن θ هي النسبة بين طول القوس ونصف قطر الدائرة أي أنها مجرد عدد، فإننا نعطيها عادة وحدة تسمى زاوية نصف قطريه Radian (راديان وتختصر عادة راد).

الراديان حيث الزاوية النصف قطرية الواحدة هي الزاوية المقابلة لقوس طوله يساوي نصف قطر القوس.

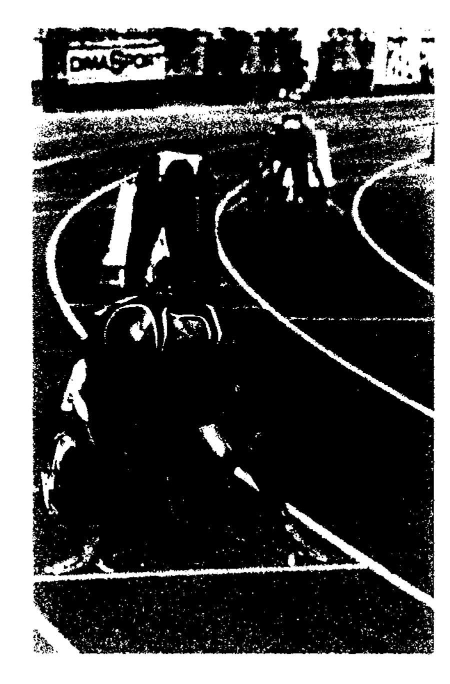
وحيث إن محيط الدائرة يساوي $2\pi r$، ينتج من المعادلة 1.10b

أن 360° تناظر زاوية مقدارها $2\pi r/r$ rad= 2π (دورة واحدة). من ثم واحد راد = $\frac{360}{2\pi}$ = 57.3° . عند تحويل اي زاوية بالتقدير الستيني إلى زاوية بالتقدير الدائري فإننا نستخدم العلاقة 360° =2π راد

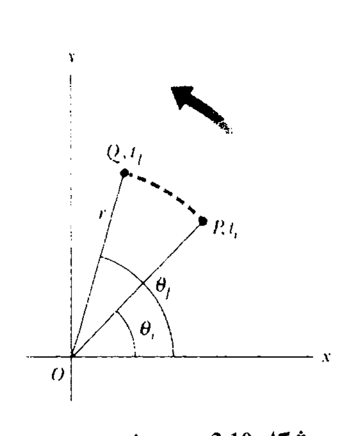
أى أن θ بالتقدير الدائري = $\frac{\pi}{180^\circ} \times \theta$ (بالتقدير الستيني)

على سبيل المثال 60° تساوي $\pi/3$ rad وكذلك 45° تساوي $\pi/4$ rad.

عندما يتحرك الجسيم الموجود في الجسم الجاسيء من الموضع P إلى الموضع Q في الفترة الزمنية Δt كما بالشكل 2.10، يكون متجه نصف القطر قد قطع زاوية مقدارها $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$. تُعرف هذه الكمية **بالإزاحة الزاوية** للجسيم.



في السباقات القصيرة مثل 200m، 400m يبدأ المتسابقون من اوضاع مائلة على المضمار. إذا لم يبدأو جميعاً من نفس الخط.



شكل 2.10 يتحرك جسيم من جسم جاسيء على قوس من دائرة. في الفترة الزمنية $\Delta t = t_f - t_i$ يكون نصف القطر قد مسح زاوية مقدارها $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$.

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i \qquad (2.10)$$

تعرف **السرعة الزاوية المتوسطة** ω (أو ميجا) بأنها النسبة بين هذه الأزاحة الزاوية والفترة الزمنية Δt.

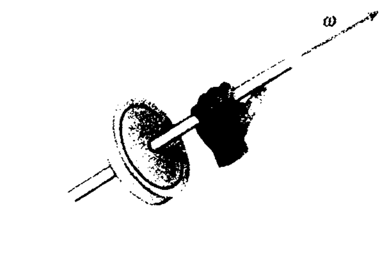
السرعة الزاوية المتوسطة

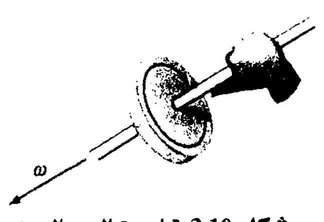
$$\bar{\omega} \equiv \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad (3.10)$$

بالقياس مع السرعة اللحظية، تعرف **السرعة الزاوية اللحظية** ω بنهاية النسبة $\Delta\theta/\Delta t$ عندما تؤول Δt إلى الصفر

السرعة الزاوية اللحظية

$$\omega \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \qquad (4.10)$$





شكل 3.10 قاعدة اليد اليمنى لتحديد متجه السرعة الزاوية.

وحدات السرعة الزاوية هي زاوية نصف قطرية لكل ثانية (rad/s) أو (s^{-1}) لأن الزاوية النصف قطرية ليس لها أبعاد. تعتبر ω موجبة عندما تزداد θ (الحركة ضد عقارب الساعة). إذا كانت السرعة الزاوية اللحظية لجسم تتغير من ω_i إلى ω_f في فترة زمنية Δt فإن الجسم يكتسب تسارع زاوي. يُعرف **التسارع الزاوي المتوسط** $\overline{\alpha}$ (ألفا) لجسم يدور على أنه النسبة بين التغير في السرعة الزاوية إلى الفترة الزمنية Δt

التسارع الزاوي المتوسط **(5.10)**

$$\overline{\alpha} \equiv \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

- بالقياس مع التسارع الخطي يعرف **التسارع الزاوي اللحظي** على أنه نهاية النسبة $\Delta\omega/\Delta t$ عندما تؤول Δt من الصفر

التسارع الزاوي اللحظي **(6.10)**

$$\alpha \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}$$

وحدات التسارع الزاوي هي زاوية نصف قطرية لكل ثانية مربعة (rad/s^2). لاحظ أن α تكون موجبة عندما يزداد معدل الدوران ضد عقارب الساعة أو عندما يتناقص معدل الدوران في اتجاه عقارب الساعة.

عند الدوران حول محور ثابت، فإن كل جسيم في الجسم الجاسىء يدور بنفس الزاوية وله نفس السرعة الزاوية والتسارع الزاوي. أي أن الكميات θ، ω، α تميز الحركة الدورانية للجسم الجاسىء كلية. باستخدام هذه الكميات يمكننا دراسة دوران الجسم الجاسىء بسهولة.

يماثل الموضع الزاوي (θ) والسرعة الزاوية (ω) والتسارع الزاوي (α)، الموضع الخطي (x) والسرعة الخطية (υ) والتسارع الخطي (a). تختلف ابعاد كل من θ، ω، α عن ابعاد المتغيرات x، υ، a بمعامل له بعد وحدة الطول.

لم نحدد اي اتجاه لكل من ω، α. صراحة هذه المتغيرات هي مقدار متجهات السرعة الزاوية والتسارع الزاوي **ω**، **α** على التوالي، وهما موجبان دائماً، حيث أننا ندرس الدوران حول محور ثابت. مع ذلك، يمكننا توضيح اتجاهات المتجهات بتحديد اشارة موجبة أو سالبة لكل من ω، α، كما تم مناقشة ذلك سابقاً عند دراسة المعادلتين 4.10، 6.10. عند الدوران حول محور ثابت فإن الاتجاه الوحيد الذي يحدد الحركة الدورانية هو الاتجاه علىً طول محور الدوران. لهذا فإن اتجاهات كل من

ω، α سيكون في اتجاه المحور. عندما يدور جسيم في المستوى xy كما بالشكل 1.10 فإن اتجاه ω
ω، خارجاً من مستوى الشكل عندما يكون الدوران عكس عقارب الساعة، وداخلا على مستوى
الشكل عندما يكون الدوران في اتجاه عقارب الساعة. لتوضيح هذا التعريف من الأفضل استخدام
قاعدة اليد اليمنى في اتجاه الدوران، فإن الابهام الممتد لليد اليمنى يشير إلى اتجاه ω. اتجاه α ينبع
من التعريف $\alpha = d\omega/dt$ أي لها نفس اتجاه ω إذا كانت السرعة الزاوية تزداد مع الزمن وعكس اتجاه ω
إذا كانت السرعة الزاوية تتناقص مع الزمن.

اختبار سريع 1.10

ما هو الوضع الذي تكون فيه $\omega < 0$ وكلا من ω، a (متضادي التوازي).

2.10 الكينماتيكا الدورانية: الحركة الدورانية بتسارع زاوي ثابت

ROTATIONAL KINEMATICS: ROTATIONAL MOTION WITH CONSTANT ANGULAR ACCELERATION

7.2

عند دراسة الحركة الخطية، وجدنا أن ابسط صورة لدراسة الحركة المتسارعة هي الحركة تحت تأثير تسارع خطي. كذلك الحال في الحركة الدورانية حول محور ثابت، فإن ابسط صورة لدراسة الحركة الدورانية المتسارعة هي الحركة تحت تأثير تسارع زاوي ثابت ولهذا سنذكر العلاقات الكينماتيكية لهذا النوع من الحركة. عند كتابة المعادلة 6.10 في الصورة $d\omega = \alpha\, dt$ واعتبار أن $t_i = 0$ و $t_f = t$ وبإجراء التكامل مباشرة نحصل على

$$\omega_f = \omega_i + at \qquad (\text{عند ثبوت } \alpha) \qquad (7.10)$$

بالتعويض من المعادلة 7.10 في المعادلة 6.10 والتكامل مرة أخرى نحصل على

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (\text{عند ثبوت } \alpha) \qquad (8.10)$$

المعادلات الكينماتيكية الدورانية

بحذف t من المعادلتين 10.7، 10.8 نحصل على

$$\omega_f^{\,2} = \omega_i^{\,2} + 2a(\theta_f - \theta_i) \qquad (\text{عند ثبوت } \alpha) \qquad (9.10)$$

لاحظ أن هذه التعبيرات الكينماتيكية للحركة الدورانية بتسارع زاوي لها نفس الشكل في معادلات الحركة الخطية بتسارع خطي ثابت وذلك باستبدال θ بـ x و ω بـ υ و α بـ a. الجدول 1.10 يقارن المعادلات الكينماتيكية للحركة الدورانية مع الحركة الخطية.

مثال 1.10 العجلة الدائرة

تدور عجلة بتسارع زاوي مقداره $3.5\ \text{rad/s}^2$. إذا كانت السرعة الزاوية للعجلة هي $2.0\ \text{rad/s}$ عند $t_i = 0$ (a) ما هي الزاوية التي ستدورها العجلة في 2.0 ثانية؟

الحل: يمكن ان تستخدم الشكل 2.10 لكي يمثل العجلة، وبالتالي سوف لانحتاج إلى رسم شكل جديد. هذا تطبيق مباشر لمعادلة من معادلات الجدول 1.10

$$\theta_f - \theta_i = \omega_i t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 = (2.00\text{ rad/s})(2.00\text{ s})$$
$$+ \tfrac{1}{2}(3.50\text{ rad/s}^2)(2.00\text{ s})^2$$
$$= 11.0\text{ rad} = (11.0\text{ rad})(57.3^\circ/\text{rad}) = 630^\circ$$
$$= \frac{630^\circ}{360^\circ} = 1.75 \text{ دورة}$$

(b) ما هي السرعة الزاوية عند 2.0 ثانية؟.

الحل: حيث إن كلا من التسارع الزاوي والسرعة الزاوية موجب فمن المؤكد أن تكون الإجابة أكبر من 2.0rad/s.

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t = 2.0\text{ rad/s} + (3.5\text{ rad/s}^2)(2.0\text{s})$$
$$= 9.0\text{ rad/s}.$$

يمكن كذلك الحصول على هذه النتيجة باستخدام المعادلة 9.10 ونتائج الجزء (a). حاول ذلك! ربما قد تفكر في اثبات انه من الممكن الحصول على صيغة تُماثِل الحركة الخطية مع هذه المسألة.

تمرين: احسب زاوية دوران العجلة بين t= 2.0s و t= 3.0s.

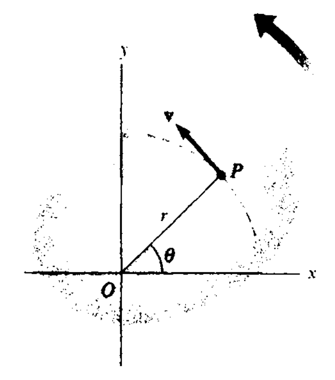
الإجابة: 8.10 بالتقدير الدائري.

جدول 1.10 المعادلات الكينماتيكية للحركة الدورانية والخطية بتسارع ثابت

الحركة الدورانية حول محور ثابت	الحركة الخطية
$\omega_f = \omega_i + \alpha t$	$v_f = v_i + at$
$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$
$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$	$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$

3.10 ألكميات الزاوية والكميات الخطية ANGULAR AND LINEAR QUANTITIES

في هذا الجزء سوف نستنتج بعض العلاقات المفيدة التي تربط السرعة والتسارع الزاوي لجسم جاسيء دوار بالسرعة والتسارع الخطي لاي نقطة في الجسم. لإجراء ذلك، يجب أن نعلم أنه عندما يدور جسم جاسيء حول محور ثابت، كما بالشكل 4.10، فإن كل جسيم من الجسم يتحرك في دائرة مركزها هو محور الدوران.



شكل 4.10 عندما يدور جسم جاسيء حول محور ثابت يمر خلال النقطة O، فإن السرعة الخطية للنقطة P وهي $\mathbf{v}$ تمس دائماً مسار دائري نصف قطره r.

يمكن ربط السرعة الزاوية لجسم دوار مع السرعة المماسية لنقطة P على الجسم. حيث أن النقطة تتحرك في دائرة، فإن متجه السرعة الخطية $\mathbf{v}$ يمس دائماً المسار الدائري وبالتالي يطلق عليها السرعة المماسية. مقدار السرعة المماسية (Velocity) للنقطة P يكون من خلال التعريف، السرعة المماسية $\upsilon= ds/dt$، حيث s هي المسافة التي تقطعها النقطة P على طول المسار الدائري. وحيث إن $s = r\theta$ (المعادلة 1.10a) وأن r ثابتة نحصل على:

$$\upsilon = \frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$

وحيث أن $\omega= d\theta /dt$ (انظر المعادلة 10.4) يمكننا القول أن:

$$\upsilon = r\omega \qquad (10.10)$$

العلاقة بين السرعة الزاوية والسرعة الخطية

أي أن السرعة المماسية لنقطة تقع على جسم يدور تساوي المسافة العمودية لهذه النقطة من محور الدوران مضروبة في السرعة الزاوية. لهذا، وبالرغم من أن كل نقطة على الجسم الجاسيء لها نفس السرعة الزاوية، فكل نقطة لايكون لها نفس السرعة الخطية حيث r ليست نفسها لكل النقاط في الجسم. توضح المعادلة 10.10 ان السرعة الخطية لنقطة على جسم دوار تزداد كلما تحركنا بعيداً عن مركز الدوران، الطرف الخارجي لمضرب كرة البيسبول يتحرك بسرعة أكبر من المقبض.

تجربة سريعة

دور كرة تنس أو كرة سلة حول محورها ولاحظ أنها تتباطأ تدريجياً حتى تقف. قدر قيمة α، a_t بدقة بقدر المستطاع.

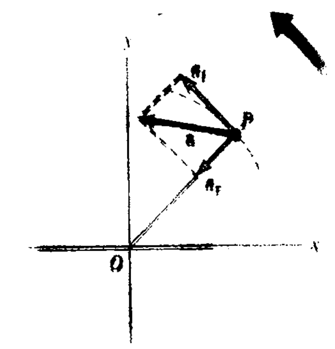
يمكن ربط التسارع الزاوي لجسم جاسيء دوار مع التسارع المماسي للنقطة P بالحصول على مشتقة υ مع الزمن t.

$$a_r = \frac{d\upsilon}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

$$a_t = r\alpha \qquad (11.10)$$

العلاقة بين التسارع الخطي والزاوي

أي أن المركبة المماسية للتسارع الخطي لنقطة على جسم جاسيء دوار تساوي حاصل ضرب بعد النقطة عن محور الدوران في التسارع الزاوي.



شكل 5.10 عندما يدور جسم جاسيء حول محور ثابت يمر خلال O، تتأثر النقطة P بمركبة مماسية للتسارع الخطي a_t ومركبة نصف قطرية للتسارع الخطي a_r. ويكون التسارع الخطي الكلي لهذه النقطة هو $\mathbf{a}=\mathbf{a}_r+\mathbf{a}_t$

في الجزء 4.4 وجدنا أن أى نقطة تدور في مسار دائري تعاني تسارعاً عمودياً، أو نصف قطري، $\mathbf{a}_r$ ومقداره υ^2/r متجهاً ناحية مركز الدوران (شكل 5.10). وحيث أن $\upsilon= r\omega$ للنقطة P على الجسم الدوار، يمكن التعبير عن التسارع النصف قطري لهذه النقطة بالعلاقة

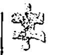
$$a_r = \frac{\upsilon^2}{r} = r\omega^2 \qquad \textbf{(12.10)}$$

متجه التسارع الخطي الكلي للنقطة هو $\mathbf{a}=\mathbf{a}_r+\mathbf{a}_t$ (حيث $\mathbf{a}_t$ هي التغير في سرعة تحرك النقطة و $\mathbf{a}_r$ تمثل التغير في اتجاه حركتها). حيث أن $\mathbf{a}$ هي متجه له مركبة عمودية وأخرى مماسية، فإن مقدار $\mathbf{a}$ للنقطة P على جسم جاسيء يدور هي:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = \sqrt{r^2\alpha^2 + r^2\omega^4} = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^4} \qquad \textbf{(13.10)}$$

اختبار سريع 2.10

عندما تدور عجلة نصف قطرها R حول محور ثابت، هل كل نقطة على العجلة لها (a) نفس السرعة الزاوية؟ (b) نفس السرعة الخطية؟ إذا كانت السرعة الزاوية ثابتة وتساوي ω، اوصف السرعة الخطية والتسارعات الخطية لنقاط موضوعة عند $r=0$ (c)، $r=R/2$ (d)، $r=R$ (e) مقاسة من مركز العجلة.



مثال 2.10 كاسيت يستخدم CD (قرص مدمج)

تخزن المعلومات السمعية على القرص المدمج في صورة مجموعة من النُقر ومساحات مسطحه على سطح القرص. تسجيل المعلومات رقمياً والمناوبة (التعاقب) بين النُقر والمساحات المسطحة يمثل بالنظام الثنائي (الصفر والواحد) ويمكن للكاسيت قراءتها ثم تحول إلى أمواج صوتية. النُقر والمساحات المسطحة يمكن استبيانها بواسطة منظومة مكونة من الليزر وعدسات. طول عدد معين من الواحد والصفر يكون ثابتاً في أي مكان على القرص بغض النظر عن ان المعلومات قريبة من مركز القرص أو من حافته. لكي يمر هذا الطول المكون صفر وواحد مكرران في نظام العدسة والليزر في نفس الفترة الزمنية، فإن السرعة الخطية لسطح القرص عند موضع العدسة يظل ثابتاً. يتطلب ذلك وطبقاً للمعادلة 10.10 أن تتغير السرعة الزاوية أثناء حركة المجموعة من الليزر والعدسات نصف قطريا على القرص. في أحد هذه الأقراص يلف القرص عكس اتجاه عقارب

الساعة (شكل 6.10) وكانت السرعة الثابتة للسطح عند مجموعة العدسات والليزر هي 1.3 m/s (a) احسب السرعة الزاوية للقرص بالدورة/ دقيقة عند قراءة المعلومات على اقرب مسار داخلي نصف قطره 23 mm وعلى اقصى مسار خارجي نصف قطره $r = 58$ mm.

الحل: باستخدام المعادلة 10.10 يمكن حساب السرعة الزاوية. سوف يعطي ذلك السرعة الزاوية المطلوبة عند أدنى موضع للمسار الداخلي

$$\omega_i = \frac{v}{r_i} = \frac{1.3 \text{ m/s}}{2.3 \times 10^{-2} \text{ m}} 56.5 \text{ rad/s}$$

$$= (56.5 \text{ rad/s}) \left(\frac{1}{2\pi} \text{ rev/rad}\right)(60 \text{ s/min})$$

$$= 5.4 \times 10^2 \text{ rev/min}$$

للمسار الخارجي

$$\omega_f = \frac{v}{r_f} = \frac{1.3 \text{ m/s}}{5.8 \times 10^{-2} \text{ m}} = 22.4 \text{ rad/s}$$

$$= 2.1 \times 10^2 \text{ rev/min}$$

يقوم الكاسيت بضبط السرعة الزاوية للقرص ω في هذا المدى حتى تتحرك المعلومات تحت العدسة الشيئية بمعدل ثابت. هذه القيم للسرعة الزاوية تكون موجبة لأن اتجاه الدوران يكون عكس اتجاه عقارب الساعة.

(b) أقصى مدة تشغيل للقرص المضغوط القياسي هي 77 دقيقة و 33 ثانية. ما عدد الدورات التي يعملها القرص في هذا الوقت؟

الحل: نعلم أن السرعة الزاوية تتناقص دائماً ونفترض أنها تتناقص بانتظام، أي أن α ثابتة. الفترة الزمنية t هي:

$$(74 \text{ min})(60 \text{ s/min}) + 33 \text{ s} = 4\,473 \text{ s}$$

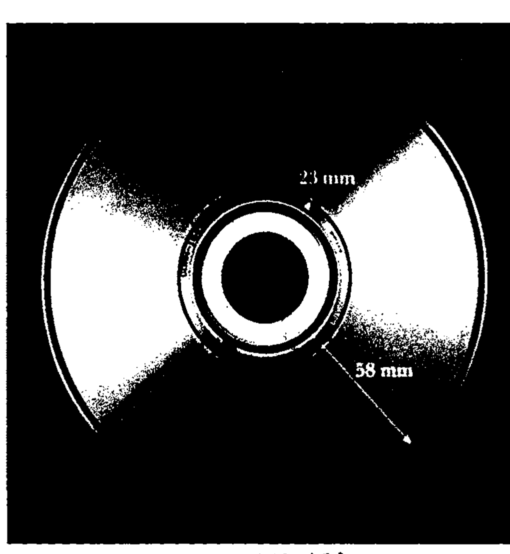
سوف نبحث عن الموضع الزاوي θ_f عندما يكون الموضع الزاوي الابتدائي $\theta_i = 0$. يمكن استخدام المعادلة 3.10 بعد استبدال السرعة الزاوية المتوسطة ω بما يعادلها رياضياً $\omega = (\omega_i + \omega_f)/2$

$$\theta_f = \theta_i + \tfrac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t$$

$$= 0 + \tfrac{1}{2}(540 \text{ rev/min} + 210 \text{ rev/min})$$

$$(1 \text{ min}/60 \text{ s})(4\,473 \text{ s})$$

$$= 2.8 \times 10^4 \text{ rev}$$



شكل 6.10

(c) ما هو الطول الكلي الذي يتحركه المسار عبر العدسة الشيئية خلال هذا الزمن.

الحل: حيث أننا نعلم بقيمتي السرعة الخطية الثابتة والفترة الزمنية فإن الحسابات ستكون مباشرة

$$x_f = v_i t = (1.3\text{ m/s})\ (4\,473\text{ s}) = 5.8 \times 10^3\text{ m}$$

أي أكثر من 3.6 ميل يقطعها المسار في دورانه عبر العدسة الشيئية.

(d) ما مقدار التسارع الزاوي للقرص المدمج خلال الفترة الزمنية 4473.0s؟ افترض أن α ثابتة.

الحل: لدينا عدة اختيارات لحل هذه المسألة. دعنا نستخدم الطريقة المباشرة وذلك باستخدام المعادلة 5.10، والتي تعتمد على تعريف الحد المطلوب (التسارع الزاوي). يجب أن نحصل على قيمة سالبة للتسارع الزاوي لأن القرص يلف ببطء أكثر وأكثر في الاتجاه الموجب بمرور الوقت. النتيجة ستكون صغيرة لأنها تأخذ وقت أطول- أكثر من ساعة- لكي يتم التغيير في السرعة الزاوية

$$a = \frac{\omega_f - \omega_i}{t} = \frac{22.4\text{ rad/s} - 56.5\text{ rad/s}}{4\,473\text{ s}}$$
$$= -7.6 \times 10^{-3}\text{ rad/s}^2$$

يتأثر القرص بنقص تدريجي في معدل دورانه كما هو متوقع.

4.10 الطاقة الدورانية ROTATIONAL ENERGY

web

إذا أردت أن تعلم الكثير عن الكاسيت المستخدم للاقراص المدمجة، قم بزيارة موقع المجموعة الخاصة المهتمة بتقنية واستخدامات الاقراص المدمجة.

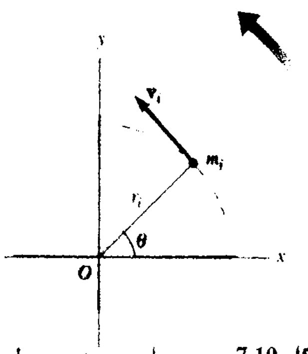
دعنا ندرس الطاقة الدورانية لجسم جاسىء باعتبار أن الجسم مكون من مجموعة من الجسيمات وبفرض أنه يدور حول المحور z بسرعة زاوية ω (شكل 7.10).

كل جسيم له طاقة حركة يتم تحديدها بكتلته وسرعته الخطية. اذا كانت كتلة الجسيم i هي m_i وسرعته الابتدائية هي v_i فإن طاقة حركته هي:

$$K_i = \tfrac{1}{2} m_i v_i^2$$

لإجراء المزيد،يجب أن نتذكر أنه بالرغم من أن كل جسيم في الجسم الجاسىء له نفس السرعة الزاوية ω، فإن السرعات الخطية المفردة تعتمد على المسافة r_i من محور الدوران طبقاً للعلاقة $v_i = r_i\omega$ (انظر المعادلة 10.10). طاقة الحركة الكلية لجسم جاسىء دوار هي مجموع طاقات الحركة للجسيمات المفردة.

$$K_R = \sum_i K_i = \sum_i \tfrac{1}{2} m_i v_i^2 = \tfrac{1}{2} \sum_i m_i r_i^2 \omega^2$$



شكل 7.10 جسم جاسىء يدور حول المحور z بسرعة زاوية ω. طاقة الحركة لجسيم كتلته m_i هي $\frac{1}{2} m_i v_i^2$. طاقة الحركة الكلية للجسم تسمى طاقة الحركة الدورانية.

يمكن كتابة هذه العلاقة في الصورة

$$K_R = \frac{1}{2}\left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega^2 \qquad \textbf{(14.10)}$$

حيث تم إخراج ω^2 من علامة المجموع لأن لها نفس القيمة لكل الجسيمات.

يمكن تبسيط هذا التعبير باستبدال الكمية الموجودة بين القوسين **بعزم القصور الذاتي** I

$$I \equiv \sum_i m_i r_i^2 \qquad \textbf{(15.10)}$$ عزم القصور الذاتي

من تعريف عزم القصور الذاتي، نلاحظ أن ابعادة هي ML^2 ($Kg\cdot m^2$ بوحدات SI)*. وبالتالي تصبح المعادلة 14.10

$$K_R = \frac{1}{2} I\omega^2 \qquad \textbf{(16.10)}$$ طاقة الحركة الدورانية

بالرغم من أنه غالباً ما نطلق على الكمية $\frac{1}{2}I\omega^2$ بأنها **طاقة الحركة الدورانية**، إلا أنها ليست صورة جديدة للطاقة. هي طاقة حركة عادية تم استنتاجها من جمع كل الطاقات المفردة للجسيمات الموجودة في الجسم الجاسيء. مع ذلك، فإن الصورة الرياضية لطاقة الحركة المعطاة بالمعادلة 16.10 هي صورة مناسبة عند التعامل مع الحركة الدورانية بشرط معرفة طريقة حساب I.

من المهم أن تعرف التشابه بين طاقة الحركة المصاحبة للحركة الخطية $\frac{1}{2}mv^2$ وطاقة الحركة الدورانية $\frac{1}{2}I\omega^2$. الكميتان I، ω في الحركة الدورانية تماثلان m و v في الحركة الخطية، على التوالي. (في الحقيقة تحتل I مكان m دائما عند مقارنة معادلة الحركة الخطية مع الحركة الدورانية). عزم القصور الذاتي هو مقياس مقاومة الجسم للتغيرات في حركته الدورانية مثل الكتلة التي هي مقياس مقاومة الجسم للتغيرات في حركته الخطية. لاحظ أن الكتلة هي خاصية ذاتية للجسم بينما I تعتمد على التنظيم الفيزيائي لهذه الكتلة. هل يمكنك أن تعتقد ان هناك وضعا يتغير فيه عزم القصور الذاتي حتى وإن لم تتغير كتلته؟.

مثال 3.10 جزئ الأكسجين

افترض أن جزئ الاكسجين (O_2) يدور في المستوى xy حول المحور z. يمر المحور z خلال مركز الجزئ عمودياً على طوله. كتلة كل ذرة اكسجين هي 2.66×10^{-26}kg والمسافة بين الذرتين عند درجة حرارة الغرفة هي $d = 1.21\times 10^{-10}$m (تُعامل كل ذرة كنقطة مادية). (a) احسب عزم القصور الذاتي للجزئ حول المحور z.

* يستخدم المهندسون المدنيون عزم القصور الذاتي لتمييز خواص المرونة للبنيان مثل الأعمدة المحملة. من ثم، غالباً ما يكون مفيداً حتى عند الكلام عن حركة غير دورانية.

الحل: هذا تطبيق مباشر لتعريف I . حيث إن كل ذرة تقع على بعد $d/2$ من المحور z فإن عزم القصور الذاتي حول المحور هو:

$$I \equiv \sum_i m_i r_i^2 = m\left(\frac{d}{2}\right)^2 + m\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \tfrac{1}{2}md^2$$
$$= \tfrac{1}{2}(2.66 \times 10^{-26}\ \text{kg})\ (1.21 \times 10^{-10}\ \text{m})^2$$
$$= 1.95 \times 10^{-46}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

هذه القيمة صغيرة جداً، وتتفق مع الكتل والمسافات الصغيرة.

(b) إذا كانت السرعة الزاوية للجزئ حول المحور z هي $4.6\text{x}\ 10^{12}$ rad/s ما هي طاقة الحركة الدورانية؟.

الحل: نستخدم النتيجة التي حصلنا عليها سابقاً لعزم القصور الذاتي في الصيغة K_R

$$K_R = \tfrac{1}{2}I\omega^2$$
$$= \tfrac{1}{2}(1.95 \times 10^{-46}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)\ (4.60 \times 10^{12}\ \text{rad/s})^2$$
$$= 2.06 \times 10^{-21}\text{J}$$

مثال 4.10 دوران اربع كرات

اربع كرات صغيرة مثبتة في اركان إطار ذو كتلة مهملة يقع في المستوى xy شكل (8.10). نفرض أن انصاف اقطار الكرات صغير بالمقارنة مع ابعاد الاطار.

(a) إذا دارت المنظومة حول المحور y بسرعة زاوية ω، احسب عزم القصور الذاتي وطاقة الحركة الدورانية حول هذا المحور.

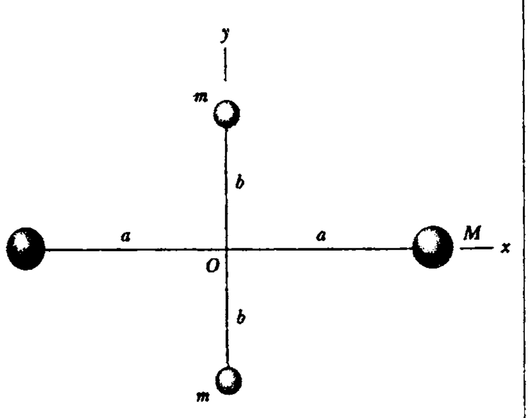
الحل: أولاً: لاحظ أن كرتين كتلة كل منهما m تقعان على المحور y وبالتالي لايساهمان في I_y. (أي أن $r_i = 0$ لهاتين الكرتين حول هذا المحور) باستخدام المعادلة 15.10 نحصل على:

$$I_y = \sum_i m_i r_i^2 = Ma^2 + Ma^2 = 2Ma^2$$

لهذا، فإن طاقة الحركة الدورانية حول المحور y هي:

$$K_R = \tfrac{1}{2}I_y\omega^2 = \tfrac{1}{2}(2Ma^2)\omega^2 = Ma^2\omega^2$$

حقيقة أن الكرتين ذات الكتلة m لايدخلان في هذه النتيجة له مغزى حيث لا يكون لهما حركة حول محور الدوران ومن ثم، ليس لهما طاقة حركة دورانية.



شكل 8.10 أربع كرات موجودة عند مسافات ثابتة. يعتمد عزم القصور الذاتي للنظام على المحور الذي سيتم حساب القصور الذاتي حوله.

بنفس المنطق نتوقع أن عزم القصور الذاتي حول المحور x يساوي $I_x = 2mb^2$ وطاقة الحركة الدورانية حول هذا المحور تساوي $K_R = mb^2\omega^2$.

(b) افترض أن المنظومة تتحرك في المستوى xy حول المحور z ماراً بنقطة الأصل. احسب عزم القصور الذاتي وطاقة الحركة الدورانية حول هذا المحور.

الحل: حيث أن r_i في المعادلة 15.10 هي المسافة العمودية من محور الدوران، نحصل على

$$I_z = \sum_i m_i r_i^2 = Ma^2 + Ma^2 + mb^2 + mb^2 = 2Ma^2 + 2mb^2$$

$$K_R = \frac{1}{2} I_z \omega^2 = \frac{1}{2}(2Ma^2 + 2mb^2)\omega^2 = (Ma^2 + mb^2)\omega^2$$

بمقارنة نتائج الجزء (a) مع الجزء (b) نستنتج أن عزم القصور الذاتي ومن ثم طاقة الحركة الدورانية المصاحبة للسرعة الزاوية المعطاه، تعتمد على محور الدوران. في الجزء (b)، نتوقع أن تشمل النتيجة الكرات الاربعة وكذلك المسافات لأن الكرات الاربع كلها تدور في المستوى xy. علاوة على ذلك حقيقة أن طاقة الحركة الدورانية في الجزء (a) أقل منها في الجزء (b) يوضح أنها ستحتاج إلى شغل أقل لوضع المنظومة في حالة دوران حول المحور y من الشغل اللازم عند الدوران حول z.

5.10 حساب عزم القصور الذاتي CALCULATION OF MOMENTS OF INERTIA

7.5 يمكن حساب عزم القصور الذاتي لجسم جاسىء ممتد بتقسيم الجسم إلى العديد من العناصر ذات الحجم الصغير، كل عنصر كتلته Δm. ثم نستخدم التعريف $I = \sum_i r_i^2 \Delta m_i$ وبأخذ نهاية المجموع عندما $\Delta m \to 0$. حينئذ، يصبح المجموع تكاملاً على الجسم كله

$$I = \lim_{\Delta m_i \to 0} \sum_i r_i^2 \Delta m_i = \int r^2\, dm \qquad \textbf{(17.10)}$$

عادة ما يكون من السهل حساب عزم القصور الذاتي بدلالة حجم العناصر بدلاً من كتلها، ويمكن بسهولة عمل هذا التغيير باستخدام المعادلة (1.1) $\rho = m/V$ حيث ρ هي كثافة الجسم و V حجمه. لكننا نحتاج هذا التعبير في صورة تفاضلية $\rho = dm/dV$ لان الحجوم التي نتعامل معها متناهية الصغر. بالحل لايجاد $dm = \rho\, dV$ والتعويض بهذه النتيجة في المعادلة 17.10 نحصل على

$$I = \int \rho r^2\, dV$$

إذا كان الجسم متجانسا، حينئذ تكون ρ ثابتة ويمكن حساب التكامل لأي شكل هندسي معلوم. أما إذا كانت ρ متغيرة، يجب معرفة تغيرها مع الموضع لإجراء التكامل. الكثافة المعطاه بالعلاقة $\rho = m/V$ يطلق عليها أحياناً الكثافة الحجمية حيث إنها ترتبط بالحجم. غالباً مانستخدم طرق أخرى للتعبير

عن الكثافة. على سبيل المثال، عند التعامل مع شريحة ذو سمك منتظم t يمكننا تعريف الكثافة السطحية $\sigma = \rho t$ والتي تعني كتلة وحدة المساحات. أخيراً عندما تكون الكتلة موزعة على قضيب منتظم مساحة مقطعة A، فإننا نستخدم الكثافة الخطية $\lambda = M/L = \rho A$ وهي كتلة وحدة الأطوال.

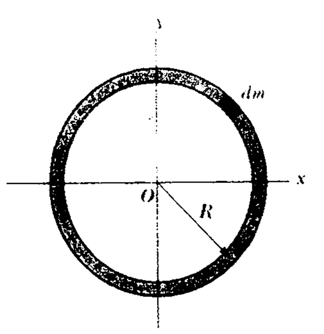
مثال 5.10 عزم القصور الذاتي لطوق منتظم

احسب عزم القصور الذاتي لطوق منتظم كتلته M ونصف قطره R حول محور عمودي على مستوى الطوق ويمر خلال مركزه (شكل 9.10).

الحل: كل عناصر الكتلة dm على نفس البعد $r = R$ من المحور ولهذا وباستخدام المعادلة 17.10 نحصل على عزم القصور الذاتي حول المحور z المار خلال O.

$$I_z = \int r^2\, dm = R^2 \int dm = MR^2$$

لاحظ أن هذا المقدار هو نفسه عزم القصور الذاتي لجسم مفرد كتلته M موضوعاً على بعد R من محور الدوران.



شكل 9.10 عناصر الكتلة dm لطوق منتظم كلها على نفس البعد من O.

اختبار سريع 3.10

(a) بناءً على ما تعلمته من المثال 5.10 ماذا تتوقع لعزم القصور الذاتي لجسمين كتلة كل منهما $M/2$ موضوعان في مكان ما على دائرة نصف قطرها R حول محور الدوران.

(b) ماذا عن عزم القصور الذاتي لاربعة أجسام كتلة كل منهم $M/4$، موضوعة على بعد R من محور الدوران.

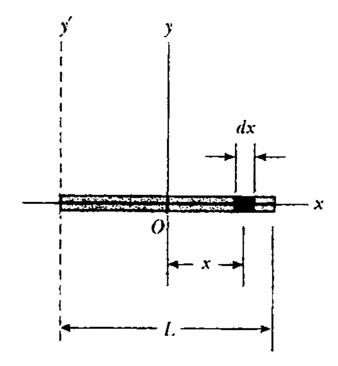
مثال 6.10 عزم القصور الذاتي لقضيب جاسيء منتظم

احسب عزم القصور الذاتي لقضيب جاسيء منتظم طوله L وكتلته M (شكل 10.10) حول محور عمودي على القضيب (المحور y) يمر خلال مركز الكتلة.

الحل: عنصر الطول المظلل dx له كتلة dm تساوي كتلة وحدة الأطوال λ مضروبة في dx. أي أن:

$$dm = \lambda\ dx = \frac{M}{L}\, dx$$

بالتعويض عن dm في المعادلة 17.10 واستخدام



شكل 10.10 قضيب جاسيء منتظم طوله L. عزم القصور الذاتي حول المحور y يكون أقل منه حول المحور y'. المحور الأخير سندرسه في المثال 8.10.

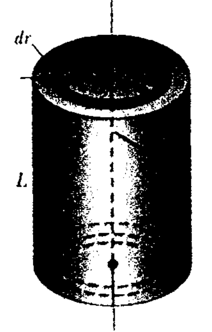
$r=x$ نحصل على:

$$I_y = \int r^2\, dm = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \frac{M}{L} dx = \frac{M}{L}\int_{-L/2}^{L/2} x^2\, dx$$

$$= \frac{M}{L}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-L/2}^{L/2} = \tfrac{1}{12} ML^2$$

مثال 7.10 عزم القصور الذاتي لاسطوانة مصمتة منتظمة.

اسطوانة مصمتة منتظمة الكثافة نصف قطرها R وكتلتها M وطولها L. احسب عزم القصور الذاتي لها حول محورها المركزي (المحور z في الشكل 11.10).



شكل 11.10 حساب I حول المحور z لاسطوانة صلبة منتظمة.

الحل: تقسم الاسطوانة إلى العديد من القشرات الاسطوانية لكل منها نصف قطر r وسمك dr وطول L كما بالشكل 11.10. حجم كل قشرة dV عبارة عن مساحة مقطعها المستعرض مضروباً في الطول L: $dV= dA\, L= 2\pi r\, dr\, L$. إذا كانت كتلة وحدة الحجوم هي ρ، تكون كتلة عنصر الحجم التفاضلي هي $dm= \rho dV= \rho 2\pi rL\, dr$ بالتعويض عن dm. في المعادلة 17.10، نحصل على:

$$I_z = \int r^2\, dm = 2\pi\rho L \int_0^R r^2\, dr = \tfrac{1}{2}\pi\rho L R^4$$

حيث إن الحجم الكلي للإسطوانة هو $\pi R^2 L$ فإننا نلاحظ أن $\rho=M/V= M/\pi R^2 L$ بالتعويض عن هذه القيمة لـ ρ في النتيجة السابقة نحصل على:

$$I_z = \tfrac{1}{2} MR^2 \qquad (1)$$

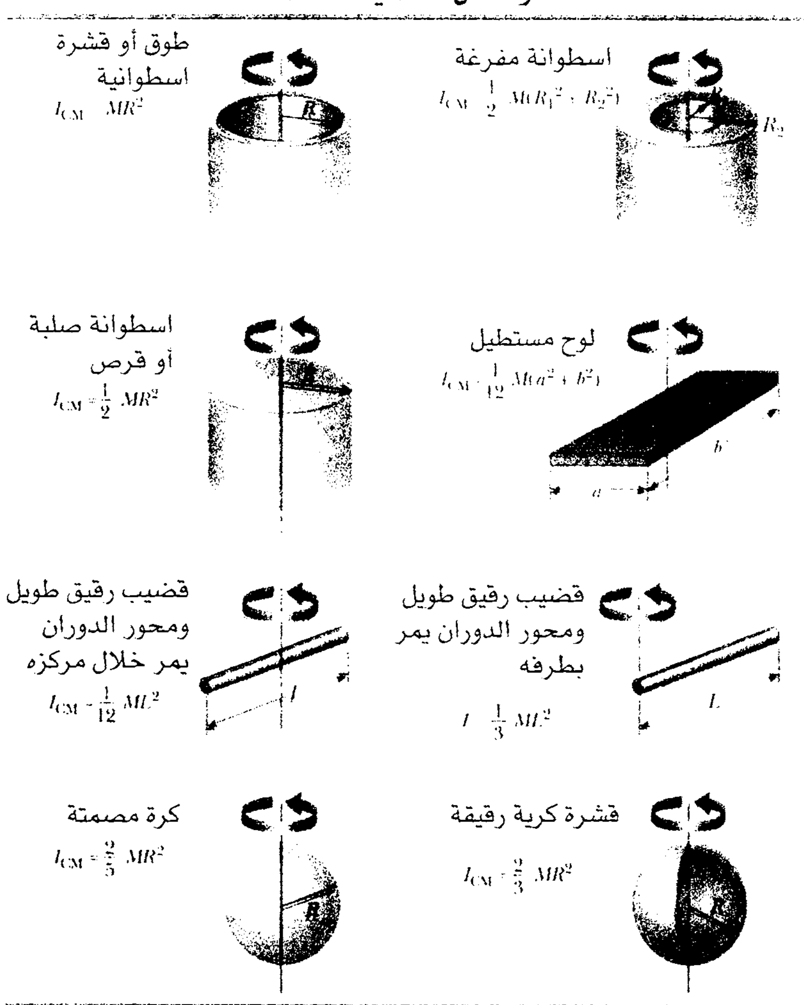
لاحظ أن هذه النتيجة لاتعتمد على طول الاسطوانة L. بمعنى، انه يمكن استخدامها لأي اسطوانة طويلة أو قرص مسطح. هذه النتيجة هي نصف القيمة التي نتوقعها إذا ماكانت كل الكتلة مُركزة عند الحافة الخارجية للإسطوانة أو القرص (انظر مثال 5.10).

يعطي الجدول 2.10 عزم القصور الذاتي لعدد من الأجسام حول محاور معينة. عزم القصور الذاتي لاجسام جاسيءة ذو شكل هندسي بسيط (عالية التماثل) تكون سهلة نسبياً بشرط أن ينطبق محور الدوران على محور التماثل. حساب عزوم القصور الذاتي حول محور اختياري يمكن أن يكون مربكاً حتى للجسم ذو التماثل العالي. من حسن الحظ، استخدام نظرية هامة، تسمى **نظرية المحور-الموازي** Parallel- axis Theorem غالباً ما تقوم بتبسيط الحسابات. افترض ان عزم القصور الذاتي حول محور يمر خلال مركز الكتلة لجسم هو I_{CM}. تنص نظرية المحور الموازي على أن عزم القصور الذاتي حول أي محور موازي وعلى بعد D من هذا المحور هو:

نظرية المحور الموازي

$$I = I_{CM} + MD^2 \qquad \textbf{(8.10)}$$

جدول 2.10 عزم القصور الذاتي لاجسام جاسىءة متجانسة ذو اشكال هندسية مختلفة

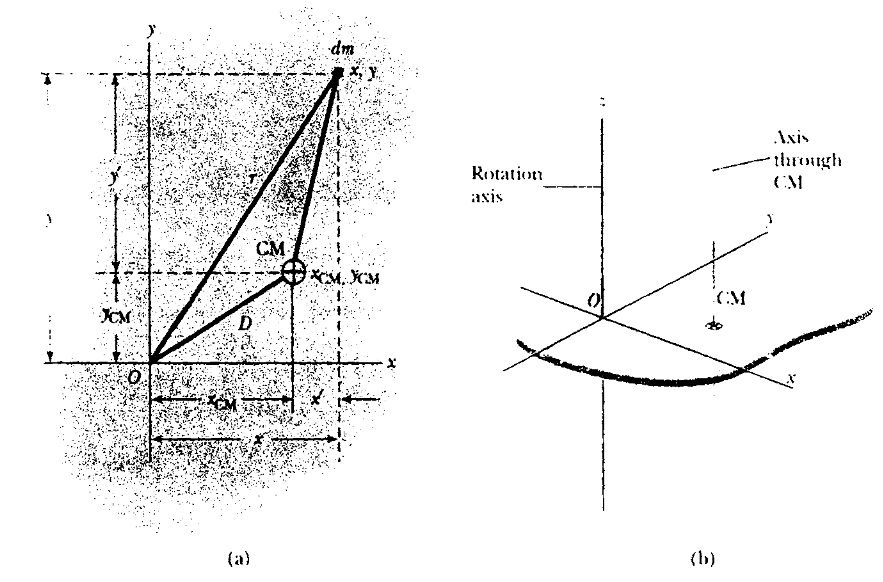


برهان نظرية المحور الموازي (اختياري) Proof of The Parallel- axis Theorem

افترض ان جسم يدور في المستوى xy حول المحور z، كما هو موضح بالشكل 12.10 وان احداثيا مركز الكتلة هما x_{CM}، y_{CM}. افترض أن كتلة العنصر dm لها احداثيات x ، y. حيث إن هذا العنصر على بعد $r=\sqrt{x^2+y^2}$ من المحور z، فإن عزم القصور الذاتي حول المحور z هو

$$I = \int r^2\, dm = \int (x^2 + y^2)\, dm$$

مع ذلك يمكننا ايجاد علاقة بين الاحداثيان x، y لعنصر الكتلة dm مع احداثيات لنفس العنصر موضوعة في مجموعة إحداثيات تأخذ مركز الكتلة كنطقة أصل لها. إذا كان إحداثيا مركز الكتلة هما x_{CM}، y_{CM}، في نظام الإحداثيات الأصلي ومركزه O، حينئذ ومن الشكل 12.10 نلاحظ أن العلاقة



شكل 12.10 (a)نظرية المحور الموازي: إذا كان عزم القصور الذاتي حول محور عمودي على الشكل خلال مركز الكتلة هو I_{CM} فمن ثم يكون عزم القصور الذاتي حول المحور z هو $I_z= I_{CM}+ MD^2$. ا يوضح الرسم المحور z (محور الدوران) والمحور الموازي المار خلال مركز الكتلة CM.

بين المحاور x، y مع المحاور x'، y' هي $x=x'+ x_{CM}$ و $y= y'+ y_{CM}$. لهذا

$$I = \int[(x' + x_{CM})^2 + (y' + y_{CM})^2]\, dm$$

$$= \int[(x')^2 + (y')^2]\, dm + 2x_{CM}\int x'\, dm + 2y_{CM}\int y'\, dm + (x_{CM}{}^2 + y_{CM}{}^2)\int dm$$

$$I = I_{CM} + MD^2$$

التكامل الأول- من التعريف- هو عزم القصور الذاتي حول محور يوازي المحور z ويمر خلال مركز الكتلة- التكاملان التاليان يساويان صفراً وذلك من تعريف مركز الكتلة $\int x'\, dm=\int y'\, dm=0$.

التكامل الاخير هو ببساطة MD^2 لأن $\int dm = M$ و $D^2= x_{CM}{}^2+ y_{CM}{}^2$. لهذا نستنتج أن

$$I = I_{CM} + MD^2$$

مثال 8.10 تطبيق على نظرية المحور الموازي:

افترض مرة أخرى قضيب جاسيء منتظم كتلتة M وطوله L والموضح في الشكل 10.10. احسب عزم القصور الذاتي للقضيب حول محور عمودي على القضيب ويمر عند طرفه (المحور y' في الشكل 10.10).

الحل: من البديهي أن نتوقع ان يكون عزم القصور الذاتي أكبر من $I_{CM}= \frac{1}{2} ML^2$ لأنه من الصعوبة

ان تغير الحركة الدورانية لقضيب يدور حول محور عند أحد طرفيه إلى حركة دوران حول مركزه.
حيث إن المسافة بين محور مركز الكتلة والمحور y' هي $D= L/2$ فإن نظرية المحور الموازي تعطي:

$$I = I_{CM} + MD^2 = \frac{1}{12}ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}ML^2$$

أي تزداد الصعوبة اربع مرات كي تغير دوران قضيب يدور حوله طرفه إلى حركة دوران قضيب يدور حول مركزه.

تمرين: احسب عزم القصور الذاتي للقضيب حول محور عمودي يمر خلال النقطة $x= L/4$.

الإجابة: $I = \frac{7}{48}ML^2$

6.10 عزم الدوران TORQUE

7.6 لماذا يوضع مقبض الباب والمفصلات بالقرب من الحافتين المتقابلتين للباب؟

هذا السؤال له إجابة تعتمد على افكار حسية عادية. كلما زادت الصعوبة في دفع الباب وكذلك البعد أكثر من المفصلات (عقب الباب)، كلما كان فتح أو غلق الباب اسهل. عندما تؤثر قوة على جسم جاسيء يدور حول محور، يسعى الجسم في ان يدور حول هذا المحور. تقاس محاولة القوة في دوران جسم حول محور ما بكمية متجهه تسمى **عزم الدوران τ Torque**

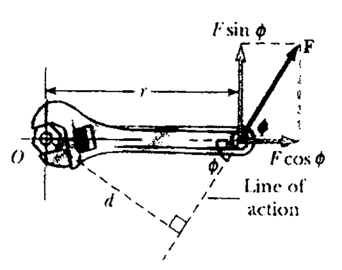
افترض مفتاح ربط يدور حول محور مار خلال O كما في الشكل 13.10 . وتؤثر القوة المستخدمة **F** بزاوية ϕ مع الافقي. يُعرف مقدار عزم الدوران المصاحب لهذه القوة بالمعادلة

$$\tau \equiv rF \sin \phi = Fd \qquad (19.10)$$

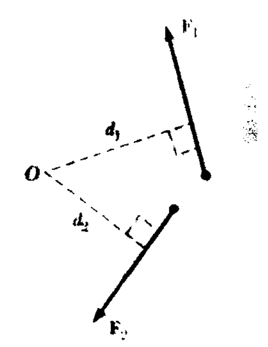
حيث r هي المسافة بين نقطة الدوران ونقطة تأثير القوة و d هي المسافة العمودية من نقطة الدوران إلى خط تأثير القوة **F**. (خط تأثير القوة هو خط تخيلي يمتد خارجاً بين طرفي المتجه الذي يمثل القوة. الخط المتقطع الممتد من طرف القوة **F** في الشكل 13.10 هو جزء من خط تأثير القوة **F**). من المثلث القائم في الشكل 13.10 والذي يمثل فيه المفتاح وتر الزاوية القائمة، نستخدم العلاقة $d= r \sin \phi$. تسمى هذه المسافة **بذراع العزم** (أو ذراع الرافعة) للقوة **F**.

من المهم إن تعرف أن عزم الدوران يُعرف فقط عند تحديد محور اسناد. عزم الدوران هو حاصل ضرب القوة وذراع العزم لهذة القوة، ويُعرف ذراع العزم فقط بمعلومية محور الدوران.

في الشكل 13.10 مركبة القوة **F** التي تسبب دوران هي $F \sin \phi$، وهي المركبة العمودية على r، حيث ان المركبة الافقية $F \cos \phi$ تمر خلال O، ولا تؤدي إلى دوران. ومن تعريف عزم الدوران، نلاحظ أن الاستعداد للدوران يزداد بزيادة **F** وكذلك مع زيادة d . هذا يوضح ملاحظة أن قفل الباب عند دفعه



شكل 13.10 القوة **F** لها قدرة دورانية اكثر حول O، بزيادة القوة F وكذلك زيادة ذراع العزم d. المركبة $F \sin \phi$ هي التي تؤدي إلى دوران المفتاح حول O.



شكل 14.10 تحاول القوة $\mathbf{F}_1$ تدوير الجسم في اتجاه عكس عقارب الساعة حول O. و $\mathbf{F}_2$ تحاول تدويره في اتجاه عقارب الساعة.

من عند مقبضه أسهل من دفعه من اي نقطة قريبة من المفصلات (عقب الباب). من الافضل كذلك تأثير الدفع عمودياً على الباب بقدر المستطاع. دفع الباب بزاوية مائلة لايسبب دوران الباب.

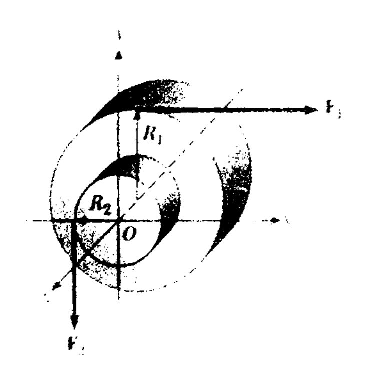
عندما تؤثر قوتان أو أكثر على جسم جاسىء، كما بالشكل 14.10، كل قوة تحاول اظهار دوران حول المحور عند O. في هذا المثال تحاول $\mathbf{F}_2$ دوران الجسم في اتجاه عقارب الساعة و $\mathbf{F}_1$ تحاول دورانه في عكس اتجاه عقارب الساعة. أُصطلح على أن عزم الدوران الناتج من قوة ما يكون موجباً إذا كان اتجاه الدوران عكس اتجاه دوران عقارب الساعة وسالباً إذا كان اتجاه الدوران في اتجاه دوران عقارب الساعة. على سبيل المثال، في الشكل 14.10 عزم الدوران الناتج من $\mathbf{F}_1$ والتي لها ذراع عزم d_1 يكون موجباً ويساوي F_1d_1 وكذلك عزم الدوران الناتج من $\mathbf{F}_2$ يكون سالباً ويساوي $-F_2d_2$. من ثم فإن صافى عزم الدوران حول O هو:

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1d_1 - F_2d_2$$

عزم الدوران ليس قوة. لأن القوى أن تسبب تغيراً في الحركة الخطية كما هو واضح من قانون نيوتن الثاني. ايضاً تسبب القوى تغيرا في الحركة الدورانية ولكن فاعلية القوى في تسبب هذا التغير تعتمد على كل من القوى وذراع العزم للقوى مع بعضهما وهو مايسمى بعزم الدوران. وحدات عزم الدوران هي وحدات القوة مضروبة في الطول- نيوتن. متر في وحدات SI- ويجب كتابته بهذه الوحدات. لايجب أن يختلط الامر بين عزم الدوران والشغل والذي له نفس الوحدات فهما شيئان مختلفان.

مثال 9.10 صافي عزم الدوران على اسطوانة

اسطوانة من قطعة واحدة تأخذ الشكل الموضح في 15.10، مع مقطع داخلي بارز من الاسطوانة (الطارة) الأكبر. يمكن للاسطوانة أن تدور حول المحور المركزي الموضح بالرسم. لف حبل حول الاسطوانة التي نصف قطرها R_1 مؤثراً بقوة $\mathbf{F}_1$ عمودية على الاسطوانة ثم لف حبل آخر حول الجزء البارز- نصف قطر R_2، مؤثراً بقوة $\mathbf{F}_2$ على الاسطوانة إلى أسفل. (a) ما مقدار عزم الدوران الكلي الذي يؤثر على الاسطوانة حول محور الدوران (المحور z في الشكل 15.10).



شكل 15.10 دائرة مصمتة تدور حول المحور z حول O. ذراع العزم للقوة $\mathbf{F}_1$ هو R_1 وللقوة $\mathbf{F}_2$ هو R_2.

الحل: عزم الدوران الناتج من $\mathbf{F}_1$ هو $-R_1F_1$ (الاشارة سالبة لان عزم الدوران يحاول إحداث توليد دوران في اتجاه عقارب الساعة). عزم الدوران الناتج عن $\mathbf{F}_2$ هو $+R_2F_2$ (الاشارة موجبة لان عزم الدوران يحاول إحداث دوران عكس اتجاه دوران عقارب الساعة) لهذا فإن صافي عزم الدوران حول محور الدوران هو

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 = -R_1F_1 - R_2F_2$$

يمكن اجراء اختبار سريع وذلك بملاحظة أنه إذا ماكانت القوتان متساويتان في المقدار فإن عزم الدوران الكلي يكون سالباً لأن $R_1>R_2$. عند بدء الدوران من السكون وكلتا القوتان تؤثران عليها، سوف تدور الاسطوانة في اتجاه دوران عقارب الساعة حيث أن $\mathbf{F}_1$ اكبر تأثيراً على الدوران من $\mathbf{F}_2$.

(b) افترض أن $F_1= 5.0$ N و $R_1= 1.0$ m و $F_2= 15.0$ N و $R_2 = 0.50$ m. ما هو صافي عزم الدوران حول محور الدوران، وفي اي اتجاه سوف تدور الاسطوانة بدءاً من السكون؟

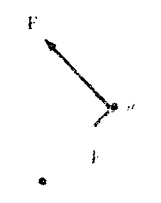
$$\sum\tau =-(5.0\ \text{N})\ (1.0\ \text{m}) + (15.0\ \text{N})\ (0.50\ \text{m}) = 2.5\ \text{N}\cdot\text{m}$$

حيث إن صافي عزم الدوران موجباً، فإذا ما بدأت الاسطوانة من السكون، فإن اتجاه دورانها يكون عكس اتجاه دوران عقارب الساعة بسرعة زاوية متزايدة. (إذا كان اتجاه دوران الاسطوانة في أول الأمر في اتجاه دوران عقارب الساعة، فإنها سوف تتباطأ حتى تقف ثم تدور بعد ذلك عكس اتجاه عقارب الساعة بسرعة زاوية متزايدة).

7.10 العلاقة بين عزم الدوران والتسارع الزاوي
RELATIONSHIP BETWEEN TORQUE AND ANGULAR ACCELERATION

7.6 في هذا القسم سوف نوضح أن التسارع الزاوي لجسم جاسىء يدور حول محور ثابت يتناسب مع صافي عزم الدوران المؤثر حول هذا المحور. قبل مناقشة الحالة الأكثر تعقيداً لدوران الجسم الجاسىء، من البديهي أن نبدأ أولاً بمناقشة حالة دوران جسم حول نقطة معينة تحت تأثير قوة خارجية. افترض جسماً كتلته m يدور في دائرة نصف قطرها r تحت تأثير قوة مماسية $\mathbf{F}_t$ وقوة نصف قطرية $\mathbf{F}_r$ كما هو موضح بالشكل 16.10 (كما علمنا في فصل 6 فإن القوة العمودية أى النصف قطرية، سوف تبقى على دوران الجسم في مسار دائري). أما القوة المماسية فإنها تؤدي إلى تسارع مماسي $\mathbf{a}_t$ و

$$F_t = ma_t$$



عزم الدوران حول مركز الدائرة نتيجة القوة $\mathbf{F}_t$ هو

$$\tau = F_t r = (ma_t)r$$

حيث إن التسارع المماسي يرتبط بالتسارع الزاوي من خلال العلاقة $a_t = r\alpha$ (انظر المعادلة 11.10)، فإنه يمكن التعبير عن عزم الدوران بالعلاقة

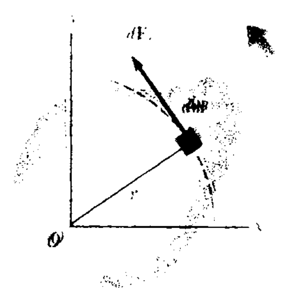
$$\tau = (mr\alpha)r = (mr^2)\alpha$$

شكل 16.10 يدور جسيم في دائرة تحت تأثير قوة مماسية $\mathbf{F}_t$. يوجد كذلك قوة نصف قطرية $\mathbf{F}_r$ لكي تبقى على الحركة الدائرية للجسيم.

تذكر من المعادلة 15.10 أن mr^2 هو عزم القصور الذاتي للجسيم يدور حول المحور z المار خلال نقطة الأصل، لذلك

$$\tau = I\alpha \qquad (20.10)$$

أي أن **عزم الدوران المؤثر على جسم يتناسب تناسباً طردياً مع التسارع الزاوي له** وثابت التناسب هو عزم القصور الذاتي. من المهم أن نلاحظ أن قانون الحركة الدورانية $\tau = I\alpha$ يماثل قانون نيوتن الثاني $F = ma$ في الحركة الخطية.



شكل 17.10. جسم جاسيء يدور حول محور مار بالنقطة O. كل عنصر كتلة dm يدور حول O بنفس التسارع الزاوي α وصافي عزم اللي على الجسم يتناسب مع α.

دعنا نناقش حالة جسم جاسيء له أي شكل اختياري يدور حول محور ثابت كما هو موضح بالشكل 17.10 . يمكن اعتبار الجسم مكوناً من عدد لانهائي من عناصر الكتلة dm حجمها متناهي الصغر. إذا ما افترضنا المحاور الكرتيزية للجسم فإن كل عنصر كتلة يدور في دائرة حول نقطة الاصل وكل عنصر له تسارع مماسي $\mathbf{a}_t$ والناتج من القوة المماسية الخارجية $d\mathbf{F}_t$. لكل عنصر، نعلم من قانون نيوتن الثاني أن

$$dF_t = (dm)a_t$$

وعزم الدوران $d\tau$ الذي يصاحب القوة $d\mathbf{F}_t$ سيؤثر حول نقطة الأصل ويعطى بالعلاقة

$$d\tau = r\,dF_t = (r\,dm)a_t$$

وحيث إن $a_t = r\alpha$ فإن

$$d\tau = (r\,dm)\,r\alpha = (r^2 dm)\,\alpha$$

من المهم أن نعلم انه بالرغم من أن كل عنصر كتلة من الجسم الجاسيء قد يكون له تسارع خطي مختلف إلا أن لهم جميعاً نفس التسارع الزاوي α . عند أخذ ذلك في الاعتبار، يمكننا إجراء التكامل للمعادلة السابقة لكي نحصل على صافي عزم الدوران حول O نتيجة للقوى الخارجية

$$\sum \tau = \int (r^2\,dm)\alpha = \alpha \int r^2\,dm$$

حيث يمكن أخذ α خارج التكامل لانها ثابتة لكل عنصر من عناصر الكتلة. من المعادلة 17.10 نعلم أن $\int r^2\, dm$ هو عزم القصور الذاتي للجسم حول محور الدوران المار خلال O، وبالتالي تصبح قيمة $\sum\tau$ هي:

$$\sum \tau = I\alpha \qquad (21.10)$$

لاحظ أن هذه هي نفس العلاقة التي حصلنا عليها في حالة جسيم يدور في دائرة (انظر المعادلة 20.10). هكذا نلاحظ ثانية أن صافي عزم الدوران حول محور الدوران يتناسب مع التسارع الزاوي للجسم، ومعامل التناسب هو I، تلك الكمية التي تعتمد على كلا من محور الدوران وشكل وحجم الجسم. نظراً للطبيعة المعقدة للمنظومة، من المهم أن نلاحظ أن العلاقة $\sum\tau= I\alpha$ مدهشة في بساطتها وفي وئام تام مع النتائج العملية. في الحقيقة تعود بساطتها إلى الطريقة التي تم وصف الحركة بها.

على الرغم من أن كل نقطة على الجسم الجاسىء تدور حول محور ثابت قد لاتعاني نفس المعامل I ولانفس التسارع الخطي أو حتى السرعة الخطية، ومع ذلك فإن كل النقط يكون لها نفس التسارع الزاوي ونفس السرعة الزاوية عند أي لحظة. لهذا فإنه عند أي لحظة، يمكن تمييز جسم جاسىء يدور بصورة شاملة وذلك ببعض القيم الخاصة به كالتسارع الزاوي، صافي عزم الدوران والسرعة الزاوية.

تجربة سريعة

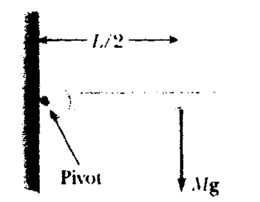
لعبة من لعب الأطفال على شكل برج عالي من مكعبات صغيرة، إقلب هذا البرج. كرر ذلك عدة مرات هل ينهار البرج كل مرة من نفس المكان؟. ماذا يؤثر على مكان الانهيار عند شقلبته؟. إذا كان البرج يتكون من قالبين يطبقان على بعضهما. ماذا سيحدث؟ (ارجع إلى المثال 11.10).

أخيراً، لاحظ أن النتيجة $\sum\tau= I\alpha$ تستخدم عندما تكون القوى المؤثرة على عناصر الكتلة لها مركبات نصف قطرية (عمودية) بالإضافة لمركبات مماسية. يحدث ذلك لأن خط التأثير لكل مركبات القوة العمودية يجب أن يمر خلال محور الدوران ومن ثم لاتنتج جميع المركبات العمودية عزم دوران حول هذا المحور.

مثال 10.10 دوران قضيب

قضيب منتظم طوله L وكتلته M مثبت من أحد طرفيه بمحور ارتكاز املس ويدور دوراناً حراً حول هذا المحور في مستوى- رأسي كما هو موضح بالشكل 18.10. يبدأ القضيب الحركة من السكون عند مستوى افقي. ما هو التسارع الزاوي الابتدائي للقضيب وكذلك التسارع الخطي الابتدائي لطرفه الايمن.

الحل: لايمكننا استخدام المعادلات الكينماتيكية لحساب α أو a لان عزم الدوران الذي يؤثر على القضيب يتغير مع موضعه وبالتالي فإن كلا التسارعين ليس ثابتاً . مع ذلك فإن لدينا معلومات كافية لحساب عزم الدوران والتي يمكننا استخدامها في العلاقة بين عزم الدوران والتسارع الزاوي (معادلة 12.10) لكي نحسب α، a.



شكل 18.10 قضيب منتظم يدور حول طرفه الايسر

القوة الوحيدة التي تساهم في عزم الدوران حول محور يمر خلال نقطة الارتكاز هي قوة الجاذبية الارضية Mg والتي تؤثر على القضيب (القوة التي تؤثر بها نقطة الارتكاز على القضيب ليس لها عزم دوران حيث أن ذراع العزم يساوي صفراً).

لكي نحسب عزم الدوران على القضيب، يمكننا ان نفرض أن قوة الجاذبية تؤثر عند مركز الكتلة للقضيب كما هو واضح في الشكل 18.10 . عزم الدوران نتيجة هذه القوة حول محور مار بنقطة الارتكاز هو:

$$\tau = Mg\left(\frac{L}{2}\right)$$

باستخدام $\sum\tau = I\alpha$ و $I = \frac{1}{3}ML^2$ لمحور الدوران هنا (انظر الجدول 2.10) نحصل على:

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{Mg(L/2)}{1/3ML^2} = \frac{3g}{2L}$$

كل النقاط على القضيب يكون لها نفس التسارع الزاوي.

لحساب التسارع الزاوي للطرف الايمن للقضيب، نستخدم العلاقة $a_t = r\alpha$ (المعادلة 11.10) مع العلم بأن $r = L$.

$$a_t = L\alpha = \frac{3}{2}g$$

هذه النتيجة- $a_t > g$ للطرف الحر للقضيب، هامة جداً . انها تعني أنه إذا وضعنا قطعة معدنية على حافة القضيب، عندما كان القضيب مثبتاً في الوضع الافقي، ثم ترك القضيب، فإن طرف القضيب سوف يسقط اسرع من العملة!

يكون للنقاط الأخرى على القضيب تسارع خطي أقل من $\frac{3}{2}$ g . على سبيل المثال تسارع نقطة في منتصف القضيب هو $\frac{3}{4}$ g .

مثال ذهني 11.10 سقوط المداخن وانهيار المباني

عندما تسقط المداخن، فإنها غالباً ما تتحطم عند نقطة ما تقع على طولها وذلك قبل سقوطها كما هو موضح بالشكل 19.10 . يحدث نفس الشيء عندما يسقط برج عالي من لعب الأطفال. لماذا يحدث ذلك؟

الحل: عندما تدَور المدخنة حول قاعدتها، فإن كل جزء من الأجزاء العليا من المدخنة يسقط بتسارع مماسي متزايد (العجلة المماسية لأي نقطة على المدخنة تتناسب مع المسافة التي تقع عندها هذه النقطة من قاعدة المدخنة) كلما تزايد التسارع فإن الأجزاء العليا من المدخنة تكتسب تسارعا أكبر مما تكتسبه المدخنة من الجاذبية بمفردها وهذا الوضع يشبه ما ورد في المثال (10.10). يمكن أن يحدث ذلك فقط لو أن هذه الأجزاء قد تم شدها إلى أسفل بقوة بالإضافة إلى قوة الجاذبية. القوة التى أدت لحدوث ذلك هي قوة القص من الجزء السفلي للمدخنة. من الواضح أن قوة القص التي تسبب هذا التسارع أكبر مما تتحمله المدخنة، ولذلك تتحطم المدخنة.



شكل 19.10 سقوط كومة رماد



مثال 12.10 السرعة الزاوية لعجلة

توضع عجلة نصف قطرها R وكتلتها M ولها عزم قصور ذاتي I على محور افقي املس كما هو موضح بالشكل 20.10. يلف حبل خفيف حول العجلة ويعلق في طرفه جسم كتلته m. احسب التسارع الزاوي للعجلة والتسارع الخطي للجسم والشد في الحبل.

الحل: عزم الدوران الذي يؤثر على العجلة حول محور دورانها هو $\tau = TR$ حيث T هي القوة التي يؤثر بها الحبل على حافة العجلة. (القوتان، قوة الجاذبية الارضية التي تؤثر بها الارض على العجلة والقوة العمودية التي يؤثر بها المحور على العجلة تمران خلال محور الدوران وبالتالي لايحدثان عزم دوران). حيث أن $\sum\tau = I\alpha$ نحصل على:

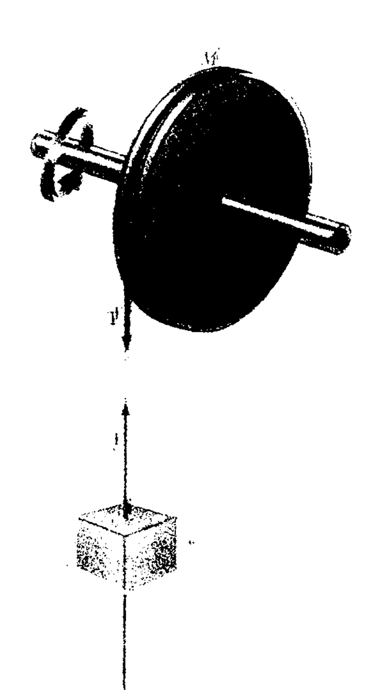
$$\sum \tau = I\alpha = TR$$

$$\alpha = \frac{TR}{I} \qquad (1)$$

والآن نطبق قانون نيوتن الثاني على الجسم باعتبار الاتجاه الأسفل هو الاتجاه الموجب

$$\sum F_y = mg - T = ma$$

$$a = \frac{mg - T}{m} \qquad (2)$$



شكل 20.10 يُنتج الشد في الخيط عزم دوران حول المحور

تحتوي المعادلتان (1)، (2) على ثلاث مجاهيل α، a، T . حيث إن العجلة والجسم مربوطان بخيط لاينزلق، فإن التسارع الخطي للجسم المعلق يساوي التسارع الخطي لنقطة على حافة العجلة. لهذا فإن التسارع الزاوي للعجلة والتسارع الخطي يرتبطان بالعلاقة $a = R\alpha$. باستخدام تلك الحقيقة والمعادلتان (1)، (2) نحصل على:

$$(3) \qquad a = R\alpha = \frac{TR^2}{I} = \frac{\mu\gamma - T}{\mu}$$

$$(4) \qquad T = \frac{mg}{1 + \frac{mR^2}{I}}$$

بالتعويض من المعادلة (4) في المعادلة (2)، والحل لحساب a و α، نحصل على:

$$a = \frac{g}{1 + I/mR^2}$$

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{g}{R + I/mR}$$

تمرين: إذا كانت العجلة في الشكل 20.10 عبارة عن قرص صلب كتلته $M = 2.0$ kg و $R = 30.0$ cm، $I = 0.090$ kg·m^2، وكتلته الجسم المعلق هي $m = 0.500$ kg . احسب الشد في الخيط والتسارع الزاوي للعجلة.

الإجابة: 3.27N، 10.9 rad/s^2

مثال 13.10 آلـة آتـوود

كتلتان m_1 و m_2 مرتبطتان ببعضهما بحبل خفيف يمر على بكرتين متماثلتين املستين كل منهما لها عزم قصور ذاتي I ونصف قطر R كما هو موضح بالشكل 21.10a. احسب تسارع كل كتله والشد T_1، T_2، T_3 (افترض عدم حدوث انزلاق بين الحبل والبكرتان).

الحل: سوف نفترض أن الاتجاه لأسفل يكون الاتجاه الموجب للكتلة m_1 والاتجاه لأعلى هو الاتجاه الموجب للكتلة m_2 . يسمح ذلك بان نمثل التسارع لكلتا الكتلتين بمتغير واحد a ويمكننا ايضاً من الربط بين a الموجبة والتسارع الزاوي الموجب α (عكس اتجاه عقارب الساعة). دعنا نكتب قانون نيوتن الثاني للحركة للكتلتين. باستخدام الرسوم الهندسية للجسم الحر للكتلتين كما هو موضح بالشكل 21.10b، نحصل على:

$$(1) \qquad m_1g - T_1 = m_1a$$

$$(2) \qquad T_3 - m_2g = m_2a$$

الخطوة التالية يجب أن تشمل تأثير البكرتين على الحركة. الرسوم الهندسية للجسم الحر موضحة في الشكل 21.10c . صافي عزم الدوران للبكرة اليسرى هو $(T_1 - T_2)R$، بينما يكون صافي عزم الدوران للبكرة اليمنى هو $(T_2 - T_3)R$. باستخدام العلاقة $\sum\tau = I\alpha$ لكل بكرة مع ملاحظة أن كل

بكرة لها نفس التسارع الزاوي α، نحصل على:

$$(3) \qquad (T_1 - T_2)R = I\alpha$$

$$(4) \qquad (T_2 - T_3)R = I\alpha$$

لدينا الآن اربع معادلات في أربع مجاهيل a، T_1، T_2، T_3. يمكن حلهم آنياً. بجمع المعادلتين (3)، (4) نحصل على:

$$(5) \qquad (T_1 - T_3)R = 2I\alpha$$

بجمع المعادلتين (1)، (2) نحصل على:

$$T_3 - T_1 + m_1 g - m_2 g = (m_1 + m_2)a$$

$$(6) \qquad T_1 - T_3 = (m_1 - m_2)g - (m_1 + m_2)a$$

بالتعويض من المعادلة (6) في المعادلة (5) نحصل على:

$$[(m_1 - m_2)g - (m_1 + m_2)a]R = 2I\alpha$$

شكل 21.10 (a) صورة أخرى لآلة آتوود (b) الرسم الهندسي للجسم الحر للكتلتين (c) الرسم الهندسي للجسم الحر للبكرتين حيث يمثل m_p**g** قوة الجاذبية التي تؤثر على كل بكرة.

يمكن تبسيط هذه المعادلة باستخدام العلاقة $\alpha = a/R$ لنحصل على:

$$(m_1 - m_2)g - (m_1 + m_2)a = 2I\frac{a}{R^2}$$

$$(6) \qquad a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + 2\cdot\frac{I}{R^2}}$$

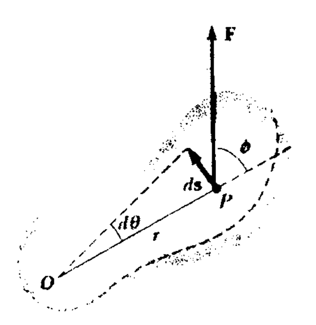
يمكن التعويض بهذه القيمة في المعادلتين (1)، (2) لكي نحصل على T_1، T_3. اخيراً يمكن الحصول على T_2 من المعادلة (3) أو المعادلة (4). لاحظ أنه إذا كانت $m_2 < m_1$ فإن التسارع يكون موجباً. يعني ذلك أن الكتلة اليسرى تتسارع لأسفل بينما تتسارع الكتلة اليمنى لأعلى والبكرتان تتسارعان ضد عقارب الساعة. إذا كانت $m_1 < m_2$ في هذه الحالة تكون جميع القيم سالبة وينعكس اتجاه الحركة. أما إذا كانت $m_1 = m_2$ فإنه لايحدث تسارع إطلاقاً. يجب أن تقارن هذه النتائج مع تلك التي تم الحصول عليها في المثال 9.5 .

8.10 الشغل والقدرة والطاقة في الحركة الدورانية
WORK, POWER, AND ENERGY IN ROTATIONAL MOTION

في هذا القسم سوف ندرس العلاقة بين عزم الدوران الذي يؤثر على الجسم الجاسيء والحركة الدورانية الناتجة حتى نحصل على تعبيرات للقدرة وكذلك نظير دوراني لنظرية الشغل- طاقة الحركة. افترض أن الجسم الجاسيء يرتكز عند O كما في الشكل 22.10. تُستخدم قوة خارجية مفردة **F** عند P حيث تقع **F** في مستوى الصفحة.

الشغل المبذول من القوة **F** عند دوران الجسم مسافة متناهية الصغر $ds = r\, d\theta$ في الفترة الزمنية dt هو.

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = (F \sin \phi)\, r\, d\theta$$



شكل 22.10 يدور جسم جاسىء حول محور يمر بالنقطة O تحت تأثير قوة خارجية تؤثر عند P.

حيث $F \sin \phi$ هي المركبة المماسية لـ **F**. بمعنى آخر، هي مركبة القوة في اتجاه الازاحة. لاحظ أن المركبة النصف قطرية للقوة F لاتبذل شغلاً لأنها عمودية على الازاحة. حيث إن مقدار عزم الدوران نتيجة القوة **F** حول O يُعرف بالمقدار $rF \sin \phi$ فإنه طبقاً للمعادلة 19.10، يمكن كتابة الشغل المبذول لاحداث دوران متناهي الصغر بالعلاقة:

$$dW = \tau\, d\theta \qquad \textbf{(22.10)}$$

المعدل الزمني لبذل الشغل بالقوة **F** عند دوران الجسم حول محور ثابت هو

$$\frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt}$$

حيث dW/dt هي القدرة اللحظية $\mathscr{P}$ (انظر القسم 5.7) المعطاه بالقوة F وحيث إن $d\theta/dt = \omega$، يمكن اختزال هذه المعادلة إلى:

$$\mathscr{P} = \frac{dW}{dt} = \tau\omega \qquad \textbf{(23.10)}$$

تماثل هذه العلاقة المعادلة $\mathscr{P} = Fv$ في حالة الحركة الخطية، والمعادلة $dW = \tau\, d\theta$ تماثل كذلك المعادلة $dW = F_x\, dx$.

الشغل والطاقة في الحركة الدورانية: Work and Energy in Rotational Motion

عند دراسة الحركة الخطية وجدنا أن مبدأ الطاقة، وبصورة خاصة نظرية الشغل- طاقة الحركة لها أهمية قصوى في وصف حركة المنظومة. كذلك يكون مبدأ الطاقة مفيداً في وصف الحركة الدورانية. طبقاً لما تعلمناه في الحركة الخطية، نتوقع أنه في حالة دوران جسم متماثل حول محور ثابت، فإن الشغل المبذول بالقوى الخارجية يساوي التغير في الطاقة الدورانية.

لإثبات أن ذلك صحيحاً، دعنا نبدأ بالعلاقة $\sum \tau = I\alpha$. باستخدام قاعدة المتسلسلة في التفاضل، يمكننا التعبير عن محصلة عزم الدوران بالعلاقة:

$$\sum \tau = I\alpha = I\frac{d\omega}{dt} = I\frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = I\frac{d\omega}{d\theta}\omega$$

جدول 3.10 معادلات هامة في الحركة الدورانية والحركة الخطية

الحركة الخطية		الحركة الدورانية حول محور ثابت	
السرعة الخطية	$v = dx/dt$	السرعة الزاوية	$\omega = d\theta/dt$
التسارع الخطي	$a = dv/dt$	التسارع الزاوي	$\alpha = d\omega/dt$
القوة المحصلة	$\sum F = ma$	محصلة عزم الدوران	$\sum \tau = I\alpha$
IF $a =$ constant	$\begin{cases} v_f = v_i + at \\ x_f - x_i = v_i t + \frac{1}{2}at^2 \\ v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i) \end{cases}$	IF $\alpha =$ constant	$\begin{cases} \omega_f = \omega_i + \alpha t \\ \theta_f - \theta_i = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i) \end{cases}$
الشغل	$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x\, dx$	الشغل	$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau\, d\theta$
طاقة الحركة	$K = \frac{1}{2}mv^2$	طاقة الحركة الدورانية	$K_R = \frac{1}{2}I\omega^2$
القدرة	$\mathcal{P} = Fv$	القدرة	$\mathcal{P} = \tau\omega$
كمية الحركة الخطية	$p = mv$	كمية الحركة الزاوية	$L = I\omega$
القوة المحصلة	$\sum F = dp/dt$	عزم الدوران المحصل	$\sum \tau = dL/dt$

بإعادة ترتيب هذه المعادلة وبملاحظة أن $\sum\tau\, d\theta = dW$، نحصل على

$$\sum \tau\, d\theta = dW = I\omega\, d\omega$$

بإجراء التكامل، نحصل على الشغل الكلي المبذول بواسطة صافي القوة الخارجية المؤثرة على جسم دوار:

$$\sum W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \sum \tau\, d\theta = \int_{\omega_i}^{\omega_f} I\omega\, d\omega = \frac{1}{2}I\omega_f^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2$$

حيث تتغير السرعة الزاوية من ω_i إلى ω_f عندما يتغير الموضع الزاوي من θ_i إلى θ_f.

أي أن:

صافي الشغل المبذول بقوى خارجية لاحداث دوران جسم جاسىء متماثل حول محور ثابت يساوي التغير في الطاقة الدورانية للجسم.

يعطي الجدول 3.10 قائمة بالمعادلات المختلفة التي تم مناقشتها والتي تتعلق بالحركة الدورانية بجانب المعادلات المماثلة في الحركة الخطية. المعادلتان الاخيرتان في الجدول 3.10 واللتان تشتملان على كمية الحركة الزاوية L سوف نناقشها في الفصل 11 وتم ذكرها هنا فقط من أجل استكمال الموضوع.

اختبار سريع 4.10

عند وضع طوق في المستوى xy، أي من الوضعين التاليين يتطلب بذل شغل أكثر بمساعد خارجي حتى يتسارع الطوق من السكون إلى السرعة الزاوية ω ؟ (a) الدوران حول محور z المار بمركز الطوق (b) الدوران حول محور يوازي z والمار خلال النقطة P على حافة الطوق؟

مثال 14.10 دوران قضيب

يدور قضيب منتظم طوله L وكتلته M دوراناً حراً حول محور أملس يمر خلال أحد طرفيه (شكل 23.10) (a) ما مقدار سرعة الزاوية عندما يصل إلى ادنى موضع له؟

الحل: يمكن الاجابة على هذا السؤال بدراسة الطاقة الميكانيكية. عندما يكون القضيب افقياً لايكون له طاقة دورانية. طاقة الوضع بالنسبة إلى أدنى موضع لمركز الكتلة للقضيب (O') هي MgL/2. عندما يصل القضيب إلى ادنى موضع تكون الطاقة هي طاقة دورانية فقط $\frac{1}{2}I\omega^2$ ، حيث I عزم القصور الذاتي حول نقطة الارتكاز ويساوي $I = \frac{1}{3}ML^2$ (انظر الجدول 2.10). وحيث أن الطاقة الميكانيكية ثابتة فإننا نحصل على $E_i = E_f$ أو:

$$\frac{1}{2}MgL = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{3}ML^2)\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{L}}$$

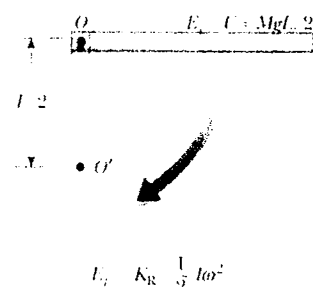
(b) احسب السرعة الخطية لمركز الكتلة وكذلك السرعة الخطية لأدنى نقطة على القضيب عندما يكون في الموضع الرأسي.

الحل: يمكن تعيين هاتين القيمتين من العلاقة بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية. تعلم قيمة ω من الجزء (a) وبالتالي تكون السرعة الخطية لمركز الكتلة هي:

$$v_{CM} = r\omega = \frac{L}{2}\omega = \frac{1}{2}\sqrt{3gL}$$

وحيث إن قيمة r عند ادنى نقطة على القضيب هي ضعف قيمتها لمركز الكتلة، فإن السرعة الخطية لأدنى نقطة تساوي

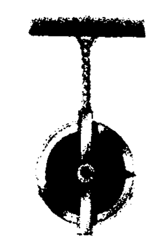
$$v_{CM} = \sqrt{3gL}$$



شكل 23.10 قضيب منتظم مرتكز عند النقطة O يدور في مستوى رأسي تحت تأثير الجاذبية.

مثال 10.15 اسطوانتان متصلتان ببعضهما.

افترض اسطوانتين كتلتيهما m_1، m_2 حيث $m_1 \neq m_2$ متصلتان بحبل مار على بكرة، كما هو موضح بالشكل 10.24.



شكل 24.10

نصف قطر البكرة R وعزم القصور الذاتي حول محور دورانها هو I. افرض أن الحبل لا ينزلق على البكرة وتبدأ المجموعة في الحركة من السكون. احسب سرعتا الاسطوانتين بعد هبوط الاسطوانة 2 مسافة h وكذلك السرعة الزاوية للبكرة عند هذه اللحظة.

الحل: يمكننا الآن فهم تأثير بكرة ذات كتلة كبيرة. حيث أن الحبل لاينزلق فإن البكرة ستدور. سوف نهمل الاحتكاك في محور الدوران الذي تدور حولة البكرة للسبب التالي:

حيث أن نصف قطر المحور صغير بالنسبة لنصف قطر البكرة فإن عزم الدوران الناتج عن الاحتكاك أقل كثيراً من عزم الدوران الناتج من الاسطوانتين بشرط أن تكون كتلتاهما مختلفتين كثيراً. الطاقة الميكانيكية ثابتة، ومن ثم، فإن الزيادة في طاقة الحركة للمنظومة (الاسطوانتين، البكرة، الارض) تساوي النقص في طاقة وضع المنظومة. حيث أن $K_i=0$ (المنظومة ساكنة في البداية) نحصل على

$$\Delta K = K_f - K_i = \left(\tfrac{1}{2}m_1 v_f^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v_f^2 + \tfrac{1}{2}I\omega_f^2\right) - 0$$

حيث v_f لها نفس القيمة للاسطوانتين. وحيث أن $v_f = R\omega_f$، تصبح هذه المعادلة:

$$\Delta K = \tfrac{1}{2}\left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right)v_f^2$$

من شكل 24.10 نلاحظ أن المنظومة تفقد طاقة الوضع عندما تهبط الاسطوانة 2 وتكتسب طاقة وضع عندما ترتفع الاسطوانة 1. أي أن $\Delta U_2 = -m_2 gh$ و $\Delta U_1 = m_1 gh$. باستخدام مبدأ حفظ الطاقة في الصورة $\Delta K + \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$ نحصل على:

$$\tfrac{1}{2}\left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right)v_f^2 + m_1 gh - m_2 gh = 0$$

$$v_f = \left[\frac{2(m_2 - m_1)gh}{\left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right)}\right]^{1/2}$$

وحيث أن $v_f = R\omega_f$، فإن السرعة الزاوية للبكرة عند هذه اللحظة هي:

$$\omega_f = \frac{v_f}{R} = \frac{1}{R}\left[\frac{2(m_2 - m_1)gh}{\left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right)}\right]^{1/2}$$

تمرين: كرر حساب v_f باستخدام $\sum\tau = I\alpha$ على البكرة وتطبيق قانون نيوتن الثاني على الاسطوانتين. استخدم الطريقة التي تم استخدامها في المثالين 12.10 و 13.10 .

ملخص SUMMARY

عندما يدور جسم في دائرة نصف قطرها r خلال زاوية θ (مقاسة بالتقدير الدائري)، فإن طول القوس الذي يقطعه الجسيم هو $s = r\theta$.

الإزاحة الزاوية لجسيم يدور في دائرة أو لجسم جاسىء يدور حول محور ثابت هي

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i \tag{2.10}$$

السرعة الزاوية اللحظية لجسيم يدور في دائرة أو لجسم جاسىء يدور حول محور ثابت هي

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \tag{4.10}$$

التسارع الزاوي اللحظي لجسم يدور هو

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \tag{6.10}$$

عندما يدور جسم جاسىء حول محور ثابت فإن كل جزء من الجسم يكون له نفس السرعة الزاوية ونفس التسارع الزاوي.

عندما يدور جسيم أو جسم حول محور ثابت بتسارع زاوي ثابت، يمكن استخدام المعادلات الكينماتيكية والتي تشابه مثيلاتها في الحركة الخطية تحت تأثير تسارع خطي ثابت:

$$\omega_f = \omega_i + \alpha t \tag{7.10}$$

$$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 \tag{8.10}$$

$$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i) \tag{9.10}$$

الطريقة المفيدة في حل المسائل التي تتعامل مع الحركة الدورانية هي تصور تحويلها إلى حركة خطية لنفس المسألة.

عندما يدور جسم جاسىء حول محور ثابت، يرتبط الموضع الزاوي والسرعة الزاوية والتسارع الزاوي بالموضع الخطي والسرعة الخطية والتسارع الخطي من خلال العلاقات التالية

$$s = r\theta \tag{1.10a}$$

$$v = r\omega \tag{10.10}$$

$$a_t = r\alpha \tag{11.10}$$

واضح أنه من السهل التحويل من المتغيرات الخطية إلى المتغيرات الدورانية عند وصف وضع ما.

عزم القصور الذاتي لمنظومة من الجسيمات هو

$$I \equiv \sum_i m_i r_i^2 \qquad (15.10)$$

إذا دار جسم جاسىء حول محور ثابت بسرعة زاوية ω، فإن **طاقة حركته الدورانية** يمكن كتابتها في الصورة

$$K_R = \frac{1}{2} I\omega^2 \qquad (16.10)$$

حيث I هو عزم القصور الذاتي حول محور الدوران

عزم القصور الذاتي لجسم جاسىء هو

$$I = \int r^2\, dm \qquad (17.10)$$

حيث r هي المسافة بين عنصر الكتلة dm ومحور الدوران.

مقدار **عزم الدوران** المصاحب للقوة **F** التي تؤثر على جسم هو

$$\tau = Fd \qquad (19.10)$$

حيث d هي ذراع العزم للقوة، وهو المسافة العمودية من نقطة الأصل إلى خط تأثير القوة. عزم الدوران هو مقياس لمحاولة القوة على تغيير دوران الجسم حول محور ما.

إذا كان الجسم الجاسىء حراً في الدوران حول محور ثابت له صافي عزم دوران مؤثراً عليه فإن الجسم يكتسب تسارع زاوي α، حيث

$$\sum \tau = I\alpha \qquad (21.10)$$

معدل بذل الشغل من قوة خارجية في دوران جسم جاسىء حول محور ثابت أو **القدرة** المستخلصة، هو

$$\mathscr{P} = \tau\omega \qquad (23.10)$$

صافي الشغل المبذول بقوى خارجية في دوران جسم جاسىء حول محور ثابت يساوي التغير في طاقة الحركة الدورانية للجسم

$$\sum W = \frac{1}{2} I\omega_f^2 - \frac{1}{2} I\omega_i^2 \qquad (24.10)$$

أسئلة QUESTIONS

1 ما هي السرعة الزاوية لعقرب الثواني في الساعة؟ ما هو اتجاه ω عندما تنظر إلى ساعة معلقة رأسياً؟ ما مقدار متجه التسارع الزاوي α لعقرب الثواني؟

2 تدور عجلة عكس اتجاه عقارب الساعة في المستوى xy. ما هو اتجاه ω؟ ما هو اتجاه α إذا كانت السرعة الزاوية تتناقص مع الزمن؟

3 هل المعادلات الكينماتيكية لكل من ø، ω، α تكون صحيحة عندما تقاس الازاحة الزاوية بالزوايا الستينية بدلا من الزوايا النصف قطرية؟.

4 تدور دائرة بمعدل ثابت مقدارة 45 دورة في الثانية. ما مقدار سرعتها الزاوية بالتقدير الدائرية لكل ثانية؟ ما مقدار تسارعها الزاوي؟.

5 افترض أن $a = b$ و $M>m$ لمجموعة من الجسيمات الموضحة في الشكل 8.10 حول أي محور (x أو y أو z) يكون لعزم القصور اقل قيمة؟ أكبر قيمة؟

6 افترض أن القضيب في الشكل 10.10 له كتلة موزعة بطريقة غير منتظمة. بصورة عامة هل عزم القصور الذاتي حول المحور y يظل $ML^2/12$؟

إذا لم يكن كذلك هل من الممكن حساب عزم القصور الذاتي بدون معرفة الكيفية التي يتم بها توزيع الكتلة؟.

7 افترض أن هناك قوتان فقط تؤثران على جسم جاسيء. والقوتان متساويتان في المقدار ولكن متضادتان في الاتجاه؟ ما هو الشرط اللازم لدوران الجسم؟.

8 فسر كيف يمكنك استخدام الجهاز الموجود في الشكل 12.10 في تعيين عزم القصور الذاتي للعجلة (إذا كانت العجلة ليس لها كثافة توزيع ثابتة فإنه ليس من الضروري أن يساوي عزم القصور الذاتي $\frac{1}{2}MR^2$).

9- باستخدام نتائج المثال 12.10 كيف يمكنك حساب السرعة الزاوية للعجلة والسرعة الخطية للكتلة المعلقة بعد 2 ثانية. إذا اطلق الجسم ليتحرك من السكون عند $t=0$؟ هل العلاقة $\upsilon = R\omega$ تكون صالحة في هذه الحالة؟.

10- إذا وضعت كرة صغيرة كتلتها M في نهاية القضيب كما في الشكل 23.10 هل ستكون قيمة ω أكبر من أم أصغر من أم تساوي القيمة التي تم الحصول عليها في المثال 14.10؟.

11- فسر لماذا كان تغيير محور الدوران لجسم يُغيرو عزم القصور الذاتي له؟.

12- هل من الممكن تغيير طاقة الحركة الانتقالية لجسم بدون تغيير طاقته الدورانية؟.

13- اسطوانتان لهما نفس الابعاد تم اعدادهما للدوران حول محوريهما الطويلان بنفس السرعة الزاوية. احداهما مفرغة والاخرى ممتلئة بالماء. أي الاسطوانتين يكون من السهل عليها التوقف عن الدوران؟. فسر اجابتك.

14- هل يجب ان يدور الجسم حتى يكون له عزم قصور ذاتي غير صفري؟.

15 إذا ما رأيت جسماً يدور، هل من الضروري أن يكون هناك صافي عزم دوران يؤثر عليه؟.

16- هل الاجسام الساكنة للحظة يكون لها تسارع زاوي غير صفري؟.

17- القطر القطبي للارض يكون أقل قليلاً من القطر الاستوائي. كيف يتغير عزم القصور الذاتي إذا ما تم إزالة بعض من الكتلة من منطقة قرب خط الاستواء وتم تحويلها إلى المناطق القطبية حتى تصبح الكرة الارضية كُرية؟.

مسائل PROBLEMS

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي ☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل = فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

قسم 2.10 الكينماتيكا الدورانية: الحركة الدورانية بتسارع زاوي ثابت

1 تبدأ عجلة الدوران من السكون بتسارع زاوي ثابت إلى أن تصل إلى سرعة زاوية 12.0 rad/s بعد 3 ثانية احسب (a) مقدار التسارع الزاوي للعجلة (b) الزاوية (بالتقدير الدائري) التي تصنعها خلال هذه الفترة.

2- ما مقدار السرعة الزاوية بالتقدير الدائري لكل ثانية لكل من (a) الأرض عند دورانها حول الشمس و (b) القمر عند دورانه حول الأرض؟.

3- تصل الطائرة إلى نهاية الممر ثم تتوقف محركاتها. العضو الدوار Rotor لاحد محركاتها له سرعة زاوية ابتدائية في اتجاه عقارب الساعة تساوي 2 000 rad/s. يتباطأ دوران المحرك بتسارع زاوي مقداره 80.0 rad/s^2 (a) احسب السرعة الزاوية بعد 10 ثواني (b) ما هي الفترة الزمنية اللازمة للعضو الدوار حتى يسكن؟.

4- (a) ينطبق عقربا الدقائق والساعات عند الساعة 12. احسب جميع الأوقات الاخرى (لاقرب ثانية) والتي يتطابق فيها العقربان (b) إذا كان في الساعة عقرب ثواني، احسب جميع الاوقات التي يتطابق فيها الثلاث عقارب علماً بأنها تتطابق جميعها عند الساعة 12.

WEB 5 تم قطع التيار الكهربي عن موتور كهربي يقوم بإدارة عجلة جلخ بمعدل 100 دورة في الدقيقة. افترض انه يحدث تباطؤ بمعدل 2.0 rad/s^2 (a) ما الزمن الذي تأخذه العجلة حتى تتوقف (b) ما مقدار الزاوية بالتقدير الدائري التي تقطعها العجلة في الجزء (a).

6- يدور جهاز طرد مركزي في مركز طبي بسرعة دورانية مقدارها 36000 دورة في الدقيقة. عندما ينقطع التيار يدور 50 دورة قبل ان يتوقف احسب التسارع الزاوي الثابت للجهاز.

7- الموضع الزاوي لباب يتأرجح يعطى بالعلاقة $\theta = 5.0+ 10.0t+ 2.0t^2$ زاوية نصف قطرية. احسب الموضع الزاوي، السرعة الزاوية والتسارع الزاوي للباب (a) عند $t=0$ و (b) عند $t = 3.0s$.

8- عندما تدور حلة الغسالة الكهربية تبدأ من السكون ثم تكتسب سرعة زاوية ثابتة بعد 8.0s عندها تدور بمعدل 5.0 دورة/ثانية. في هذه اللحظة يفتح الشخص الغطاء

وبأمان يفصل التيار. تتباطأ الحلة بهدوء حتى تقف بعد 12.0s. كم عدد الدورات التي احدثتها الحلة خلال حركتها؟.

9 تحتاج عجلة تدور إلى 3.0 ثانية حتى تُكمل 37.0 دورة. إذا كانت سرعتها الزاوية في نهاية الثلاث ثوان هي 98.0 rad/s. ما مقدار التسارع الزاوي الثابت للعجلة؟.

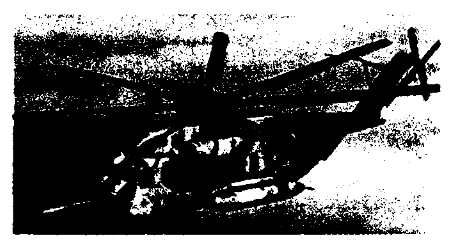
10- (a) ما مقدار السرعة الزاوية لدوران الارض حول محورها. عندما تدور الارض نحو الشرق ترى السماء تدور تجاه الغرب بنفس المعدل.

(b) تقع مدينة كامبريدج في إنجلترا على خط الطول $0°$. بينما تقع ساسكاتون في ساسكا تشيوان تقع على خط الطول 107 غرباً. ما مقدار الزمن الذي ينقضي بعد غروب مجموعة كواكب عند كامبريدج حتى تسقط هذه النجوم تحت الافق الغربي في ساسكاتون.

قسم 3.10 الكميات الزاوية والكميات الخطية

11 - احسب بالتقريب عدد الدورات التي يحدثها إطار سيارة في عام اذكر الكميات التي تحتاجها ومقدارها.

12 قطرا المروحتان الامامية والخلفية لطائرة هليكوبتر ذات محرك واحد هما 7.6m و 1.02m على التوالي. سرعتاهما الدورانية هما 450 دورة/دقيقة و 4138 دورة/دقيقة احسب سرعة طَرَفا المروحتين. قارن بين هذه السرعات مع سرعة الصوت 343m/s.



شكل P12.10

13 تسير سيارة سباق على مضمار دائري نصف قطره 250m. إذا كانت السيارة تتحرك بسرعة خطية ثابتة مقدارها 45.0m/s احسب

(a) سرعتها الزاوية و (b) مقدار واتجاه تسارعها.

14- تسير سيارة بسرعة 36.0 km/h على طريق مستقيم. إذا كان نصف قطر اطارها هو 25.0cm. احسب السرعة الزاوية لاحد إطاراتها باعتبار محور العجلة هو محور الدوران.

15 عجلة قطرها 2.0m تقع في مستوى رأسي وتدور بتسارع زاوي منتظم مقدارة $4.0\ rad/s^2$. تبدأ العجلة من السكون عند $t=0$ ويصنع متجه نصف القطر للنقطة P الواقعة على الحافة زاوية مقدارها $57.3°$ مع الافقي. عند هذه اللحظة احسب (a) السرعة الزاوية للعجلة (b) السرعة والتسارع الخطي للنقطة P (c) الموضع الزاوي للنقطة P.

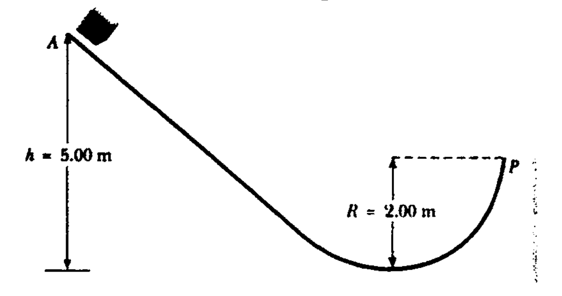
16- يتسبب رامي القرص في تسارع القرص من السكون إلى سرعة 25m/s بلفه خلال 1.25 دورة. افترض أن القرص يتحرك على قوس من دائرة نصف قطرها 1.0m (a) احسب السرعة الزاوية النهائية للقرص (b) احسب مقدار التسارع الزاوي للقرص بفرض أنه ثابت (c) احسب زمن التسارع.



شكل P16.10

17- تتسارع سيارة بانتظام من السكون لتصل سرعتها إلى 22.0.m/s بعد 9.0 ثانية إذا كان قطر الاطار هو 58.0cm، احسب (a) عدد الدورات التي يحدثها الإطار خلال هذه الحركة بفرض عدم حدوث انزلاق (b) ما هي السرعة الدورانية النهائية للإطار مقدرة بالدورة/ ثانية.

18- أطلقت كتلة مقدارها 6.0kg من النقطة A على مضمار املس الموضح في الشكل P18.10. احسب المركبتان العمودية والماسية لتسارع الكتلة عند P.



شكل P18.10

WEB 19- يدور قرص نصف قطره 8.0cm بمعدل ثابت 1200 دورة/ دقيقة حول محورة المركزي احسب (a) سرعته الزاوية (b) السرعة الخطية عند نقطة على بعد 3.0cm من المركز (c) التسارع العمودي لنقطة على الحافة (d) المسافة الكلية التي تتحركها نقطة على الحافة في 2.0 ثانية.

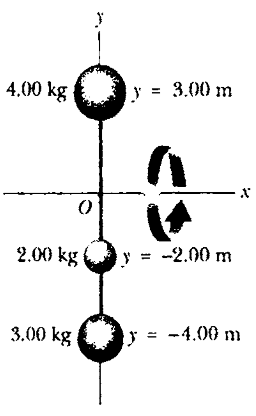
20- تتسارع سيارة متحركة على مضمار افقي دائري بانتظام من السكون بتسارع مماسي مقداره $1.7 m/s^2$. تقطع السيارة ربع المسار قبل أن تنزلق على المضمار. احسب معامل الاحتكاك الاستاتيكي بين السيارة والمضمار من هذه البيانات.

21- يتحرك جسم صغير كتلته 4.0 kg بسرعة ثابتة مقدارها 4.5 m/s ضد عقارب الساعة في دائرة نصف قطرها 3.0m مركزها هو نقطة الأصل. بدأ الجسم الحركة من النقطة الكرتيزية (3m,0). عندما تكون الازاحة الزاوية هي 9.0 rad. ما هو متجه الموضع للجسم مستخدماً وحدات المتجه الكرتيزية؟ (b) في أي ربع يقع الجسم وما هي الزاوية التي يصنعها متجه الموضع مع الاتجاه الموجب للمحور x؟. (c) عين متجه؟ السرعة للجسم باستخدام وحدات المتجه (d) في اي اتجاه يتحرك؟ اقم رسماً تخطيطياً لمتجهي الموضع والسرعة (e) احسب تسارعه باستخدام وحدات المتجه؟ (f) ما مقدار القوة الكلية التي تؤثر على الجسم؟ (عبر عن اجابتك باستخدام وحدات المتجه).

22- وضع شريط كاسيت معياري في الكاسيت. كل وجه يستمر لمدة 30 دقيقة. يدخل عمودا الدوران في عجلتي الشريط. افترض أن الموتور يدير عمود واحد بسرعة زاوية ثابتة مقدارها 1rad/s والعمود الثاني حراً في ان يتحرك بأي سرعة زاوية. قدر سُمك الشريط.

قسم 4.10 الطاقة الدورانية

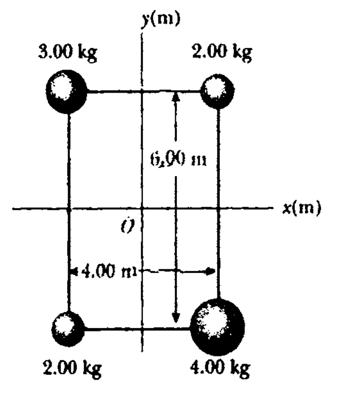
23- ثلاث أجسام صغيرة مرتبطة مع بعضها بقضبان جاسيءة مهملة الكتلة وتقع على المحور y (شكل P23.10). إذا كانت المنظومة تدور حول المحور x بسرعة زاوية مقدارها 2.0rad/s احسب (a) عزم القصور الذاتي حول المحور x وطاقة الحركة الدورانية الكلية من العلاقة $\frac{1}{2}I\omega^2$ و (b) السرعة الخطية لكل جسم وطاقة الحركة الكلية من $\sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$.



شكل P23.10

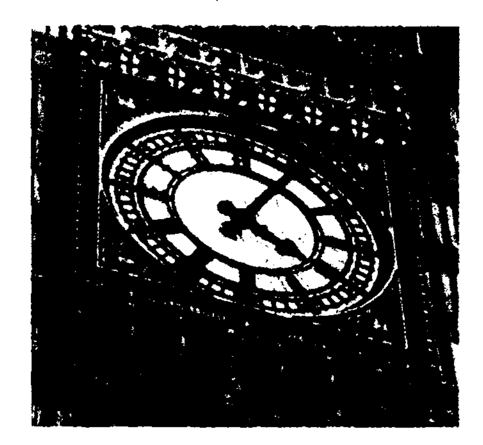
24- يتحرك مركز كتله كرة البيسبول (نصف قطرها 3.8cm) بسرعة 38m/s. تدور الكرة حول محور يمر بمركز كتلتها بسرعة زاوية 125rad/s. احسب نسبة الطاقة الدورانية إلى طاقة الحركة الانتقالية. افترض أن الكرة كروية و منتظمة.

25 يوضح الشكل P25.10 اربع أجسام متصلة بقضبان مهملة الكتلة. نقطة الاصل تقع في مركز المستطيل. إذا دارت المنظومة في المستوى xy حول المحور z بسرعة زاوية 6rad/s. احسب (a) عزم القصور الذاتي للمنظومة حول المحور z (b) الطاقة الدورانية للمنظومة



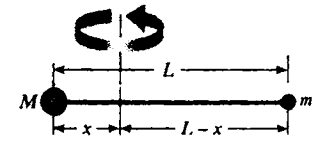
شكل P25.10

26 عقرب الساعات وعقرب الدقائق في ساعة بيج بن، ساعة برج البرلمان المشهورة في لندن، طولهما 2.7m، 4.5m وكتلتاهما 60kg، 100.0kg على التوالي احسب طاقة الحركة الدورانية الكلية للذراعين حول محور الدوران. (يمكن اعتبار العقربين كقضبين طويلين رقيقين).



شكل P26.10 المسألتان 26، 70

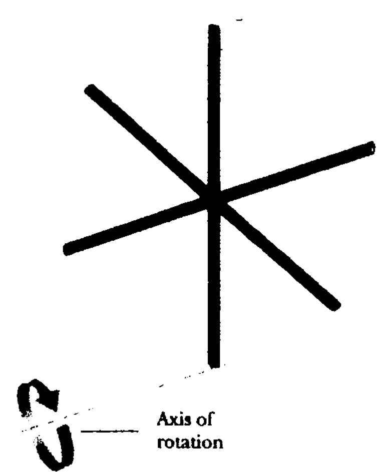
27- كتلتان M، m متصلتان بقضيب جاسىء طوله L مهمل الكتلة كما هو موضح بالشكل P27.10. بالنسبة لمحور عمودي على القضيب، اثبت ان المنظومة لها أقل عزم قصور ذاتي عندما يمر المحور خلال مركز الكتلة. اثبت ان عزم القصور الذاتي هو $I = \mu L^2$ حيث $\mu = mM/(m+M)$.



شكل P27.10

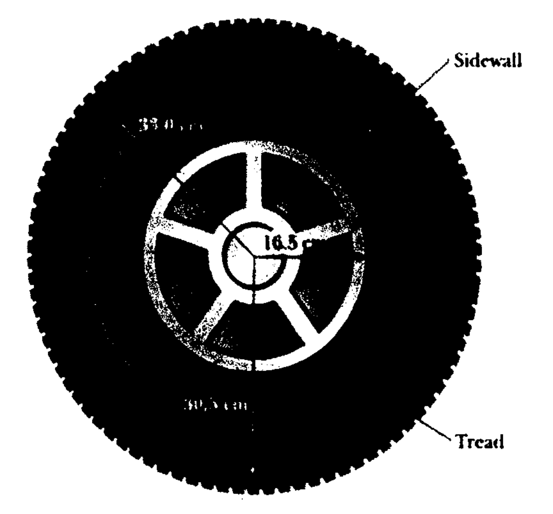
قسم 5.10 حساب عزم القصور الذاتي

28- ثلاث قضبان متماثلة رقيقة وطويلة طول كل منهم L وكتلته m تم التحامهم متعامدين على بعضهم كما بالشكل P28.10. عند دوران المجموعة حول محور يمر خلال طرف احد القضبان ومواز للآخر. احسب عزم القصور الذاتي لهذه المجموعة.



شكل P28.10

29- يوضح الشكل P29.10 منظر جانبي لإطار سيارة وابعاده النصف قطرية. الاطار المطاطي له جانبين ذو سمك صغير مقدارة 0.635 cm واتساع (موطئ) ذو سمك منتظم مقداره 2.5 cm وعرضه 20.0 cm. افترض ان كثافته منتظمة ومقدارها $1.1\times 10^3 kg/m^3$. احسب عزم القصور الذاتي حول محور يمر خلال مركزة وعمودي على مستوى الجدارين الجانبيين.

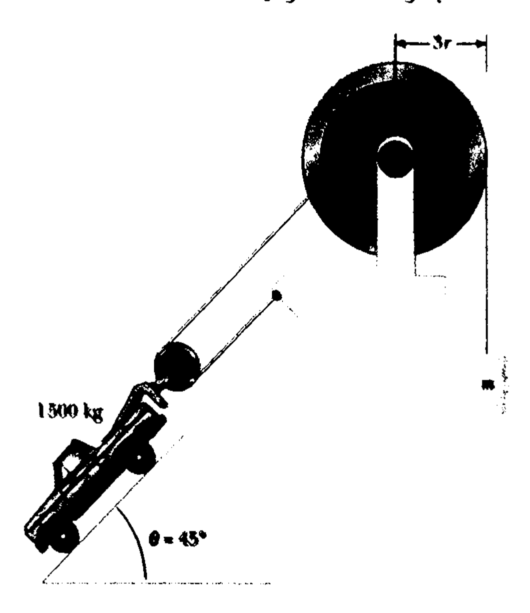


شكل P29.10

30- استخدم نظرية المحور الموازي والجدول 10.2 في حساب عزم القصور الذاتي لكل من (a) اسطوانة صلبة حول محور يوازي محور مركز الكتلة ويمر خلال حافة الاسطوانة و (b) كرة مصمتة حول محور مماسا لسطحها.

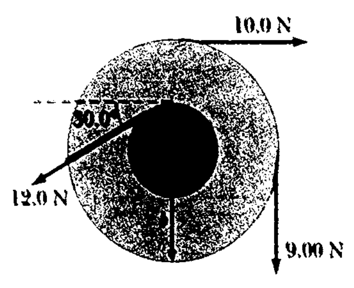
قسم 6.10 عزم الدوران.

31- احسب الكتلة اللازمة *m* لتتزن مع عربة نقل كتلتها 1500kg على منحدر مائل كما هو موضح بالشكل P31.10. افرض أن كل البكرات ملساء ومهملة الكتلة.



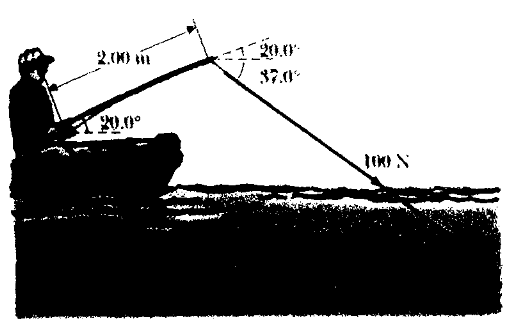
شكل P31.10

WEB 32 احسب صافي عزم الدوران على العجلة في الشكل P32.10 حول محور يمر خلال *O* إذا كانت $a = 10.0cm$ و $b= 25.0cm$.



شكل P32.10

33- يصنع عمود السنارة الموضح في الشكل P33.10 زاوية مقدارها 20.0° مع الأفقي ما مقدار عزم الدوران الذي تؤثر به السمكة حول محور عمودي على الصفحة ويمر خلال مقبض الصياد؟



شكل P33.10

34- قطر إطارات سيارة كتلتها 1500kg هو 0.600m ومعاملا الاحتكاك مع سطح الطريق $\mu_s=$ 0.800 و $\mu_k=$ 0.600. بافتراض ان الوزن موزع بالتساوي على الاربع عجلات، احسب اقصى عزم دوران يؤثر به محرك السيارة على عجلة القيادة بحيث لاتدور عجلة القيادة- يمكنك افتراض ان السيارة في سكون.

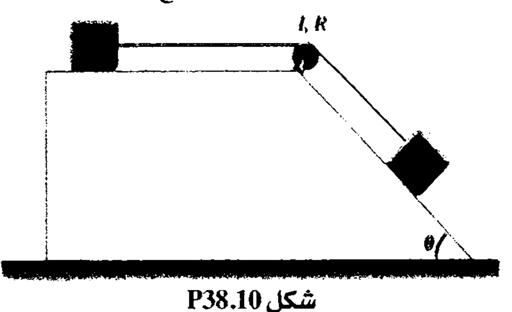
35- افترض أن السيارة في المسألة 34 لها اقراص فرملة. تتباطأ كل عجلة نتيجة قوة احتكاك بين مسند فرامل مفرد وعضو يدور (للتربين) على هيئة قرص. في مثل هذه السيارات يلتصق مسند الفرامل مع العضو الدوار على بعد متوسط مقداره 22.0cm من المحور. إذا كان معاملا الاحتكاك بين مسند الفرامل والقرص هما $\mu_s=$ 0.60 و $\mu_k=$ 0.50. احسب القوة العمودية التي تستخدم على العضو الدوار حتى تتباطأ السيارة بأسرع مايمكن.

قسم 7.10 العلاقة بين عزم الدوران والتسارع الزاوي

WEB **36** نموذج طائرة كتلته 0.75 kg مربوط بسلك طويل حتى تحلق في دائرة نصف قطرها 30.0cm. يعطي محرك الطائرة قوة دافعة مقدارها 0.80 N عمودياً على السلك (a) احسب عزم الدوران الذي تنتجه القوة الدافعة حول مركز الدائرة (b) احسب التسارع الزاوي للطائرة عندما تكون في طيران أفقي (c) احسب التسارع الخطي للطائرة والمماس لمسار طيرانها.

37- ينتج عن اتحاد قوة خارجية وقوة الاحتكاك عزم دوران كلي ثابت مقدارة 36.0 N·m على عجلة تدور حول محور ثابت. تؤثر القوة الخارجية لمدة 6 ثواني، وأثناء هذه الفترة تزداد السرعة الزاوية للعجلة من 0 إلى 10.0 rad/s. بعد ذلك تلغي القوة الخارجية وتتوقف العجلة بعد 60.0 ثانية. احسب (a) عزم القصور الذاتي للعجلة (b) مقدار عزم الدوران الناتج عن الاحتكاك و (c) المجموع الكلي لعدد لفات العجلة.

38- ثقل m_1 كتلته 2.0kg وثقل آخر m_2 كتلته 6.00 kg مربوطان ببعضهما بحبل مهمل الكتلة يمر على عجلة على هيئة قرص نصف قطره $R=$ 0.25m وكتلته $M=$ 10.0kg. يسمح للثقلين أن يتحركا على وتد من الصخر (block- Wedge) يصنع زاوية 30° كما هو موضح بالشكل 38.10.



شكل P38.10

معامل الاحتكاك لكلا الثقلين هو 0.36. ارسم الرسم الهندسي للجسم الحر لكلا الثقلين وللبكرة. احسب (a) تسارع الثقلين (b) الشد في الخيط على جانبي العجلة.

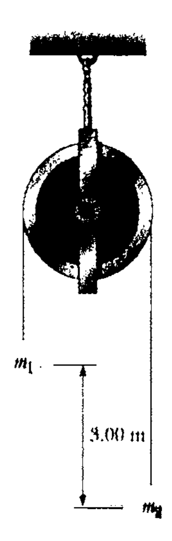
39- عجلة الخزف- قرص حجري سميك نصف قطره 0.50m وكتلته 100kg يدور حراً بمعدل 50rev/min. يمكن للعامل ايقاف القرص في 6.0 ثانية بضغط قطعة قماش مبللة أمام حافة العجلة لكي تؤثر بقوة نصف قطرية للداخل مقدارها 70.0N. احسب معامل الاحتكاك الكيناتيكي المؤثر بين العجلة وقطعة القماش.

قسم 8.10 الشغل والقدرة والطاقة في الحركة الدورانية

40- قضيب اسطواني طوله 24.0cm وكتلته 1.2kg ونصف قطره 1.5cm وكره قطرها 8.0cm وكتلتها 2.0kg مثبتة بأحد طرفيه. هذه المنظومة رأسية وساكنة في البداية عندما تكون الكرة على القمة. الجهاز حر الحركة حول نقطة القاع للقضيب.

(a) عند سقوطه بـ 90° درجة ما مقدار طاقة حركته الدورانية؟ (b) ما مقدار السرعة الزاوية للقضيب والكرة؟ (c) ما مقدار السرعة الخطية للكرة؟ (d) كيف يمكن مقارنة ذلك بسرعة الكرة إذا ما سقطت الكرة سقوطاً حراً لمسافة 28cm.

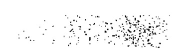
41- كتلة مقدارها 15.0 kg وأخرى مقدارها 10.kg معلقتان على بكرة نصف قطرها 10.cm وكتلتها 3.0kg (شكل P41.10). إذا كانت كتلة الحبل مهملة ويسبب دوران البكرة بدون انزلاق وبدون احتكاك. تبد الكتلتان الحركة من السكون والمسافة بينهما 3.0m. إذا تعاملنا مع البكرة كقرص منتظم احسب سرعة الكتلتين لحظة مرور كل منهما على الأخرى.



شكل P41.10 المسألتان 41، 42

42- كتلة مقدارها m_2 وأخرى m_1 معلقتان على بكرة نصف قطرها R وكتلتها M (شكل P10.41). إذا كانت كتلة الحبل مهملة ويسبب دوران البكرة بدون انزلاق وبدون احتكاك. تبدأ الكتلتان الحركة من السكون والمسافة بينهما d. إذا تعاملنا مع البكرة كقرص منتظم. احسب سرعة الكتلتين لحظة مرور كل منهما على الأخرى.

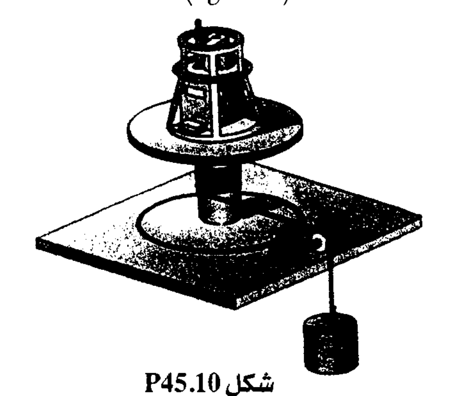
43 ثقل وزنه 50.0N مربوط في نهاية حبل خفيف ملفوف حول بكرة نصف قطرها 0.25m وكتلتها 3.0kg. البكرة عبارة عن قرص صلب حر الدوران في مستوى رأسي حول محور افقي مار بمركز القرص. اطلق الجسم للحركة وهو على ارتفاع 6.0m من الارض (a) احسب الشد في الحبل، تسارع الكتلة وسرعة ارتطام الثقل بالارض. (b) احسب السرعة التي تم الحصول عليها في (a) باستخدام مبدأ حفظ الطاقة.



44- يستخدم عزم دوران ثابت مقداره 25.0N·m على حجر جلخ عزم القصور الذاتي له هو $0.13kg{\cdot}m^2$. باستخدام مبادىء الطاقة. احسب السرعة الزاوية بعد أن يدور الحجر 15.0 دورة (اهمل الاحتكاك).

45 تصف هذه المسألة احدى الطرق التجريبية لتعيين عزم القصور الذاتي لجسم غير منتظم الشكل مثل حمولة قمر صناعي. يوضح الشكل P45.10 كتلة معلقة m بحبل حول بكرة نصف قطرها r مكوناً جزء من مدعم دوار للجسم. عندما تتحرك الكتلة من السكون فإنها تهبط مسافة h وتكتسب سرعة v. اثبت ان عزم القصور الذاتي I للجهاز (شاملاً المنضدة الدوارة) هو

$$mr^2 / \left(\frac{2gh}{v^2} - 1\right)$$



شكل P45.10

46- اتوبيس مصمم بحيث يستمد قدرته من حذافة دوارة والتي تصل إلى اقصى معدل دوران 3000 rev/min بواسطة موتور كهربي. الحذافة عبارة عن اسطوانة صلبة كتلتها 1000 kg وقطرها 1.0m. إذا كان الاتوبيس يحتاج في المتوسط قدرة مقدارها 10.kW ماهي الفترة اللازمة لدوران الحذافة؟.

47 (a) قرص صلب منتظم نصف قطره R وكتلته M يدور دوراناً حراً على مفصلة ملساء تقع على حافته. (شكل P47.10). إذا تحرك القرص من السكون عند الدائرة الزرقاء. ما هي سرعة مركز كتلته عندما يصل القرص إلى الموضع الموضح بالدائرة المظللة؟ (b) ما هي سرعة ادنى نقطة على القرص في الموضع المظلل؟ (c) كرر الجزء (a) مستخدماً طوق منتظم.



شكل P47.10

48- أرجوحة خيل وزنها 800N عبارة عن قرص صلب نصف قطرة 1.5m وتبدأ الحركة من السكون بقوة ثابتة مقدارها 50.N تستخدم مماسيا للاسطوانة احسب طاقة الحركة للاسطوانة الصلبة بعد 3.0 ثانية؟

49- عجلة جلخ في صورة قرص منتظم نصف قطره 7.0cm وكتلته 2.0.kg. تبدأ الحركة من السكون وتتسارع بانتظام تحت تأثير عزم دوران ثابت مقدارة 0.60N·m والذي يؤثر به الموتور على العجلة (a) ما الزمن اللازم للعجلة لتصل إلى سرعة دوران نهائية مقدارها 1200 rev/min؟ احسب عدد الدورات التي تدورها أثناء تسارعها؟.

50- كثافة الارض عند أي مسافة r من مركزها تعطي تقريباً بالعلاقة

$$\rho = [14.2 - 11.6\, r/R] \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

حيث R نصف قطر الأرض اثبت أن هذه الكثافة تؤدي إلى عزم قصور ذاتي مقدارة $I = 0.33MR^2$ حول محور يمر بالمركز، حيث M هي كتلة الأرض.

51 خيط خفيف من النيلون طوله 4.0m ملفوف حول بكرة اسطوانية منتظمة نصف قطرها 0.3m وكتلتها 1.0kg . البكرة موضوعة على محور املس وفي وضع السكون. إذا جُذب الخيط من على البكرة بتسارع ثابت مقداره $2.5 m/s^2$. (a) ما مقدار الشغل المبذول على البكرة عندما تصل سرعتها الزاوية إلى $8.0 rad/s^2$؟ (b) بافتراض ان الخيط الملفوف حول البكرة طويل بدرجة كافية ما هو الزمن اللازم لكي تصل السرعة الزاوية للبكرة إلى هذه القيمة؟ (c) هل يوجد طول كافي من الخيط على البكرة؟.

52- حذافة في صورة قرص دائري ثقيل قطره 0.60 m وكتلته 200 kg موضوعة على حامل أملس. تتسارع الحذافة من السكون إلى 10000 rev/min بواسطة موتور كهربي (a) ما مقدار عزم القصور الذاتي للحذافة (b) ما مقدار الشغل المبذول عليها أثناء هذا التسارع؟. (c) عندما تصل السرعة الزاوية للحذافة إلى 1000 rev/min يتم فصل الموتور ويتم استخدام فرامل الاحتكاك لإبطاء معدل الدوران إلى 500 rev/min ما مقدار الطاقة المفقودة كطاقة داخلية في فرامل الاحتكاك؟.

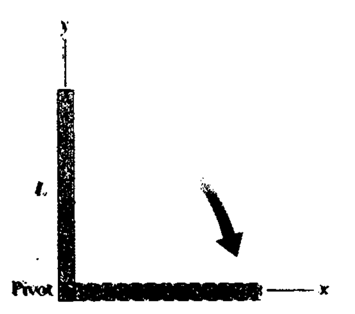
53- تدور اسطوانة العمود بمعدل 65.0rad/s عند t=0. بعد ذلك يعطىَ تسارعها الزاوي بالعلاقة

$$\alpha= -10 \text{ rad/s}^2 - 5t \text{ rad/s}^3$$

حيث t الزمن المار (a) احسب سرعتها الزاوية عند $t = 3.0s$ (b) ما عدد الدورات التي تدورها في الـ 3 ثوان؟.

54- لأي محور دوراني، يعرف نصف قطر حركة الدوران K لجسم جاسيء بالعلاقة $k^2= I/M$ حيث M هي الكتلة الكلية للجسم و I عزم القصور الذاتي له. وهكذا فإن نصف قطر الحركة الدائرية يساوي المسافة بين نقطة مادية تخيلية M ومحور الدوران بحيث تكون I للنقطة المادية حول هذا المحور هي نفسها للجسم الجاسيء. احسب نصف قطر الحركة الدورانية لكل من (a) قرص صلب نصف قطره R (b) قضيب منتظم طوله L (c) كرة مصمتة نصف قطرها R عند دوران كل من الثلاث حول المحور المركزي.

55 قضيب طويل طوله L وكتلته M يدور حول مفصلة ملساء افقية مارة بأحد طرفيه. يبدأ القضيب الحركة من السكون في الوضع الرأسي كما هو موضح بالشكل P55.10 . في لحظة ما يكون القضيب افقي احسب (a) سرعته الزاوية

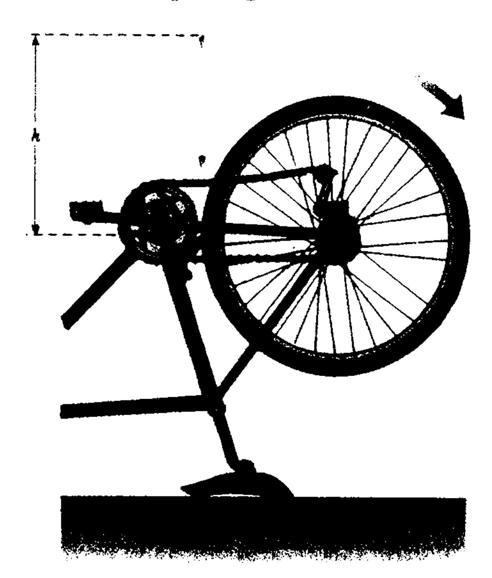


شكل P55.10

(b) مقدار تسارعة الزاوي (c) مركبتا تسارع مركز الكتلة في اتجاهي x، y و (d) مركبتا قوة رد الفعل عند نقطة الارتكاز.

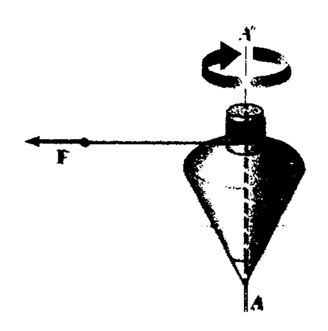
56- يحاول صاحب دراجة إصلاح إطارها فوضعها مقلوبة. تقوم صديقته بتدويم العجلة الاخرى، نصف قطرها 0.381m فلاحظت أن قطرات من الماء تتطاير مماسة للعجلة. قامت بقياس الارتفاع الرأسي لقطرات الماء (شكل P56.10) فوجدت أن النقاط التي تتطاير خلال الدورة الاولى تصل إلى ارتفاع $h=$ 54.0.0cm

أعلى نقطة التماس بينما تصل النقاط التي تتطاير خلال الدورة الثانية إلى ارتفاع 51.0cm أعلى نقطة التماس. يبدأ هذا الارتفاع في التناقص نظراً لتناقص السرعة الزاوية للعجلة. من هذه المعلومات. احسب مقدار متوسط التسارع الزاوي للعجلة.



شكل P56.10 المسألتان 56، 57

57- يحاول صاحب دراجة إصلاح إطارها فوضعها مقلوبة. تقوم صديقته بتدويم العجلة الأخرى، نصف قطرها R فلاحظت أن قطرات من الماء تتطاير مماسة للعجلة. قامت بقياس الارتفاع الرأسي لقطرات الماء (انظر شكل P56.10) فوجدت أن النقاط التي تتطاير خلال الدورة الاولى تصل إلى ارتفاع h_1 أعلى نقطة التماس. بينما تصل النقاط التي تتطاير خلال الدورة الثانية إلى ارتفاع $h_1>h_2$ أعلى نقطة التماس. يبدأ هذا الارتفاع في التناقص نظراً لتناقص السرعة الزاوية للعجلة. من هذه المعلومات احسب مقدار متوسط التسارع الزاوي للعجلة.



شكل P58.10

58- الدوامة الموضحة في الشكل P58.10 لها عزم قصور ذاتي $4.0x\ 10^{-4}kg{\cdot}m^2$ وهي في حالة سكون، ويمكنها أن تدور حول محور ثابت AA'. تم جذب الخيط الملفوف حول مسمار الدوامة بحيث يؤثر بشد ثابت مقدارة 5.57N. بافتراض أن الخيط لاينزلق عندما ينحل من حول المسمار. ما مقدار السرعة الزاوية للدوامة عندما ينحل 80.cm من الخيط الملفوف حول المسمار؟.

59- خيط ملفوف حول بكرة كتلتها m ونصف قطرها r. يتصل الطرف الحر من الخيط بثقل كتلتة M. يبدأ الثقل الحركة من السكون وبعد ذلك ينزلق إلى أسفل مستوى مائل يصنع زاوية θ مع المستوى الافقي. إذا كان معامل الاحتكاك الكيناتيكي بين الثقل والمستوى المائل هو μ (a) استخدم طرق الطاقة لإثبات أن سرعة الثقل كدالة في الازاحة d اسفل المستوى المائل هي:

$$v=\left[4gdM(m+2M)^{-1}(\sin\theta-\mu\cos\theta)\right]^{1/2}$$

(b) احسب مقدار التسارع للثقل بدلالة μ، m، M، g، θ.

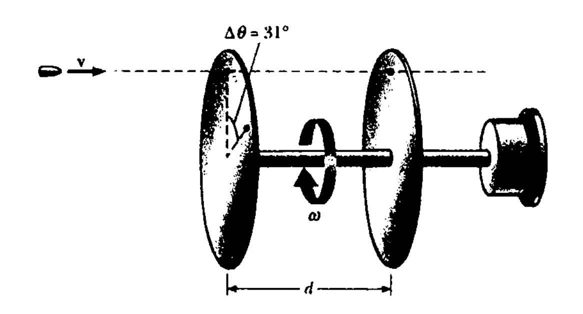
60- (a) ما هي الطاقة الدورانية للارض حول محور دورانها حول نفسها. نصف قطر الارض 6370km وكتلتها $5.98x\ 10^{24}kg$. افترض أن الارض عبارة عن كرة لها

عزم قصور ذاتي $\frac{2}{5} M R^2$ (b) تتناقص الطاقة الدورانية للارض باستمرار بسبب المد والجزر. احسب التغير في الطاقة الدورانية في يوم واحد باعتبار أن زمن الدوران يزداد بحوالي 10μs كل عام.

61- يمكن تعيين سرعة رصاصة وذلك بامرارها خلال قرصين من الورق يدوران ولهما نفس المحور ويبعدان عن بعضهما بمسافة d (شكل P61.10)

بمعرفة الازاحة الزاوية بين الثقبين في القرصين والسرعة الزاوية للقرصين، يمكننا تعيين سرعة الرصاصة. احسب سرعة الرصاصة من البيانات التالية:

$\Delta\theta = 31.0°$ ،$\omega = 900$rev/min ،$d = 80$cm



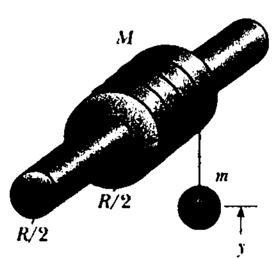
شكل P61.10

62- عجلة مكونة من طوق وعدد n من الأسلاك المتساوية البعد والتي تمتد من مركز الطوق (الصرة) إلى الحافة. إذا كانت كتلة الطوق M، ونصف قطره (طول السلك) هو R وكتلة السلك الواحد هي m. احسب (a) عزم القصور الذاتي للعجلة حول محور يمر بمركزها وعمودي على مستوى العجلة و (b) عزم القصور الذاتي للعجلة حول محور يمر بحافتها وعمودي على مستوى العجلة.

63- باب صلب- رقيق منتظم ارتفاعه 2.2m وعرضه 0.87m وكتلته 23.0kg. احسب عزم القصور الذاتي له عند دورانه حول مفصلاته. هل هناك بعض البيانات المعطاة ليس لها فائدة.

64- مكبس اسطواني منتظم مجوف نصف قطره الداخلي $R/2$ ونصف قطره الخارجي R وكتلته M (شكل P64.10) موضوع بحيث يمكنه الدوران حول محور أفقي مهمل الكتلة. تم ربط كتلة M في نهاية الحبل الملفوف على المكبس. إذا سقطت الكتلة m مسافة y من السكون في زمن t. اثبت أن عزم الدوران نتيجة قوى الاحتكاك بين المكبس والمحور هي:

$$\tau_f = R\{m(g-2y/t^2) - M(5y/4t^2)\}$$

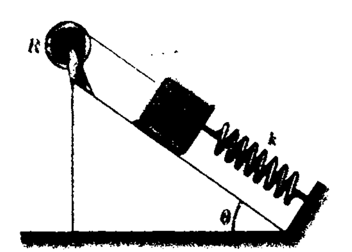


شكل P64.10

65- يمكن لموتور كهربي ان يحدث تسارعاً لعجلة فيرري عزم القصور الذاتي لها هو I =20000kg·m² من السكون إلى 10.0rad/min في 12.0 ثانية. عند اغلاق الموتور يتسبب الاحتكاك في إبطاء العجلة من 10. إلى 8.0rev/min في فترة 10 ثواني (a) احسب عزم الدوران المتولد من الموتور حتى تحدث العجلة 10.0rev/min و (b) القدرة المطلوبة للبقاء على هذه السرعة الدورانية.

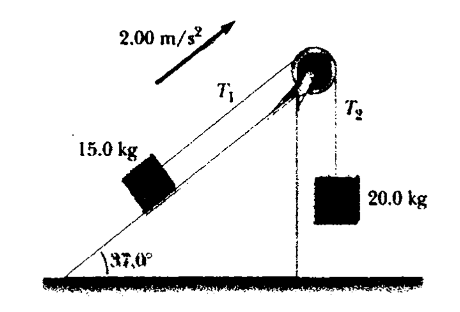
66- البكرة الموضحة في الشكل 66.10 نصف قطرها R وعزم القصور الذاتي لها I. يتصل أحد طرفي الكتلة m بزنبرك له ثابت قوة k بينما الطرف الآخر مربوط بحبل

ملفوف على البكرة. كلا من محور البكرة والمستوى المائل املسين. إذا كان الحبل ملفوفاً حول البكرة في اتجاه ضد عقارب الساعة حتى يستطيل الزنبرك مسافة d من وضع الاسترخاء له. ثم اطلقت للحركة من السكون احسب (a) السرعة الزاوية للبكرة عندما يصبح الزنبرك غير منبسطاً و (b) القيمة العددية للسرعة الزاوية عند هذه النقطة إذا كانت $I = 1.0\ kg{\cdot}m^2$، $R = 0.3\ m$، $k = 50.\ N/m$، $m= 0.50\ kg$، $d= 0.2m$ و $\theta= 37°$.



شكل P66.10

67 ثقلان. كما هو موضح بالشكل P67.10 متصلان بخيط مهمل الكتلة يمر على بكرة نصف قطرها 0.25 m وعزم القصور الذاتي لها I. تتحرك الكتلة الموضوعة على السطح المائل الاملس إلى أعلى بتسارع ثابت $2.0\ m/s^2$ (a) احسب الشد في جزئي الخيط T_1، T_2.



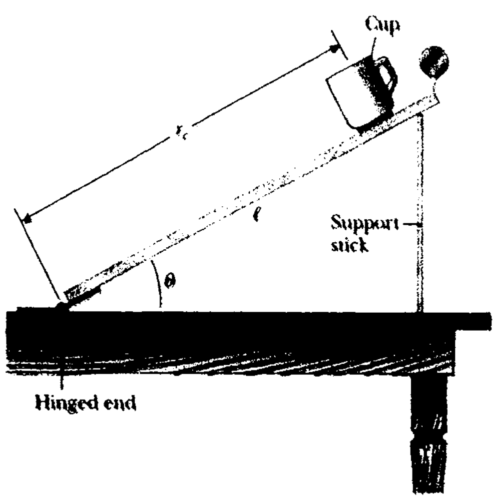
شكل P67.10

(b) احسب عزم القصور الذاتي للبكرة.

68- تتكون إحدى وسائل الايضاح- الموضحة في الشكل P68.10، من كرة موضوعة عند نهاية أحد طرفي لوح طوله ℓ والطرف الآخر مثبت بمفصلة بحيث يصنع زاوية θ. إذا ثبت فنجان على اللوح على بعد r_c بحيث يلحق بالكرة عند ازالة العصا فجأة والموضوعة كدعامة. (a) اثبت أن الكرة سوف تتأخر بعد اللوح عندما تكون θ أقل من 35.3° وأن (b) الكرة تسقط في الفنجان عندما يكون اللوح عند هذه الزاوية والفنجان موضوعاً على بعد

$$r_c = \frac{2\ \ell}{3 \cos \theta}$$

(c) إذا كانت الكرة موضوعة عند نهاية عصا طولها 1.0m. عند هذه الزاوية الحرجة، اثبت أنه يجب أن يكون الفنجان على بعد 18.4cm من الطرف المتحرك.



شكل P68.10

69 نتيجة الاحتكاك، تتغير السرعة الزاوية للعجلة مع الزمن طبقاً للعلاقة:

$$d\theta / dt = \omega_0 e^{-\sigma t}$$

حيث ω_0، σ ثابتان. تتغير السرعة الزاوية من 3.5rad/s عند $t = 0$ إلى 2.0rad/s بعد t= 9.30s. استخدم هذه المعلومات في

تعيين σ، ω_0 ثم عين (a) مقدار التسارع الزاوي عند (b) t= 3.0s عدد الدورات التي تحدثها الدراجة في أول 2.5 ثانية (c) عدد الدورات التي تحدثها الدراجة إلى أن تسكن.

70- عقربا الدقائق والساعات في ساعة بيج بن، الساعة المشهورة في برج البرلمان في لندن طولهما 2.7m، 4.5m وكتلتاهما 60.Kg، 100Kg على التوالي (انظر شكل P26.10) (a) احسب عزم الدوران الناتج عن وزني الذراعين حول محور دورانهما عندما يكون الوقت (i) 3:00 (ii) 5:15 (iii) 6:00 (iv) 8:20 (v) 9:45 (يمكن اعتبار كلا الذراعين كقضيب طويل رقيق) (b) احسب كل الاوقات التي عندها يكون عزم الدوران حول محور الدوران يساوي صفراً. احسب الاوقات لأقرب ثانية وذلك بحل المعادلة المتسامية بطريقة عددية.

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

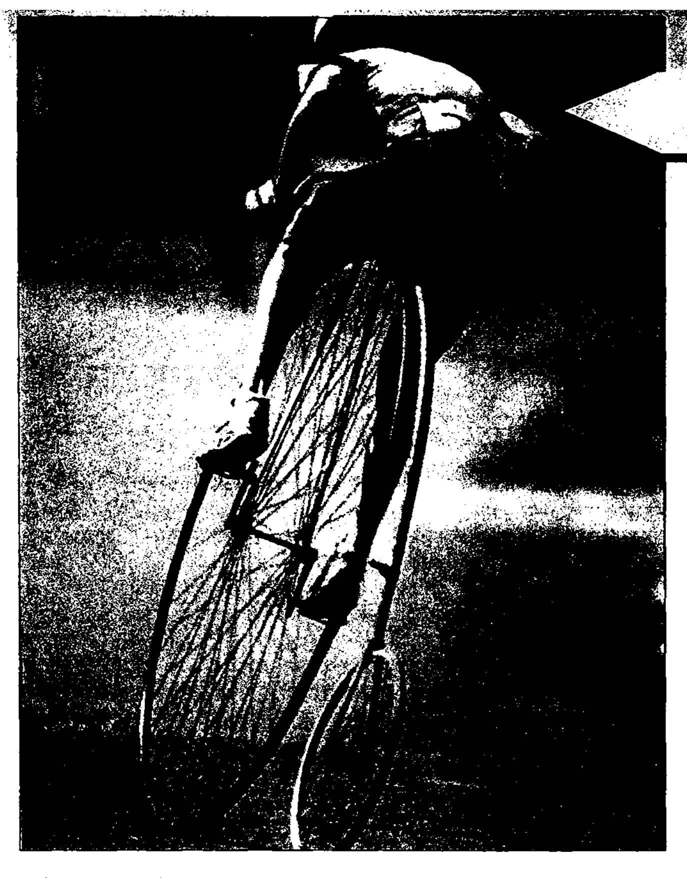
(1.10) توضح ω السالبة أننا نتعامل مع جسم يدور في اتجاه عقارب الساعة. كذلك نعلم أنه عندما تكون ω، α متضادي التوازي فإن ω تتناقص ويتباطأ الجسم. لهذا فإن الجسم يلف حول نفسه ببطء أكثر وأكثر (بسرعة زاوية أقل) في اتجاه عقارب الساعة أو الاتجاه السالب. هناك تماثل بين ذلك وبين غواصة الفضاء عند فتحها الباراشوت. السرعة سالبة ولأسفل عندما تقوم الغواصة بفتح الباراشوت، تسبب القوة الهائلة لاعلى تسارع لأعلى. كنتيجة لذلك، فإن كلا من متجهي التسارع والسرعة يكونا عكس الاتجاه مع بعضهما. بالتالي يتباطأ الباراشوت.

(2.10) (a) نعم: كل النقاط في العجلة لها نفس السرعة الزاوية. هذا هو السبب في استخدامنا الكميات الزاوية في وصف الحركة الدورانية (b) لا. ليس لكل النقاط على العجلة نفس السرعة الخطية (c) $\upsilon = 0$، $a = 0$ (d) $\upsilon = R\omega/2$، $a = a_r = \upsilon^2/R/2 = R\omega^2/2$ (a_r تساوي صفراً عند جميع النقاط لأن ω ثابتة) (e) $\upsilon = R\omega$، $a = R\omega^2$.

(3.10) (a) $I = MR^2$، (b) $I = MR^2$. عزم الدوران لمنظومة مكونة من كتل متساوية البعد من محور الدوران تساوي دائماً حاصل ضرب الكتل في مربع البعد عن المحور.

(4.10) (b) الدوران حول المحور المار بالنقطة P يتطلب شغلاً أكثر. عزم القصور الذاتي للطوق حول المحور المركزي هو $I_{CM} = MR^2$، بينما تعطي نظرية المحور الموازي عزم القصور الذاتي حول المحور المار بالنقطة P

$$I_p = I_{CM} + MR^2 = MR^2 + MR^2 = 2MR^2$$



صورة محيرة

أحد أنواع الدراجات القديمة هي المسماة دراجة البنس- فارتنج نظراً لأن النسبة بين عجلتيها كالنسبة بين البنس الإنجليزي والفارتنج (ربع البنس) وقد ابتكرت عام 1870. عندما ينظر الراكب من فوق إلى العجلة الأمامية يجدها تتحرك إلى الأمام أسرع منه وأسرع من القضيب الأفقي (الجادون) الذي يمسك به. كما أنه يلاحظ أن مركز العجلة لايبدو انه يتحرك بالنسبة للجادون. كيف يمكن أن تتحرك الأجزاء المختلفة بسرعات خطية مختلفة؟

الفصل الحادي عشر 11

الحركة التدحرجية وكمية الحركة الزاوية

Rolling Motion and Angular Momentum

ويتضمن هذا الفصل :

في الباب السابق درسنا كيف نتعامل مع جسم جاسئ يدور حول محور ثابت. في الباب الحالي سندرس حالة أكثر شمولا يكون فيها محور الدوران ليس ساكناً في الفراغ. وسوف نبدأ بدراسة تلك الحركة التي تسمى الحركة التدحرجية Rolling Motion. والموضوع الرئيسي لهذا الباب هو كمية الحركة الزاوية، وهي كمية تلعب دوراً أساسياً في ديناميكا الدوران. وقياسا على حفظ كمية الحركة الخطية، نجد أن كمية الحركة الزاوية دائماً محفوظة. إذا لم يؤثر عزم دوران خارجي على الجسم. ومثل قانون بقاء كمية الحركة الخطية، قانون بقاء كمية الحركة الزاوية هو قانون أساسي من قوانين الفيزياء، ويصلح للنظم النسبوية والكمية. على السواء.

1.11 الحركة التدحرجية لجسم جامد ROLLING MOTION OF A RIGID OBJECT

7.7

في هذا القسم سوف نتعامل مع حركة جسم جامد يدور حول محور متحرك. وهذه الحركة معقدة بصفة عامة. إلا إنه يمكن تبسيطها بأن ندرس فقط حالة الأجسام الجامدة المتجانسة التي لها درجة كبيرة من التماثل مثل الأسطوانة والكرة والإطار. أضف إلى ذلك أننا سنفترض أن الجسم يتدحرج على سطح مستو. سوف نرى أنه إذا تدحرج جسم مثل الأسطوانة دون أن ينزلق على سطح ما (تسمى هذه الحركة تدحرجية خالصة) فإن هناك علاقة بين الحركة الدورانية والحركة الإنتقالية.

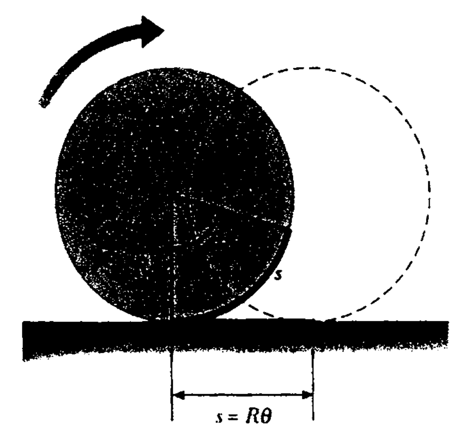
نفرض أن أسطوانة تتدحرج على مسار مستو. كما في شكل (1.11) يتضح أن مركز الكتلة يتحرك في خط مستقيم، لكن نقطة على الحافة تتحرك في مسار أكثر تعقيدا يسمى سيكلويد Cycloid. وهذا يعني أن محور الدوران يظل موازياً لوضعه الإبتدائي في الفراغ. اعتبر حالة أسطوانة منتظمة نصف قطرها R تتدحرج دون تزحلق على سطح أفقي شكل (2.11). عندما تدور الأسطوانة بزاوية θ مركز الكتلة يتحرك مسافة طولية $S=R\theta$ (أنظر معادلة 1.10a) إذن السرعة الخطية لمركز الكتلة في حالة الحركة التدحرجية الخالصة تعطى بالمعادلة.

$$v_{CM} = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega \qquad (1.11)$$

حيث ω هي السرعة الزاوية للأسطوانة، معادلة (1.11) تستخدم عندما تتدحرج كرة أو أسطوانة دون انزلاق. وهو الشرط للدحرجة الخالصة



شكل (1.11) مصدر ضوئي عند مركز أسطوانة تتدحرج وآخر عند نقطة على حافتها يبين المسارات المختلفة التي تأخذها هاتان النقطتان. يتحرك المركز في خط مستقيم. بينما النقطة التي عند الحافة تتحرك في مسار يسمى سيكلويد (المنحنى)



شكل (2.11) في الحركة التدحرجية الخالصة بينما تدور الأسطوانة بزاوية θ يتحرك مركز الكتلة لمسافة خطية S حيث $s=R\theta$

ومقدار العجلة الخطية لمركز الكتلة في حالة الحركة التدحرجية الخالصة

$$a_{CM} = \frac{dv_{CM}}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\alpha \qquad (2.11)$$

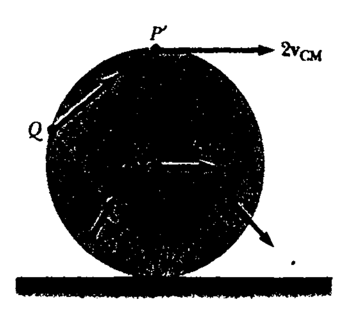
حيث α هي العجلة الزاوية للأسطوانة.

في شكل (3.11) مُبين السرعات الخطية لمركز الكتلة وللنقط المختلفة على الأسطوانة وفي داخلها. بعد فوات برهة زمنية قصيرة من اللحظة الموضحة في الرسم تكون النقطة p التي على حافة الأسطوانة قد دارت من وضع الساعة السادسة إلى وضع الساعة السابعة مثلاً. والنقطة Q تكون قد دارت من وضع الساعة العاشرة إلى وضع الساعة الحادية عشرة وهكذا. لاحظ أن السرعة الخطية لأي نقطة تكون في اتجاه عمودي على الخط الواصل بين هذه النقطة ونقطة التماس P في أي لحظة. والجزء من الحافة الذي عند النقطة P يكون في حالة سكون بالنسبة للسطح حيث إنه لايحدث إنزلاق.

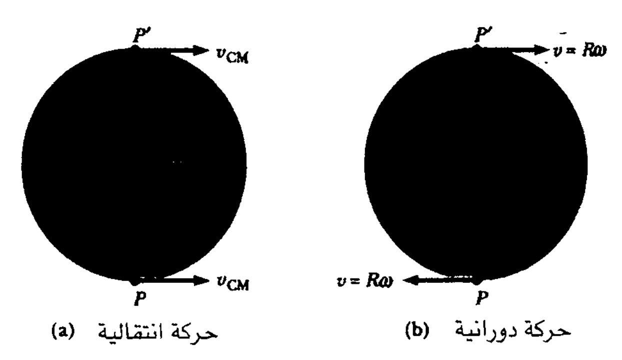
جميع النقط على الأسطوانة لها نفس السرعة الزاوية حيث أن المسافة من P إلى P' تساوي ضعف المسافة من P إلى مركز الكتلة. إذن سرعة P' تساوي

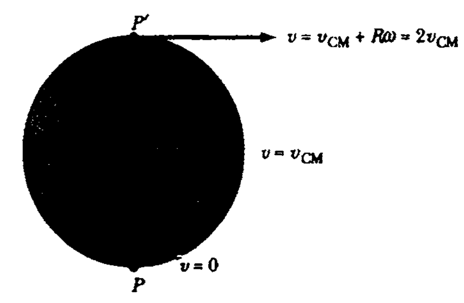
$$2v_{CM} = 2R\omega$$

لكي تعرف السبب في ذلك، دعنا نعمل نموذجا للحركة التدحرجية للأسطوانة في شكل 11.4 كمجموعة مؤلفة من حركة انتقالية (خطية) وحركة دورانية. بالنسبة للحركة الخطية الخالصة الموضحة في شكل (11.4a) تخيل أن الأسطوانة لاتدور بحيث أن كل نقطة عليها تتحرك



شكل (3.11) جميع النقط على جسم متدحرج تتحرك في اتجاه عمودي على محور يمر بنقطة تماس لحظية P. أي أن جميع النقط تدور حول P. مركز الكتلة يتحرك بسرعة v_{CM} والنقطة P' تتحرك بسرعة $2v_{CM}$.





شكل (4.11) حركة جسم يتدحرج يمكن اعتبارها خليط من حركة انتقالية خالصة وحركة دورانية خالصة

نحو اليمين بسرعة v_{CM}. بالنسبة للحركة الدورانية الخالصة المبينة في شكل (4.11b) تخيل أن محور الدوران المار بمركز الكتلة ساكنا بحيث أن كل نقطة على الأسطوانة لها نفس السرعة الدورانية ω. ومجموع هاتين الحركتين يمثل الحركة التدحرجية الموضحة في شكل (4.11c) لاحظ أن في شكل (4.11c) حركة قمة الأسطوانة خطية

$$v_{CM} + R\omega = v_{CM} + v_{CM} = 2v_{CM}$$

وهي أكبر من الحركة الخطية لأي نقطة أخرى على الأسطوانة. كما أشرنا سابقاً يتحرك مركز الكتلة بسرعة خطية v_{CM} بينما نقطة التماس بين السطح والأسطوانة سرعتها الخطية صفر.

7.2

يمكننا أن نعبر عن طاقة الحركة الكلية للأسطوانة التي تتدحرج كما يلي.

$$K = \frac{1}{2} I_P \omega^2 \qquad \textbf{(3.11)}$$

حيث I_p هو عزم القصور الذاتي حول محور الدوران خلال P باستخدام نظرية المحاور المتوازية يمكننا أن نستبدل I حيث

$$I = I_{CM} + MR^2$$

في معادلة 3.11 لتصبح $K = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} MR^2 \omega^2$

وبما أن $v_{CM} = R\omega$

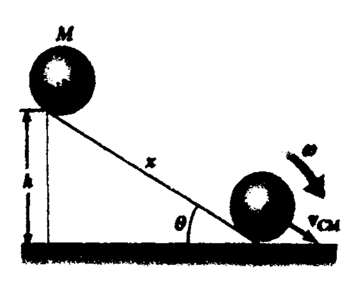
إذن

$$K = \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 \qquad (4.11)$$

وهي طاقة الحركة الكلية لجسم يتدحرج.

والحد $\frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$ يمثل طاقة الحركة الدورانية للأسطوانة حول مركز الكتلة والحد $\frac{1}{2}Mv_{CM}^2$ يمثل طاقة الحركة الانتقالية في الفراغ لو أنها كانت بدون حركة دورانية. ومن ثم يمكن أن نعرف طاقة الحركة الكلية لجسم يتدحرج على أنها مجموع طاقة الحركة الدورانية حول مركز الكتلة وطاقة الحركة الانتقالية لمركز الكتلة.

يمكننا أن نستخدم طرق الطاقة لمعالجة مجموعة من المسائل المتعلقة بالحركة التدحرجية لكرة على سطح مائل خشن (وهذه المعالجة تصلح كذلك لحالات الحركة التدحرجية للأسطوانة أو العجلة). نفرض أن الكرة في شكل (5.11) تتدحرج دون انزلاق وقد بدأت من نقطة الصفر عند قمة السطح المائل. لاحظ أن حركة التدحرج المتسارع ممكنة فقط إذا وجدت قوة احتكاك بين الكرة والمستوى المائل لتحدث عزم دوران حول مركز الكتلة.



شكل (5.11) كرة تتدحرج على سطح مائل الطاقة الميكانيكية محفوظة إذا لم يكن هناك إنزلاق.

على الرغم من وجود احتكاك، لايوجد فقد في الطاقة الميكانيكية لأن نقطة التماس في حالة سكون بالنسبة للسطح في أي لحظة. من ناحية أخرى إذا حدث انزلاق للكرة، فإنه يحدث فقد في الطاقة الميكانيكية مع استمرار الحركة.

باستخدام العلاقة $v_{CM}=R\omega$ للحركة التدحرجية الخالصة يمكننا كتابة معادلة (4.11) على النحو التالي:

$$K = \frac{1}{2}I_{CM}\left(\frac{v_{CM}}{R}\right)^2 + \frac{1}{2}Mv_{CM}^2$$

$$K = \frac{1}{2}\left(\frac{I_{CM}}{R^2} + M\right)v_{CM}^2 \qquad (5.11)$$

في الوقت الذي تصل فيه الكرة إلى نهاية المستوى المائل يكون مقدار الشغل الذي بذل عليها بواسطة مجال الجاذبية هو Mgh، حيث h هو ارتفاع السطح المائل، ونظرا لأن الكرة قد بدأت من حالة السكون عند القمة. فإن طاقة حركتها عندما تصل إلى القاع والمعطاة بمعادلة (5.11) تساوي هذا الشغل المبذول. ومن ثم سرعة مركز الكتلة عند القاع يمكن تعيينه بمساواة هاتين الكميتين.

$$\frac{1}{2}\left(\frac{I_{CM}}{R^2} + M\right)v_{CM}^2 = Mgh$$

$$v_{CM} = \left(\frac{2gh}{1 + I_{CM}/MR^2}\right)^{1/2} \quad (6.11)$$

اختبار سريع 6.11

تخيل أن كراستك تنزلق على أرض الملعب بسرعة إبتدائية معينة ستتوقف عن الحركة بسبب الإحتكاك بينها وبين سطح الأرض، إلا أنك لوجعلت الكرة تتدحرج بنفس السرعة الإبتدائية سوف تظل تتدحرج من أول الملعب إلى أن تصل إلى آخره. لماذا تتدحرج الكرة لهذه المسافة الطويلة؟ هل الإحتكاك لا يؤثر على حركتها؟.

مثال 1.11 كرة تتدحرج على مستوى مائل:

احسب السرعة الخطية لمركز الكتلة للكرة المصمتة الموضحة في شكل (5.11) عند قاع السطح المائل ومقدار العجلة الخطية لمركز الكتلة.

الحل:

الكرة تبدأ حركتها من أعلى السطح المائل بطاقة وضع قدرها $U_g=Mgh$ وطاقة حركة $K=0$. كما رأينا سابقاً، لو أنها سقطت عمودياً من هذا الإرتفاع لكانت سرعتها الخطية تساوي $\sqrt{2gh}$ في اللحظة المباشرة قبل ارتطامها بالأرض، بعد أن تدحرجت إلى أسفل، السرعة الخطية لمركز الكتلة لابد وأن تكون أقل من ذلك نظراً لأن بعض طاقة الوضع قد تحول إلى طاقة حركة دورانية بدلاً من أن يتحول إلى طاقة حركة انتقالية. بالنسبة لكرة منتظمة ومصمته $v_{CM}{}^2 = 2a_{CM}$ (انظر جدول 2.10) ومن ثم معادلة 11.6 تصبح:

$$v_{CM} = \left(\frac{2gh}{1 + \frac{2/5MR^2}{MR^2}}\right)^{1/2} = \left(\frac{10}{7}\,gh\right)^{1/2}$$

وهذا أقل من $\sqrt{2gh}$. لحساب العجلة الخطية لمركز الكتلة، قد لاحظنا أن الإزاحة العمودية مرتبطة بالإزاحة x على السطح المائل بالعلاقة $h = x \sin\theta$. إذن بتربيع الطرفين يمكننا كتابة المعادلة السابقة على النحو التالي:

$$v_{CM}{}^2 = \frac{10}{7}\,gx\sin\theta$$

بمقارنة هذه المعادلة بالمعادلة الكينماتيكية $v_{CM}{}^2 = 2a_{CM}x$ راجع معادلة (2.12) نجد أن عجلة مركز الكتلة هي:

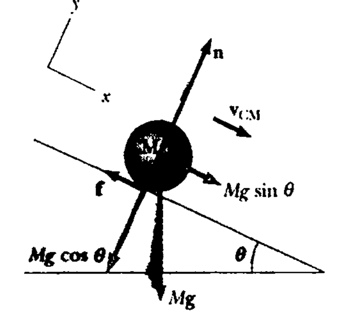
$$a_{CM} = \frac{5}{7}g\sin\theta$$

وهذه النتائج هامة جداً لأنها تبين أن السرعة والعجلة لمركز الكتلة لايعتمدان على الكتلة أو نصف قطر الكرة أي أن **جميع الكرات المصمتة والمتجانسة تكتسب نفس السرعة والعجلة على المستوى المائل.**

لو أعدنا تلك الحسابات لكرة جوفاء أو أسطوانة مصمته أو عجلة سنحصل على نتائج مشابهة إلا أن المعامل العددي قبل $g \sin \theta$ سوف يتغير. المعاملات الثابتة التي تظهر في المعادلات التي تعطي v_{CM} و a_{CM} تعتمد فقط على عزم القصور الذاتي حول مركز الكتلة لكل جسم من الأجسام. وفي جميع الحالات عجلة مركز الكتلة ستكون أقل من $g \sin \theta$، القيمة التي ستصل إليها العجلة إذا كان السطح المائل عديم الاحتكاك، ومع عدم حدوث تدحرج.

مثال 2.11 نظرة أخرى على الكرة المتدحرجة.

في هذا المثال سنستخدم الطرق الديناميكية لتحقيق النتائج التي توصلنا إليها في المثال السابق والشكل مبين في (6.11).



شكل (6.11) كرة مصمته تتدحرج على سطح مائل.

الحل :

باستخدام قانون نيوتن الثاني لمركز الكتلة نجد أن

$$\sum F_x = Mg \sin \theta - f = Ma_{CM}$$

$$\sum F_y = n - Mg \cos \theta = 0$$

حيث x تقاس على طول السطح المائل. الآن نوجد عزم الدوران المؤثر على الكرة. والمحور المناسب هو الذي يمر خلال مركز الكرة ومتعامداً على مستوى الشكل.

حيث أن **n** و Mg يمران بمركز الكتلة. فذراع عزمهما يساوي صفر حول هذا المحور، ومن ثم لايضيفان شيئاً لعزم الدوران. إلا أن قوة الاحتكاك الإستاتيكي تحدث عزم دوران حول هذا المحور يساوي fR في اتجاه عقارب الساعة. وحيث إن τ أيضاً في اتجاه عقارب الساعة.

$$\tau_{CM} = fR = I_{CM}\alpha$$

$$\alpha = a_{CM}/R \quad , \quad I_{CM} = \frac{2}{5}MR^2$$

$$f = \frac{I_{CM}\alpha}{R} = \left(\frac{\frac{2}{5}MR^2}{R}\right)\frac{a_{CM}}{R} = \frac{2}{5}Ma_{CM} \qquad (2)$$

بإحلال المعادلة (2) في المعادلة (1) نحصل على:

$$a_{CM} = \frac{5}{7}g \sin \theta$$

وهو ما يتفق مع النتائج في مثال (1.11).

لاحظ أن $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ تستخدم فقط في حالة ما إذا كانت $\sum \mathbf{F}$ هي محصلة القوة الخارجية الواقعة على الكرة، **a** هي عجلة مركز الكتلة، في حالة الكرة التي تتدحرج إلى أسفل والسطح المائل، على الرغم من أن قوة الاحتكاك لاتغير طاقة الحركة الكلية للكرة فإنها تضيف إلى $\sum \mathbf{F}$ ومن ثم تقلل العجلة لمركز الكتلة. ونتيجة لذلك طاقة الحركة الإنتقالية النهائية تكون أقل مما تكون عليه في حالة عدم وجود الاحتكاك. وكما ذكر في مثال 1.11 بعض طاقة الوضع الإبتدائي يتحول إلى طاقة حركة دورانية.

تجربة معملية سريعة:

امسك كرة سلة وكرة تنيس جنباً إلى جنب عند قمة سطح مائل ثم اتركهما في نفس اللحظة. أيهما تصل إلى القاع أولاً؟ هل النتيجة تتوقف على زاوية السطح المائل؟ ماذا لو أن الزاوية كانت 90° (أي لو أن الكرة تسقط سقوطاً حراً)؟.

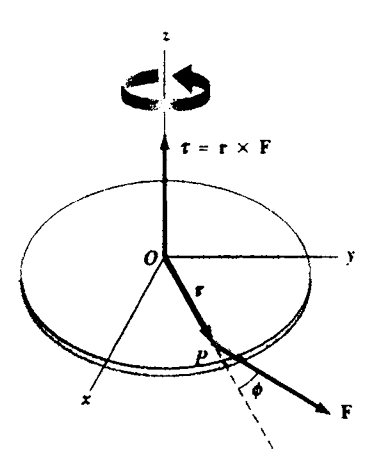
إختبار سريع:

إيهما تصل أسرع إلى القاع، كرة تتدحرج دون انزلاق على سطح مائل A أم صندوق ينزلق إلى أسفل فوق سطح مائل B وعديم الاحتكاك وله نفس أبعاد السطح المائل A.

2.11 ضرب المتجهات وعزم الدوران THE VECTOR PRODUCT AND TORQUE

2.7

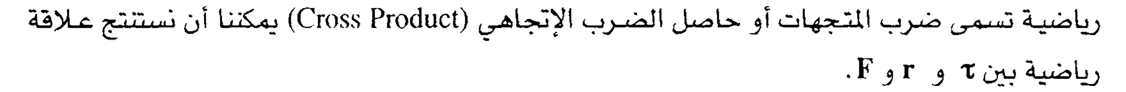
تصور قوة **F** تؤثر على جسم جامد عند متجه الوضع **r** شكل (7.11). **نقطة الأصل 0 يفترض أنها في إطار قصوري، ومن ثم فقانون نيوتن يكون صحيحاً في هذه الحالة.** كما رأينا في قسم 10.6. قيمة عزم الدوران نتيجة لهذه القوة بالنسبة لنقطة الأصل طبقاً للتعريف، $rF \sin\phi$ حيث ϕ هي الزاوية بين **r** و **F**.



شكل (7.11) متجه عزم الدوران **τ** يقع في اتجاه عمودي للمستوى المكون من المتجه **r** ومتجه القوة المستخدمة **F**.

المحور الذي يفترض أن **F** تحدث الدوران حولة يكون عمودياً على المستوى المكون من **r** و **F**. إذا كانت القوة واقعة على المستوى xy كما هو الحال في شكل (7.11) فيمثل عزم الدوران **τ** بمتجه مواز للمحور z. القوة في شكل (7.11) تحدث عزم دوران يجعل الجسم يدور عكس عقارب الساعة حول المحور z. إذن اتجاه عزم الدوران **τ** يكون نحو ازدياد z ومن ثم يكون **τ** في الإتجاه الموجب للمحور z. إذا عكسنا اتجاه **F** في شكل (7.11) عند إذ يكون **τ** في الاتجاه السالب للمحور z.

وعزم الدوران **τ** يتضمن المتجهين **r** و **F**. واتجاهه عمودياً على المستوى الذي يضم **r** و **F**. باستخدام عملية



رياضية تسمى ضرب المتجهات أو حاصل الضرب الإتجاهي (Cross Product) يمكننا أن نستنتج علاقة رياضية بين τ و $\mathbf{r}$ و $\mathbf{F}$.

$$\tau \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{F} \qquad (7.11)$$

سنعطي الآن تعريفاً لحاصل ضرب المتجهات. إذا كان لدينا متجهان **A** و **B** فحاصل الضرب المتجه **AxB** يعطي كمية متجهة ثالثة **C** قيمتها تساوي $AB \sin\theta$ حيث θ هي الزاوية بين **A** و**B** أي أن **C** تعطى بالمعادلة.

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} \qquad (8.11)$$

ومقدارها هو

$$C \equiv AB \sin \theta \qquad (9.11)$$

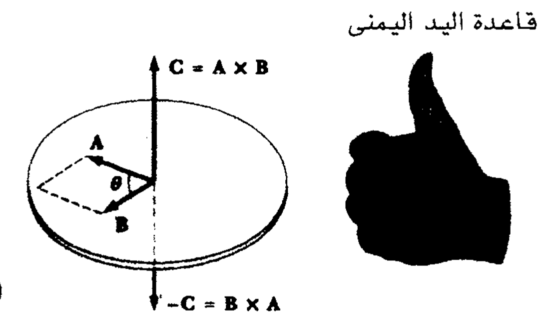
المقدار $AB \sin\theta$ يساوي مساحة متوازي الأضلاع المكون من **A** و**B** كما هو واضح من الشكل (8.11). والأصابع الأربعة لليد اليمنى تشير إلى اتجاه **A** ثم تضم حول **B** خلال الزاوية θ فيكون اتجاه الإبهام المفرود هو المتجه **C** حيث **A x B = C**. وعندما يضرب مقدار متجه في مقدار آخر متجه ويكون حاصل الضرب مقداراً متجهاً كذلك يسمى الضرب في هذه الحالة ضرباً متجهاً ولابد من وضع علامة "كروس" (x) في هذه الحالة ولذلك ينطق **A** كروس **B** ويسمى بالإنجليزية Cross Product. وبعض خواص ضرب المتجهات هي:

(1) الضرب المتجه ليس كالضرب غير المتجة فلايمكن إحلال **A** محل **B** دون أن تتغير إشارة حاصل الضرب المتجه كما يلي:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A} \qquad (10.11)$$

إذن إذا غيرت ترتيب المتجهات في ضرب المتجهات يجب تغيير الإشارة ويمكن التأكد من ذلك باستخدام قاعدة اليد اليمنى.

(2) إذا كانت **A** موازية للمتجه **B** ($\theta=0$ أو $\theta=180°$) عند إذ **AxB=0** ومن هذا يتضح أن **AxB=0**



شكل (8.11) حاصل ضرب المتجه **A x B** هو متجه ثالث **C** مقداره $AB \sin\theta$ يساوي مساحة متوازي الأضلاع المبينة في الشكل. واتجاه **C** يكون عمودياً على المستوى المكون من **A** و **B** وهذا الإتجاه يحدد بواسطة قاعدة اليد اليمنى

(3) إذا كان المتجه **A** عمودياً على المتجه **B** عند إذ $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = AB$

(4) حاصل الضرب المتجه يخضع لقانون التوزيع أي أن

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \mathbf{C} \qquad (11.11)$$

(5) مشتقة الضرب المتجه بالنسبة لمتغير مثل t هو

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{A} \times \frac{d\mathbf{B}}{dt} + \frac{d\mathbf{A}}{dt} \times \mathbf{B} \qquad (12.11)$$

ويجب مراعاة الترتيب **A** و **B** طبقاً للمعادلة (10.11).

وسوف نترك كتمرين أن تبين من معادلتي 9.11 و 10.11 ومن تعريف وحدة المتجهات Unit Vectors أن حاصل الضرب المتجه لوحدات المتجه المستطيل **i** و **k** و **j** تخضع للقاعدة التالية:

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = 0 \qquad (13.11a)$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = -\mathbf{j} \times \mathbf{i} = \mathbf{k} \qquad (13.11b)$$

$$\mathbf{j} \times \mathbf{k} = -\mathbf{k} \times \mathbf{j} = \mathbf{i} \qquad (13.11c)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{i} = -\mathbf{i} \times \mathbf{k} = \mathbf{j} \qquad (13.11d)$$

والإشارات قابلة للتغير في حالة الضرب المتجه فمثلاً $\mathbf{A} \times (-\mathbf{B}) = -\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ و $\mathbf{i} \times (-\mathbf{j}) = -\mathbf{i} \times \mathbf{j}$.

وحاصل الضرب المتجه لأي متجهين **A** و **B** يمكن التعبير عنه بالشكل المحدِّد التالي Determinant

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \mathbf{i}\begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} - \mathbf{j}\begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} + \mathbf{k}\begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix}$$

وبفك هذه المحددات نحصل على الآتي

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_yB_z - A_zB_y)\mathbf{i} - (A_xB_z - A_zB_x)\mathbf{j} + (A_xB_y - A_yB_x)\mathbf{k} \qquad (14.11)$$

مثال 3.11 الضرب المتجه

متجهان يقعان في المستوى xy يمثلان بالمعادلة $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ و $\mathbf{B} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ أوجد $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ واثبت أن $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$

الحل:

باستخدام المعادلة (13.11a) و (13.11d) نجد أن

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) \times (-\mathbf{i} + 2\mathbf{j})$$

$$= 2\mathbf{i} \times 2\mathbf{j} + 3\mathbf{j} \times (-\mathbf{i}) = 4\mathbf{k} + 3\mathbf{k} = 7\mathbf{k}$$

لقد أهملنا الحدود التي تحتوي على $\mathbf{i} \times \mathbf{i}$ و$\mathbf{j} \times \mathbf{j}$ حيث أنها طبقاً للمعادلة (13.11a) تساوي صفر.
ويمكن أن نبين أن $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$.

$$\mathbf{B} \times \mathbf{A} = (-\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) \times (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$$

$$= -\mathbf{i} \times 3\mathbf{j} + 2\mathbf{j} \times 2\mathbf{i} = -3\mathbf{k} - 4\mathbf{k} = -7\mathbf{k}$$

إذن $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$.

وهناك طريقة أخرى لإيجاد $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ باستخدام المعادلة 11.4

مع $A_x = 2$, $A_y = 3$, $A_z = 0$, $B_x = -1$, $B_y = z$, $B_z = 0$

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (0)\mathbf{i} - (0)\mathbf{j} - [(2)(2) - (3)(-1)]\,\mathbf{k} = 7\mathbf{k}$$

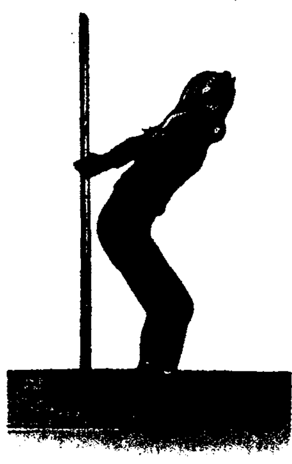
تمرين استخدام نتائج هذا المثال ومعادلة 9.11 لإيجاد الزاوية بين **A, B**

الإجابة $60,3^{\circ}$

3.11 كمية الحركة الزاوية لجسيم ANGULAR MOMENTUM OF A PARTICLE

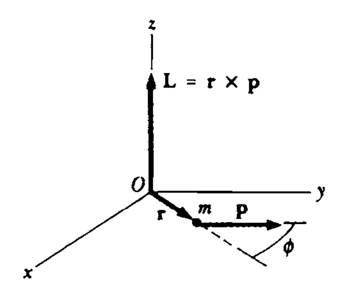
7.8

نتصور عمودا جامدا مثبت في الجليد على بركة متجمدة شكل 9.11 وفتاة متزلجة علي الجليد إقتربت من العمود بسرعة وقد انحرفت جانبيا حتى لاتصطدم به. عندماوصلت إلى نقطة بجانب العمود أمسكت به فأخذت تدور حوله في مسار دائري. كما ساعدت فكرة كمية الحركة الخطية في تحليل الحركة الانتقالية. قد نستفيد من مفهوم كمية الحركة الزاوية angular momentum في وصف حركة الفتاة المتزلجة والأجسام الأخرى التي تقوم بحركة دورانية.



شكل (9.11) عندما وصلت المتزلجة إلى العمود أمسكت به. مما جعلها تدور حوله بسرعة فى مسار دائرى.

لكي نحلل حركة الفتاة المتزلجة يجب أن نعرف كتلتها وسرعتها وموضعها بالنسبة للعمود. بصفة عامة اعتبر جسما كتلته m موضوع عند المتجة **r** ويتحرك بسرعة متجهة **v** كما في شكل (10.11)



شكل (10.11) كمية الحركة الزاوية **L** لجسيم كتلته m وكمية حركة خطية **P** موضوع عند متجه المكان **r** . هي متجه يعطى بالعلاقة **L = r x p** ومقدار **L** يعتمد على نقطة الأصل التي يقاس منها وهو متجه عمودي على كل من **r** ، **p**

كمية الحركة الزاوية اللحظية **L** للجسيم بالنسبة لنقطة الأصل 0 تعرف كحاصل الضرب المتجه لموضع الجسم اللحظي **r** وكمية الحركة الخطية **P**

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \qquad (15.11)$$

ومعادلة (15.11) تعطي كمية الحركة الزاوية للجسيم ووحدتها في النظام الدولي للوحدات SI هي $Kg.m^2/s$ ومن المهم أن تلاحظ أن كل من المقدار والاتجاه لكمية الحركة الزاوية **L** يعتمد على اختيار نقطة الأصل. وباتباع قاعدة اليد اليمنى نلاحظ أن اتجاه **L** عمودياً على المستوى المتكون من **r** و **p** . في شكل (10.11) **r** و **p** في المستوى xy ومن ثم **L** تشير إلى اتجاه z حيث أن $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ مقدار **L** هو

$$L = m v r \sin \phi \qquad (16.11)$$

حيث ϕ هي الزاوية بين **r** و **p** ومن ثم L تساوي صفراً عندما تكون **r** موازية لـ **P**($180°$ أو $\phi = 0$). أي بمعنى آخر، عندما تكون السرعة الخطية للجسيم على امتداد خط يمر بنقطة الأصل، تكون كمية الحركة الزاوية للجسيم تساوي صفر بالنسبة لنقطة الأصل. من ناحية أخرى إذا كانت **r** عمودية على **P** ($\phi = 90°$) عند إذ $L = m\ vr$ في هذه اللحظة يتحرك الجسم كما لو كان على حافة عجلة تدور حول نقطة الأصل في مستوى يصنعه **r** و **p** . عند وصف الحركة الخطية وجدنا أن صافي القوة على جسم يساوي معدل تغير كمية الحركة الخطية مع الزمن $\sum \mathbf{F} = d\mathbf{P}/dt$ (انظر معادلة (9.3)) سنبين الآن أن صافي عزم الدوران المؤثر على جسم يساوي معدل تغير كمية الحركة الزاوية له مع الزمن. سنبدأ بكتابة عزم الدوران على جسيم بالشكل التالي

$$\sum \tau = \mathbf{r} \times \sum \mathbf{F} = \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{p}}{dt} \qquad (17.11)$$

سنفاضل المعادلة 15.11 مع الزمن، باستخدام القاعدة المعطاة في (12.11)

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times \mathbf{p}) = \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{p}}{dt} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{p}$$

نذكر انه لابد من المحافظة على ترتيب الحدود لأن $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$ والحد الأخير في الطرف الأيمن من المعادلة السابقة يساوي صفراً لأن $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$ موازية للمتجه $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ (الخاصية (2) في ضرب المتجهات). إذن

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{p}}{dt} \qquad (18.11)$$

بمقارنة المعادلتين 11.17 و 11.18 نجد أن

$$\sum \tau = \frac{d\mathbf{L}}{dt} \qquad (19.11)$$

وهو النظير الدوراني لقانون نيوتن الثاني للحركة $\sum \mathbf{F} = d\mathbf{P}/dt$.

لاحظ أن عزم الدوران يسبب تغير كمية الحركة الزاوية $\mathbf{L}$ تماماً كما أن القوة تسبب تغير كمية الحركة الخطية $\mathbf{P}$. وتلك النتيجة في معادلة (19.11) تنص على

صافي عزم الدوران المؤثر على جسيم يساوي معدل تغير كمية الحركة الزاوية مع الزمن للجسيم.

ومن المهم أن نلاحظ أن معادلة 19.11 تكون صحيحة فقط عندما يكون كل من $\sum \boldsymbol{\tau}$ و $\mathbf{L}$ مقاسان من نفس نقطة الأصل (ومن الضروري استخدام نفس نقطة الأصل لحساب جميع العزوم الدورانية) بالإضافة إلى ذلك فهذا التعبير صحيح لكل نقطة أصل ثابتة في إطار قصوري Inertial Frame.

اختبار سريع 3.11

نعود إلى حالة الفتاة المتزلجة على الجليد. كم يكون كمية الحركة الزاوية لها بالنسبة للعمود إذا كانت تتزحلق مباشرة نحوه.

كمية الحركة الزاوية لمنظومة من الجسيمات: Angular Monentum of System of Particles

كمية الحركة الزاوية الكلية لمنظومة من الجسيمات حول نقطة ما تعرف على أنها مجموعة المتجهات لكمية الحركة الزاوية للجسيمات المفردة

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \ldots + \mathbf{L}_n = \sum_i \mathbf{L}_i$$

حيث مجموع المتجهات يتضمن كل الجسيمات n التي في المنظومة. ولأن كمية الحركة الزاوية لكل جسيم على حده من الممكن أن تتغير مع الزمن فكذلك من الممكن لكمية الحركة الزاوية الكلية أن تتغير مع الزمن. من معادلتي 8.11 و 9.11 نجد أن معدل التغير لكمية الحركة الزاوية الكلية مع الزمن تساوي مجموع المتجهات لكل عزوم الدوران المؤثرة على المنظومة، المرتبط منها بالقوى الداخلية بين الجسيمات والمرتبط منها بالقوى الخارجية. إلا أن صافي عزوم الدوران المرتبط بجميع القوى الداخلية تساوي صفر. لفهم ذلك نستَرجع قانون نيوتن الثالث للحركة فهو ينص على أن القوى الداخلية بين الجسيمات في المنظومة متساوية في المقدار ومضادة في الإتجاه. فإذا فرضنا أن تلك القوى تعمل على طول الخط الفاصل بين كل زوج من الجسيمات عند إذ يصبح عزم الدوران الناتج عن كل زوج من قوى الفعل ورد الفعل يساوي صفر. أي أن ذراع العزم d من النقطة O إلى خط عمل القوى متساو للجسمين. وعند الجمع نجد أن محصلة عزوم الدوران الداخلية تتلاشى. ومن ثم نستنتج أن كمية الحركة الزاوية الكلية للمنظومة يمكن أن تتغير مع الزمن فقط إذا أثرت على المنظومة محصلة عزم دوران خارجي بحيث نحصل على الآتي:

$$\sum \tau_{ext} = \sum_i \frac{d\mathbf{L}_i}{dt} = \frac{d}{dt}\sum_i \mathbf{L}_i = \frac{d\mathbf{L}}{dt} \qquad (20.11)$$

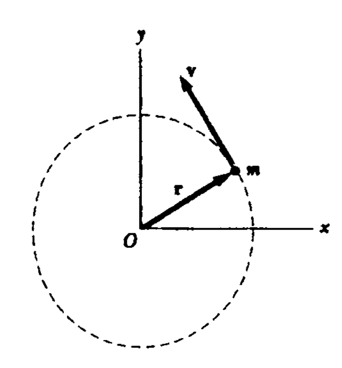
أي أن معدل التغير مع الزمن لكمية الحركة الزاوية الكلية لمنظومة حول نقطة أصل في إطار قصوري يساوي صافي عزم الدوران الخارجي المؤثر على المنظومة حول هذه النقطة.

لاحظ أن معادلة 20.11 هي النظير الدوراني لمعادلة 38.9

$\sum \mathbf{F}_{ext} = d\mathbf{p}/dt$ لمنظومة من الجسيمات.

مثال 4.11 الحركة الدائرية

جسيم يتحرك في مسار دائري بالمستوى xy، نصف قطر المسار r كما هو موضح في شكل (11.11) (a) أوجد مقدار واتجاه كمية الحركة الزاوية بالنسبة للنقطة O عندما تكون سرعته الخطية هي **v**



شكل (11.11) جسيم يتحرك في دائرة نصف قطرها r، كمية حركتة الزاوية حول النقطة O مقدارها $m\,vr$ والمتجه $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ يشير إلى خارج الرسم.

الحل : قد تعتقد أنه نظراً لأن كمية الحركة الخطية للجسيم تتغير باستمرار (في الاتجاه وليس في المقدار) فاتجاه كمية الحركة الزاوية يجب أن يتغير كذلك. في هذا المثال الوضع ليس كذلك فمقدار **L** يعطى بالمعادلة

$$L = m\,vr \;\; \sin\, 90^{\circ} \;=\; m\,vr$$

حيث إن **r** متعامد على **v** ومقدار L ثابت حيث أن المقادير الثلاثة في الطرف الأيمن من المعادلة ثابتة واتجاه **L** ثابت كذلك، إلا إن اتجاه **P** يتغير $\mathbf{P}=m\mathbf{v}$ ويمكنك أن ترى ذلك بتحريك المتجه **v** في شكل (11.11) موازياً لنفسه حتى يتقابل طرفه مع نهاية **r** عند إذ استخدم قاعدة اليد اليمنى (يمكنك استخدام **v** لتعيين اتجاه $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ حيث أن اتجاه **p** هو نفس اتجاه **v**) إجعل أصابعك تشير إلى امتداد **r** ثم ضم أصابعك في المتجه **v**. والإبهام يشير إلى أعلى مبتعداً عن صفحة الورقة وهذا هو اتجاه **L**. ومن ثم يمكنك التعبير عن المتجه **L** $\mathbf{L}=(mvr)\,\mathbf{k}$. فإذا كان الجسيم سيتحرك مع عقارب الساعة فإن **L** يشير إلى أسفل وإلى داخل الصفحة

(b) أوجد مقدار واتجاه **L** بدلالة السرعة الزاوية ω للجسيم.

الحل :

حيث أن $v = r\,\omega$ لجسم يدور في دائرة يمكننا أن نعبر عن مقدار L كما يلي

$$L = m\,\upsilon r = mr^2\omega = \quad I\omega$$

حيث I عزم القصور الذاتي للجسيم حول محور z عند النقطة O. لأن الدوران ضد عقارب الساعة واتجاه ω في اتجاه محور z (أنظر قسم (1.10)). إتجاه **L** هو نفس اتجاه ω، ومن ثم يمكن كتابة كمية الحركة الزاوية على النحو التالي $\mathbf{L} = I\omega = I\omega\mathbf{K}$

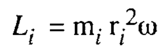
تمرين: عربة كتلتها 1500 kg تتحرك بسرعة خطية مقدارها 40m/s في مضمار سباق دائري نصف قطره 50 m. ما مقدار كمية الحركة الزاوية بالنسبة لمركز المضمار.

الإجابة: 3.0×10^6 kg.m²/s

4.11 كمية الحركة الزاوية لجسم جامد دوار

ANGULAR MOMENTUM OF A ROTATING RIGID OBJECT.

نفرض جسما جامدا يدور حول محور ساكن ينطبق مع المحور z لنظام الإحداثيات كما في شكل (12.11). المطلوب تعيين كمية الحركة الزاوية لهذا الجسم. كل عنصر في هذا الجسم يدور في المستوى xy حول المحورz بسرعة زاوية ω. مقدار كمية الحركة الزاوية لعنصر من هذا الجسم وزنه m_i حول نقطة الأصل O هو $m_i\,\upsilon_i\,r_i$ وحيث إن $\upsilon_i = r_i\,\omega$ يمكننا أن نعبر عن مقدار كمية الحركة الزاوية لهذا العنصر كما يلي:



$$L_i = m_i\, r_i^2\omega$$

المتجه $\mathbf{L}_i$ في اتجاه المحورz وكذلك المتجه **ω**. نستطيع الآن إيجاد كمية الحركة الزاوية (في هذه الحالة لها مركبة في اتجاه z فقط) للجسم كله بأخذ مجموع L_i لجميع العناصر التي يتألف منها الجسم

$$L_z = \sum_i m_i r_i^2\omega = \left(\sum_i m_i r_i^2\right)\omega$$

$$L_z = I\omega \qquad (21.11)$$

شكل (12.11) عندما يدور جسم حول محور.كمية التحرك الزاوية **L** تكون في نفس اتجاه السرعة الزاوية ω طبقا للعلاقة $\mathbf{L} = I\omega$

حيث I هو عزم القصور الذاتي للجسم حول المحور z.

الآن سنفاضل معادلة 12.11 بالنسبة للزمن. آخذين في الإعتبار أن I مقدار ثابت للجسم الجامد.

$$\frac{dL_z}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} = I\alpha \qquad (22.11)$$

حيث α هي العجلة الزاوية بالنسبة لمحور الدوران حيث(dL_z / dt) تساوي صافي عزم الدوران الخارجي (ارجع إلى معادلة 20.11) يمكننا أن نضع معادلة 22.11 في الشكل الآتي

$$\sum \tau_{\text{ext}} = \frac{dL_z}{dt} = I\alpha \qquad (23.11)$$

أي أن صافي عزم الدوران الخارجي المؤثر على جسم جامد يدور حول محور ثابت يساوي عزم القصور الذاتي حول محور الدوران مضروبا في العجلة الزاوية للجسم بالنسبة لهذا المحور.

ومعادلة 11.23 تصلح كذلك لجسم جامد يدور حول محور متحرك آخذا في الإعتبار أن المحور المتحرك(1) يمر في مركز الكتلة (2) يكون محور تماثل.

يجب ملاحظة أنه إذا كان جسم متماثل يدور حول محور ثابت يمر في مركز كتلته يمكن أن تكتب معادلة 21.11 في صورة متجهات $\mathbf{L} = I\,\boldsymbol{\omega}$ حيث $\mathbf{L}$ كمية الحركة الزاوية الكلية للجسم مقيسة بالنسبة لمحور الدوران، بالإضافة إلى ذلك، هذه المعادلة تصلح لأي جسم بغض النظر عن درجة تماثله. إذا كانت $\mathbf{L}$ تقوم بعمل مركبة كمية الحركة الزاوية حول محور الدوران.[2]

مثال 5.11 كرة البولنج

أحسب مقدار كمية الحركة الزاوية لكرة بولنج تلف بمعدل 10 دورات لكل ثانية كما هو موضح في شكل (13.11).

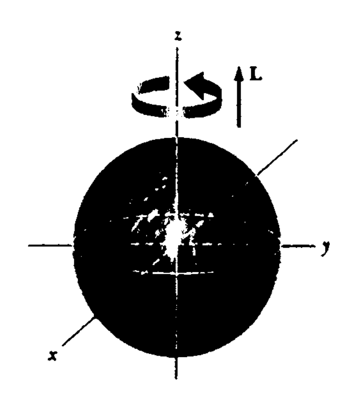
الحل :

نبدأ بعمل بعض التقديرات للبرامترات الفيزيائية النسبية ونضع نموذج للكرة على أنها مصمته جامدة. وكرة البولنج قد تصل كتلتها إلى 6kg ونصف قطرها حوالي 12cm. وعزم القصور الذاتي للكرة المصمته حول محور يمر في مركزها، من جدول (2.10) هو.

$$I = \frac{2}{5}MR^2 = \frac{2}{5}(6\text{ kg})\,(0.12\text{ m})^2 = 0.035\text{ kg.m}^2$$

إذن مقدار كمية الحركة الزاوية هو

$$L = I\omega = (0.035\text{ kg.m}^2)\,(10\text{ rev/s})\,(2\pi\text{ rad/rev}) = 2.2\text{ kg.m}^2\text{/s}$$

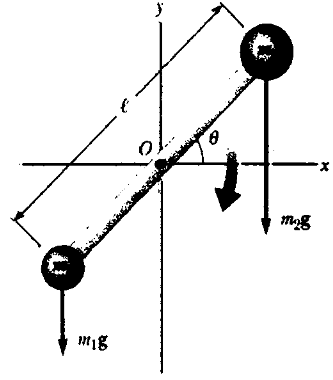


شكل (13.11) كرة بولنج تدور حول المحورz في الإتجاه المبين لها كمية حركة زاوية L في اتجاه z الموجب

(2) بصفة عامة $\mathbf{L} = I\,\boldsymbol{\omega}$ لاتصلح بصفة دائمة. إذا كان الجسم الجامد يدور حول محور اختياري، $\mathbf{L}$، $\boldsymbol{\omega}$ من الممكن أن يشيرا إلى اتجاهات مختلفة.
في هذه الحالة لا يمكن معاملة عزم القصور الذاتي ككمية قياسية أي $\mathbf{L} = I\,\boldsymbol{\omega}$ تستخدم فقط للجسم الجامد الذي له أي شكل ويدور حول أحد ثلاث محاور متعامدة على بعضها (تسمى المحاور الرئيسية) خلال مركز الكتلة. وذلك موضح جيدا في الكتب المتقدمة في الميكانيكا.

مثال 6.11 قضيب في حالة دوران

قضيب مصمت طوله ℓ وكتلته M معلق دون احتكاك من مركزه شكل (14.11) مثبت في كل من نهايتيه كتلة m_1, m_2 والمجموعة تدور في مستوى رأسي بسرعة زاوية ω (a) أوجد معادلة تعطي مقدار كمية الحركة الزاوية للمنظومة.



شكل (4.11) حيث أن قوة الجاذبية تؤثر على القضيب الدائر فهناك عزم دوران حول O عندما تكون $m_1 \neq m_2$ وصافي عزم الدوران يحدث عجلة زاوية تعطى بالعلاقة $\alpha = \sum\tau_{ext}/I$

الحل : هذه الحالة تختلف عن الحالات السابقة في أننا الآن يجب أن نعمل حساب حركة أكثر من جسم. عزم القصور الذاتي للمجموعة يساوي مجموع عزم القصور الذاتي لثلاث مركبات هي القضيب والجسمان من جدول (2.10) لإيجاد علاقة لعزم القصور الذاتي للقضيب وباستخدام العلاقة $I=mr^2$ للجسمين. نجد أن عزم القصور الذاتي الكلي حول المحور z المار في المركز O هو.

$$I = \frac{1}{12}M\ell^2 + m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$

$$= \frac{\ell^2}{4}\left(\frac{M}{3} + m_1 + m_2\right)$$

إذن مقدار كمية الحركة الزاوية هي

$$L = I\omega = = \frac{\ell^2}{4}\left(\frac{M}{3} + m_1 + m_2\right)\omega$$

(b) أوجد علاقة لمقدار العجلة الزاوية للنظام عندما يصنع القضيب زاوية مقدارها θ مع الأفقي.

الحل: إذا كانت كتلتا الجسمين متساويتين عندئذ لا يكون للمنظومة عجلة زاوية لأن محصلة عزم الدوران على المنظومة تساوي صفر عندما تكون $m_1=m_2$. إذا كانت الزاوية الإبتدائية θ تساوي بالضبط π/2 أو (−π/2) (وضع عمودي) عند إذ يكون القضيب في حالة اتزان. لإيجاد العجلة الزاوية للمنظومة عند أي زاوية θ، نحسب أولاً محصلة عزم الدوران على المنظومة، ثم نستخدم المعادلة $\sum\tau_{ext} = I\alpha$ لكي نوجد العلاقة الرياضية للعجلة الزاوية α. عزم الدوان الناتج عن القوة m_1g حول نقطة التعليق هي:

$$\tau_1 = m_1 g\frac{\ell}{2}\cos\theta$$ (τ_1 تكون إلى خارج الصفحة)

عزم الدوران نتيجة للقوة m_2g حول نقطة التعليق هي

$$\tau_2 = m_2 g\frac{\ell}{2}\cos\theta$$ (τ_2 تكون إلى داخل الصفحة)

إذن محصلة عزم الدوران الواقع على المنظومة حول O هو.

$$\sum \tau_{ext} = \tau_1 + \tau_2 = \frac{1}{2}(m_1 - m_2)g\ell \cos\theta$$

واتجاه $\sum \boldsymbol{\tau}_{ext}$ إلى خارج الصفحة إذا كانت $m_1>m_2$ وإلى داخل الصفحة إذا كانت $m_2>m_1$

لإيجاد α نستخدم $\sum \boldsymbol{\tau}_{ext}= I\alpha$ حيث I سبق أن أوجدناها في القسم (a)

$$\alpha = \frac{\sum \tau_{ext}}{I} = \frac{2(m_1 - m_2)g\cos\theta}{\ell(M/3 + m_1 + m_2)}$$

لاحظ أن $\alpha = 0$ عندما $\theta = \pi/2$ أو $\theta = -\pi/2$ (الوضع الرأسي)

وتكون أكبر ما يمكن عندما تكون $\theta = 0$ أو π (الوضع الأفقي)

تمرين : إذا كانت $m_2>m_1$ مامقدار θ الذي تكون عنده ω أكبر ما يمكن

الإجابة : $\theta = \pi/2$

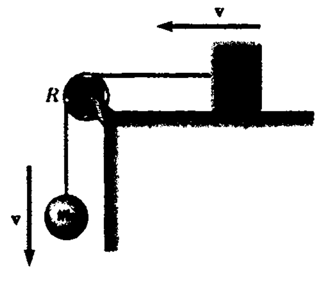
مثال 7.11 كتلتان متصلتان ببعضهما

كرة كتلتها m_1 ومكعب كتلته m_2 متصلان بخيط رفيع يمر فوق بكرة كما في شكل(15.11) .نصف قطر البكرة هو R وعزم القصور الذاتي حول محورها هو I والمكعب ينزلق على سطح أفقي أملس. أوجد معادلة العجلة الخطية للجسمين مستخدما مفهومي كمية الحركة الزاوية وعزم الدوران.

الحل : نحتاج إلى تعيين كمية الحركة الزاوية للمنظومة التي تتكون من جسمين وبكرة. نحسب كمية الحركة الزاوية حول محور ينطبق مع محور البكرة في اللحظة التي يصير عندها للكرة والمكعب سرعة مشتركة υ، كمية الحركةالزاوية للكرة $m_1\upsilon R$ وللمكعب $m_2\upsilon R$ في نفس اللحظة يكون كمية الحركة الزاوية للبكرة $I\omega=I\upsilon/R$.ومن ثم كمية الحركة الزاوية الكلية للمنظومة هي:

$$(1) \quad L = m_1\upsilon R + m_2\upsilon R + I\frac{\upsilon}{R}$$

الآن سوف نقدر عزم الدوران الكلي الخارجي الذي يؤثر على المنظومة حول البكرة. حيث أن ذراع عزمه يساوي صفرا.



الشكل (15.11)

فالقوة المؤثرة بواسطة المحور على البكرة لاتضيف شيئا لعزم الدوران. أضف إلى ذلك أن القوة العمودية على المكعب تتعادل بواسطة قوة الجاذبية M_2g، ومن ثم تلك القوة لاتضيف شيئاً لعزم الدوران. قوة الجاذبية m_1g التي تؤثر على الكرة تحدث عزم دوران حول محور البكرة يساوي المقدار m_1gR.

حيث R هو ذراع العزم للقوة حول المحور (لاحظ أنه في هذه الحالة- الشد لا يساوي m_1g) وهذا عزم الدوران الخارجي الكلي حول محور البكرة أي أن $\sum\tau_{ext} = m_1gR$ بإستخدام هذه النتيجة مع معادلة (1) ومعادلة (23.11) نجد أن

$$\sum \tau_{ext} = \frac{dL}{dt}$$

$$m_1gR = \frac{d}{dt}\left[(m_1 + m_2)Rv + I\frac{v}{R}\right]$$

$$m_1gR = (m_1 + m_2)R\frac{dv}{dt} + \frac{I}{R}\frac{dv}{dt} \qquad (2)$$

حيث أن $a = \frac{dv}{dt}$ يمكننا حل تلك المعادلة لإيجاد a

$$a = \frac{m_1g}{(m_1 + m_2) + I/R^2}$$

قد تندهش لماذا لم تدخل القوى التي يوثر بها الخيط على الأجسام عند تقدير محصلة عزم الدوران حول محور البكرة. السبب في ذلك أن تلك القوى تعتبر داخلية في المنظومة. وفي تحليلنا المنظومة ككل عزوم الدوران الخارجي هي التي تؤثر فقط على تغير كمية الحركة الزاوية للمنظومة.

5.11 حفظ كمية الحركة الزاوية CONSERVTION OF ANGULAR MOMENTUM

7.9

في الباب التاسع وجدنا أن كمية الحركة الزاوية الكلية لمنظومة من الجسيمات تظل ثابته عندما تكون محصلة القوى الخارجية المؤثرة على المنظومة تساوي صفر. ولدينا قانون مناظر في الحركة الدورانية هو قانون حفظ كمية الحركة الزاوية وينص على أن كمية الحركة الزاوية الكلية لنظام، ثابتة في المقدار والاتجاه، إذا كان عزم الدوران الكلي المؤثر على المنظومة من الخارج يساوي صفرا .ويستنتج ذلك مباشرة ن معادلة (20.11)

$$\sum \tau_{ext} = \frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0 \qquad (24.11)$$

إذن

$$\mathbf{L} = \text{constant} \qquad (25.11)$$

يمكن وضع قانون حفظ كمية الحركة الزاوية لمنظومة من الجسيمات على النحو التالي $\sum \mathbf{L}_n = \text{constant}$ حيث n ترمز إلى عدد n من الأجسام في المنظومة، إذا تغير توزيع كتلة جسم ما فإن عزم التصور الذاتي للجسم يتغير ومن ثم تتغير سرعته الزاوية حيث $L=I\omega$ في هذه الحالة يعبر عن قانون حفظ كمية الحركة الزاوية بالشكل التالي

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{L}_f = \text{constant} \qquad (26.11)$$

إذا كانت المنظومة عبارة عن جسم يدور حول محور ثابت مثل المحورz يمكن أن نكتب $L_z=I\omega$ حيث L_z

هي مركبة $\mathbf{L}$ في اتجاه محور الدوران، I عزم القصور الذاتي حول هذا المحور في هذه الحالة يمكن التعبير عن قانون حفظ كمية الحركة الزاوية كما يلي

$$I_i\omega_i = I_f\,\omega_f = \text{Constant} \qquad \textbf{(27.11)}$$

وهذه المعادلة صالحة للإستخدام في حالة الدوران حول محور ثابت والدوران حول محور يمر بمركز الكتلة لمنظومة تتحرك طالما ظل هذا المحور موازيا لنفسه. ويتطلب الأمر فقط أن تكون صافي عزوم الدوران الخارجي تساوي صفر. هناك نظرية هامة لم نثبتها في هذا الباب خاصة بكمية الحركة الزاوية لجسم بالنسبة لمركز كتلته:

محصلة عزم الدوران الذي يؤثر على جسم حول محور يمر بمركز الكتلة يساوي معدل تغير كمية الحركة الزاوية مع الزمن بغض النظر عن حركة مركز الكتلة. وهذه النظرية صالحة ولوكان مركز الكتلة يتسارع شريطة أن تكون قيمة $\boldsymbol{\tau}$ و $\mathbf{L}$ مأخوذة بالنسبة لمركز الكتلة. في معادلة 26.11 لدينا قانون حفظ ثالث يضاف للقائمة، يمكننا أن نقول أن الطاقة وكمية الحركة الخطية وكمية الحركة الزاوية لمنظومة معزولة تظل جميعها ثابتة



$$\left.\begin{aligned} K_i + U_i &= K_f + U_f \\ \mathbf{p}_i &= \mathbf{p}_f \\ \mathbf{L}_i &= \mathbf{L}_f \end{aligned}\right\} \text{لمنظومة معزولة}$$

وهناك العديد من الأمثلة التي توضح حفظ كمية الحركة الزاوية. لعلك قد رأيت شخصا يتزلج على الجليد ثم يدور حول نفسه في نهاية العرض.

السرعة الزاوية للمتزلج تزداد عندما يضم ذراعيه ويجعل قدميه قريبة من جسمه ومن ثم يقلل من عزم القصور الذاتي I وإذا أهملنا الاحتكاك بين الجليد وحذاء المتزلج ولا يؤثر عليه عزم دوران من الخارج فإن التغير في السرعة الزاوية يكون ناتجا عن حفظ كمية الحركة الزاوية للمتزلج، أي لأن حاصل الضرب Iω يظل ثابتا.



كمية الحركة الزاوية تظل محفوظة عندما يضم لاعب التزلج على الجليد ذراعيه نحو خصره.

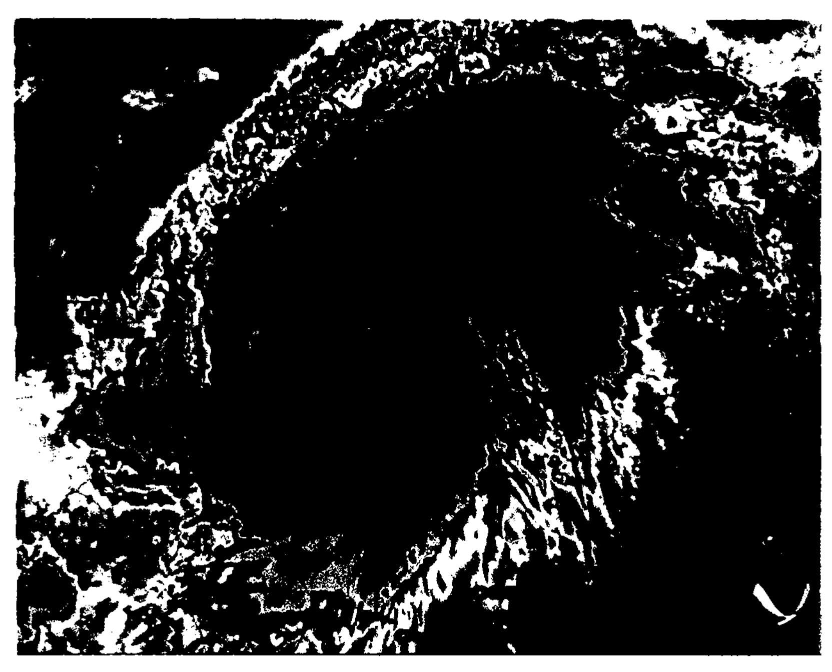
فإنقاص عزم القصور الذاتي للمتزلج يزيد من سرعته الزاوية. وبالمثل عندما يريد الغطاس diver أو لاعب الأكروبات أن يدور بضع دورات بجسمه في الهواء فإنه يجذب قدميه وذراعيه بالقرب من جسمه لكي يدور بمعدل سريع. في هذه الحالات القوة الخارجية الناتجة عن الجاذبية تؤثر على مركز الكتلة ولا تؤثر بعزم دوران حول هذه النقطة. ومن ثم تظل كمية الحركة الزاوية حول مركز

الكتلة محفوظة أي أن $I_i\omega_i = I_f\,\omega_f$ فإذا أراد الغطاس أن يضاعف من سرعته الزاوية يجب أن ينقص من عزم القصور الذاتي لجسمه إلى نصف قيمته الأولى.

إختبار سريع

جسم يتحرك في خط مستقيم. وقد قيل أن صافي عزم الدوران الذي يؤثر عليه يساوي صفر حول نقطة غير محددة. قرر ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة أم خاطئة (a) صافي القوة على الجسم تساوي صفراً (b) سرعة الجسم يجب أن تكون ثابته.

مثال 8.11 تكون النجوم النيوترونية



صورة بالأشعة تحت الحمراء لهاريكان ميتش الذي دمر مساحة كبيرة من الهندوراس بأمريكا الجنوبية ونيكا راجوا في أكتوبر 1998. كتلة من الهواء على شكل دوامة تدور ولها كمية حركة زاوية.

نجم يدور وزمن دورته 30 يوم حول محور يمر بمركزه. بعد أن يحدث للنجم إنفجار يضمحل قلب النجم الذي يبلغ نصفِ قطره 1.0×10^4 km ويتحول إلى نجم نيوتروني نصف قطره 3.0km . أحسب الزمن الدوري للنجم النيوتروني

الحل:

نفس القانون الفيزيائي الذي يبين أن المتزلج يدور أسرع على الجليد عندما يضم ذراعيه هو الذي يصف حركة النجم النيوتروني. نفرض أنه عندما اضمحل قلب النجم (1) لا يؤثر عليه عزم دوران خارجي (2) ظل كروي الشكل (3) ظلت كتلته ثابته. وسنستخدم الرمز T للدلالة على الزمن الدوري T_i الزمن الدوري الإبتدائي للنجم و T_f الزمن الدوري للنجم النيوتروني. والزمن الدوري هو طول الفترة

الزمنية الذي تستغرقها نقطة على خط الاستواء للنجم لكي تصنع دورة كاملة حول محور الدوران. السرعة الزاوية للنجم تعطي بالمعادلة $\omega = 2\pi/T$ حيث إن I تتناسب مع r^2 معادلة (27.11) تعطي ما يلي

$$T_f = T_i\left(\frac{r_f}{r_i}\right)^2 = (30\ \text{days})\left(\frac{3.0\ \text{km}}{1.0 \times 10^4\ \text{km}}\right)^2$$

$$= 2.7 \times 10^{-6}\ \text{days} = 0.23\ \text{s}$$

أي أن النجم النيوتروني يدورأربع دورات تقريبا في كل ثانية. وهذه النتيجة هي تقريبا مثل النتيجة بالنسبة للمتزلج الذي يدور حول نفسه.

مثال 9.11

منصة أفقية على شكل قرص دائري تدور في مستوى أفقي حول محور رأسي عديم الإحتكاك (شكل 6.11) والمنصة كتلتها M=100kg ونصف قطرها R=2.0m . وقف طالب على المنضدة كتلته m=60kg. وأخذ يسير من الحافة نحو الداخل في اتجاه المركز.

إذا كانت السرعة الزاوية للمنظومة هي 2.0 rad/s عندما كان الطالب عند الحافة. كم تكون السرعة الزاوية عندما يصل إلى نقطة تبعد بمقدار $r = 0.5$ m من المركز.

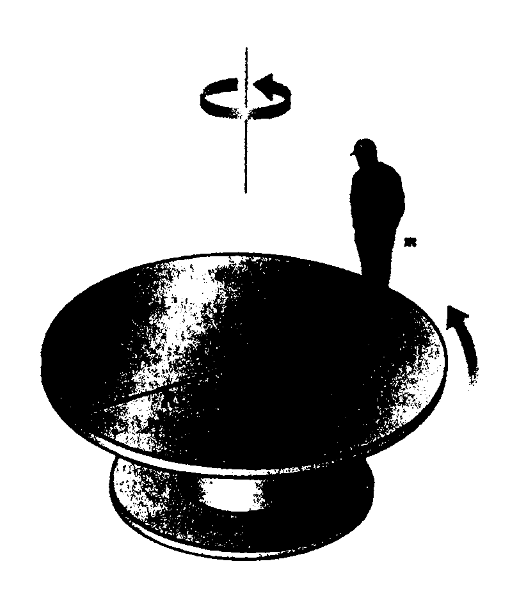
الحل : تغير السرعة في هذه الحالة مثل زيادة السرعة الزاوية للمتزلج الذي يدور حول نفسه عندما يضم ذراعيه. سوف نرمز لعزم القصور الذاتي المنصة بالرمز I_p والطالب I_s وسوف نعامل الطالب كنقطة لها كتلة تساوي كتلته. سوف نكتب عزم القصور الذاتي الإبتدائي I_i للمنظومة (الطالب والمنصة) حول محور الدوران.

$$I_i = I_{pi} + I_{si} = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2$$

عندما انتقل الطالب للموضع $r < R$ ينخفض عزم القصور الذاتي

$$I_f = I_{pf} + I_{sf} = \frac{1}{2}MR^2 + mr^2$$

لاحظ أننا نستخدم نصف قطر المنصة R عند حساب I_{pf} لأن نصف قطر المنصة لم يتغير. لأنه لا



شكل (6.11) الطالب يتحرك نحو مركز المنصة وهي تدور. السرعة الزاوية للمنظومة تزداد لأن كمية الحركة الزاوية محفوظة.

يوجد عزم دوران خارجي يؤثر على المنظومة حول محور الدوران يمكننا استخدام قانون حفظ كمية الحركة الزاوية.

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

$$\left(\frac{1}{2}MR^2 + mR^2\right)\omega_i = \left(\frac{1}{2}MR^2 + mr^2\right)\omega_f$$

$$\omega_f = \left(\frac{\frac{1}{2}MR^2 + mR^2}{\frac{1}{2}MR^2 + mr^2}\right)\omega_i$$

$$\omega_f = \left(\frac{200 + 240}{200 + 15}\right)(2.0 \text{ rad/s}) = 4.1 \text{ rad/s}$$

وكما توقعنا لقد زادت السرعة الزاوية.

تمرين: أحسب طاقة الدوران الإبتدائية والنهائية للمنظومة

الإجابة: K_i=880J ; K_f=1.8 x 10^3 J

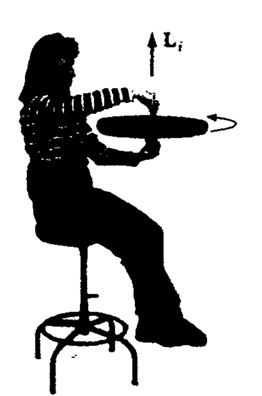
اختبار سريع 5.11

لاحظ أن طاقة الدوران للنظام الموضح في المثال 9.11 تزداد ما هو السبب في هذه الزيادة في الطاقة؟

مثال 10.11 لف عجلة الدراجة

في إحدى التجارب الدراسية الشهيرة. يمسك أحد الطلاب محور إطار دراجة يلف حول هذا المحور كما في شكل 17.11. الطالب جالس على مقعد قابل للدوران. الطالب والمقعد في حالة سكون بينما العجلة تلف في مستوًى أفقي، وكمية الحركة الزاوية الإبتدائية هي $\mathbf{L}_i$ وتشير إلى أعلى. عندما ينقلب وضع العجلة حول مركزها بمقدار °180 يبدأ الطالب والكرسي في الدوران. أوجد مقدار واتجاه $\mathbf{L}$ الطالب والمقعد بدلالة $\mathbf{L}_i$

الحل: المنظومة تتكون من الطالب والمقعد والإطار. في البداية كمية الحركة الزاوية الكلية $\mathbf{L}_i$ تأتي عن دوران الإطار الذي يلف. عندما ينقلب الإطار أثر الطالب بعزم دوران على الإطار إلا أن هذا العزم الدوراني يعتبر داخلي بالنسبة للمنظومة. ولايوجد عزم دوران خارجي يؤثر على المنظومة حول المحور العمودي. إذن كمية الحركة الزاوية للمنظومة تظل محفوظة. في البداية لدينا



شكل (17.11) الإطار يلف بينما الطالب جالس في حالة سكون. ماذا يحدث عندما ينقلب الإطار؟

$$L_{system} = L_i = L_{wheel} \qquad \text{(إلى أعلى)}$$

عندما ينقلب الإطار يصبح لدينا

$$L_i \; (\text{للإطار المقلوب}) = -L_i$$

لكي تظل كمية الحركة الزاوية الكلية محفوظة لابد وأن يدور جزء من المنظومة حتى تظل كمية الحركة الزاوية الكلية كما كانت في البداية L_i وهذا الجزء من المنظومة هو الطالب والمقعد الذي يجلس عليه. في هذه الحالة نجد أن

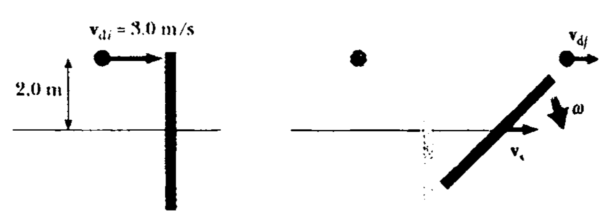
$$L_f = L_i = L_{student+stool} - L_i$$

$$L_{student+stool} = 2L_i$$



مثال 11.11 القرص والعصا

قرص يزن 2.0kg يتحرك بسرعة 3.0 m/s اصطدم بقضيب وزنه 1.0 kg في وضع مستو على سطح جليد عديم الإحتكاك تقريبا كما هو مبين في شكل(18.11) .بفرض أن التصادم كان مرنا. احسب السرعة الإنتقالية للقرص والسرعة الإنتقالية للقضيب بعد التصادم. عزم القصور الذاتي للقضيب حول مركز كتلته تساوي $1.33 kg.m^2$



شكل (18.11) تصادم بين قرص وعصا جعل العصا تدور بعد التصادم المرن.(مسقط رأسي)

الحل:

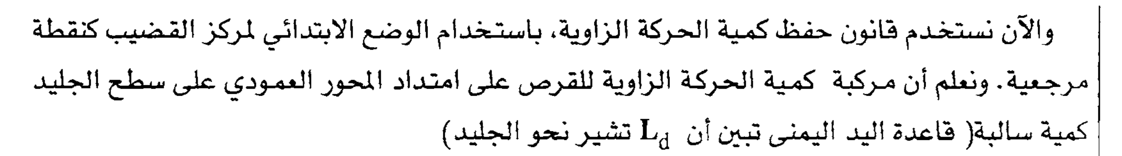
حيث إن القرص والقضيب يكونان نظاما معزولا. يمكننا أن نفترض أن الطاقة الكلية، كمية الحركة الخطية، كمية الحركة الزاوية كلها محفوظة. ولدينا ثلاث مجاهيل،ولذلك نحتاج إلى ثلاث معادلات لنحلها آنيا. الأولى تأتي من قانون حفظ كمية الحركة الخطية.

$$P_i = P_f$$

$$m_d v_{di} = m_d v_{df} + m_s v_s$$

$$(2.0\ kg)\ (3.0\ m/s) = (2.0\ kg) v_{df} + (1.0\ kg) v_s$$

$$(1) \qquad 6.0\ kg.m/s - (2.0\ kg) v_{d'f} = (1.0\ kg) v_s$$



والآن نستخدم قانون حفظ كمية الحركة الزاوية، باستخدام الوضع الابتدائي لمركز القضيب كنقطة مرجعية. ونعلم أن مركبة كمية الحركة الزاوية للقرص على امتداد المحور العمودي على سطح الجليد كمية سالبة(قاعدة اليد اليمنى تبين أن $\mathbf{L}_d$ تشير نحو الجليد)

$$L_i = L_f$$

$$-rm_d v_{di} = rm_d v_{df} + I\omega$$

$$-(2.0\text{ m})(2.0\text{ kg})(3.0\text{ m/s}) = -(2.0\text{ m})(2.0\text{ kg})v_{df} + (1.33\text{ kg}\cdot\text{m}^2)\omega$$

$$-12\text{ kg.m}^2/s = -(4.0\text{ kg}\cdot\text{m})v_{df} + (1.33\text{ kg}\cdot\text{m}^2)\omega$$

$$-9.0\text{ rad/s} + (3.0\text{ rad/m})v_{df} = \omega \qquad (2)$$

لقد استخدمنا الريديان كوحدة عديمة الأبعاد لكي نحقق تساوي الوحدات لكل حد.

أخيرا الطبيعة المرنة للتصادم تذكرنا بأن طاقة الحركة محفوظة في هذه الحالة طاقة الحركة تتكون من شقين انتقاليه ودورانية

$$K_i = K_f$$

$$\frac{1}{2}m_d v_{di}^2 = \frac{1}{2}m_d v_{df}^2 + \frac{1}{2}m_s v_s^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$\frac{1}{2}(2.0\text{ kg})(3.0\text{ m/s})^2 = \frac{1}{2}(2.0\text{ kg})v_{df}^2 + \frac{1}{2}(1.0\text{ kg})v_s^2 + \frac{1}{2}(1.33\text{ kg.m}^2/s)\omega^2$$

$$54\text{ m}^2/s^2 = 6.0v_{df}^2 + 3.0v_s^2 + (4.0\text{ m}^2)\omega^2 \qquad (3)$$

بحل المعادلات (1)،(2)،(3) آنيا نجد أن v_{df}=2.3m/s وω=-2.0 rad/s وv_s=1.3m/s وهذه القيم معقولة فالقرص يتحرك أكثر بطئا بعد التصادم والقضيب سرعته الإنتقالية صغيرة. جدول 11.1 ملخص القيم الإبتدائية والقيم النهائية للمتغيرات لكل من القرص والقضيب ويحقق قانون حفظ كمية الـ ركة الخطية والزاوية وطاقة الحركة.

تمرين: حقق القيم في جدول 1.11

جدول (1.11) مقارنة بين القيم في مثال (11.11) قبل ولعد التصادم

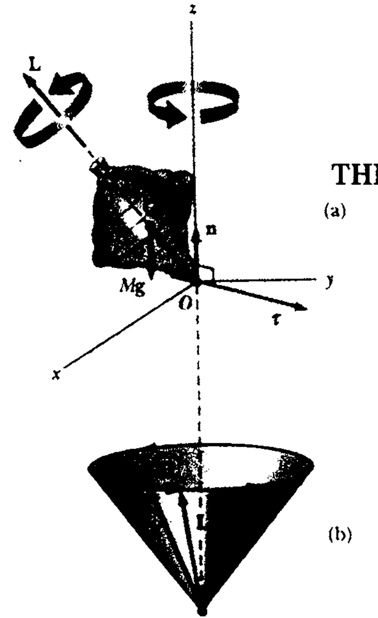
	υ (m/s)	ω (rad/s)	ρ (kg.m/s)	L (kg.m²/s)	K_{rot} (J)	K_{rot} (J)	
Before							**قبل**
Disk	3.0	--	6.0	-12	9.0	–	قرص
Stick	0	0	0	0	0	0	عصا
Total	–	–	6.0	-12	9.0	0	مجموع
After							**بعد**
Disk	2.3	–	4.7	-9.3	5.4	–	قرص
Stick	1.3	-2.0	1.3	-2.7	0.9	2.7	عصا
Total	–	–	6.0	-12	6.3	2.7	مجموع

لاحظ من الجدول السابق أن كمية الحركة الخطية والزاوية وطاقة الحركة الكلية جميعها قيم محفوظة.

(قسم اختياري)

6.11 حركة الجيروسكوب والنحلة الدوارة

THE MOTION OF THE GYROSCOPES AND TOPS



شكل (19.11) الحركة التقدمية أو الترنحية لنحلة تلف حول محور تماثلها (a) القوى الخارجية المؤثرة عليها هي القوة العمودية n وقوة الجاذبية Mg. اتجاه كمية الحركة الزاوية L هو محور التماثل. قاعدة اليد اليمنى تبين أن $\tau = r \times F = r \times Mg$ في مستوى xy (b) اتجاه ΔL يوازي τ في القسم (a) حيث أن $L_f = \Delta L + L_i$ هذا يوضح أن النحلة لها حركة ترنحية أو تقدمية حول المحور z.

هناك حركة معروفة لعلك قد تكون شاهدتها وهي دوران النحلة الدواره (19.11a) التي يلعب بها الأطفال. إذا لفت النحلة بسرعة كبيرة فإن محور تماثلها يدور حول المحور z في مدار على شكل مخروط كما في شكل (19.11b). وحركة محور التماثل حول المحور الرأسي z تسمى الحركة التقدمية أو الترنحية precessional motion وهي حركة أبطأ من الحركة اللفية للنحلة. ومن البديهي أن تتساءل لماذا لا تقع النحلة طالما أن مركز الكتلة ليس أعلى نقطة الإرتكاز0 مباشرة،من الواضح أن محصلة لعزم الدوران تؤثر على النحلة.

عزم دوران ناتج عن قوة الجاذبية Mg. فالنحلة لابد وأن تسقط على الأرض إذا لم تكن تلف، فاللف يعطيها كمية حركة زاوية L متجهة نحو

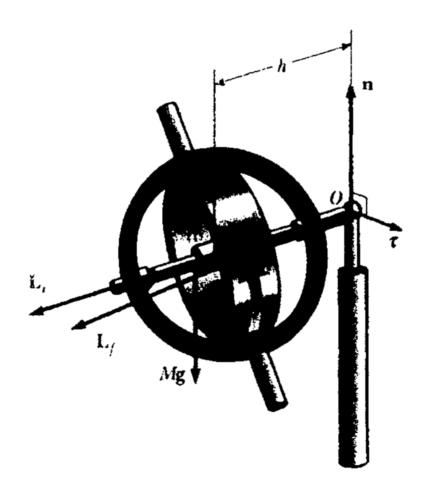
مركز تماثلها كما سنبين. وحركة محور التماثل حول المحور z (الحركة التقدمية أو الترنحية) تحدث لأن عزم الدوران يحدث تغيرا في اتجاه محور التماثل. وهذا مثل رائع لأهمية الطبيعة الإتجاهية لكمية الحركة الزاوية.

القوتان المؤثرتان على النحلة هما قوة إلى أسفل ناتجة عن الجاذبية $M\mathbf{g}$ والقوة العمودية $\mathbf{n}$ المؤثرة إلى أعلى عند نقطة الإرتكاز O. القوة العمودية لا تحدث عزم دوران حول نقطة الإرتكاز لأن ذراع عزمها خلال تلك النقطة يساوي صفراً. إلا أن قوة الجاذبية تحدث عزم دوران $\tau = \mathbf{r} \times M\mathbf{g}$ حول O حيث اتجاه τ عموديا على المستوى المكون من $\mathbf{r}$ و $M\mathbf{g}$ ومن الضروري أن يقع عزم الدوران τ في مستوى xy الأفقي عموديا على متجه كمية الحركة الزاوية. محصلة عزم الدوران و كمية الحركة الزاوية للنحلة يرتبطان ببعضهما بالمعادلة

$$\tau = \frac{d\mathbf{L}}{dt}$$

من هذه المعادلة نجد أن عزم الدوران الذي لايساوي صفر يحدث تغيرا في كمية الحركة الزاوية $d\mathbf{L}$ ويكون هذا التغير في اتجاه τ إذن كاتجاه عزم الدوران، لابد وأن يكون $d\mathbf{L}$ عموديا على $\mathbf{L}$ كما في شكل (11.19b). وهذا الشكل يبين الحركة التقدمية (الترنحية) لمحور التماثل للنحلة. في فترة زمنية Δt التغير في كمية الحركة الزاوية هي $\Delta\mathbf{L} = \mathbf{L}_f - \mathbf{L}_i = \tau \Delta t$. حيث أن $\Delta\mathbf{L}$ عمودية على $\mathbf{L}$ قيمة $\mathbf{L}$ لا تتغير ($|\mathbf{L}_f| = |\mathbf{L}_i|$) ولكن الذي يتغير هو اتجاه $\mathbf{L}$. وحيث إن التغير في كمية الحركة الزاوية $\Delta\mathbf{L}$ في اتجاه τ التي تقع في المستوى xy لذلك يحدث للنحلة الحركة التقدمية أو الترنحية.

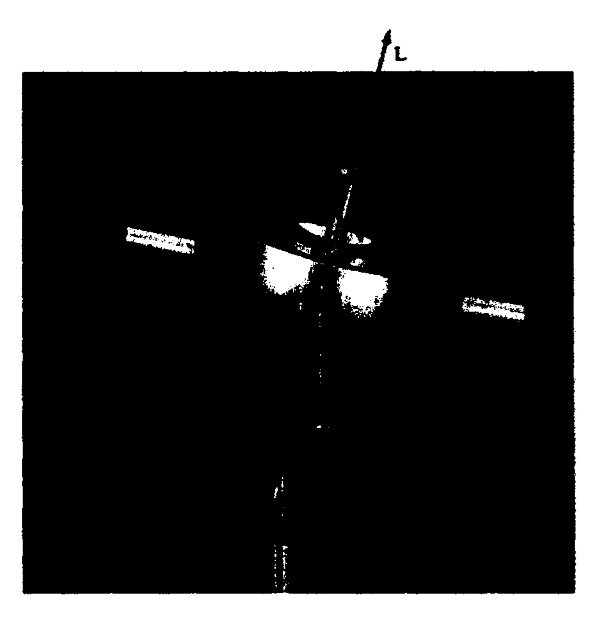
وخواص الحركة التقدمية الأساسية يمكن توضيحها بأخذ الجيرو سكوب المبين في شكل (20.11a). وهذا الجهاز يتكون من عجلة تستطيع أن تلف بحرية حول محور مرتكز على مسافة h من مركز الكتلة للعجلة. عندما يكتسب سرعة زاوية ω حول المحور يصبح للعجلة كمية حركة زاوية $\mathbf{L} = I\omega$ متجهة نحو المحور كما نرى في الشكل. دعنا ندرس عزم الدوران المؤثر على العجلة حول نقطة الارتكاز O. مرة ثانية



(b)

شكل (20.11) (a) حركة جيروسكوب مرتكز على مسافة h من مركز كتلته. قوة الجاذبية $M\mathbf{g}$ تحدث عزم دوران حول نقطة الإرتكاز، وهذا العزم يكون عموديا على المحور (b) عزم الدوران يحدث تغيرا في كمية الحركة الزاوية $d\mathbf{L}$ في اتجاه عمودي على المحور. يتحرك المحور خلال زاوية $d\phi$ في زمن dt.

القوة **n** المؤثرة على المحور بواسطة الحامل لاتحدث عزم دوران حول O وقوة الجاذبية $M\mathbf{g}$ تحدث عزم دوران قيمته Mgh حول O، حيث أن المحور متعامد على الحامل. اتجاه عزم الدوران عمودي على المحور (وعمودي على **L**) كما هو واضح من الشكل (20.11a). عزم الدوران يجعل كمية الحركة الزاوية تتغير في الإتجاه العمودي على المحور ومن ثم يتحرك المحور في اتجاه عزم الدوران أي في المستوى الأفقي.



هذا الجيروسكوب يقوم بحركة تقدمية (ترنحية) حول المحور العمودي أثناء حركته اللفية حول محور تماثله. القوة الوحيدة المؤثرة عليه هي قوة الجاذبية $M\mathbf{g}$ والقوة في الإتجاه الأعلى عند نقطة الإرتكاز **n**. اتجاه كمية الحركة الزاوية **L** على امتداد محور التماثل. عزم الدوران و $\Delta\mathbf{L}$ في اتجاه داخل الصفحة

ولكي نبسط وصف هذا النظام سنفترض أن كمية الحركة الزاوية الكلية للعجلة التي تتحرك حركة تقدمية هي مجموع كمية الحركة الزاوية $I\omega$ الناتجة عن اللف وكمية الحركة الزاوية نتيجة لحركة مركز الكتلة حول محور الإرتكاز.

في هذه المعالجة سوف نهمل الإضافة الناتجة عن حركة مركز الكتلة ونعتبر أن كمية الحركة الزاوية الكلية هي فقطة $I\omega$. ومن الناحية العملية يعتبر ذلك تقريبا جيدا إذا كانت ω كبيرة

في الفترة الزمنية dt، عزم الدوران الناتج عن قوة الجاذبية يغير كمية الحركة الزاوية للنظام بمقدار $d\mathbf{L}$ حيث $d\mathbf{L} = \boldsymbol{\tau}\, dt$ إذا أضيفت كمتجه إلى كمية الحركة الزاوية الكلية الأصلية $I\omega$. ينتج عن كمية الحركة الزاوية الإضافية هذه إزاحة في اتجاه كمية الحركة الزاوية الكلية والرسم المتجهي في شكل 20.11b يبين أنه في الزمن dt متجه كمية الحركة الزاوية يدور بزاوية $d\phi$ وهي أيضاً الزاوية التي يدور بها المحور. ومن مثلث المتجهات المكون من $\mathbf{L}_i$, $\mathbf{L}_f$, $d\mathbf{L}$ نجد أن

$$\sin(d\phi) \approx d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{(Mgh)dt}{L}$$

حيث أن $\sin\theta$ تساوي θ عندما تكون θ صغيرة . وبالقسمة على dt وباستخدام العلاقة $L = I\omega$ نجد

أن معدل دوران محور التماثل حول المحور العمودي

$$\omega_P = \frac{d\phi}{dt} = \frac{Mgh}{I\omega} \qquad (11.28)$$

والسرعة الزاوية ω_p تسمى التردد الترنحي أو التردد التقدمي. Precessional Frequency. وهذه النتيجة تكون صحيحة فقط عندما تكون $\omega >> \omega_p$ وإلا ستظهر حركة أخرى أكثر تعقيدا فكما نرى من معادلة 11.28 الشرط $\omega >> \omega_p$ يتحقق عندما تكون $I\omega$ كبيرة بالمقارنة بالمقدار Mgh . أضف إلى ذلك أن معدل الحركة الترانحية ω_p يتناقص بزيادة ω إي كلما زادت سرعة لف العجلة حول محور تماثلها.

اختبار سريع 6.11

ما مقدار الشغل المبذول بقوة الجاذبية عندما تتحرك النحلة حركة ترنحية خلال دورة كاملة.

(قسم اختياري)

7.11 كمية الحركة الزاوية ككمية أولية

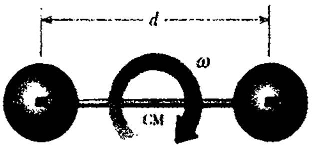
ANGULAR MOMENTUM AS A FUNDAMENTAL QUANTITY

لقد رأينا كيف أن مفهوم كمية الحركة الزاوية له أهمية كبيرة في وصف حركة النظم الماكروسكوبية. وهذا المفهوم مفيد كذلك في حالة النظم تحت الميكروسكوبية Submicroscopic. ولقد استخدم كثيرا في تطوير النظريات الحديثة في الفيزياء الذرية والجزيئية والنواوية. في هذا التطوير وجد أن كمية الحركة الزاوية لنظام ما كمية أولية. وكلمة أولية في هذا السياق تعني أن كمية الحركة الزاوية هي صفة ذاتية من صفات الذرات والجزيئات ومكوناتها. خاصية وثيقة الصلة بطبيعتها. لكي نوضح نتائج العديد من التجارب على النظم الذرية والجزيئية، سنعتمد على الحقيقة التي مفادها أن كمية الحركة الزاوية لها قيم كمية منفصلة. وهذه القيم الكمية المنفصلة هي مضاعفات لوحدة أولية من كمية الحركة الزاوية وهي $\hbar = h/2\pi$ حيث h يسمى ثابت بلانك.

والوحدة الأولية لكمية الحركة الزاوية $\hbar = 1.054 \times 10^{-34}$ kg.m^2/s وسنبين كيف يمكن استخدامها لتقدير السرعة الزاوية للجزئ ثنائي الذرة. إعتبر جزئ الأكسجين O_2 كجسم مصمت دوار Rotor أي ذرتان مفصولتان بمسافة ثابتة d ويدوران حول مركز الكتلة، كما هو مبين في شكل 21.11 .بمساواة كمية الحركة الزاوية بالكمية الأولية $\hbar$ يمكننا أن نقدر أقل سرعة زاوية

$$I_{CM}\omega \approx \hbar \quad \text{or} \quad \omega \approx \frac{\hbar}{I_{CM}}$$

في مثال 10.3 وجدنا أن عزم القصور الذاتي لجزئ الأكسجين حول هذا المحور يساوي



شكل(21.11) جزئ الأكسجين كنموذج لنظام يدور حول مركز الكتلة في مستوى الصفحة.

$1.95 \times 10^{-46}\ kg.m^2$ ، إذن

$$\omega = \frac{\hbar}{I_{CM}} = \frac{1.054 \times 10^{-34}\ kg.m^2/s}{1.95 \times 10^{-46}\ kg.m^2}$$

$$= 5.41 \times 10^{11}\ rad/s$$

والسرعة الزاوية الفعلية هي مضاعفات لهذه الوحدة الكمية الصغيرة، وهي تمثل أقل سرعة زاوية ممكنة للجزئ. هذا المثال البسيط يبين أن بعض المفاهيم والنماذج الكلاسيكية عندما تحور بطريقة صحيحة يمكن أن تكون مفيدة لوصف بعض خواص النظم الذرية والجزيئية. وهناك العديد من الظواهر على المستوى تحت الميكروسكوبي يمكن تفسيرها عندما نفترض قيماً كمية منفصلة لكمية الحركة الزاوية المرتبطة بحركة من نوع معين.

العالم الدنمركي نيلز بور Niels Bohr (1885-1962) إبتكر هذه الفكرة. فكرة القيم الكمية المنفصلة لكمية الحركة الزاوية لكي يض... ...ه عن ذرة الهيدروجين. وقد كانت النماذج الكلاسيكية غير قادرة على تفسير خواص كثيرة لذرة ... ...ين.

إقترح بور أن الإلكترون ي... ...قل فقط مدارات دائرية حول البروتون يكون لها كمية الحركة الزاوية المدارية تساوي $n\hbar$ ...د صحيح. أي أنه قد افترض أن كمية الحركة الزاوية المدارية مكماة Quantized. ومن هذا ...مط أمكن استنتاج الترددات الدورانية للإلكترون في مختلف المدارات (راجع المسألة 43).

SUMMARY ملخص

طاقة الحركة الكلية ... يتدحرج على سطح خشن دون انزلاق يساوي طاقة الحركة الدورانية حول مركز كتلته ... طاقة الحركة الإنتقالية لمركز الكتلة $\frac{1}{2}Mv_{CM}^2$.

$$K = \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2 + \quad (4.11)$$

- عزم الدوران τ الناتج ... نقطة أصل في إطار قصوري يعرف على أنه:

$$\tau = r \times F \quad (7.11)$$

- إذا كان لدينا متجهان A ... ل الضرب المتجه يعطي متجه C قيمته

$$C = AB \sin\phi \quad (9.11)$$

حيث ϕ هي الزاوية الواقعة ... و B واتجاه المتجه C ... C = A x B ...ون عمودياً على المستوى المكون من المتجهين A و B وهذ... ...تجاه يحدد بواسطة قاعدة اليد اليمنى

كمية الحركة الزاوية **L** لجسم كمية حركته الخطية $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ هو

$$\mathbf{L} \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{p} \qquad (15.11)$$

-حيث **r** هو متجه وضع الجسم بالنسبة إلى نقطة الأصل في إطار قصوري.

- صافي عزم الدوران الخارجي المؤثر على جسيم أو جسم صلب يساوي معدل تغير كمية الحركة الزاوية مع الزمن

$$\sum \tau_{\text{est}} = \frac{d\mathbf{L}}{dt} \qquad (20.11)$$

مركبة كمية الحركة الزاوية في الإتجاه z لجسم جامد يدور حول محور ثابت z هو

$$L_z = I\omega \qquad (21.11)$$

حيث I هو عزم القصور الذاتي للجسم حول محور الدوران وω هي السرعة الزاوية.

- صافي عزوم الدوران الخارجية المؤثرة على جسم جامد تساوي حاصل ضرب عزم القصور الذاتي حول محور الدوران في العجلة الزاوية

$$\sum \tau_{\text{ext}} = I\alpha \qquad (23.11)$$

إذا كان صافي عزوم الدوران الخارجية المؤثرة على جسم يساوي صفر، عند إذ تكون كمية الحركة الزاوية الكلية للنظام محفوظة أي ثابتة. وباستخدام هذا القانون، قانون حفظ كمية الحركة الزاوية لنظام عزم قصوره الذاتي يتغير، نحصل على الآتي

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f = \text{constant} \qquad (27.11)$$

QUESTIONS اسئلة

1 هل من الممكن حساب عزوم الدوران المؤثرة على جسم جامد دون تحديد مركز الدوران؟ هل عزم الدوران لايعتمد على موضع مركز الدوران؟

2 حاصل الضرب الثلاثي $\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C})$ كمية قياسية أم كمية متجهة؟ وضح لماذا العملية $(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}) \times \mathbf{C}$ ليس لها معنى؟

3 إذا كان عزم الدوران المؤثر على جسيم حول نقطة أصل معينة يساوي صفر. ماذا تقول عن كمية الحركة الزاوية حول هذه النقطة؟

4 إفترض أن متجه السرعة لجسيم محدد تماماً. ماذا تستنتج حول اتجاه متجه كمية الحركة الزاوية بالنسبة لاتجاه الحركة.

5 - إذا كانت قوة واحدة تؤثر على جسم، وعزم الدوران الناتج عن تلك القوة لايساوي صفراً حول نقطة ما. هل هناك نقطة أخرى يكون عزم الدوران حولها يساوي صفر.

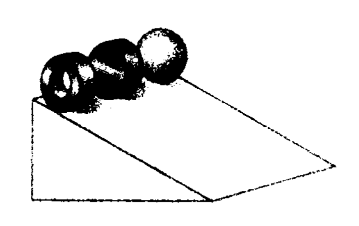
6 - إذا كانت منظومة من الجسيمات في حالة حركة. هل ممكن لكمية الحركة الزاوية الكلية أن تساوي صفراً حول إحدى نقط الأصل؟ وضح.

7 - ألقيت كرة بطريقة ما جعلتها لاتلف حول محورها. فهل هذا يعني أن كمية الحركة الزاوية تساوي صفر حول نقطة أصل اختيارية؟ وضح.

8 [9] في جهاز التسجيل، يمر شريط التسجيل برأس للتسجيل وأخرى للقراءة بسرعة ثابتة بواسطة موتور خاص. الكاسيت الملفوف عليها شريط التسجيل، كلما انسحب الشريط منها ينقص نصف قطر الشريط الملفوف على البكرة. كيف يتغير عزم الدوران على تلك البكرة مع الزمن؟ وكيف تتغير السرعة الزاوية للبكرة مع الزمن؟ إذا دار موتور التسجيل وحدث شد مفاجئ للشريط بقوة فمن المحتمل أن ينقطع الشريط عندما تكون البكرة ممتلئة أو عندما تكون شبه فارغة في أي حالة يكون الاحتمال أكبر.

9 - عندما تتدحرج أسطوانة على سطح أفقي كما في شكل (3.11) هل توجد بعض النقط على الأسطوانة لها مركبة رأسية فقط للسرعة في لحظة ما؟ إذا كانت موجودة فأين تقع؟

10 - ثلاث أجسام لها كثافة متساوية، كرة مصمتة، وأسطوانة مصمته، وأسطوانة فارغة. وضعت على قمة منحدر شكل (Q11.12) إذا انطلقت جميعها في لحظة واحدة من حالة السكون ومن على ارتفاع واحد وتدحرجت دون انزلاق. أي منها يصل إلى القاع أولاً؟ وأي منها يصل آخراً؟ حاول هذا في المنزل ولاحظ أن النتيجة لاتعتمد على أي من الكتلة أو نصف القطر.



الشكل 12.11

11 - النجوم تبدأ كأجسام ضخمة من غازات تدور ببطئ، وبسبب الجاذبية، تتناقص تلك المنطقة الغازية في الحجم. ماذا يحدث للسرعة الزاوية للنجم عندما يتقلص؟ وضح.

12 - عندما يريد الغواص أن يقوم بدورة في الهواء يضم قدميه إلى صدره، لماذا يجعله ذلك يدور أسرع؟ ماذا يفعل لكي ينهي دورته؟

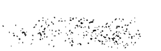
13 [17] كرتان مصمتتان أحداهما كبيرة والأخرى صغيرة تدحرجا من أعلى تل أي من الكرتين تصل أولاً إلى قاع التل؟ ثانياً، كرة كبيرة وكثافتها صغيرة وأخرى صغيرة وكثافتها كبيرة لهما نفس الوزن تدحرجا من أعلى ربوة أي منهما تصل إلي القاع أولاً في هذه الحالة؟

14 - تصور أنك تصمم عربة سباق دون محرك لتستخدم في سباق لهذا النوع من العربات فهي تتدحرج من أعلى تل. فأي نوع من العجلات تستخدم؟ عجلات كبيرة أم عجلات صغيرة؟ وهل تصنعها على هيئة أقراص مصمته أو على شكل طوق؟

15 - كرتان لهما نفس الكتلة والحجم أحدهما مجوفة بينما الأخرى مصمتة كيف تميز بينهما من الخارج.

16 - جسيم يتحرك في دائرة بسرعة ثابتة. حدد نقطة واحدة يكون حولها كمية الحركة الزاوية للجسيم مقدارا ثابتاً وأخرى يكون عندها يتغير مع الزمن.

17 [22] إذا كان سيحدث ارتفاع في درجة حرارة الأرض خلال القرن القادم، من المحتمل ذوبان بعض الجليد من القطب وينتشر الماء قرب خط الإستواء. كيف يؤدي ذلك إلى تغير في عزم القصور الذاتي للأرض؟ هل سيزيد طول اليوم أم ينقص (زمن دورة واحدة).



PROBLEMS مسائل

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي   ☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل   = فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

قسم 1.11 حركة تدحرج جسم جامد:

WEB
1 - اسطوانة كتلتها 10.0Kg تتدحرج دون انزلاق على سطح أفقي. عند اللحظة التي يصل فيها مركز كتلتها إلى سرعة 10.0 m/s إحسب (a) طاقة الحركة الانتقالية لمركز الكتلة (b) الطاقة الدورانية حول مركز الكتلة (c) الطاقة الكلية.

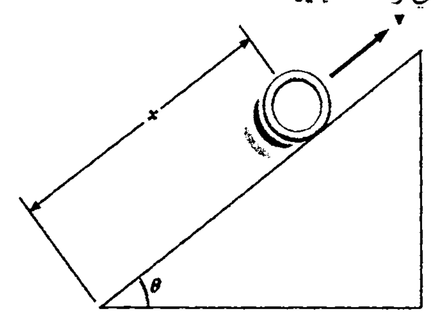
2 - كرة بولنج كتلتها 4.0Kg عزم قصورها الذاتي $1.6x10^{-2}Kg.m^2$ ونصف قطرها 0.10m إذا كانت تتدحرج في طرقة دون انزلاق بسرعة خطية 4.0 m/s كم تكون طاقتها الكلية.

3 - كرة بولنج كتلتها M ونصف قطرها R وعزم قصورها الذاتي $^2/_5MR^2$. إذا بدأت من حالة السكون، ما مقدار الشغل الواجب بذله عليها لكي تبدأ التدحرج دون انزلاق بسرعة خطية υ؟ عبر عن الشغل بدلالة υ, M.

4 - قرص منتظم مصمت وطوق منتظم وضعا جنبا لجنب علىَ قمة منحدر ارتفاعه h. إذا أطلقا من السكون وتدحرجا دون انزلاق عين سرعتهما عندما يصلا إلى القاع. أي الجسمين يصل إلى القاع أولاً.

5 (a) عين العجلة لمركز الكتلة لقرص مصمت منتظم يتدحرج إلى أسفل منحدر يصنع زاوية θ مع الأفقي. قارن تلك العجلة بعجلة طوق منتظم (b) ما هو أقل مقدار لمعامل الاحتكاك يلزم لجعل الحركة تدحرجية للقرص؟

6 - حلقة كتلتها 2.4 Kg ونصف قطرها الداخلي 6.0 cm ونصف قطرها الخارجي 8.0 cm تتدحرج دون انزلاق إلى أعلى منحدر يصنع زاوية θ تساوي 36.9° شكل (P6.11) في اللحظة التي تصل فيها الحلقة إلى الوضع x =2.00m أعلى المنحدر كانت سرعتها 2.8m/s واصلت الحلقة الصعود إلى أعلى المنحدر. لمسافة إضافية، ثم بدأت تتدحرج إلى الخلف. لم تصل إلى النهاية العليا ما هي المسافة أعلى المنحدر التي وصلت إليها.

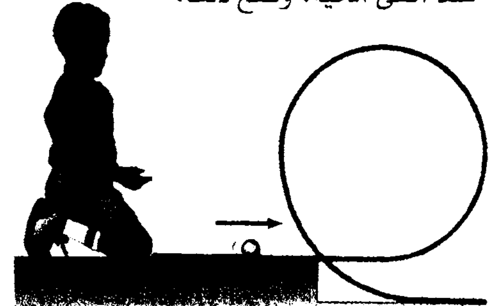


الشكل P6.11

7 - علبة من الصفيح تحتوي على حساء ماشروم مكثف كتلتها 215 g وارتفاعها 10.8cm وقطرها 6.38cm. وضعت في حالة سكون على جانبها أعلى سطح مائل طوله 3.0m ويصنع زاوية 25° مع الأفقي ثم تركت

لتتدحرج إلى أسفل. بفرض حفظ الطاقة. إحسب عزم القصور الذاتي للعلبة. إذا أخذت زمن قدره 1.5 s لكي تصل إلى قاع السطح المائل. ما هي المعلومات إن وجدت التي ترى أنها غير ضرورية لحل التمرين.

8 - كرة التنيس عبارة عن كرة مفرغة جدارها رقيق وضعت لتتدحرج دون انزلاق بسرعة 4.03 m/s على الجزء الأفقي من مسار كما هو مبين في شكل (P8.11). ثم أخذت تتدحرج داخل خية دائرية عمودية قطرها 90.0 cm ثم تركت المسار عند نقطة على بعد 20.0 cm من الجزء الأفقي (a) إحسب سرعة الكرة عند قمة الخية. بين أنها لن تقع من مسارها (b) إحسب سرعتها عندما تترك المسار (c) نفترض الاحتكاك الإستاتيكي بين الكرة والمسار يمكن إهماله بحيث أن الكرة انزلقت بدلاً من أن تتدحرج. فهل ستكون سرعتها أكبر أم أقل أم تساوي نفس السرعة عند أعلى الخية؟ وضح ذلك.



الشكل P8.11

قسم 2.11 حاصل ضرب المتجهات وعزم الدوران

9 - إذا كان لديك $\mathbf{N} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ و $\mathbf{M} = 6\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ احسب حاصل ضرب المتجه $\mathbf{M} \times \mathbf{N}$.

10 - المتجهان 42.0cm عند زاوية $15.0°$ و 23.0cm عند $65.0°$ وكلاهما يبدأ من نقطة الأصل، والزاويتان مقاستان في اتجاه عكس عقارب الساعة من المحور x. والمتجهان يكونان ضلعين في متوازي أضلاع (a) احسب مساحة متوازي الأضلاع (b) احسب طول قطره الأكبر.

11 متجهان يعطيان بواسطة $\mathbf{A} = -3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ و $\mathbf{B} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ إوجد (a) $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ و(b) الزاوية بين $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$.

12 - للمتجه $\mathbf{A} = -3\mathbf{i} + 7\mathbf{j} - 4\mathbf{K}$ و $\mathbf{B} = 6\mathbf{i} - 10\mathbf{j} + 9\mathbf{k}$ أوجد قيمة (a) $\cos^{-1}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}/AB)$ (b) $\sin^{-1}(|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|)/AB$ (c) أيهما يعطي (s) الزاوية بين المتجهات.

13 - قوة $\mathbf{F} = 2.0\mathbf{i} + 3.0\mathbf{j}$ N أثرت على جسم معلق من محور ثابت ممتد على طول محور الإحداثيات z. إذا أثرت القوة عند النقطة $[\mathbf{r} = (4.0\mathbf{i} + 5.0\mathbf{j} + 0\mathbf{k})\text{m}]$ أوجد (a) مقدار صافي عزم الدوران حول المحور z (b) إتجاه متجه عزم الدوران $\boldsymbol{\tau}$.

14 - تقول طالبة إنها وجدت متجه $\mathbf{A}$ بحيث إن $(2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}) \times \mathbf{A} = (4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k})$ فهل تصدق هذا القول؟ وضح.

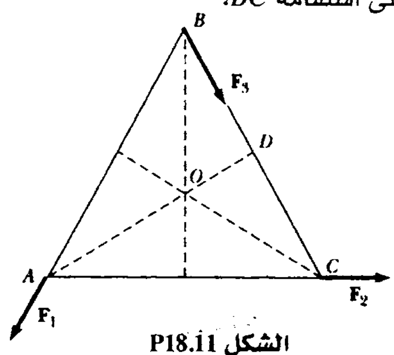
15 - متجه $\mathbf{A}$ في الإتجاه السالب لمحور y ومتجه B في الاتجاه السالب للمحور x ما هو اتجاه (a) $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ و (b) $\mathbf{B} \times \mathbf{A}$.

16 - جسيم موضوع عند موضع المتجه $[\mathbf{r} = (\mathbf{i} + 3\mathbf{j})\text{m}]$ والقوة المؤثرة عليه هي $[\mathbf{F} = (3\mathbf{i} + 2\mathbf{j})\text{ N}]$ احسب عزم الدوران حول (a) نقطة الأصل (b) النقطة التي لها الإحداثيات $(0\ ,\ 6)$ m.

17 - إذا كان $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ ما هي الزاوية بين $\mathbf{A}, \mathbf{B}$؟

18 - قوتان $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ تؤثران على امتداد جانبين لمثلث متساوي الأضلاع كما هو مبين في شكل (P18.11) والنقطة O هي نقطة تقاطع إرتفاعات المثلث. أوجد القوة الثالثة $\mathbf{F}_3$ التي تؤثر على B وعلى

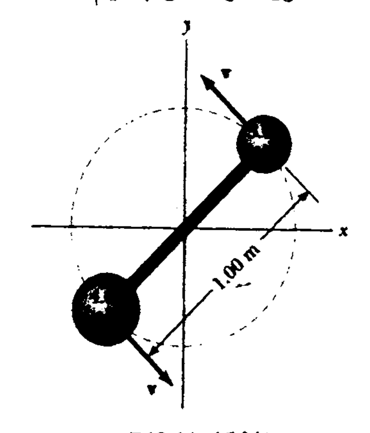
استقامة BC والتي تجعل عزم الدوران الكلي حول النقطة O يساوي صفر. هل يتغير عزم الدوران الكلي إذا لم تؤثر القوة F_3 عند النقطة B بل عند أي نقطة أخرى على استقامة BC؟



الشكل P18.11

القسم 11.3 كمية الحركة الزاوية

19 - قضيب خفيف مصمت طوله 1.0m يصل بين جسمين كتلة كل منهما 3.0Kg, 4.0Kg مثبتين عند نهايتية. تدور المجموعة في المستوى xy. حول نقطة دوران عند مركز القضيب شكل (P19.11) احسب كمية الحركة الزاوية للنظام عند نقطة الأصل عندما تكون سرعة كل جسيم 5.0m/s.



الشكل P19.11

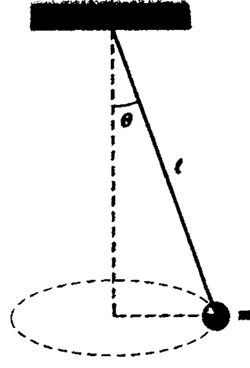
20 - جسيم كتلته 1.5Kg يتحرك في المستوى xy بسرعة $\mathbf{v} = (4.2\mathbf{i} - 3.6\mathbf{j})$ m/s احسب كمية الحركة الزاوية للجسيم عندما يكون متجه المكان له هو $\mathbf{r} = (1.50\mathbf{i} - 2.20\mathbf{j})$

WEB

21 - متجه المكان لجسيم كتلتة 2.0Kg يعطى كدالة في الزمن بالعلاقة :

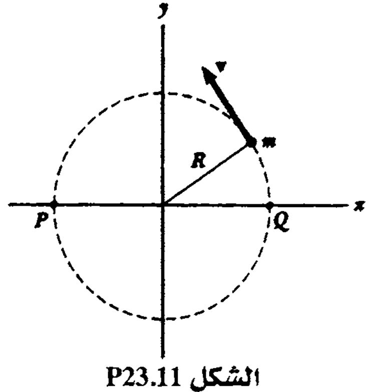
$\mathbf{r} = (6.0\mathbf{i} - 5.0\mathbf{j})$m احسب كمية الحركة الزاوية للجسيم حول نقطة الأصل كدالة في الزمن.

22 - بندول مخروطي يتكون من كرة كتلتها m تتحرك في مدار دائري في مستوى أفقي كما هو مبين في شكل (P22.11). سلك التعليق طوله ℓ ويصنع زاوية θ مع العمودي أثناء الحركة. بين أن مقدار كمية الحركة الزاوية للكتلة حول مركز الدائرة هو $L = (m^2 g\ell^3 \sin^4\theta / \cos\theta)^{1/2}$



الشكل P22.11

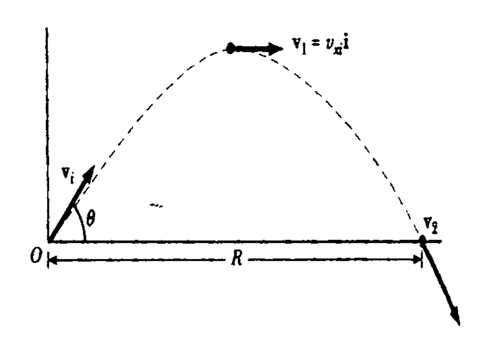
23 - جسيم كتلته m يتحرك في دائرة نصف قطرها R بسرعة ثابتة v كما هو موضح في شكل (P23.11). إذا بدأ الحركة عند النقطة Q. احسب كمية الحركة الزاوية للجسيم حول النقطة P كدالة في الزمن.



الشكل P23.11

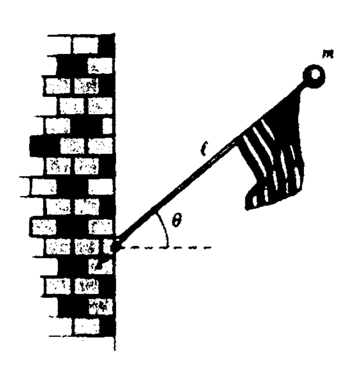
24 - جسم كتلته 4.0 Kg معلق من خيط رفيع ملفوف على بكرة (انظر شكل (10.20) والبكرة على شكل اسطوانة منتظمة مصمته نصف قطرها 8.0 cm وكتلتها 2.0 Kg (a) ما هو صافي عزم الدوران للنظام حول النقطة O؟ (b) عندما تكون سرعة الجسيم υ يكون للبكرة سرعة زاوية $\omega=\upsilon/R$. احسب كمية الحركة الزاوية الكلية للنظام حول O (c) من العلاقة $\tau = d\mathbf{L}/dt$ والنتيجة التي حصلت عليها في (b) احسب عجلة الجسم.

25 جسم كتلته m قذف بسرعة إبتدائية $\mathbf{v}_i$ ويصنع زاوية θ مع الأفقي كما في شكل (P25.11). تحرك الجسم في مجال الجاذبية الأرضية. أوجد كمية الحركة الزاوية للجسم حول نقطة الأصل عندما يكون الجسم (a) عند نقطة الأصل (b) عند أعلى نقطة في مساره و(c) قبل أن يقع على الأرض مباشرة(d) ماهو عزم الدوران الذي يتسبب في تغيير كمية حركته الزاوية.



الشكل P25.11

26 - كرة كتلتها m مثبته في أعلى صارية علم معلق على جانب مبنى مرتفع عند النقطةP كما هو مبين في شكل P27.11 طول الصاري ℓ والزاوية التي يصنعها مع الأفقي هي θ. إفرض أن الكرة أصبحت غير مثبته وبدأت تسقط. احسب كمية الحركة الزاوية(كدالة في الزمن) للكرة حول النقطة P اهمل مقاومة الهواء.



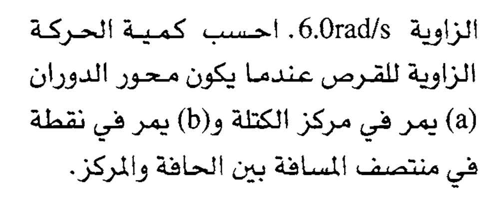
الشكل P27.11

27 - رجل مطافئ صعد على سلم ووجه فوهة الخرطوم أفقيا نحو مبنى يحترق. معدل تدفق الماء 6.31kg/s وسرعة الماء عند الفوهة 12.5 m/s . الخرطوم يمر بين قدمي رجل المطافئ التي تبعد عموديا بمقدار 1.3m أسفل فتحة الخرطوم. إختار نقطة الأصل داخل الخرطوم بين قدمي رجل المطافئ. ما هو عزم الدوران الذي يؤثر به رجل المطافئ على الخرطوم؟ أي ما هو معدل تغير كمية الحركة الزاوية للماء؟

القسم 4.11 كمية الحركة الزاوية لجسم مصمت يدور.

28 - كرة منتظمة مسمطة نصف قطرها 0.50 m وكتلتها 15.0 kg تدور ضد عقارب الساعة حول محور عمودي خلال مركزها. أوجد متجه كمية الحركة الزاوية عندما تكون سرعتها الزاوية 3.0rad/s

29 - قرص مصمت منتظم كتلته 3.0kg ونصف قطره 0.20m يدور حول محور ثابت عمودي على وجهه. إذا كانت السرعة



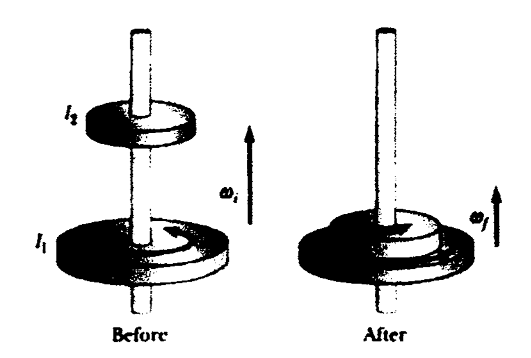
الزاوية 6.0rad/s. احسب كمية الحركة الزاوية للقرص عندما يكون محور الدوران (a) يمر في مركز الكتلة و(b) يمر في نقطة في منتصف المسافة بين الحافة والمركز.

30 [31] جسيم كتلته 0.40kg مثبت عند التدريج 100.cm في مسطرة طولها متر وكتلتها 0.10kg. والمسطرة تدور على منظدة أفقية عديمة الاحتكاك بسرعة زاوية 4.0 rad/s. احسب كمية الحركة الزاوية للنظام عندما تكون المسطرة معلقة حول محور O عمودي على المنضده عند التدريج 50cm و(b) عمودي على المنظدة عند التدريج 0.0cm.

31 - عقربي الساعات والدقائق بساعة بج بن الشهيرة في دار البرلمان بلندن طولهما 2.70m و 4.50 m وكتلتهما 60.0kg و 100kg على الترتيب. احسب كمية الحركة الزاوية الكلية لهذه العقارب حول نقطة المركز. عامل العقارب على أنها قضبان طويلة ورفيعة.

القسم 5.11 حفظ كمية الحركة الزاوية:

32- أسطوانة عزم قصورها I_1 تدور حول محور عمودي عديم الإحتكاك بسرعة زاوية ω_i. أسطوانة ثانية لها عزم قصور ذاتي I_2. وفي البداية لم تكن تدور، سقطت فوق الأسطوانة الأولى شكل (P33.11) وبسبب الإحتكاك بين الأسطوانتين وصل الإثنان إلى نفس السرعة الزاوية ω_f (a) احسب ω_f (b) بين أن طاقة الحركة للنظام تنقص نتيجة لهذا التأثير واحسب النسبة بين طاقة الدوران النهائية إلى طاقة الدوران الابتدائية.



الشكل P33.11

33 - طالب يجلس على كرسي دوار يمسك بثقلين كتلة كل منهما 3.0kg. عندما يبسط ذراعيه أفقيا يكون الثقلان على مسافة 1.0 m من محور الدوران. وهو يدور بسرعة زاوية 0.75 rad/s. عزم القصور الذتي للطالب والكرسي $3.0kg.m^2$ وهو مقدار ثابت.

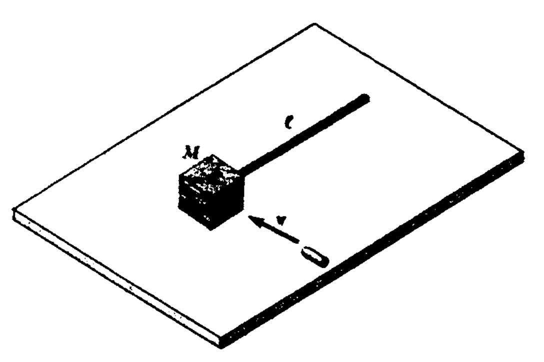
ضم الطالب الكتلتين نحو جسمه أفقيا إلى وضع 0.30m من محور الدوران (a) إحسب السرعة الزاوية للطالب (b) احسب طاقة الحركة للطالب قبل وبعد جذب الكتل إلى الداخل .

34 - قضيب منتظم كتلته 100kg وطوله 50.0cm يدور في مستوى افقي حول محور ثابت عمودي عديم الاحتكاك يمر بمركزه. توجد خرزتين كتلت كل منهما 30.0g معلقتين في هذا القضيب بحيث يمكنهما الانزلاق دون احتكاك على امتداده. وفي لحظة ما ثبت وضع الخرزتان على مسافة 10.0cm من جانبي المركز والمنظومة كلها تدور بسرعة زاوية 20.0rad/s وفجأة سمح للخرزتين بالحركة فانزلقا نحو طرفي القضيب احسب (a) السرعة الزاوية للمنظومة في لحظة وصول الخرزتين إلي نهايتي القضيب (b) السرعة الزاوية للقضيب عندما انزلقت الخرزتان من نهايتي القضيب إلى خارجه.

WEB

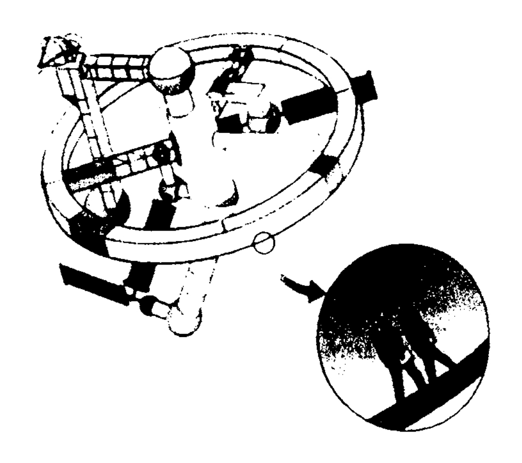
35 [37] إمـرأة وزنهـا 60.0kg تقف على حـافـة قـرص أفقي دوار عـزم قصوره الذاتي 500 $kg.m^2$ ونصف قطره 2.0m. القـرص كـان في البداية ساكن وهو حر الحركة ليدور حـول محـور عـمودي عديم الإحتكاك يمر بمركـزه. بدأت المرأة تمشي حـول حـافـة القـرص في اتجاه عـقارب السـاعة (كـما تُرى من أعلى النظام) بسـرعة زاوية ثابتـه 1.50m/s بالنسبة للأرض (a) في أي اتجاه وبأي سـرعة زلوية سيدور القـرص؟ (b) ما مقدار الشغل الذي تبذله المرأة لكي تجعل نفسها والقرص يتحركان.

36 [39] مكعب من الخشب كتلتهM موضوع على منضدة أفقية ملساءومتصل بقضيب صلب طوله ℓ وكـتلتـه مـهـملة (شكل P39.11) والقضيب يرتكز على طرفه الآخر. أطلقت طلقـة كتلتـهـا m مـوازية للسطح الأفـقي وعمودية على القضيب بسرعةv فأصابت المكعب ودخلت فـيه (a) مـامـقـدار كـمـيـة الحرك الزاوية للمكعب والطلقة معا (b) ما مقدار الجزء من طاقة الحركة الذي فقد نتيجة للتصادم.



الشكل P39.11

37 - محطة فضائية على شكل عجلة عملاقة نصف قطرها 100m وعزم قصورها الذاتي $5.00x10^8$ $kg.m^2$. يوجـد بهـا طاقم مكون من 125 شـخـصـا يعـيشـون على الحـافـة. دوران المحطة جعل الطاقم يشعر بجاذبية مـقـدارهـا 1g شكل (P40.11) عندمـا تحرك 100 شخص لحضور اجتماع عند مركز المحطة تغيرت السرعة الزاوية. ما مقدار العجلة التي يشعر بها شخص ما ظل قـرب الحـافـة؟ افـتـرض أن كـتلة كل شخص 65.0kg.



الشكل P40.11

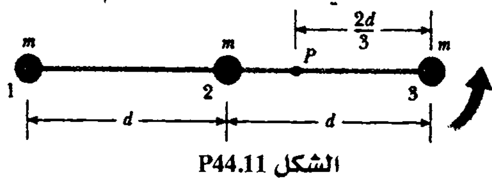
38 - نفـرض نيـزكـا كـتلتـه $3.0x10^{13}$kg يسـيـر بسرعة 30.0km/s بالنسبة لمركز الأرض واصطدم بالأرض. ما هو أكبر نقص ممكن في السـرعـة الزاوية للأرض نتـيجـة لهـذا التصادم.

(اخـتـيـاري) قـسم 7.11. كـمـيـة الحـركـة الزاوية ككمية أولية

39 - في نموذج بور Bohr لذرة الهيدروجين يدور الإلكـترون في مـدار دائري نصف قطره $0.529x10^{-10}$ m حـول البـرتون. بفـرض أن كمية الحـركة الزاوية المدارية للإلكـترون تساوي $h/2\pi$ احـسب (a) السـرعـة المدارية للإلكترون (b) طاقة الحركة للإلكترون و(c) السرعة الزاوية لحركة الإلكترون.

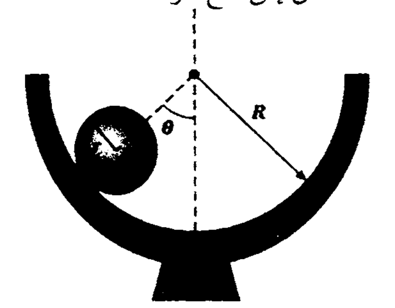
مسائل إضافية:-

40 - مسألة للمراجعة: قضيب مصمت كتلته مهملة مثبت به 3 كتل متساوية كما في شكل (P44.11) والقضيب حر الدوران في مستوى رأسي حول محور أملس عمودي على القضيب يمر خلال النقطة P. وقد بدأ الحركة من حالة السكون عند زمن $t=0$ إذا علمنا مقداري d, m أوجد (a) عزم القصور الذاتي للنظام حول مركز الإرتكاز (b) عزم الدوران المؤثر على النظام عند $t=0$ (c) العجلة الزاوية للنظام عند $t=0$ (d) العجلة الخطية للكتلة رقم 3 عند الزمن $t=0$ (e) الحد الأعلى لطاقة الحركة للنظام (f) الحد الأعلى للسرعة الزاوية التي يصل إليها القضيب (g) الحد الأعلى لكمية الحركة الزاوية للنظام (h) السرعة القصوى التي تصل إليها الكتلة رقم(2).



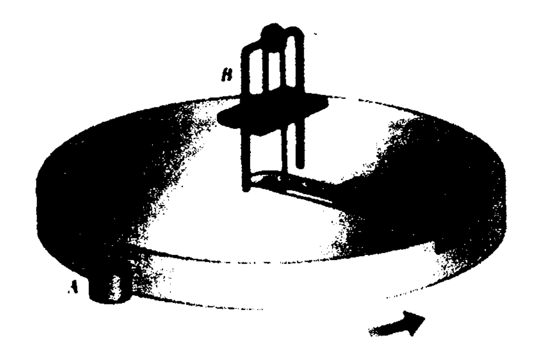
الشكل P44.11

41 - كرة مصمتة منتظمة نصف قطرها r وضعت على السطح الداخلي لوعاء شكله نصف كروي، نصف قطره كبير R. تحركت الكرة من السكون بزاوية θ مع العمودي وأخذت تتدحرج دون انزلاق كما في شكل (P45.11) عين السرعة الزاوية للكرة عندما تصل إلى قاع الوعاء.



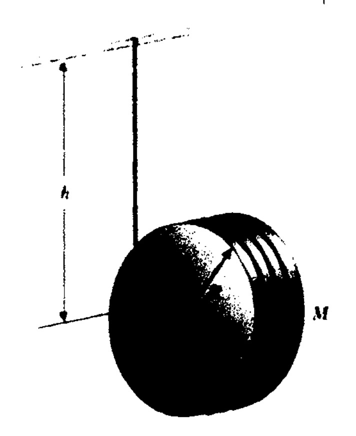
الشكل P45.11

42 - قرص أفقي منتظم وزنه 100kg ونصف قطره 5.50m يدور دون احتكاك بسرعة زاوية 2.5rev/s حول محور عمودي يمر بمركزه كما هو مبين في شكل P46.11 .يوجد نظام للتغذية المرتجعة يراقب السرعة الزاوية للقرص. وموتور عند A للتأكد من أن الحركة الزاوية تظل ثابتة. بينما القرص يدور، كتلة مقدارها 1.2 kg عند مركز القرص بدأت تنزلق نحو الخارج داخل مجرى نصف قطري. هذه الكتلة بدأت حركتها عند مركز القرص في زمن t=0 وأخذت تنزلق نحو الخارج بسرعة ثابتة 1.25cm/s بالنسبة للقرص حتى وصلت إلى الطرف عند زمن قدره $t=440s$ والكتلة المنزلقة لا تتأثر بأي احتكاك. وحركتها يتم التحكم فيها بواسطة كابح عند النقطة B بحيث تظل سرعتها في اتجاه نصف القطر ثابتة. والكابح يحدث شدا في خيط رفيع مربوط في الكتلة(a) احسب مقدار عزم الدوران كدالة في الزمن الذي يؤثر به الموتور بينما الكتلة تنزلق(b) احسب مقدار عزم الدوران عند زمن $t=440$ s قبل أن تنهي الكتلة المنزلقة حركتها مباشرة (c) أوجد القدرة التي يبذلها الموتور كدالة في الزمن (d) أوجد مقدار القدرة فور وصول الكتلة المنزلقة نهاية المجرى (e) احسب الشد في الخيط كدالة في الزمن (f) احسب الشغل المبذول بواسطة الموتور خلال فترة الحركة 440s (g) أوجد الشغل المبذول بواسطة الخيط الذي يعمل ككابح للكتلة المنزلقة (h) أوجد الشغل الكلي المبذول على النظام المكون من القرص والكتلة المنزلقة.



الشكل P46.11

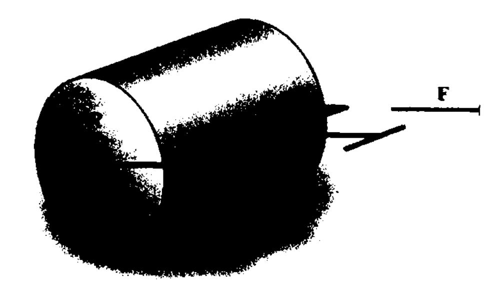
43 [47] خيط ملفوف حول قرص منتظم نصف قطره R وكتلته M. تحرك القرص من السكون وكان الخيط عموديا وطرفه العلوي مربوط في قضيب ثابت شكل(P47.11) يبين أن (a) الشد في الخيط يساوي ثلث وزن القرص (b) مقدار العجلة عند مركز الكتلة هي 2g/3 و (c) سرعة مركز الكتلة هي $(4gh/3)^{1/2}$ عندما يهبط القرص. برهن على إجابتك في (c) مستخدما مفهوم الطاقة.



الشكل P47.11

44 - المذنب هالي يدور حول الشمس في مدار على شكل قطع ناقص وأكبر اقتراب له من الشمس عند مسافة تساوي 0.590AU وأبعد مسافة بينه وبين الشمس35.0 AU (Au واحد=متوسط المسافة بين الأرض والشمس).إذا كانت سرعة المذنب عند أكبر اقتراب له 54.0km/s . كم تكون سرعته عندما يكون عند أبعد نقطة عن الشمس؟ كمية الحركة الزاوية للمذنب حول الشمس محفوظة لأنه لا يوجد عزم دوران يؤثر على المذنب. قوة الجاذبية التي تؤثر بها الشمس على المذنب. لها ذراع عزم يساوي صفراً.

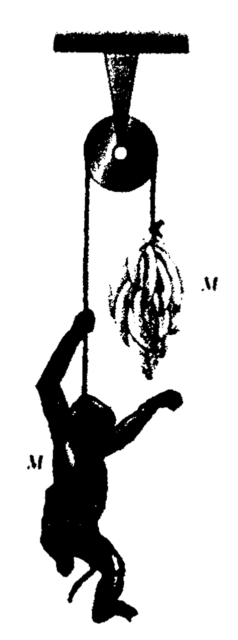
45 - قوة ثابته أفقية F تؤثر على عجلة أسطوانية كبيرة (مدحاة) تستخدم في تسوية الأرض كما في شكل (P49.11) فإذا كانت هذه المدحاة منتظمة ومصمته نصف قطرها R وكتلتها M . إذا كانت المدحاة تتدحرج دون انزلاق على سطح أفقي. بين أن(a) العجلة عند مركز الكتلة تساوي $2F/3M$ (b) أقل معامل للإحتكاك الضروري لمنع الانزلاق هو $F/3mg$ (ملحوظة: اعتبر عزم الدوران بالنسبة لمركز الكتلة).



الشكل P49.11

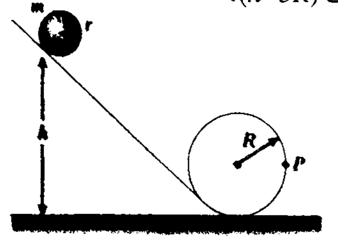
46 - حبل خفيف يمر فوق بكرة خفيفة ملساء معلق في أحد طرفيه سوباطة موز كما في شكل (P50.11) كتلتها M. من الطرف الثاني للحبل تعلق قرد كتلتهM كذلك. حاول القرد أن يتسلق على الحبل لكي يصل إلى الموز (a) إذا اعتبرنا أن النظام يتكون من القرد والموز والحبل والبكرة احسب عزم الدوران عند محور البكرة(b) باستخدام النتيجة من (a) احسب كمية الحركة الزاوية

الكلية حول محور البكرة. وصف حركة النظام. هل يصل القرد إلى الموز.



الشكل P50.11

47 - كرة مصمتة كتلتها m ونصف قطرها r تتدحرج دون انزلاق على امتداد المسار الموضح في شكل (P51.11). بدأت الكرة من حالة السكون وكانت على ارتفاع h من قاع الحلقة التي نصف قطرها R وهو أكبر بكثير من r (a) ما مقدار أقل ارتفاعh (بدلالةR) يمكن للكرة أن تبدأ من عنده لكي تستطيع أن تكمل الدائرة؟(b) ما هي مركبات القوى على الكرة عند النقطةP إذا كانت (h=3R)؟

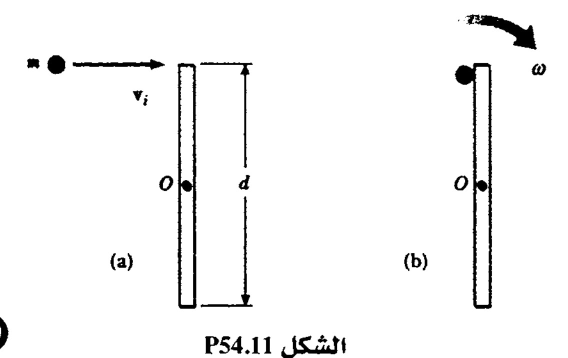


الشكل P51.11

48 - قضيب رفيع كتلته 0.63kg وطوله1.24m في حالة سكون ومعلق رأسيا من مفصلة ثابتة قوية عند طرفه. فجأة أثرت عليه قوة أفقية على شكل دفعة مقدارها {(14.7i)N} (a) نفترض أن القوة تؤثر على النهاية السفلية للقضيب. أوجد عجلة مركز كتلة القضيب والقوة الأفقية التي تؤثر بها المفصلة (b) افترض أن القوة تؤثر على منتصف القضيب أوجد عجلة هذه النقطة ورد فعل المفصلة الأفقي (c) أين يمكن أن تؤثر قوة الدفعة بحيث أن المفصلة لايكون لها تأثير في الإتجاه الأفقي (هذه النقطة تسمى مركز الصدم).

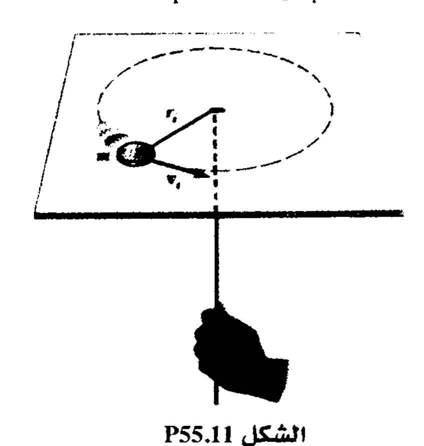
49 - في لحظة ما كانت كرة بولنج تنزلق وفي نفس الوقت تلف على سطح أفقي بحيث أن طاقة حركة دورانها تساوي طاقة حركة انتقالها. فإذا كانتυ_{CM} تمثل سرعة مركز الكتلة بالنسبة للسطح وυ_r تمثل سرعة أعلى نقطة على سطح الكرة بالنسبة إلى مركز الكتلة أوجد النسبة υ_{CM}/υ_r.

50 - مقذوف كتلتهm يتحرك في اتجاه اليمين بسرعةυ_i (شكل P54.11a). إصطدم المقذوف بطرف قضيب ثابت والتصق به.كتلة القضيب M وطوله d ومعلق من محور أملس عند مركزه شكل(P54.11b) (a) احسب السرعة الزاوية للمنظومة بعد التصادم مباشرة (b) عين الجزء المفقود من الطاقة الميكانيكية نتيجة للتصادم.



الشكل P54.11

51 [55] كتلة m مربوطة في حبل يمر من ثقب ضيق في سطح أملس أفقي شكل (P55.11) الكتلة كانت في البداية تدور بسرعة υ_i في مدار دائري نصف قطره r_i. بعد ذلك حدث شد للحبل من أسفل ونقص نصف قطر الدائرة إلى r (a) ما هي سرعة الكتلة عندما يكون نصف قطر المدار r ؟ (b) احسب الشد في الحبل كدالة في r (c) ما مقدار الشغل المبذول لتحريك الكتلة من r_i إلى r (لاحظ أن الشد يتوقف على مقدار r) (d) أوجد القيم العددية لكل من W, T,V عندما r=0.10m و m=50.0g و r_i=0.30m و υ_i=1.5m/s



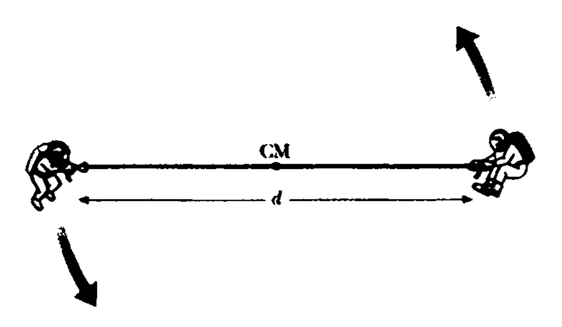
الشكل P55.11

52 - لاعب أطلق كرة بولنج دون لف وأخذت تنزلق في خط مستقيم في مسارها. أخذت الكرة تنزلق لمسافة معينة قبل أن تتحول حركتها إلى التدحرج دون انزلاق. ما هو مقدار هذه المسافة؟ اذكر الكميات التي استخدمتها كمدخلات والقيم التي قدرتها لكل منها والمبررات لتلك الإختيارات.

53 - قضيب رفيع طوله h وكتلته M موضوع عموديا وطرفه السفلي يستقر على سطح أفقي أملس. ترك القضيب لكي يسقط بحرية (a) عين سرعة مركز الكتلة له قبل أن يصل إلى السطح الأفقي مباشرة(b) نفترض أن القضيب له نقطة ارتكاز ثابتة في نهايته السفلى. عين سرعة مركز كتلة القضيب قبل أن يصطدم بالسطح مباشرة.

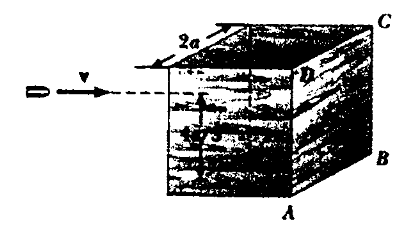
54 [59] WEB إثنان من ملاحي الفضاء شكل (P59.11) كل منهما له كتلته 75kg متصلان ببعضهما بحبل طوله 10.0m وكتلته مهملة وهما معزولان في الفضاء، يدوران حول مركز الكتلة لهما بسرعة 5.0m/s (a) بمعاملة رائدي الفضاء كجسمان. إحسب مقدار كمية الحركة الزاوية (b) طاقة دوران المنظومة. أحد الرائدان شد الحبل وجعل المسافة بينهما 5.0m فقط (c) ما مقدار كمية الحركة الزاوية للمنظومة في هذه الحالة؟ (d) ما هي سرعة رائدي الفضاء الجديدة؟ (e) ما هي طاقة الدوران الجديدة للمنظومة؟ (f) ما مقدار الشغل المبذول بواسطة رائدي الفضاء في تقصير المسافة بينهما بشد الحبل.

55 - اثنان من رواد الفضاء شكل (P 11.59) كتلة كل منهما M يمسكان بحبل طوله d وكتلته مهملة. وهما معزولان في الفضاء. ويدوران حول مركز الكتلة لهما بسرعة υ بمعاملة رائدي الفضاء كجسمان احسب (a) مقدار كمية الحركة الزاوية (b) طاقة الدوران للمنظومة. عند شد الحبل تمكن أحد الرواد من تقصير المسافة بينهما لتصبح d/2 (c) ما مقدار الزاوية الجديدة؟ (d) ما هي سرعة رائدي الفضاء الجديدة (e) ما هي طاقة الدوران الجديدة للنظام (f) ما مقدار الشغل المبذول بواسطة رائد الفضاء في تقصير الحبل.



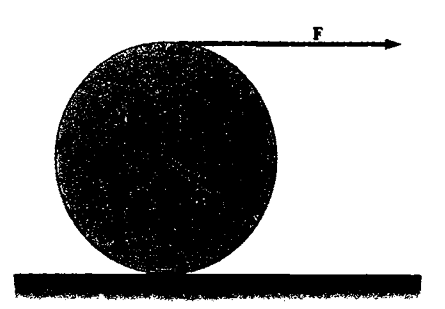
الشكل P59.11

56 - مكعب مصمت من الخشب طول ضلعه 2α وكتلته M موضوع على سطح أفقي. جُعل المكعب يدور حول محورAB شكل (P61.11) أطلقت طلقة كتلتها m وسرعتها υ على الوجه المقابل للوجه $ABCD$ على ارتفاع $4\alpha/3$. غاصت الطلقة داخل المكعب. احسب أقل مقدار للسرعةυ اللازمة لكي ينقلب المكعب بحيث يسقط على الوجه $ABCD$. نفرض أن $m<<M$



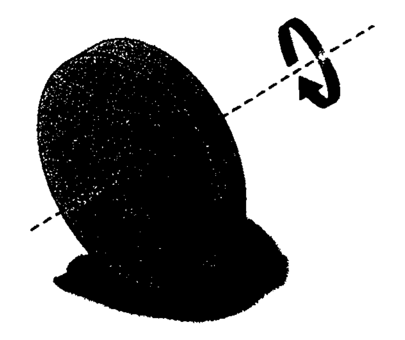
الشكل P61.11

57 [63] لفة سلك كتلتها M ونصف قطرها R تم سحب السلك منها باستخدام قوة F شكل(P36.11) إذا فرضنا أن اللفة عبارة عن أسطوانة مصمته ومنتظمة ولاتنزلق بين أن (a) عجلة مركز الكتلة هي $4F/3M$ وأن (b) قوة الإحتكاك في اتجاه اليمين وتساوي في المقدار F/3 (c) إذا بدأت الأسطوانة من السكون وتدحرجت دون انزلاق كم تكون سرعة مركز كتلتها بعد أن تكون قد تدجرحت مسافة قدرها d؟



الشكل P63.11

58 -قرص مصمت منتظم يدور باستمرار بسرعة زاوية ω_i حول محور يمر بمركزه. بينما هو يدور بهذه السرعة، وضع على سطح أفقي ثم ترك يتحرك كما في شكل (P64.11) (a) ما هي السرعة الزاوية بمجرد أن أخذ يتدحرج؟ (b) احسب مقدار الجزء المفقود من طاقة الحركة منذ أن وضع على السطح الأفقي إلى أن بدأ يتدحرج. ملحوظة (خذ في الإعتبار عزم الدوران حول مركز الكتلة)

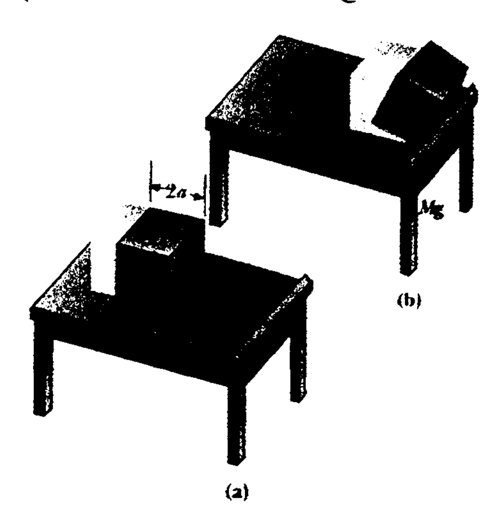


الشكل P64.11

59 [65] نفترض قرص مصمت نصف قطره R إكتسب سرعة زاوية ω حول محور يمر بمركزه، ثم وضع يعد ذلك على سطح أفقي وترك يتحرك كما في المسألة السابقة شكل (P.11.64) . افترض أن معامل الإحتكاك بين القرص والسطح الأفقي هو μ (a) بين أن الزمن الذي يستغرقه القرص لكي يصل إلى حركة تدحرجية هو

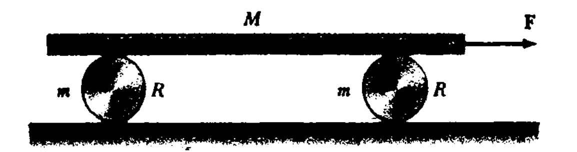
(b) بين أن المسافة التي تحركها $R\omega_i/3\mu g$ القرص قبل بدأ الحركة التدحرجية تساوي $R^2\omega_i^2/18\mu g$.

60 - مكعب مصمت طول ضلعه 2α وكتلته M ينزلق على سطح أملس بسرعة منتظمة **v** كما هو في شكل (P.11.66.a) إصطدم بعائق صغير في نهاية المنضدة، مما جعله ينحرف كما هو مبين في الشكل (P.11.66.b) أوجد أقل مقدار للسرعة **v** بحيث أن المكعب يسقط من على المنضدة لاحظ أن عزم القصور الذاتي للمكعب حول محور يمر بأحد حوافه يساوي $8M\alpha^2/3$ (ملحوظة: المكعب يصنع تصادما غير مرن عند الحافة)



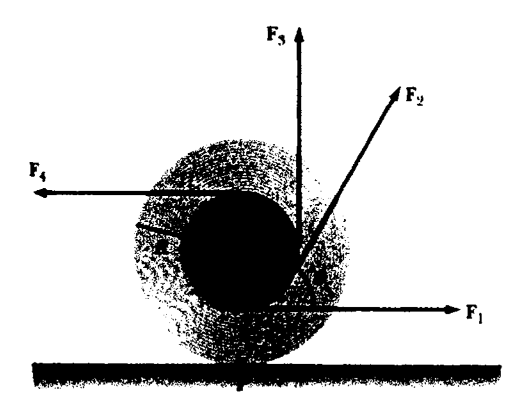
الشكل P66.11

61 - لوح خشب سميك كتلته M تساوي 6.0kg مركب على اسطوانتين مصمتتين متماثلتين نصف قطر كل منهما $R = 5.0cm$ وكتلة كل منهما $m = 2kg$ شكل (P67.11). يُسحب لوح الخشب بواسطة قوة أفقية مقدارها $F = 6.0N$ توثر على نهاية لوح الخشب وعمودية على محور الأسطوانتين (وهما متوازيان). الأسطوانتان تتدحرجان دون انزلاق على سطح منبسط. كذلك لايوجد انزلاق بين لوح الخشب والأسطوانتين (a) أوجد عجلة لوح الخشب وعجلة الاسطوانتين (b) ما هي قوة الاحتكاك المؤثرة.



الشكل P67.11

62 - لفة سلك موضوعة على سطح أفقي كما في شكل (P68.11) عند شد السلك لاتنزلق اللفة عند نقطة التلامس P. في محاولات منفصلة أثرت القوى التالية على اللفة $\mathbf{F}_4, \mathbf{F}_3, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_1$ كل على حدة. حدد اتجاه كل من هذه القوى الذي تتدحرج عنده اللفة، لاحظ أن خط عمل القوة $\mathbf{F}_2$ يمر خلال P.



الشكل P68.11

63 - لفة السلك في الرسم(P68.11) لها نصف قطر داخلي r ونصف قطر خارجي R والزاوية θ بين القوة المؤثرة والأفقي يمكن تغييرها. بين أن الزاوية الحرجة التي لاتنزلق عندها لفة السلك وتظل ساكنة هي

$$\cos\ \theta_c = \frac{r}{R}$$

ملحوظة عند الزاوية الحرجة خط عمل القوة يمر بنقطة التلامس مع الأفقي.

64 - في أحد التجارب التوضيحية أستخدمت عربة ذات عجلتين، قذف منها كرة رأسيا إلى أعلى بينما هي تسير بسرعة ثابتة في اتجاه أفقي وقد هوت الكرة في صندوق العربة لأن الكرة والعربة لهما مركبة سرعة أفقية واحدة. الآن نفترض أن العربة على منحدر يصنع زاوية θ مع الأفقى كما في شكل(P70.11) العربة وعجلتيها لها كتلة M وعزم قصور ذاتي لكل من العجلتين $mR^2/2$ (a) باستخدام مبدأ حفظ الطاقة (بافتراض عدم وجود احتكاك بين العربة ومحاور الدوران) وبافتراض أن الحركة تدحرجية. بين أن عجلة العربة على السطح المائل هي

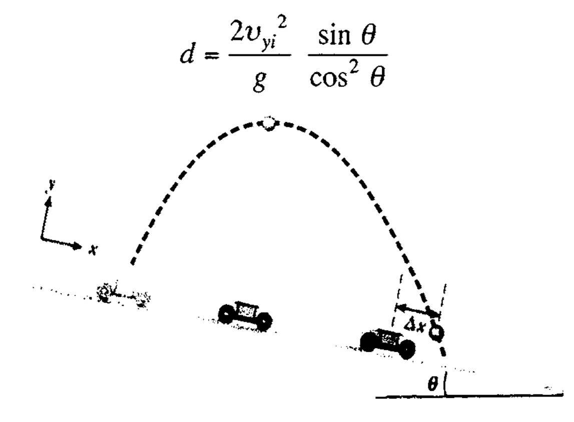
$$\alpha_x = \left(\frac{M}{M+2m}\right) g \sin\theta$$

(b) لاحظ أن المركبة x لعجلة الكرة التي قذفت من العربة هي $g \sin\theta$ إذن المركبة x لعجلة العربة أقل من عجلة الكرة بمقدار العامل $M/(M+2m)$. استخدم هذه الحقيقة والمعادلات الكينماتيكية لتبين أن الكرة ستسبق العربة بمقدار Δx

$$\Delta x = \left(\frac{4m}{M+2m}\right)\left(\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}\right)\frac{v_{yi}^2}{g}$$

حيث v_{yi} هي السرعة الإبتدائية للكرة التي أعطيت لها من الزنبرك الموجود بالعربة(c) بين أن المسافة d التي تقطعها الكرة مقاسة على استقامة السطح المائل هي

$$d = \frac{2v_{yi}^2}{g}\ \frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}$$



الشكل P70.11

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.11) توجد مقاومة قليلة جدا للحركة التي يمكن أن تقلل من طاقة الحركة لكرة متدحرجة، على الرغم من وجود احتكاك بين الكرة والأرض (اذا لم يوجد الاحتكاك لما وجد دوران والكرة ستنزلق). ولا يوجد حركة نسبية للسطحين (طبقا لتعريف التدحرج) إذن الاحتكاك الكيناتيكي لا يقلل k (مقاومة الهواء والاحتكاك الملازمين لتغير شكل الكرة من الواضح أنهما يوقفان حركة الكرة).

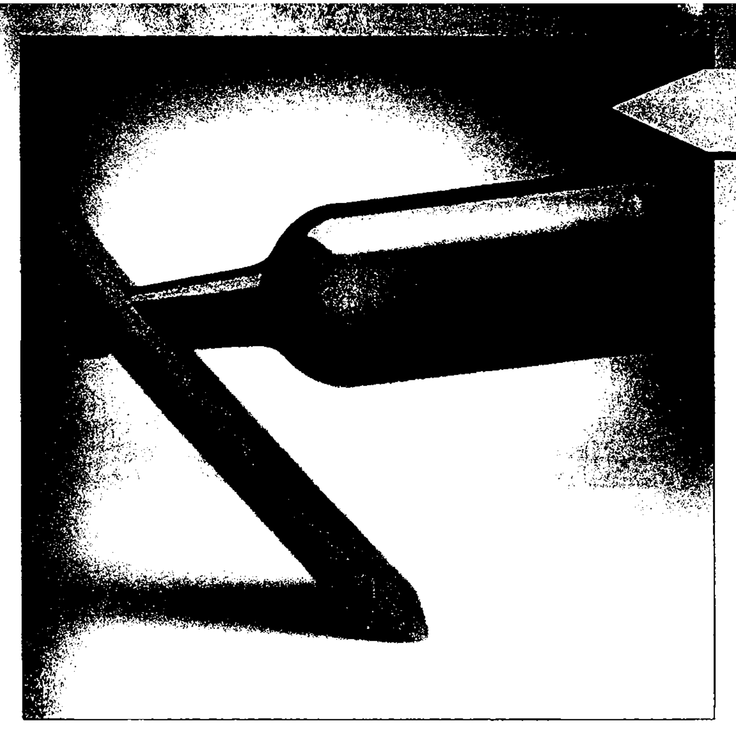
(2.11) حيث أن طاقة الوضع الإبتدائية للصندوق لم يتحول أي جزء منها إلى طاقة حركة دورانية، عند أي لحظة $t > 0$ طاقة الحركة الانتقالية للصندوق تكون أكبر من طاقة الحركة للكرة المتدحرجة.

(3.11) تكون صفراً إذا كانت تتحرك نحو العمود مباشرة **r** و **P** سيكونان متعاكسي التوازي antiparallel مع بعضهما وجيب الزاوية بينهما صفر. إذن $L=0$.

(4.11) كل من (a) و (b) خطأ. صافي القوة ليس من الضروري أن تساوي صفر، إذا مر خط عمل محصلة القوة خلال النقطة، عندئذ يكون محصلة عزم الدوران حول محور يمر بهذه النقطة يساوي صفر حتى وإن لم تكن محصلة القوة لاتساوي صفراً. وحيث ان محصلة القوة ليس بالضرورة أن تساوي صفراً، لايمكن أن نستنتج أن سرعة الجسيم تكون ثابته.

(5.11) الطالب يبذل شغلا عندما يمشي من حافة المنضدة إلي مركزها.

(6.11) حيث إنها عمودية على الحركة الترنحية (التقدمية) للنحلة، قوة الجاذبية لاتبذل شغلا. وهذه إحدى الحالات التي تسبب فيها القوة حركة دورانية دون بذل شغل.



صورة محيرة

هذا الحامل لزجاجة واحدة من زجاجات المياه الغازية. هو مثل جيد لنظام ميكانيكي يبدو كما لو أنه يتحدى الجاذبية النظام المكون من الحامل والزجاجة يكون متزناً عندما يكون مركز ثقله واقعاً فوق النهاية السفلي التي يرتكز عليها الحامل. ما هما الشرطان اللازمان لأي منظومة لكي تصل إلى مثل هذا الاتزان؟

الفصل الثاني عشر 12

الإتزان الإستاتيكي والمرونة

Static Equilibrium and Elasticity

ويتضمن هذا الفصل :

1.12 شروط الاتزان
The Conditions for Equilibrium

2.12 المزيد عن مركز الثقل
More on the Center of Gravty

3.12 أمثلة لأجسام جامدة في حالة الاتزان الاستاتيكي
Examples of Rigid Objects in Static Equilibrium

4.12 خواص المرونة للأجسام الجامدة
Elastic Properties of Solids

في البابين العاشر والحادي عشر تناولنا ديناميكية الأجسام الجامدة أي الأجسام التي تظل أجزاؤها على مسافات ثابتة بالنسبة لبعضها البعض عندما تتعرض لقوى خارجية. جزء من الباب الحالي يتناول الحالات التي يكون فيها الجسم الجامد في حالة اتزان. والمصطلح اتزان يعني أنه إما أن الجسم في حالة سكون أو أن مركز كتلته يتحرك بسرعة ثابته. وسوف نتناول في هذا الباب الحالة الأولى فقط، الذي يوصف فيها الجسم على أنه في حالة اتزان استاتيكي. والاتزان الاستاتيكي يمثل حالة عامة في الموضوعات الهندسية، والمبادئ التي يتضمنها لها أهمية خاصة في الهندسة المدنية والعمارة والهندسة الميكانيكية. فإذا كنت من طلاب الهندسة فلاشك في أنك ستدرس منهجا متقدما في الاستاتيكية مستقبلا.

القسم الأخير من هذا الباب يتناول كيف يتغير شكل الأجسام تحت تأثير الأحمال. هذه التغيرات في الشكل deformation تكون عادة مرنة ولا تؤثر على حالة الاتزان. والجسم المرن يعود إلى شكله الأصلي عندما تزول القوى التي نتج عنها تغير شكل الجسم. وهناك العديد من ثوابت المرونة التي سيتم تعريفها وكل منها يخص نوعا معينا من أنواع التغير في الشكل.

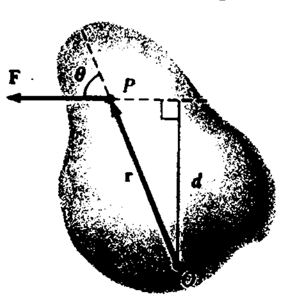
1.12 شروط الاتزان THE CONDITIONS FOR EQUILIBRIUM

في الباب الخامس ذكرنا أن أحد الشروط الهامة للاتزان أن تكون محصلة القوى المؤثرة على جسم ما تساوي صفر، إذا عاملنا الجسم كجسيم صغير عند إذ يكون هذا هوالشرط الوحيد الذي يجب إستيفاؤه للإتزان.

إلا أن الوضع بالنسبة للأجسام الكبيرة يكون أكثر تعقيدا، حيث إن تلك الأجسام لايمكن معاملتها كجسيمات. فلكي يكون الجسم الكبير في حالة اتزان استاتيكي يجب استيفاء شرط آخر. وهذا الشرط يشمل محصلة عزوم الدوران المؤثره على هذا الجسم الممتد.

لاحظ أن الاتزان لايعني عدم وجود الحركة. فمثلا جسم يدور يمكن أن يكون له سرعة زاوية ثابتة ويظل في حالة اتزان. نفترض أن قوة واحدة **F** تؤثر على جسم جامد كما في شكل (12.1) تأثير تلك القوة يعتمد على نقطة التأثير P. فإذا كانت **r** هي متجه المكان لهذه النقطة بالنسبة للنقطة O. عندئذ يكون عزم الدوران الناتج عن القوة **F** حول O يعطى بمعادلة (7.11) وهي

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$



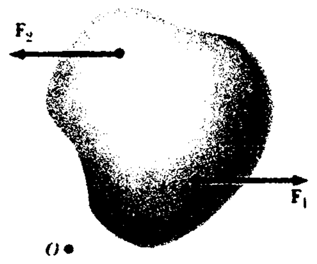
شكل (1.12) قوة واحدة F تؤثر على جسم جامد عند النقطة P.

نتذكر من دراستنا لحاصل الضرب المتجه في القسم(2.11) ان المتجه **τ** يتعامد على المستوى المتكون من **r** و **F** ويمكن استخدام قاعدة اليد اليمنى لتحديد اتجاه **τ**. ضم أصابع يدك اليمنى في

اتجاه الحركة التي يمكن أن يحدثها **F** حول المحور المار بالنقطة 0 فيكون الإبهام مشيرا إلى اتجاه عزم الدوران **τ** ومن ثم في شكل (1.12) **τ** تتجه نحوك إلى خارج الصفحة. كما يمكن أن نرى من شكل (1.12) قدرة القوة **F** على إدارة الجسم حول المحور الذي يمر بالنقطة O يعتمد على ذراع العزم d وكذلك على مقدار **F** نتذكر أن مقدار τ هو Fd (ارجع إلى معادلة 10.19) . الآن إفترض جسما جامدا تأثر في البداية بقوة $\mathbf{F}_1$ وبعد ذلك بقوة $\mathbf{F}_2$. إذا كان للقوتين نفس المقدار، سوف يحدثان نفس التأثير على الجسم فقط في حالة ما إذا كان لهما نفس الإتجاه ونفس خط العمل. أي أن

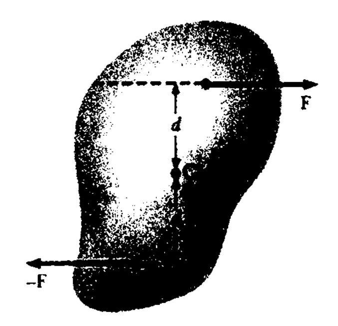
> قوتان $\mathbf{F}_1$ و $\mathbf{F}_2$ تكونان متكافئتان إذا كانا فقط متساويتان $F_1 = F_2$ وإذا كانا يحدثان نفس عزم الدوران حول أي محور.

القوتان في شكل (2.12) متساويتان في المقدار ومتضادتان في الإتجاه فهما ليستا متكافئتين. فالقوة المتجهة نحو اليمين تحاول إدارة الجسم في اتجاه عقارب الساعة حول محور عمودي على الشكل يمر بالنقطة O، بينما القوة المتجهة نحو اليسار تحاول إدارة الجسم ضد عقارب الساعة حول نفس المحور.



شكل (2.12) القوتان $\mathbf{F}_1$ و $\mathbf{F}_2$ ليستا متكافئتان لأنهما لا يحدثا نفس الدوران حول نفس المحور على الرغم من أنهما متساويتان في المقدار ومتضادتان في الإتجاه.

نفترض أن جسما مرتكزا حول محور يمر في مركز كتلته كما في شكل (3.12) وقوتان لهما نفس المقدار يؤثران في اتجاهين متضادين على استقامة خطي عمل متوازنين. قوتان توثران بهذه الطريقة تكونان ما يسمى بالإزدواج (القوتان في شكل 2.12 تكونان أيضا إزدواج). لاتظن خطئا أن القوى في الإزدواج ناتجة من قانون نيوتن الثالث للحركة: فلا يمكن أن يكونا قوى القانون الثالث لأنهما يعملان على نفس الجسم. وزوج قوى القانون الثالث تؤثران على أجسام مختلفة. ولأن كل من القوتين تحدث نفس عزم الدوران Fd فيكون مجموع عزوم الدوران مقداره 2Fd.



شكل(3.12) قوتان لهما نفس المقدار يكونان إزدواجا إذا كان خطا عملهما خطان مختلفان ومتوازيان، في هذه الحالة يدور الجسم مع عقارب الساعة. صافي عزم الدوران حول أي محور مقداره $2Fd$

واضح أن الجسم يدور مع عقارب الساعة ويتأثر بعجلة زاوية حول المحور. من حيث الحركة الدورانية، يعتبر ذلك وضع عدم اتزان. ومحصلة عزوم الدوران على الجسم تؤدي إلى عجلة زاوية طبقا للمعادلة $\sum\tau = 2Fd = I\alpha$ (إرجع إلى معادلة 21.10) بصفة عامة يكون الجسم في حالة اتزان دوراني فقط إذا كانت العجلة الزاوية α تساوي صفراً لأن $\sum\tau = I\alpha$ لحالة الدوران حول محور

ثابت. والشرط الهام الثاني للاتزان هو أن صافي عزم الدوران حول أي محور يجب أن يساوي صفراً.

إذن لدينا شرطان هامان لاتزان الأجسام

1 - محصلة القوى الخارجية يجب أن تساوي صفراً $\sum \mathbf{F} = 0$ **(1.12)**

2 - محصلة عزم الدوران الخارجي حول أي محور يجب أن تساوي صفراً $\sum \boldsymbol{\tau} = 0$ **(2.12)**

والشرط الأول هو نص خاص بالاتزان الإنتقالي فهو يخبرنا بأن العجلة الخطية لمركز الكتلة للجسم يجب أن تساوي صفراً عندما ننظر إليها من إطار مرجعي قصوري. والشرط الثاني نص خاص بالاتزان الدوراني ويخبرنا بأن العجلة الزاوية حول أي محور يجب أن تساوي صفر في الحالات العملية للاتزان الإستاتيكي وهو الموضوع الرئيسي لهذا الباب يكون الجسم في حالة سكون عندما لا يكون له سرعة خطية أو زاوية (أي أن $\upsilon_{CM} = 0$ ، $\omega = 0$)

اختبار سريع 1.12

(a) هل من الممكن حدوث حالة يصلح فيها استخدام المعادلة (1.12) بينما لا تصلح المعادلة (2.12)؟ (b)هل من الممكن استخدام المعادلة (2.12) بينما لا يصلح استخدام (1.12).

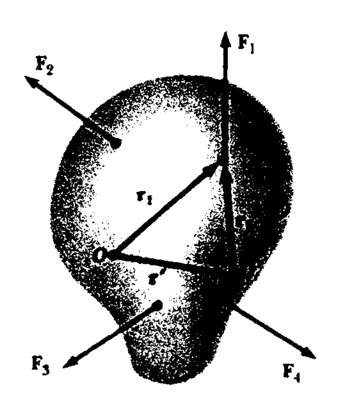
المتجهان المعطيان بمعادلتي (1.12) و (2.12) متكافئان بصفة عامة لستِّ حالات قياسية Scaler . ثلاثة من الشرط الأول للإتزان وثلاثة من الشرط الثاني (تُناظر المركبات z,y,x).

إذن في منظومة مركَّبة تحتوي على قوى عديدة تعمل في اتجاهات مختلفة ستواجه بحل مجموعة من المعادلات ذات عدد كبير من المجاهيل. سوف نقصر إهتمامنا الآن على حالة تكون فيها جميع القوى في المستوى xy (القوى التي تكون المتجهات الممثلة لها في نفس المستوى تسمى متحدة المستوىCoplanar). ومع هذا الإختصار، سنتعامل فقط مع ثلاث معادلات قياسية. اثنتان منهما تأتيان من اتزان القوى في اتجاهي y,x والثالثة تأتي من معادلة عزم الدوران ولاسيما أن مجموع عزوم الدوران حول أي نقطة في المستوىxy يجب أن تساوي صفرا. ومن ثم شرطا الاتزان يؤديان إلى المعادلات:

$$\sum F_x = 0 \ , \ \sum F_y = 0 \ , \sum \tau_z = 0 \qquad \textbf{(3.12)}$$

حيث محور عزم الدوران في معادلة عزم الدوران يكون اختياريا.

كما سنرى بغض النظر عن عدد القوى المؤثرة. إذا كان جسم في حالة اتزان انتقالي، وإذا كانت محصلة عزوم الدوران صفر حول محور ما. عند إذٍ تكون محصلة عزم الدوران تساوي صفر عند جميع باقي المحاور.ومن الممكن أن تكون النقطة داخل أو خارج حدود الجسم.



شكل (4.12) شكل يبين أن صافي عزم الدوران يساوي صفر عند النقطة 0، وهو أيضا صفر عند أي نقطة أخرى مثل O' مثلا.

اعتبر جسما تؤثر عليه مجموعة من القوى بحيث ان محصلة القوى هي

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + ... = 0$$

كما في شكل(4.12) الذي يوضح هذا الوضع (للتوضيح توجد أربع قوى فقط في الشكل) نقطة عمل القوة $\mathbf{F}_1$ بالنسبة النقطة 0 تحدد بواسطة موضع المتجه $\mathbf{r}_1$ وبالمثل نقط عمل $\mathbf{F}_3$ و $\mathbf{F}_2$ تحدد بواسطة $\mathbf{r}_3$ و $\mathbf{r}_2$ (غير موضحة) محصلة عزم الدوران حول محور يمر بالنقطة O هو

$$\sum \boldsymbol{\tau}_O = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{F}_3 + ...$$

نفترض نقطة إختيارية أخرى O' لها متجه الموضع $\mathbf{r}'$ بالنسبة النقطة 0. إذن نقطة عمل $\mathbf{F}_1$ بالنسبة للنقطة O' هي $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}'$ وهكذا . إذن عزم الدوران حول محور يمر بالنقطة O' هو

$$\begin{aligned} \sum \boldsymbol{\tau}_{O'} &= (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}') \times \mathbf{F}_1 + (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}') \times \mathbf{F}_2 + (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}') \times \mathbf{F}_3 + ... \\ &= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{F}_3 + ... - \mathbf{r}' \times (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + ...) \end{aligned}$$

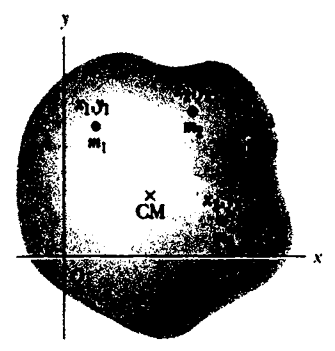
حيث أن محصلة القوى يفترض أنها تساوي صفرا (بفرض أن الجسم في حالة اتزان انتقالي Translational equibrium) فإن الحد الأخير يتلاشى ونجد أن عزم الدوران حول O'يساوي عزم الدوان حول O . إذن إذا كان جسم في حالة اتزان انتقالي ومحصلة عزم الدوان صفر حول نقطة ما فلابد لمحصلة عزم الدوران أن تساوي صفرا حول أي نقطة أخرى.

2.12 المزيد عن مركز الثقل MORE ON THE CENTER OF GRAVITY

لقد رأينا أن النقطة التي تؤثر عندها القوة يمكن أن تكون حرجة في تحديد الطريقة التي يستجيب بها الجسم لتلك القوة. فمثلا قوتان متساويتان في المقدار ومتضادتان في الإتجاه يحدثان إتزان إذا أثرتا على نقطة واحدة في الجسم. إلا أنه إذا كانت نقطة عمل إحدى القوتان قد أزيحت بحيث أن القوتين صارتا لاتعملان على امتداد نفس خط العمل، عندئذ تنتج قوى ازدواج وتؤثر على الجسم عجلة زاوية وهذا الوضع ممثل في شكل (3.12)

عندما نتعامل مع جسم جامد. أحد القوى التي يجب أن تؤخذ في الإعتبار هي قوة الجاذبية المؤثرة عليه ويجب أن نحدد نقطة عمل هذه القوة.

كما ذُكر في قسم(6.9) لكل جسم نقطة خاصة تسمى مركز الثقل. جميع قوى الجاذبية المؤثرة على



شكل(5.12) يمكن تقسيم الجسم إلى جسيمات صغيرة عديدة لكل منها كتلة محددة وإحداثيات محددة. وهذه الجسيمات تستخدم في تحديد مركز الكتلة.

مختلف عناصر الكتلة في الجسم تكافئ قوة جذب واحدة تؤثر عند هذه النقطة. إذن لكي نحسب عزم الدوران الناتج عن قوة الجاذبية المؤثرة على جسم كتلتهM، تحتاج فقط أن نعين القوة Mg المؤثرة عند مركز الثقل للجسم. كيف نحدد هذه النقطة الخاصة؟. كما ذكرنا في القسم(6.9) إذا افترضنا أن g منتظمة على الجسم عند إذ فإن مركز الثقل ينطبق على مركز الكتلة. لكي نتأكد من ذلك نتصور جسما له أي شكل ينطبق على المستوى xy كما هو مبين في شكل (5.12). نفرض أن الجسم منقسم إلى عدد من الجسيمات كتلها $(m_1,m_2,m_3.....)$ ولها إحداثيات (x_1,y_1) , (x_2,y_2) , (x_3,y_3) ... في معادلة 9.28 قد عرَّفنا الإحدثي x لمركز الكتلة لمثل هذا الجسم على أنه

$$x_{CM} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

وتستخدم معادلة مماثلة لتحديد مركز الكتلة على المحور y بإحلال كل نقطة على المحور x بنظيرتها على المحور Y.

سوف نحاول الآن أن ندرس الوضع من وجهة نظر أخرى باعتبار قوة الجاذبية المؤثرة على كل جسيم كما هو موضح في شكل (6.12). كل جسيم يضيف عزم دوران حول نقطة الأصل يساوي في المقدار وزن الجسيم mg مضروبا في ذراع العزم. فمثلا عزم الدوان الناتج عن القوة m_1g_1 هو $m_1g_1x_1$ حيث g_1 هو مقدار مجال الجاذبية عند مكان الجسيم الذي كتلته m_1. نود أن نحدد مكان مركز الثقلx_{CG}. النقطة التي عندها تأثير قوة جذب مفردة mg (حيث .... + $M = m_1 + m_2 + m_3$ وهي الكتلة الكلية للجسم) مماثلة في عزم الدوران لتأثير جميع قوى الجذب كل على حده m_ig_i . بمساواة عزم الدوان الناتج عن mg المؤثر على مركز الثقل x_{CG} بمجموع عزوم الدوران المؤثرة على الجسيمات المنفردة نحصل على الآتي

$$(m_1g_1 + m_2g_2 + m_3g_3 + ...)x_{CG} = m_1g_1x_1 + m_2g_2x_2 + m_3g_3x_3 + ...$$

وهذه العلاقة تبين أن مجال شدة الجاذبية g يمكن أن يختلف على الجسم. إذا قلنا أن g مقدارا ثابتا كما هو الحال دائما عندئذ تتلاشى g ونحصل على المعادلة التالية

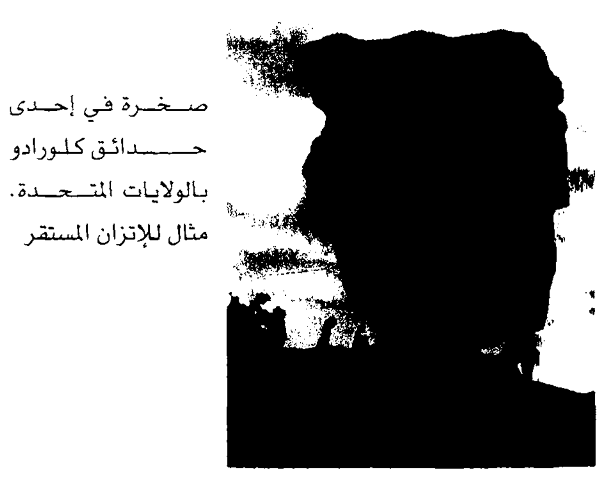
$$x_{CG} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 + \cdots}{m_1 + m_2 + m_3 + \cdots} \qquad \mathbf{(4.12)}$$

بمقارنة هذه النتيجة بمعادلة 9.28 نجد أن مركز الثقل يقع عند مركز الكتلة طالما أن الجسم يقع في مجال جاذبية منتظمة.

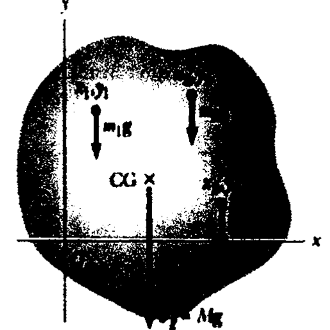
في العديد من الأمثلة الموجودة في القسم التالي سنكون معنيين بالأجسام المتماثلة والمتجانسة. مركز الثقل لأي جسم من هذا النوع ينطبق مع مركزه الهندسي Geometric Center

3.12 أمثلة لأجسام جامدة في حالة اتزان إستاتيكي

EXAMPLES OF RIGID OBJECTS IN STATIC EQUILIBRIUM



صخرة في إحدى حدائق كلورادو بالولايات المتحدة. مثال للإتزان المستقر



شكل (6.12) مركز الثقل لجسم يقع عند مركز كتلته. إذا كان مقدار g ثابتا على الجسم.

صورة حامل زجاجة المشروبات الغازية الموجوده على الصفحة الأولى لهذا الباب تبين أحد أمثلة النظم الميكانيكية المتزنة التي تبدو أنها لاتتفق مع قوانين الجاذبية، فالمنظومة المكونة من حامل الزجاجة والزجاجة لكي تكون في وضع اتزان، يجب أن تكون محصلة القوى الخارجية تساوي صفر (راجع معادلة 12.1) ومحصلة عزوم الدوران الخارجية تساوي صفر(راجع معادلة 12.2) والشرط الثاني يمكن تحقيقه فقط عندما يكون مركز الثقل للمنظومة فوق نقطة الإرتكاز مباشرة. عندما نتعامل مع مسائل الاتزان الإستاتيكي من الأمور الهامة أن نتعرف على جميع القوى الخارجية المؤثرة على الجسم وإذا فشلنا في عمل ذلك سينتج عنه تحليل غير صحيح.

عند دراسة جسم في حالة اتزان تحت تأثير مجموعة من القوى الخارجية استخدم الطريقة التالية.

ملاحظات لحل المسائل

الأجسام في حالة اتزان استاتيكي.

- إرسم رسما توضيحياً للمنظومة.
- إعزل الجسم المراد تحليله. ارسم شكلا للجسم ثم بين وعلّم على جميع القوى الخارجية المؤثرة على الجسم. مبينا أين توثر تلك القوى. لا تضيف القوى التي يؤثر بها الجسم على الوسط المحيط للمنظومات التي تحتوي على أكثر من جسم. ارسم شكلا لكل منها) حاول أن تتخيل الاتجاه الصحيح لكل قوة. إذا كان الإتجاه الذي اخترته يؤدي إلى قوة سالبة لاتنزعج، فهذا يعني ببساطة أن اتجاه القوة هو عكس ما قد توقعته.

- ضع إحداثيات مناسبة للجسم وأوجد مركبات القوى على امتداد المحورين. ثم استخدم الشرط الأول للاتزان. تذكر أن تظل متابعا لإشارات جميع مركبات القوة.
- اختر محوراً مناسباً لحساب محصلة عزم الدوران على الجسم.
- تذكر أن اختيار نقطة الأصل لمعادلة عزم الدوران اختياريا. لذلك اختار نقطة الأصل التي تيسر حساباتك بقدر الإمكان. لاحظ أن القوة التي تعمل على امتداد خط يمر خلال النقطة التي تم اختيارها كنقطة أصل لايكون لها إضافة لعزم الدوران ومن ثم يمكن إهمالها.

الشرط الأول والشرط الثاني للاتزان يعطيان مجموعة من المعادلات الخطية التي تحتوي على العديد من المجاهيل. وهذه المعادلات يمكن حلها آنيا.

مثال 12.1 الأرجوحة

لوح من الخشب وزنه 40.0N يجلس على طرفيه أب وإبنته وهما يزنان 800N و 350N على الترتيب كما في شكل(7.12) إذا كانت نقطة ارتكاز اللوح على الحامل تقع أسفل مركز الثقل للوح. والأب يجلس على بعد 1.0m من المركز (a) احسب مقدار القوة **n** التي توثر إلى أعلى على اللوح بواسطة الحامل.

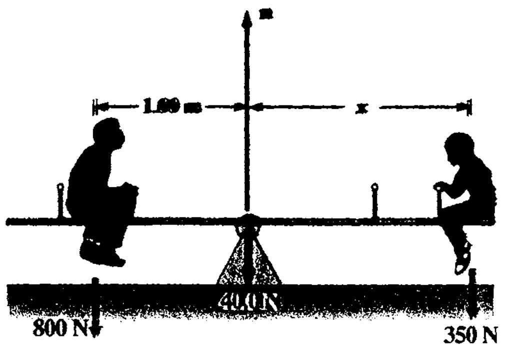
الحل : لاحظ أنه إلى جانب القوة **n** القوي الخارجية المؤثرة على اللوح هي القوى المؤثرة إلى أسفل بواسطة الأب والأبنة وقوة الجاذبية المؤثرة على اللوح. ونعلم أن مركز الثقل للوح يقع عند المركز الهندسي له حيث أن اللوح منتظم. وبما أن المنظومة في حالة اتزان استاتيكي إذن القوة **n** إلى أعلى يجب أن تعادل جميع القوى المتجهة إلى أسفل أي أن $\sum \mathbf{F}_y = 0$. وقد أشرنا إلى أن القوى المتجهة إلى أعلى تكون في الإتجاه الموجب للمحور Y إذن.

$$n - 800\text{ N} - 350\text{ N} - 40.0\text{ N} = 0$$

$$n = 1\ 190\text{ N}$$

المعادلة $\sum F_x = 0$ لم نأخذها في الإعتبار حيث أنه لاتوجد قوى تؤثر في الإتجاه الأفقي للطاولة.

(b) احسب أين يجب أن تجلس الإبنة لكي يحدث اتزان للمنظومة



شكل (7.12) نظام متزن

الحل : لكي نحدد المكان نستخدم الشرط الثاني للاتزان. خذ محور عمودي على مستوى الصفحة خلال مركز الثقل للوح كمحور لعزم الدوران، في هذه الحالة (عزمي الدوران الناتجين عن القوه **n** وقوة الجاذبية الموثرة على اللوح حول هذا المحور يساويان صفراً) نجد أنه من المعادلة $\sum \boldsymbol{\tau} = 0$

$$(800\ \text{N})\ (1.0\ \text{m}) - (350\ \text{N})\ x = 0$$

$$x = 2.29\ \text{m}$$

(c) أعد (b) على محور آخر

الحل : لكي نبين أن اختيار المحور أمر اختياري سوف نتخذ محورا عموديا على الصفحة ويمر خلال المكان الذي يجلس فيه الأب. نتذكر أن إشارة عزم الدوران الناتج عن القوة تكون موجبة إذا كان عزم الدوران يجعل المنظومة تدور ضد عقارب الساعة. وتكون سالبة إذا كانت القوة تجعل المنظومة تدور مع عقارب الساعة. في هذه الحالة $\sum\tau=0$ إذن

$$n(1.0\ \text{m}) - (40.0\ \text{N})\ (1.0\ \text{m}) - (350\ \text{N})\ (1.0\ \text{m} + x) = 0$$

من الجزء (a) نعلم أن $n = 1190$ N إذن يمكننا أن نحل المعادلة لإيجاد x .

$$x = 2.29\ \text{m}$$

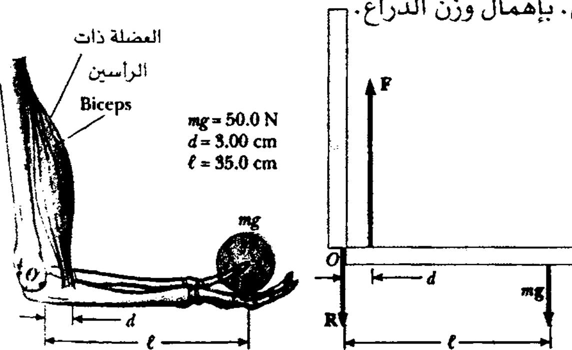
وهذه النتيجة تتفق مع النتيجة التي حصلنا عليها في b.

اختبار سريع 2.12

في مثال(1.12) إذا كان الحامل لا يقع أسفل مركز الثقل للوح ما هي المعلومات الأخرى التي تحتاجها لكي تحل هذه المسألة.

مثال 2.12 يد تحمل ثقلا

شخص يضع كرة وزنها 50.0N في يده وساعده مبسوط، وعضلة الذراع ذات الرأسين biceps متصلة على بعد 3.0 cm من المفصل كما في شكل12.8a والكرة على بعد 35.0 cm من المفصل. أوجد القوة المؤثرة إلي أعلى على الساعد بواسطة العضلة ذات الرأسين والقوة المؤثرة إلي أسفل بواسطة العضد على الساعد ونقطة عملها عند المفصل. بإهمال وزن الذراع.



شكل (8.12) العضلة ذات الرأسين تشد إلى أعلى بقوة **F** عمودية على الساعد (b) النموذج الميكانيكي للمنظومة الموصوفة في الجزء (a) من المثال.

الحل : لتبسيط الوضع نعمل نموذج الذراع كقضيب كما في شكل (8.12b) حيث **F** هي القوة إلى أعلى التي تؤثر بها العضلة ذات الرأسين و **R** هي القوة إلى أسفل التي يؤثر بها العضد عند المفصل.

من الشرط الأول للاتزان لدينا مع اعتبار الإشارة موجبة في الإتجاه العلوي

$$(1)\quad \sum F_y = F - R - 50.0\ \text{N} = 0$$

ومن الشرط الثاني للاتزان مجموع عزوم الدوران حول أي نقطة تساوي صفراً إذا اعتبرنا المفصل كمحور عندئذ

$$Fd - mg\,\ell = 0$$

$$F(3.0\ \text{cm}) - (50.0\ \text{N})\,(35.0\ \text{cm}) = 0$$

$$F = 583\ \text{N}$$

ومقدار القوة F يمكن أن يحل في المعادلة (1) لنحصل على مقدار R وهو يساوي $R = 533\ \text{N}$. وكما يبين هذا المثال القوى عند المفصل وفي العضلات يمكن أن تكون كبيرة

تمرين: في الواقع أن العضلة ذات الرأسين تصنع زاوية 15.0° مع العمودي إذن **F** لها مركبتان أحدهما عمودية والأخرى أفقية. أوجد مقدار **F** ومركبة **R** عندما نأخذ ذلك في الإعتبار

الجواب: $F = 604\ \text{N}$, $R_x = 156\ \text{N}$, $R_y = 533\ \text{N}$

مثال 3.12 الوقوف على قضيب أفقي

قضيب أفقي منتظم طوله 8.0 m ووزنه 200 N مثبت في حائط بواسطة محور وصل pin connection ونهايته البعيدة معلقة بواسطة كابل يصنع زاوية 53.0° مع الأفقي شكل (9.12a). إذا وقف شخص يزن 600 N على بعد 2 m من الحائط، احسب الشد في الكابل. وأيضاً مقدار واتجاه القوة التي يؤثر بها الحائط على القضيب.

الحل : يجب أولاً أن نعرف جميع القوى الخارجية التي تؤثر على القضيب والكابل وهي 200N قوة الجاذبية، القوة **T** التي تؤثر على الكابل، القوة **R** التي تؤثر بها الحائط على نقطة ارتكاز القضيب و600 N القوة التي يؤثر بها الشخص الواقف على القضيب. هذه القوى ممثلة على الرسم التوضيحي للقضيب في شكل (9.12b). عندما نأخذ اتجاه القوى في الإعتبار، قد يساعد في بعض الأحيان إذا تصورنا ما يحدث إذا ما أزيلت إحدى القوى فجأة. فمثلاً إذا اختفت الحائط فجأة، النهاية اليسرى للقضيب قد تتحرك نحو اليسار عندما تبدأ في السقوط. وهذا يبين لنا أن الحائط لايحمل القضيب إلى أعلى فقط لكنه كذلك يضغط عليه إلى الخارج. ولذلك نرسم المتجه **R** كما هو مبين في الشكل 12.9b . إذا حللنا **T** و **R** لمركبتين رأسية وأفقية كما هو في شكل 12.9c وباستخدام الشرط الأول للأتزان نحصل على الآتي:

$$(1)\quad \sum F_x = R\cos\theta - T\cos 53.0^\circ = 0$$

$$(2)\quad \sum F_Y = R\sin\theta + T\sin 53.0^\circ - 600\ \text{N} - 200\ \text{N} = 0$$

لقد اخترنا الإتجاهين الموجبين هما إلى اليمين وإلى أعلى حيث أن R وT و θ كلها مجاهيل، لايمكننا إيجاد حل من استخدام هذه المعادلات فقط (عدد المعادلات الآنية لابد وأن يساوي عدد المجاهيل لكي نوجد قيم المجاهيل).

سوف نحاول في شرط الإتزان الدوراني. المحور المناسب لمعادلة عزم الدوران هو المحور المار بنقطة إرتكاز القضيب على الحائط أي عند محور الوصل. وما يجعل هذه النقطة مناسبة هو أن القوة **R** والمركبة الأفقية للقوة **T** لكلاهما ذراع عزم يساوي صفر. إذن هذه القوى لاتحدث عزم دوران حول هذه النقطة. ونتذكر الاتجاه المضاد لعقارب الساعة يعني إشارة موجبة لعزم الدوران حول المحور. وبملاحظة أن أذرع العزوم للقوى 600 N و 200 N و (T sin 53.0°) هي 2.0 m و 4.0 m و 8.0 m على الترتيب.

$$\sum\tau = (T \sin 53.0^\circ)(8.0\text{ m}) - (600\text{ N})(2.0\text{ m}) - (200\text{ N})(4.0\text{ m}) = 0$$

$$T = 313\text{ N}$$

إذن معادلة عزم الدوران مع هذا المحور أعطتنا قيمة أحد المجاهيل مباشرة. الآن نضع هذا المقدار في معادلتي (1) و (2) نجد أن

$$R \cos\theta = 188\text{ N}$$

$$R \sin\theta = 550\text{ N}$$

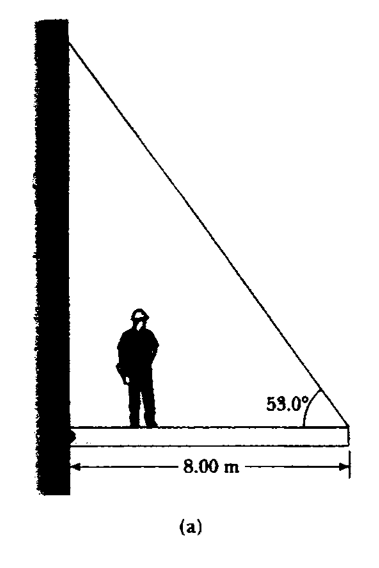
بقسمة المعادلة الثانية على الأولى ونتذكر أن $\text{Sin}\,\theta / \text{Cos}\,\theta = \tan\theta$ نحصل على

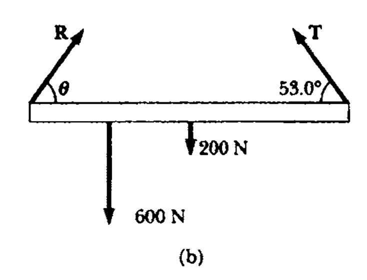
$$\tan\theta = \frac{550\text{ N}}{188\text{ N}} = 2.93$$

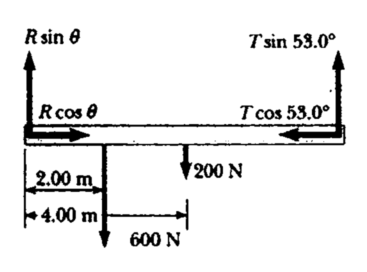
$$\theta = 71.1^\circ$$

وهذه القيمة الموجبة تبين أن تقديرنا لاتجاه **R** كان صحيحا.

$$R = \frac{188\text{ N}}{\cos\theta} = \frac{188\text{ N}}{\cos 71.1^\circ} = 580\text{ N}$$







شكل (9.12) (a) قضيب منتظم معلق بكابل (b) جسم القضيب حر (c) رسم للقضيب يبين المركبتان **R**، **T**

إذا أخذنا محورا آخر لعزم الدوران فإن النتيجة لن تتغير. فمثلا إذا اخترنا محورا يمر بمركز الثقل للقضيب. معادلة عزم الدوران سوف تحتوي على كل من T, R إلا أن هذه المعادلة مع المعادلتين(1) ,(2) يمكن حلها لإيجاد المجاهيل. حاول ذلك.

عندما تكون قوى كثيرة تؤثر في أحد المسائل من هذا النوع من المناسب أن تعمل جدولا. فمثلا للمثال الذي أعطيناه يمكننا عمل الجدول التالي. ونضع مجموع الحدود في الصف الأخير تساوي صفراً وهو ما يمثل شرط الاتزان الدوراني.

مركبة القوة	ذراع العزم بالنسبة إلى O (m)	عزم الدوران حول O (N·m)
$T\ \sin 53.0^\circ$	8.00	$(8.00)T\ \sin 53.0^\circ$
$T\ \cos 53.0^\circ$	0	0
200 N	4.00	– (4.00) (200)
600 N	2.00	– (2.00) (600)
$R\ \sin\theta$	0	0
$R\ \cos\theta$	0	0

مثال 4.12 السلم المائل

سلم منتظم طوله ℓ ويزن $50\ \text{N} = mg$ يرتكز على حائط أملس شكل (10.12a). إذا كان معامل الإحتكاك الإستاتيكي بين السلم والأرض هو $\mu_s = 0.4$ إحسب أقل زاوية θ min التي عندها لاينزلق السلم

الحل : الرسم التوضيحي شكل (10.12b) يبين القوى الخارجية التي تؤثر على السلم. قوة رد الفعل **R** التي تؤثر بها الأرض على السلم هي مجموع المتجهات للقوى العمودية**n** وقوة الاحتكاك الإستاتيكي $\mathbf{f}_s$. قوة رد الفعل **P** التي تؤثر بها الحائط على السلم أفقيا لأن الحائط عديم الإحتكاك. لاحظ أننا قد أخذنا في الإعتبار القوى التي تؤثر فقط على السلم. فمثلا القوة التي يؤثر بها السلم على الأرض وعلى الحائط لاعلاقة لهما بالمسألة

شكل (10.12) سلم منتظم مستقر مائل على سطح حائط أملس والأرض خشنه.(b) رسم توضيحي للقوى المؤثرة على السلم. لاحظ أن القوى **R** و mg و **P** تمر خلال نقطة مشتركة O'

لذلك لايظهرا في الشكل المبين للسلم وتوزيع القوى المؤثرة عليه. باستخدام الشرط الأول للاتزان بالنسبة للسلم نجد أن.

$$\sum F_x = f - P = 0$$

$$\sum F_y = n - mg = 0$$

من المعادلة الثانية نجد أن $n = mg = 50\ N$ بالإضافة إلى ذلك عندما يكون السلم على وشك الانزلاق، تكون قوة الاحتكاك أكبر ما يمكن وتعطى بالمعادلة $f_{s,max} = \mu_s n = 0.40(50\ N) = 20\ N$

(تذكر معادلة 8.5 $f_s \le \mu_s n$) إذن عند هذه الزاوية $P = 20\ N$ ولكي نجد θ_{min} نستخدم الشرط الثاني للاتزان عندما نأخذ عزوم الدوران حول محور عند نقطة أصل O عند الطرف السفلي للسلم نجد أن

$$\sum \tau_O = P\ell \sin\theta - mg\frac{\ell}{2}\cos\theta = 0$$

حيث $P = 20\ N$ عندما يكون السلم على وشك أن ينزلق، وحيث ان $mg = 50\ N$ هذه المعادلة تؤدي إلى

$$\tan\theta_{min} = \frac{mg}{2P} = \frac{50\ N}{40\ N} = 1.25$$

$$\theta_{min} = 51°$$

هناك مدخل آخر لحل المسألة باعتبار نقطة التقاطع O' لخطي عمل القوتين mg و P . وحيث أن عزم الدوران حول أي نقطة أصل يساوي صفر، عزم الدوران حول O' يجب أن يساوي صفر.

وهذا يقتضي أن يكون خط عمل القوة **R** (محصلة القوتين **h** و **f**) يمر خلال O'. وبما أن السلم ساكن، والقوى الثلاثة المؤثرة عليه يجب أن تمر جميعها خلال نقطة مشتركة. ومع هذا الشرط يمكنك أن توجد الزاوية ϕ التي تصنعها **R** مع الأفقي (حيث ϕ أكبر من θ) وبما أن هذه الطريقة تعتمد على طول السلم، يجب أن نعرف مقدار ℓ لإيجاد مقدار θ_{min}

تمرين: للزاوية المعطاة في شكل (10.12) بين أن $\tan\phi = 2\tan\theta$

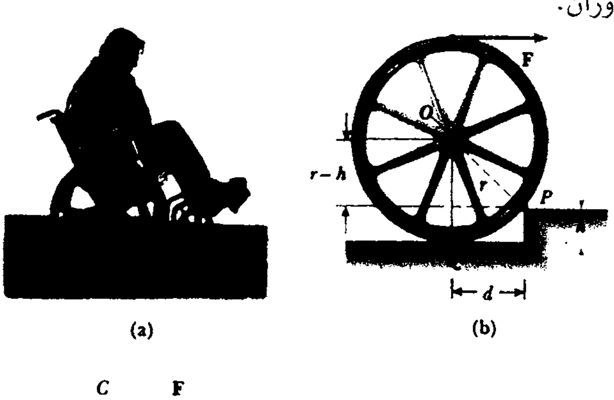
مثال 5.12 التغلب على حاجز الطريق

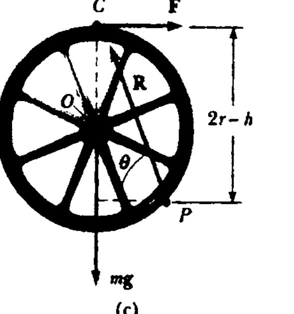
(a) عين مقدار القوة **F** التي يستخدمها شخص لدفع العجلة الرئيسية لكرسي المعاقين ذو العجلات الذي يتدحرج على حاجز للطريق شكل (11.12.a) . علما بأن العجلة الرئيسية هي التي تكون ملامسة الحاجز ونصف قطرها r وارتفاع الحاجز h .

الحل : عادة يقوم الشخص المستخدم للكرسي بدفع عجلة صغيرة متحدة المركز مع العجلة الرئيسية التي يتحرك الكرسي مستخدما في ذلك قوة عضلاته. نفرض أن نصف قطر العجلة الصغيرة مساويا نصف قطر العجلة الرئيسية ولذلك يمكن استخدام r لنصف القطر. سنقدر الوزن الكلي للرجل والكرسي بمقدار $mg = 1400\ N$ ونقدر نصف قطر العجلة $r = 30cm$ كما في الرسم شكل (11.12b)

وسنفرض أن ارتفاع الحاجز $h = 10$ cm. وسنفرض أن الكرسي ذا العجلات وراكبه متماثلان وأن كل عجلة تحمل ثقلا قدره 700 N. سوف نواصل التحليل لعجلة واحدة.

عندما تكون العجلة على وشك أن ترتفع عن الطريق. رد الفعل الذي يؤثر به الطريق على العجلة عند النقطة Q تصبح صفر. في هذا الوقت تؤثر على العجلة ثلاث قوى فقط كما هو موضح في شكل (11.12c) إلا أن القوة **R** وهي القوة المؤثرة على العجلة بواسطة الحاجز تؤثر على النقطة P. ومن ثم إذا اخترنا أن يكون محور الدوران يمر خلال النقطة P فإننا لانحتاج أن نضيف **R** في معادلة عزم الدوران.





شكل (11.12) كرسي له عجلات وشخص يجلس عليه الوزن الكلي mg. استخدمت قوة **F** لرفعه فوق حاجز في الطريق (b) تفاصيل العجلة وحاجز الطريق(c) تفاصيل القوى المؤثرة عند لحظة رفعها فوق الحاجز. تؤثر ثلاث قوى على العجلة في تلك اللحظة **F** التي تؤثر بها يد الشخص، **R** القوى المؤثرة على العجلة بواسطة الحاجز وقوة الجاذبية mg (d) حاصل الجمع المتجه للقوى الخارجية الثلاثة المؤثرة على العجلة يساوي صفراً.

من المثلث OPQ المبين في شكل (11.12b) نرى أن ذراع العزم d لقوة الجاذبية mg التي تؤثر على العجلة عند النقطة P هي

$$d = \sqrt{r^2 - (r - h)^2} = \sqrt{2rh - h^2}$$

ذراع العزم للقوه **F** بالنسبة للنقطة P هو $2r - h$. إذن محصلة عزم الدوران المؤثرة على العجلة حول النقطة P هي

$$mgd - F(2r - h) = 0$$

$$mg\sqrt{2rh - h^2} - F(2r - h) = 0$$

$$F = \frac{mg\sqrt{2rh - h^2}}{2r - h}$$

$$F = \frac{(700\text{ N})\sqrt{2(0.3\text{ m})(0.1\text{ m}) - (0.1\text{ m})^2}}{2(0.3\text{ m}) - 0.1\text{ m}} = 300\text{ N}$$

وهذه النتيجة تبين أن القوة التي يجب استخدامها لكل عجلة مقدارها كبير.

(b) احسب مقدار واتجاه **R**

الحل: نستخدم الشرط الأول للاتزان لتحديد الاتجاه

$$\sum F_x = F - R\ \cos\theta = 0$$

$$\sum F_y = R\ \sin\theta\ - mg = 0$$

بقسمة المعادلة الثانية على الأولى نحصل على

$$\tan\theta = \frac{mg}{F} = \frac{700\ \text{N}}{300\ \text{N}};\ \theta = \ 70$$

باستخدام المثلث قائم الزاوية في شكل (11.12d) لنوجد n

$$\text{n} = \sqrt{(mg)^2 + F^2} = \sqrt{(700\ \text{N})^2 + (300\ \text{N})^2} = 800\ \text{N}$$

تمرين حل هذه المسألة مع ملاحظة أن القوى الثلاثة المؤثرة على العجلة تمر خلال النقطةC. والقوى الثلاثة تكون جوانب المثلث الموضح في شكل (11.12d).

استخدام تحليل الجمالون Analysis Of truss

الأسقف والكباري والتركيبات الأخرى التي يجب أن تتوفر فيها القوة وخفة الوزن. غالبا ما تصنع من جمالونات مشابهة لما في شكل (12.12a) تخيل أن هذا الجمالون عبارة عن جزء من كوبري. لكي تعالج هذا الموضوع سنفترض أن مكونات هذا الكوبري متصلة ببعضها بواسطة محاور وصل Pin joints. سنفترض كذلك أن الكوبري كله يمكنه أن ينزلق أفقيا لأنه مرتكز على قواعد عند نهاياته Rocker Base. تسمح له بالحركة إلى الأمام والخلف إذا حدث له تمدد أو انكماش. إذا افترضنا أن كتلة الكوبري مهملة بالمقارنة بالأحمال التي عليه، سنحاول أن نحسب جميع قوى الشد والضغط التي على مختلف أجزاء الكوبري عندما يكون حاملا لحمل مقداره 7200N عند المركز (ارجع للمسألة 58)

الرموز المستخدمة للتعبير عن القوى كالآتي. جميع الحروف التحتية لأي رمز تعني الجسم المؤثر بالقوة فقط، أما الجسم الذي يتأثر بالقوة فلا يوضع له حرف تحت الرمز. فمثلا في شكل(12.12) F_{AB} تعني القوة فقط التي يؤثر بها العمود الإنضغاطي AB على محور الوصل عند A

أولا: نستخدم قانون نيوتن الثاني للحركة للجمالون ككل في الاتجاه العمودي. القوى الداخلية لا تدخل في الحساب. نعادل ثقل الحمل بالقوى العمودية المؤثرة عند النهايتين بواسطة الدعامات التي يرتكز عليها الكوبري.

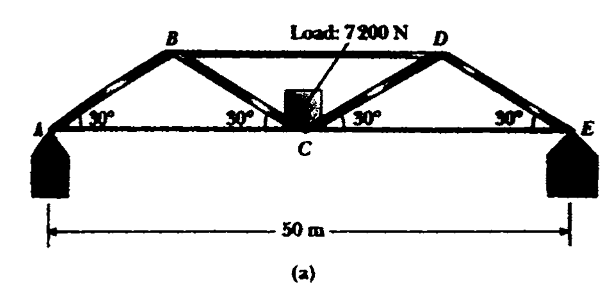
$$\sum F_y = n_A + n_E - F_g = 0$$

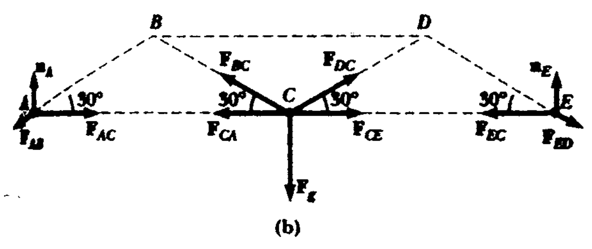
$$n_A + n_E = 7200\ \text{N}$$

بعد ذلك نحسب عزم الدوران حولA،
لاحظ أن الطول الكلي للكوبري هو
L=50m

$$\sum \tau = Ln_E - (L/2)F_g = 0$$

$$n_E = F_g/2 = 3\ 600 \text{ N}$$





شكل (12.12) كوبري على شكل جمالون(b) القوى المؤثرة عند النقط E,C,A.كتمرين إرسم القوي المؤثرة عند النقطة B

على الرغم من أننا نستطيع أن نعيد حسابات عزم الدوران للنهاية التي على اليمين (النقطة E) إلا أنه واضح من اعتبارات التماثل أن $n_A = 3\ 600$ N

دعنا نحلل القوى العمودية المؤثرة على محاور الوصل عند النقطة A إذا افترضنا أن قضيب الضغط AB في حالة انضغاط عندئذ تكون القوة F_{AB} التي يؤثر بها قضيب الضغط على محور الوصل عند النقطة A لها مركبة y سالبة (إذا كان قضيب الضغط في حالة شد سينتج عن حساباتنا قيمة سالبة لمقدار القوة وهي صحيحة)

$$\sum F_y = n_A - F_{AB} \sin 30^\circ = 0$$
$$F_{AB} = 7\ 200 \text{ N}$$

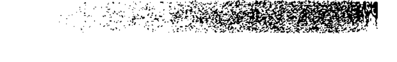
والنتيجة الموجبة تؤكد على أن فرض التضاغط كان صحيحا.

يمكننا الآن إيجاد القوي المؤثرة على القضيب الواصل بين C ,A باعتبار القوى الأفقية المؤثرة على محور الوصل عند النقطة A. حيث أن النقطة A ليستِ متسارعة يمكننا القول أن F_{AC} لابد وأن تشير نحو اليمين شكل (12.12b) وهذا يبين أن القضيب بين النقطتين C, A تحت تأثير شد

$$\sum F_x = F_{AC} - F_{AB} \cos 30^\circ = 0$$
$$F_{AC} = (7\ 200 \text{ N}) \cos 30 = 6\ 200 \text{ N}$$

الآن سوف نأخذ حالة القوى العمودية المؤثرة على محور الوصل عند النقطة C. سوف نعتبر أن قضيب الضغط BC في حالة شد (تخيل حركة محور الوصل عند النقطة C. إذا حصل كسر في قضيب الضغط BC فجأة) على أساس التماثل سنعتبر أن $F_{BC} = F_{DC}$ وأن $F_{AC} = F_{EC}$

$$\sum F_y = 2 F_{BC} \sin 30^\circ - 7\ 200 \text{ N} = 0$$
$$F_{BC} = 7\ 200 \text{ N}$$



وفي النهاية سوف نعادل القوى الأفقية عند B بفرض أن قضيب الضغط BD في حالة انضغاط.

$$\sum F_x = F_{AB}\cos 30^\circ + F_{BC}\cos 30^\circ - F_{BD} = 0$$

$$(7\,200\ \text{N})\cos 30^\circ + (7\,200\ \text{N})\cos 30^\circ - F_{BD} = 0$$

$$F_{BD} = 12\,000\ \text{N}$$

من هذا نجد أن القضيب العلوي للكوبري الذي له مثل هذا التصميم لابد وأن يكون قويا جدا.

12.4 خواص المرونة للأجسام الجامدة ELASTIC PROPERTIES OF SOLIDS

حتى الآن في دراستنا للميكانيكا قد افترضنا أن الأجسام تظل دون تغير في شكلها عندما تؤثر عليها قوى خارجية. في الواقع أن جميع الأجسام قابلة للتغير في الشكل. أي أنها قد تتغير من حيث الشكل أو الحجم أو الإثنين معا باستخدام قوى خارجية. عند حدوث تلك التغيرات، تعمل القوى الداخلية في الجسم على مقاومة حدوثها. سوف نناقش تغير شكل الأجسام الجامدة بدلالة مفاهيم الإجهاد والإنفعال.

الإجهاد كمية تتناسب مع القوة المسببة للتغير في الشكل. بالتحديد الإجهاد هو القوة الخارجية المؤثرة على وحدة المساحات من الجسم

الإنفعال Strain هو مقياس لدرجة التغير في الشكل. لقد وجد أنه في حالة الإجهادات الصغيرة يتناسب الإنفعال مع الإجهاد، وثابت التناسب يعتمد على المادة التي يتغير شكلها وعلى طبيعة التغير. وسوف نسمى ثابت التناسب معامل المرونة elastic modulus. ومعامل المرونة هو النسبة بين الإجهاد والانفعال الناتج عنه.



نموذج من البلاستيك يبين مجموعة عقود تحت تأثير أحمال. الخطوط المتموجة تبين المناطق التي عليها إجهادات كبيرة وهذه النماذج لها أهمية في تصميم المكونات المعمارية.

$$\text{معامل المرونة} \equiv \frac{\text{الاجهاد}}{\text{الانفعال}} \qquad (5.12)$$

والمفهوم الحقيقي لمعامل المرونة أنه مقارنة بين ما حدث للجسم الجامد (تأثر بقوه) وكيف يستجيب الجسم (يتغير شكله لحد ما).

سوف نأخذ في الإعتبار ثلاث أنواع من تغير الشكل ونعرِّف معامل المرونة لكل نوع.

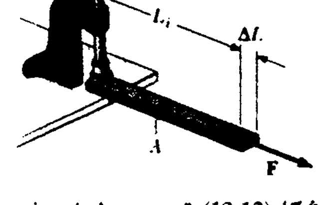
1 -**معامل ينج** **young's modulus** وهو يقيس مقاومة الجسم الجامد للتغير في الطول.

2- **معامل القصى** **shear modulus** وهو يقيس مقاومة المستويات التي يتكون منها الجسم الجامد للانزلاق فوق بعضها.

3- **معامل التغير الحجمي** **Bulk modulus** وهو يقيس مقاومة الجسم الجامد أو المائع للتغير في الحجم.

معامل ينج: المرونة الطولية Young's Modulus : Elasticity in Length

نعتبر قضيبا طويلا مساحة مقطعةA وطوله الابتدائي L_i ثبت من أحد أطرافه كما في شكل (13.12) عندما تؤثر قوة خارجية عمودية على المقطع المستعرض. تقوم القوى الداخلية بمقاومة الإستطالة. إلا أن القضيب يصل إلي حالة اتزان يكون فيها الطول النهائي L_f أكبر من L_i وتكون فيه القوة الخارجية متزنة تماما مع القوى الداخلية. في هذه الحالة يقال إن إجهادا قد حصل للقضيب.ويعرَّف الاجهاد الطولي tensile stress كالنسبة بين مقدار القوة الخارجية F ومساحة المقطع A. والانفعال الطولي tensile strain في هذه الحالة يعرف على أنه النسبة بين التغير في الطول ΔL إلى الطول الأصلي L_i. ويعرف معامل ينج بإيجاد النسبة بين هاتين النسبتين.

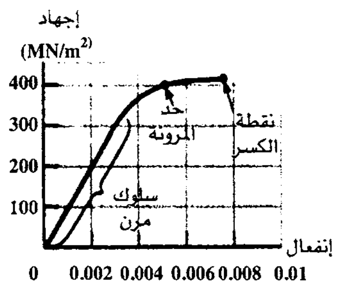


شكل(13.12) قضيب طويل مثبت عند أحد طرفيه ومشدود من الطرف الآخر فحدثت له استطالة ΔL تحت تأثير قوه F.

$$(\text{معامل ينج}) \quad y = \frac{\text{الاجهاد الطولي}}{\text{الانفعال الطولي}} = \frac{F/A}{\Delta L/L_i} \qquad (6.12)$$

معامل ينج يستخدم في وصف حالة قضيب أو سلك حدث له إجهاد طولي (شد أو ضغط) لاحظ أن الانفعال كمية بدون أبعاد ومعامل ينج y له أبعاد قوة على وحدة المساحة وجدول (12.1) يعطي قيما فعلية لمعامل ينج. وقد بينت النتائج العملية أن (a) لقوة ثابتة تؤثر على سلك أو قضيب، التغير في الطول يتناسب مع الطول الأصلي و(b) القوة اللازمة لإحداث انفعال معين تتناسب مع مساحة المقطع. هاتان المشاهدتان تتفقان مع معادلة (6.12)

حد المرونة elastic Limit لمادة يعرَّف على أنه أكبر إجهاد يمكن أن يؤثر على مادة ما قبل أن يتغير شكلها بصفة دائمة. ومن الممكن تعدي حد المرونة لمادة ما باستخدام إجهاد كبير كما نرى في شكل (14.12) في البداية يكون شكل منحنى الإجهاد - الانفعال خطا مستقيما. مع زيادة الإجهاد لا يظل المنحنى خطا مستقيما وعندما يتعدى الإجهاد حد المرونة يتغير شكل الجسم بصفة دائمة ولا يعود لشكله الأصلي بعد إزالة الإجهاد. إذا زاد الإجهاد أكثر من ذلك فإن الجسم يتعرض للكسر عند نقطة الكسر Breaking point.



شكل (14.12) منحنى يبين الانفعال مع الإجهاد لجسم جامد مرن.

جدول (1.12) قيم حقيقية لمعاملات المرونة لبعض المواد

Substance	معامل ينج (N/m^2)	معامل القص (N/m^2)	معامل المرونة الحجمية (N/m^2)	
Tungsten	35×10^{10}	14×10^{10}	20×10^{10}	تنجستين
Steel	20×10^{10}	8.4×10^{10}	6×10^{10}	صلب
Copper	11×10^{10}	4.2×10^{10}	14×10^{10}	نحاس
Brass	9.1×10^{10}	3.5×10^{10}	6.1×10^{10}	نحاس أصفر
Aluminum	7.0×10^{10}	2.5×10^{10}	7.0×10^{10}	ألمونيوم
Glass	$6.5–7.8 \times 10^{10}$	$2.6–3.2 \times 10^{10}$	$5.0–5.5 \times 10^{10}$	زجاج
Quartz	5.6×10^{10}	2.6×10^{10}	2.7×10^{10}	كوارتز
Water	–	–	0.21×10^{10}	ماء
Mercury	–	–	2.8×10^{10}	زئبق

اختبار سريع 3.12

ما هو معامل ينج للجسم المرن المعطى له منحنى الإجهاد- الإنفعال في شكل (4.12)؟

اختبار سريع 4.12

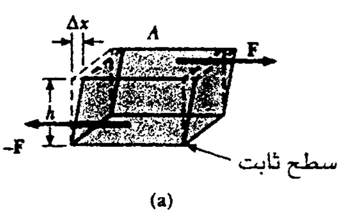
يقال عن المادة أنها قابلة للطرق إذا ما تأثرت بإجهاد يفوق حد مرونتها دون أن تتكسر. ويقال عن المادة أنها هشة إذا ما كسرت بمجرد أن يصل الإجهاد إلى حد المرونة. كيف تصف المادة في شكل (14.12) من هذا المفهوم؟

معامل المرونة القصية - مرونة الشكل
Shear Modulus, Elasticity of Shape

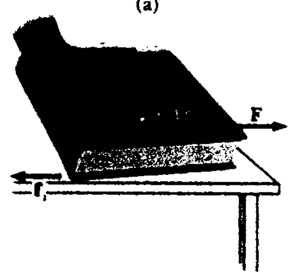
هناك نوع آخر من أنواع تغير الشكل يحدث عندما يتأثر الجسم بقوة مماسية لأحد أوجهه بينما يثبت الوجه المقابل بقوة أخرى شكل (15.12a) والإجهاد في هذه الحالة يسمى اجهاد قصي. فإذا كان الجسم في الأصل مستطيلا في الشكل وأثر عليه إجهاد قص فإن شكله يتغير ويصبح مقطعه متوازي مستطيلات. وإذا ثبت كتاب من أسفل ثم أثّرت على سطحه العلوي بقوة مماسية كما في شكل (15.12b) فإن ذلك يعتبر مثالا لجسم يتأثر بإجهاد قصي. ومع التقريب من الدرجة الأولى يمكن القول أنه في حالة التأثير بإجهاد قصي صغير قد لا يحدث تغير في الحجم نتيجة تغير الشكل. وإجهاد القص يساوي F/A أي النسبة بين القوة المماسية إلى المساحة A للسطح الذي يحدث له القص. وانفعال القص هو $(\Delta x/h)$ حيث Δx هي المسافة الأفقية التي يتحركها السطح الحادث له القص و h هو ارتفاع الجسم وبدلالة تلك الكميات يصبح معامل القص هو

$$S = \frac{\text{اجهاد القص}}{\text{انفعال القص}} = \frac{F/A}{\Delta x/h}$$

وقيم معامل القص لبعض المواد معطاة في جدول (1.12) ووحدة معامل القص هي قوة لوحدة المساحات (قوة/ مساحة) أي(N/m^2)



(a)



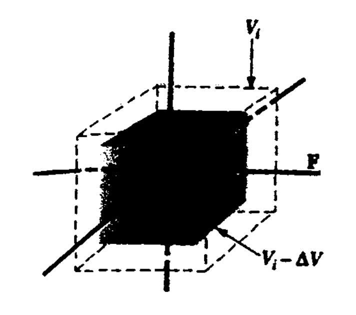
(b)

شكل(15.12) (a) تغير في الشكل ناتج عن إجهاد قص بسبب قوتان متساويتان في المقدار ومضادتان في الإتجاه أثرتا على وجهين متوازيين. (b) كتاب تحت تأثير إجهاد قص.

إختبار معملي سريع
قدر معامل المرونة القصية لأوراق كتابك هل لسمك الكتاب تأثير على قيمة معامل القص.

المرونة الحجمية ومعامل المرونة الحجمية
Bulk Modulus,Volume Elasticicty

معامل المرونة الحجمية يعبر عن استجابة مادة لقوة ضغط منتظمة أو لنقص منتظم في الضغط عندما يوضع الجسم في وعاء مفرغ من الهواء. نفترض أن قوى خارجية توثر على جسم في وعاء مفرغ من الهواء كما في شكل (16.12) وأنها موزعة بانتظام على جميع الأوجه كما سنرى في الباب الخامس عشر. مثل هذا التوزيع المنتظم للقوى يحدث عندما يغمر الجسم في



شكل(16.12) عندما يتعرض جسم جامد لضغط منتظم. يحدث له تغير في الحجم دون تغير في الشكل. والمكعب في الصورة تأثر بقوى على جميع أسطحه في الإتجاه العمودي على الأوجه الستة.

مائع. إذا تعرض الجسم لمثل هذا التأثير فإن شكله لايتغير إلا أن حجمه سيتغير. والإجهاد الحجمي يعرف على أنه النسبة بين مقدار القوة المؤثرة عموديا إلى المساحة A. والكمية $P = F/A$ تسمى الضغط. إذا تغير الضغط على جسم بكمية $\Delta P = \Delta F/A_i$ عندئذ سيحدث تغير في حجم الجسم مقداره ΔV. والإنفعال الحجمي هو النسبة بين التغير في الحجم ΔV مقسوما على الحجم الابتدائي V_i. ومن ثم من معادلة 5.12 يمكننا أن نعرف التضاغط الحجمي بدلالة معامل المرونة الحجمي كالآتي

$$B = \frac{\text{الاجهاد الحجمي}}{\text{الانفعال الحجمي}} = -\frac{\Delta F / A}{\Delta V / V_i} \qquad (8.12)$$

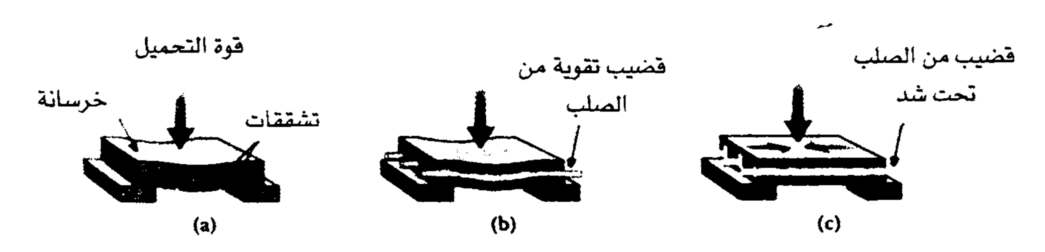
$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V / V_i} \qquad (8.12)$$

وتوضع إشارة سالبة في تلك المعادلة بحيث يكون B موجب الإشارة وهذه المحاولة هامة لأنه مع زيادة الضغط (ΔP موجب) ينقص الحجم (ΔV سالبة) والعكس بالعكس.

في جدول 1.12 معطى معامل المرونة الحجمي للعديد من المواد. ومقلوب معامل المرونة الحجمي يسمى الإنضغاطية Campressibility للمادة لاحظ من جدول 1.12 أن الأجسام الجامدة والسوائل لها معامل مرونة حجمية. إلا أن السوائل ليس لها معامل ينج ولا معامل مرونة قصية لأن السوائل لاتتحمل إجهاد قص أو اجهاد استطالة فهي تسيل بدلا من ذلك.

الخرسانة سابقة الاجهاد Prestressed Concrete

إذا زاد الاجهاد عن حد معين فإن الجسم يتشقق، والحد الأعلى للاجهاد الذي يمكن استخدامه قبل أن يحدث التشقق يتوقف علي طبيعة المادة ونوع الاجهاد المستخدم . فمثلا الخرسانة لها اجهاد طولي قدره $2 \times 10^6\ N/m^2$ واجهاد انضغاط $2 \times 10^6\ N/m^2$ واجهاد قص $2 \times 10^6\ N/m^2$. فإذا زاد الاجهاد المستخدم عن ذلك تتشقق الخرسانة. ومن المعتاد استخدام معامل أمان كبير لمنع انهيار المباني الخرسانية.



شكل 12.17 (a) بلاطة خرسانية بدون تقوية تتشقق تحت الأحمال الكبيرة (b) تزداد قوة الخرسانة باستخدام قضبان التقوية من الصلب (c) تزداد قوة الخرسانة أكثر إذا جعلناها تحت اجهاد قضبان من الصلب تحت قوة شد.

والخرسانة تكون هشة إذا كانت مصبوبة في مقاطع رفيعة ولذلك فإن البلاطات الخرسانية عرضة للإرتخاء والتشقق في المساحات الخالية من الدعامات كما في شكل (17.12a) ولذلك فإن تلك البلاطات يمكن تقويتها باستخدام اسياخ من الحديد لتقوية الخرسانة كما هو موضح في الشكل (17.12b). ولأن الخرسانة تكون أقوى بكثير تحت قوى الإنضغاط من كونها تحت قوى الشد أو القص. يمكن للأعمدة الخرسانية القائمة أن تحمل أثقالا كبيرة. فبينما الكمرات الأفقية المصنوعة من الخرسانة يحدث لها ارتخاء وتشقق.

لكي تزداد قوى القص للخرسانة ذات الأسياخ الحديدية يجري عليها عملية اجهاد مسبّق كما في شكل (17.12.c) ويتم ذلك بشد أسياخ الحديد بقوة خارجية أثناء صب الخرسانة وبعد أن تجف الخرسانة تماما Cured يتوقف الشد فينتج عن ذلك شد دائم في أسياخ الحديد ينتج عنه إجهاد انضغاط Compression Stress. وهذا يجعل بلاطات الخرسانة قادرة على تحمل أحمال كبيرة. وهذا النوع من الخرسانة يسمى Prestressed Concrete

تجربة معملية:

ضع أستيكة جديدة فوق قلمي رصاص متوازيين كما في الشكل بحيث تكون المسافة بينهما في حدود 3 cm . إضغط إلي أسفل عند منتصف الأستيكة بحيث تجعل سطح الأستيكة العلوي ينحني قليلا. هل سطح الأستيكة العلوي تحت ضغط أو شد؟ وماذا عن السطح السفلي للأستيكه؟ لماذا تتشقق بلاطة الخرسانة المرتكزة عند نهايتها من السطح السفلي وليس من السطح العلوي.

مثال 6.12 تصميم منصة

تذكر مثال (10.8) وفيه قمنا بتحليل كابل يستخدم لدعم الممثل أثناء دورانه فوق خشبة المسرح. والشد في الكابل كان 940N ما هو قطر الكابل الذي طوله 10 m ومصنوع من أسلاك الصلب إذا أردنا أن لاتحدث له استطالة أكبر من 0.5cm تحت هذه الظروف.

الحل : من تعريف معامل ينج يمكننا معرفة مساحة مقطع الكابل المطلوب بفرض أن مقطع السلك دائري الشكل. يمكننا تعيين قطر السلك من معادلة (6.12).

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_i}$$

$$A = \frac{FL_i}{Y\Delta L} = \frac{(940\text{ N})(10\text{ m})}{(20 \times 10^{10}\text{N/m}^2)(0.005\text{ m})} = 9.4 \times 10^{-6}\text{m}^2$$

ومنها يمكن حساب نصف قطر السلك.

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{9.4 \times 10^{-6}\text{m}^2}{\pi}} = 1.7 \times 10^{-3}\text{m} = 1.7\text{ mm}$$

$$d = 2r = 2(1.7\text{ mm}) = 3.4\text{ mm}$$

ولزيادة معامل الأمان يفضل استخدام كابل أكبر قطرا من القيمة المحسوبة.

مثال 12.7 انضغاط كرة من النحاس الأصفر

كرة من النحاس الأصفر مصمته كانت في البداية محاطة بالهواء وضغط الهواء المؤثر عليها 1.0×10^5 N/m² وهو الضغط الجوي الطبيعي . أنزلت الكرة في المحيط إلي عمق كان الضغط عنده 2.0×10^7 N/m². كان حجم الكرة في الهواء 0.50 m³ ما مقدار تغير الحجم عندما تغمر الكرةفي الماء

الحل : من تعريف معامل المرونة الحجمية

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V / V_i}$$

$$\Delta V = -\frac{V_i \Delta P}{B}$$

حيث إن الضغط النهائي أكبر بكثير من الضغط الابتدائي. يمكننا إهمال الضغط الابتدائي ونعتبر أن ΔP يساوي

$$\Delta P = P_f - P_i \approx P_f = 2.0 \times 10^7 \text{ N/m}^2$$

$$\Delta V = -\frac{(0.50 \text{ m}^3)(2.0 \times 10^7 \text{N/m}^2)}{6.1 \times 10^{10} \text{N/m}^2} = -1.6 \times 10^{-4} \text{m}^3$$

والعلامة السالبة تعني نقصا في الحجم

ملخص SUMMARY

-الجسم الجامد يكون في حالة اتزان إذا كانت محصلة القوى الخارجية المؤثرة عليه تساوي صفر ومحصلة عزم الدوران المؤثر عليه يساوي صفر حول أي محور

$$\sum \mathbf{F} = 0 \qquad (1.12)$$

$$\sum \boldsymbol{\tau} = 0 \qquad (2.12)$$

والشرط الأول هو شرط الاتزان الانتقالي والشرط الثاني هو شرط الاتزان الدوراني. وهذان الشرطان يمكنان من تحليل العديد من المسائل. تأكد من أنك تستطيع تحديد القوى وترسم رسما للجسم مبينا عليه تلك القوى واتجاهاتها ثم استخدم معادلتي 2.12 , 1.12 . وأوجد المجاهيل بحل تلك المعادلات.

- قوة الجاذبية المؤثرة على جسم يمكن اعتبار أنها توثر على نقطة واحدة تسمى مركز الثقل. ومركز الثقل للجسم ينطبق مع مركز الكتلة إذا كان الجسم في مجال جاذبية منتظم.

- يمكننا أن نعرف خواص المرونة لمادة ما، باستخدام مفاهيم الاجهاد والانفعال- الاجهاد كمية تتناسب مع القوة المحدثة لتغيير شكل الجسم والانفعال هو مقياس لدرجة التغير في الشكل. والانفعال

يتناسب مع الاجهاد وثابت التناسب هو معامل المرونة

$$\text{معامل المرونة} = \frac{\text{الاجهاد}}{\text{الانفعال}} \qquad (5.12)$$

ويوجد ثلاث أنواع لتغير الشكل (1) مقاومة الجسم الجامد للإستطالة تحت تأثير قوة يعبر عنه بمعامل ينج y (2) مقاومة الجسم الجامد لحركة المستويات الداخلية بالانزلاق. فوق بعضها البعض يعبر عنه بمعامل القص. (3) مقاومة الجسم الجامد أو المائع للتغير في الحجم، يعبر عنه بمعامل المرونة الحجمي B.

QUESTIONS اسئلة

1 - هل من الممكن أن يكون الجسم في حالة اتزان إذا اثرت عليه قوة خارجية واحدة؟

2 - هل من الممكن أن يكون الجسم في حالة اتزان إذا كان في حالة حركة؟ وضح.

3 - حدد مكان مركز الثقل لهذه الأجسام المنتظمة (a) كرة(b) مكعب (c) أسطوانة دائرية قائمة.

4 - مركز الثقل لجسم يمكن أن يقع خارج الجسم. إعط بعض الأمثلة لهذه الحالة.

5 - أعطيت قطعة من الخشب لها شكل اختياري وشاكوش ومسمار وثقل من الرصاص. كيف تستخدم هذه الأشياء لتحديد مكان مركز الثقل لقطعة الخشب ؟ (ملحوظة : استخدم المسمار لتعليق قطعة الخشب).

6 - لكي يتزن الكرسي على رجل واحدة، اين يكون مركز الثقل للكرسي؟

7 - هل من الممكن أن يكون الجسم في حالة اتزان إذا كان عزم الدوران الوحيد يؤثر عليه بحيث يحدث دوران مع عقارب الساعة؟

8- صندوق شحن طويل وآخر قصير متساويان في الكتلة وضعا جانبا لجنب على سطح مائل (دون أن يتلامسا) مع ازدياد زاوية الميل، أي من الصندوقين سينقلب أولا؟ وضح.

9 - عندما ترفع جسما ثقيلا لماذا يفضل أن يكون ظهرك عموديا بقدر الإمكان. وترفع من عند الركبة دون أن تثني ظهرك؟

10 - إعط بعض الأمثلة التي تؤثرفيها مجموعة من القوى على نظام بحيث يكون مجموعها يساوي صفر. إلا أن النظام ليس في حالة اتزان.

11 - إذا قست محصلة عزم الدوران ومحصلة القوة ووجدتهما صفر (a) هل النظام سيظل يدور بالنسبة لك (b) هل له حركة انتقالية بالنسبة لك.

12 سلم يستند مائلاعلى حائط. هل تشعر بالإطمئنان وأنت تصعد على السلم إذا كنت تعلم أن الأرض ملساء إلا أن الحائط خشن؟ علل لإجابتك.

13 - أطلال المعابد الإغريقية القديمة عادة ما يكون بها أعمدة رأسية سليمة ولكن بها القليل من البلاطات الأفقية المصنوعة من الحجر التي لاتزال في مكانها. هل يمكن أن تفكر في السبب لحدوث ذلك.

PROBLEMS مسائل

3 ،2 ،1 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي　　　□ = الحل كامل متاح في المرشد.

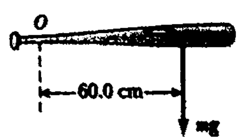
WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل　　　= فيزياء تفاعلية

□ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

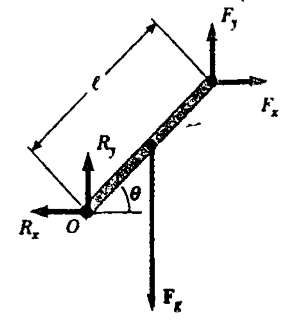
1.12 شروط الاتزان

1 - لاعب بسبول baseball يمسك بشظية bat وزنها (10.0 N) بإحدى يديه عند النقطة O شكل (P1.12) والشظية في حالة اتزان. وزن الشظية يؤثر على امتداد خط طوله 60.0 cm على يمين النقطة O . عين القوة وعزم الدوران التي يؤثر بها اللاعب على الشظية.



شكل P1.12

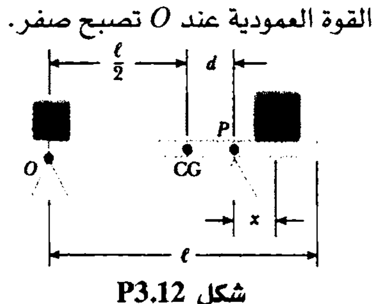
2 - اكتب الشروط اللازمة للاتزان للجسم المبين في شكل (P2.12) خذ نقطة الأصل لمعادلة عزم الدوران عند النقطة O.



شكل P2.12

WEB

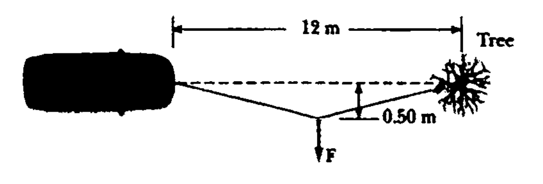
3 قضيب منتظم كتلته m_b وطوله ℓ يحمل كتلتين كتلتيهما m_2, m_1 عند وضعين مختلفين كما هو مبين في شكل (P3.12) والقضيب مستقر عند نقطتين. عند أي قيمة x ستيزن القضيب عند P بحيث أن القوة العمودية عند O تصبح صفر.



شكل P3.12

4 - طالب غاصت سيارته في كومة من الجليد في أحد الأيام الباردة، فربط حبل في مؤخرة السيارة وطرفه الآخر في جذع شجرة قريبة. أثر الطالب على الحبل عند منتصفه بقوة **F** في اتجاه عمودي على الخط الواصل بين السيارة وجذع الشجرة كما هو مبين في شكل (P4.12). فإذا كان الحبل غير مرن وكان مقدار القوة 500N احسب القوة المؤثرة على السيارة.

(إفترض حالة الاتزان)

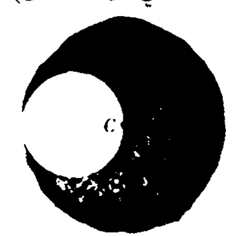


شكل P4.12

2.12 مزيد عن مركز الثقل

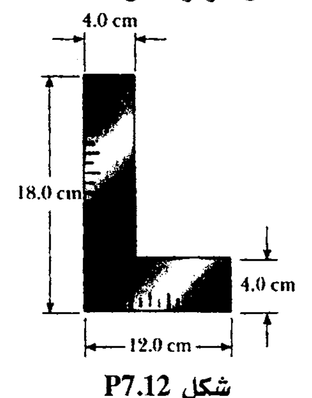
5 - جسيم وزنه 3.0kg موضوع على المحور x عند $x=-5.0$m وجسيم آخر وزنه 4.0kg موضوع على محور x عند النقطة $x=3.0$m أوجد مركز الثقل للنظام المكون من الجسمين.

6 - فطيرة بيتزا مستديرة نصف قطرها R بها قطعة منزوعة من أحد الجوانب نصف قطرها R/2 كما في شكل P6.12. بالطبع سينتقل مركز الكتلة من C إلى C' على امتداد المحور X. بين أن المسافة من C إلى C' تساوي R/6 (افترض أن سمك وكثافة البيتزا منتظمة في كل الأماكن).



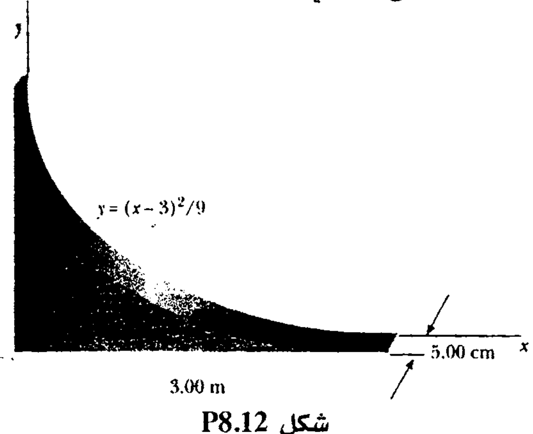
شكل P6.12

7 - الزاوية التي يستخدمها النجار على شكل حرف L كما هو موضح في شكل (P7.12) أوجد مكان مركز الثقل.



شكل P7.12

8 - مسار لنموذج سيارة صنع من الخشب كما هو مبين في شكل (P8.12) اتساع المسار 5.0cm وارتفاعه 1.0 m وطوله 3.0m. وهو مصمت ومحفور على شكل قطع مكافئ معادلته $y=(x-3)^2/9$. حدد مكان الوضع الأفقي لمركز الثقل لهذا المسار.



شكل P8.12

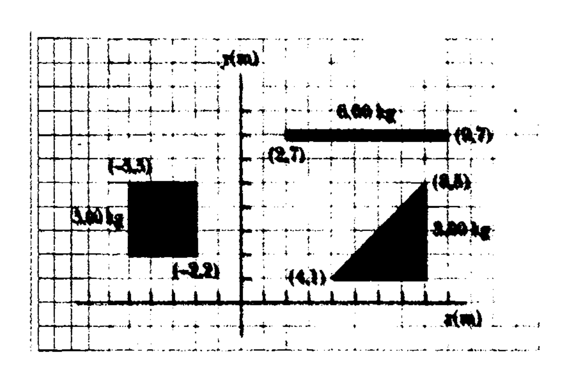
WEB

9 إذا اعتبرنا توزيع الكتل التالية كما يلي: 5,0kg عند (0,0) و 3.0 kg عند (0, 4.0)m و 4.0kg عند (3.0 , 0)m

أين توضع الكتلة الرابعة 8.0kg بحيث يكون مركز الثقل للكتل الأربعة عند (0,0) ؟

10 - شكل (P10.12) يبين ثلاث اجسام منتظمة، قضيب، ومثلث قائم الزاوية، ومربع، كتلها بالكيلوجرام وإحداثياتها بالمتر معطاه في الرسم.

عين مركز الثقل للنظام المكون من الأجسام الثلاثة.



شكل P10.12

قسم 3.12 أمثله على الأجسام الجامدة في حالة اتزان استاتيكي

11- صبي وضع شقيقته في عربة صغيرة ذات عجلتين وأخذ يدفعها إلى الأمام حتى أوقفها قالب طوب ارتفاعه 8.0cm كما في شكل (P11.12) ويدي العربة يميلان بزاوية 15° عن الأفقي، والقوة المؤثرة الى أسفل على العجلة 400N ونصف قطر العجلة 20.0cm (a) ما هي القوة التي يجب أن يستخدمها الصبي على يدي العربة لكي تتخطى قالب الطوب؟ (b) ما مقدار واتجاه القوة التي يؤثر بها قالب الطوب على العجلة عندما بدأت العجلة ترتفع فوق القالب. افترض في جميع الحالات أن قالب الطوب ثابت في مكانه ولاينزلق على الأرض.



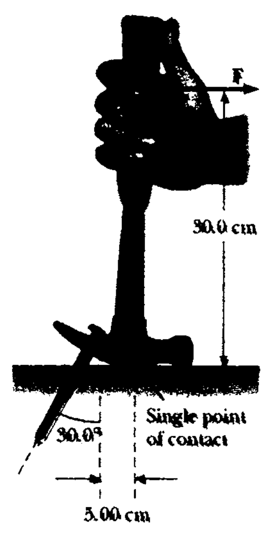
شكل P11.12

12 - كفتي ميزان المسافة بينهما 50.0cm حدثت إزاحة لنقطة ارتكاز ذراع الميزان بمقدار 1.0cm بعيدا عن المنتصف ما مقدار النسبة المئوية التي يتأثر بها الوزن الصحيح علما بأن هذه الإزاحة احدثها تاجر يريد أن يغش في الميزان.

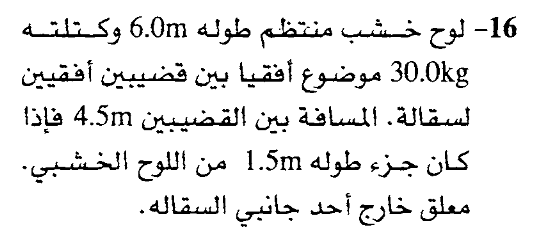
13 سلم منتظم طوله 15.0m ووزنه 500N مسنود على حائط أملس ويصنع زاوية 60.0° مع المستوى الأفقي (a) احسب القوى الأفقية والعمودية التي تؤثر بها الأرض على قاعدة السلم عندما يكون رجل مطافئ وزنه 800N يقف على بعد 4.0m من قاعدة السلم (b) إذا كان السلم على وشك الانزلاق عندما كان رجل المطافئ على مسافة 9.0m من قاعدة السلم. احسب معامل الاحتكاك الاستاتيكي بين الأرض والسلم؟

14 - سلم منتظم طوله L وكتلته m_1 يرتكز على حائط أملس ويصنع زاوية θ مع الأفقي (a) احسب القوى الأفقية والرأسية التي تؤثر بها الأرض على قاعدة السلم عندما يقف رجل المطافئ الذي كتلته m_2 على مسافة x من القاعدة (b) إذا كان السلم على وشك الانزلاق عندما كان رجل المطافئ على مسافة d من القاعدة ما مقدار معامل الاحتكاك الاستاتيكي بين السلم والأرض؟

15 - في شكل (P15.12) تشاهد شاكوش يستخدم في انتزاع مسمار من سطح أفقي. إذا استخدمت قوة قدرها 150N أفقيا كما هو مبين في الشكل (a) أوجد القوة المؤثرة علي المسمار بواسطة الشاكوش. (b) القوة التي يؤثرة بها السطح على نقطة ارتكاز رأس الشاكوش. افترض أن القوة التي يؤثر بها الشاكوش على المسمار موازية للمسمار.



شكل P15.12



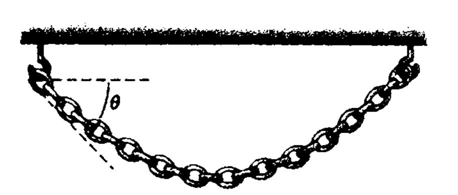
16- لوح خشب منتظم طوله 6.0m وكتلته 30.0kg موضوع أفقيا بين قضيبين أفقيين لسقالة. المسافة بين القضيبين 4.5m فإذا كان جزء طوله 1.5m من اللوح الخشبي. معلق خارج أحد جانبي السقاله.

ارسم شكلا توضيحيا للوح الخشب. إلى أي مسافة يستطيع عامل طلاء كتلته 70.0kg أن يمشي على الجزء من اللوح الخشبي الواقع خارج نقطة ارتكاز اللوح على القضيب قبل أن يميل به اللوح.

17 سيارة كتلتها 1500kg والمسافة بين محوريها الأمامي والخلفي 3,0m ومركز الكتلة للسيارة على خط الوسط على مسافة 1.2m خلف المحور الأمامي. احسب القوة التي تؤثر بها الأرض على كل عجلة.

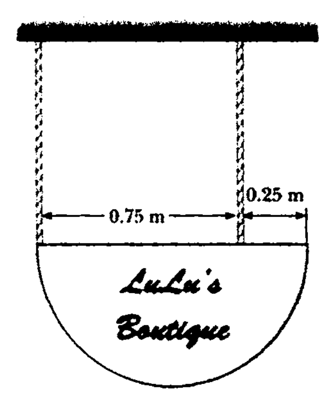
18 - عمود رأسي مقطعه مربع طوله10.0m وقاعدته محاطة بقاعدة ارتفاعها 1.5m وهي مربعة الشكل تماما إلا أنها غير محكمة حول العمود بل أوسع قليلا. تؤثر قوة قدرها 5.5N على قمة العمود من الناحية اليمنى. والقاعدة تبقى على العمود في حالة اتزان. احسب مقدار القوة التي تؤثر بها قمة حائط الجانب الأيمن من القاعدة على العمود. أوجد كذلك القوة التي يؤثر بها قاع حائط الجانب الأيسر من القاعدة على العمود.

19 - سلسلة مرنة تزن40.0N معلقة بين مشبكين موضوعين على نفس الإرتفاع شكل (P19.12) الخط المماس للسلسلة تصنع عند كل مشبك زاوية $\theta = 42^\circ$ مع الخط الأفقي أوجد (a) مقدار القوة التي يوثر بها كل مشبك على السلسلة (b) الشد في السلسلة عند منتصفها (ملحوظة للجزء(b) إرسم شكلا لنصف السلسلة.



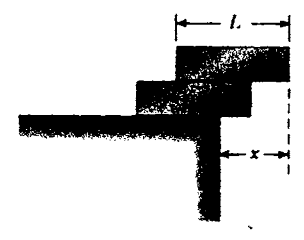
شكل P19.12

20 - لافتة على شكل نصف كرة كما في شكل (P20.12) قطرها 1.0 m وكتلتها منتظمة الكثافة معلقة بحبلين كما في الشكل ما هو الجزء من وزن اللافتة المعلق بكل حبل.



شكل P20.12

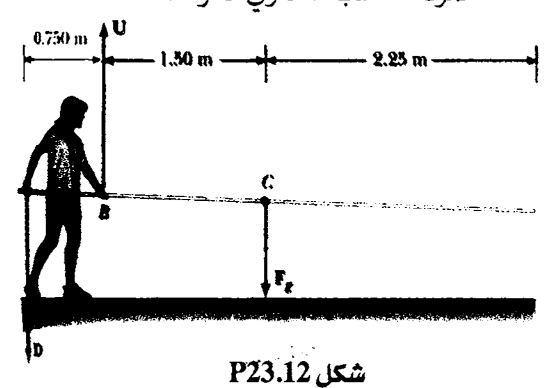
21 - قالبان متشابهان ومتماثلان طول كل منهما L موضوعان كنتوء على حافة سطح أفقي أنظر شكل (P22.12) بحيث أنهما كانا معلقين عند أقصى حد يمكن أن يستقران عنده دون أن يسقطا. احسب المسافةx.



شكل P22.12

22 - أحد الوثابين يحمل عمودا للوثب(زانة) وزنها 23.4N في حالة اتزان تحت تأثير

قوة إلى أعلى U بيده المتقدمة وقوة إلي أسفل D بيده المتأخره كما في شكل (P23.12) النقطة C هي مركز الثقل للعمود. احسب مقداري U و D .



شكل P23.12

القسم 12.4 خواص المرونة للأجسام الصلبة:-

23 - اذا كان معامل ينج للعظام $1.5x10^{10}N/m^2$ وأن العظم يحدث به شروخ إذا وقع عليه إجهاد أكبر من$1.5x10^8N/m^2$ (a) ما هي أكبر قوة يمكن أن تؤثر على عظمة الفخذ في الرجل إذا كان أقل قطر فعال لها هو 2.5cm ؟ (b) إذا أثرت قوة ضغط بهذا القدر ما مقدار الانكماش الذي يحدث لتلك العظمة إذا كان طولها 25 cm .

24 - سلك صلب قطره 1.0mm يمكنه تحمل شد 0.2kN نفترض أنك تريد كابل مصنوع من هذا السلك يتحمل شدا قدره 20kN فكم يكون قطر هذا الكابل.

25 ثقل مقداره 200kg معلق من سلك طوله4.00m ومساحة مقطعه $0.20x10^{-4}$ m^2 ومعامل ينج مقداره $8.00x10^{10}$ N/m^2 ما مقدار الزيادة في طول السلك.

26 - طفل يتزحلق على الأرض وفي قدميه حذاء نعله من المطاط. وقوة الاحتكاك المؤثرة على كل قدم 20.0N ومساحة كل من نعلي الحذاء $14,0cm^2$ وسمكه 5,0mm . احسب المسافة الأفقية التي يزاحها السطح العلوي عن السطح السفلي لكل من نعلي الحذاء. معامل مرونة القص للمطاط تساوي $3.0x10^6N/m^2$.

27 - **مسألة للمراجعة:** مطرقة كتلتها 30.0kg طرقت مسمارا كبيرا من الصلب قطره 2.3cm بينما كانت تهوي بسرعة 20.0m/s. وقد ارتدت المطرقة بعد 0.110 s بسرعة 10.0m/s ما مقدار متوسط الانفعال في المسمار أثناد التصادم؟

28 - إذا كان حد المرونة للنحاس هو $1.5x10^8$ N/m^2 ، احسب أقل قطر لسلك من النحاس تحت حمل 10.0kg إذا كان المطلوب أن لا يتعدى حد المرونة.

مسألة للمراجعة

29 - سلك أسطواني من الصلب طوله2.0m قطر مقطعه 4.0mm وضع فوق بكرة خفيفة عديمة الاحتكاك وأحد طرفي السلك معلق فيه كتلة 5.00kg والطرف الآخر معلق فيه كتلة مقدارها 3.0kg فما مقدار الاستطالة في السلك أثناء حركته؟

(30) - **مسألة للمراجعة:** سلك أسطواني من الصلب طوله L_i وقطر مقطعه d وضع فوق بكرة خفيفة ملساء أحد أطراف السلك معلق فيه كتلة m_1 وفي الطرف الآخر كتلة m_2. ما مقدار استطالة السلك بينما هو في حالة حركة؟

(31) - احسب كثافة ماء البحر على عمق 1000m حيث يكون ضغط الماء حوالي $1.00x10^7N/m^2$ (كثافة ماء البحر عند السطح $1,03 \times 10^3kg/m^3$)

WEB

32 - **33** إذا زاد اجهاد القص على الصلب عن $4.0x10^8N/m^2$ فإنه ينقطع .

احسب مقدار قوة القص اللازم (a) لإحداث قص في مسمار مقلوظ من الصلب قطره 1.0cm (b) لاحداث ثقب قطره 1.0cm في قرص من الصلب سمكه 0.50 cm.

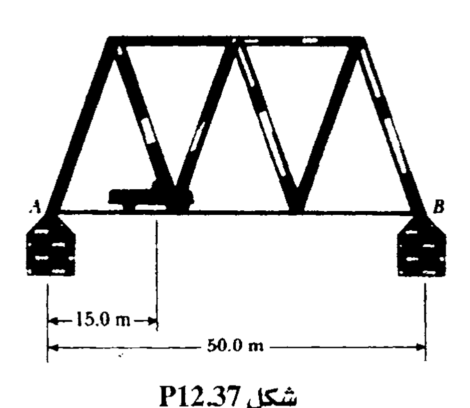
33- (a) احسب أقل قطر لسلك من الصلب طوله 18.0 m تحدث له استطالة لاتزيد عن 9.0 mm عندما يعلق في طرفه السفلي كتلة مقدارها 380 kg (b) إذا كان حد المرونة لهذا السلك من الصلب هو $3.0x10^8$ N/m^2 هل يحدث له تغيير مستديم في الشكل بهذا الثقل.

34 [35] عندما يتجمد الماء يتمدد بحوالي 9.0% كم تكون زيادة الضغط في محرك سيارة إذا تجمد الماء الذي بداخله. المعامل الحجمي للجليد هو $2.0x10^9$ N/m^2.

35 - لدواعي الأمن أثناء تسلق الجبال يستخدم المتسلق حبلا من النايلون طوله 50.0m وقطره 10 mm . عندما يتعلق بأحد أطرافه متسلق كتلته 90.0 kg تحدث استطالة في الحبل مقدارها 1.6m . أوجد معامل ينج لمادة الحبل.

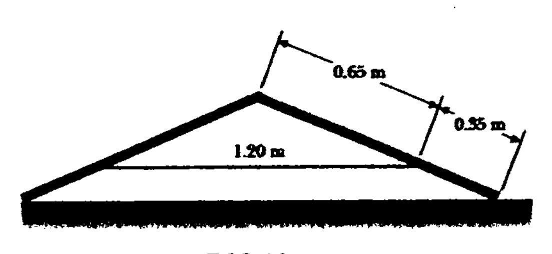
مسائل إضافية:

36 - كوبري طوله 50 m وكتلته $8.0 x10^4$ kg مرتكز على دعائم ملساء عند كل من طرفيه كما هو موضح في شكل(P37.12). وقفت شاحنة كتلتها $3.0x10^4$ kg على مسافة 15.0 m من أحد نهايتيه. ما هو مقدار القوى على الكوبري عند نقط الارتكاز.



شكل P12.37

37 - إطار على شكل حرف A مكون من قطعتين معدنيتين منتظمتين وزن كل منهما 26.0N وطولها 1.0m، مثبتتان معا من القمة وممسوكتان معا بسلك أفقي طوله 1.2m كما في شكل (P12.38) وهذا الإطار موضوع على سطح أملس. إذا كان السلك مثبت عند نقطتين تبعدان عن قمة الإطار بمسافة قدرها 0.65m احسب الشد في السلك.

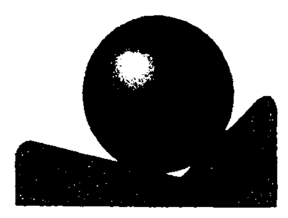


شكل P38.12

38 - بالإشارة إلى شكل (17.13c) كمرة من الخرسانة المسلحة سابقة الاجهاد طولها 1.5m ومساحة مقطعها 50.0 cm^2. وداخل الخرسانة سيخ حديد يستخدم في إحداث الاجهاد للخرسانة مساحة مقطعه 1.5 cm^2 والسيخ يربط لوحين عند طرفي الكمرة. معامل ينج للخرسانة $30.0x10^9$ N/m^2 بعد جفاف الخرسانة وإزالة الشد T_1 عن السيخ تصبح الخرسانة تحت اجهاد ضغط مقداره $8.0x10^6$ N/m^2 (a) ما هي المسافة

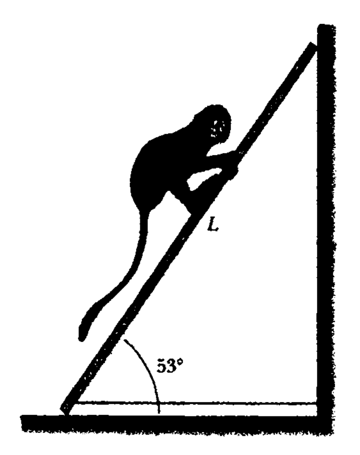
التي تضغطها الخرسانة بسبب السيخ بعد زوال الشد الإبتدائي عنه (b) تحت أي شد T_2 سيظل السيخ (c) ما مقدار الزيادة في طول السيخ عن طوله الأصلي بعد عملية الشد (d) عندما صبت الخرسانة ما هي الإستطالة الإبتدائية التي حدثت للسلك عندما تم شده بالنسبة لطوله الأصلي (e) أوجد مقدار الشد الإبتدائي T_1 الذي استخدم عند صب الخرسانة.

39 - كرة مصمته نصف قطرها R وكتلتها M وضعت في حوض كما في شكل(P40.12) والسطح الداخلي للحوض أملس. احسب القوى المؤثرة على الكرة من الحوض عند نقطتي التماس.



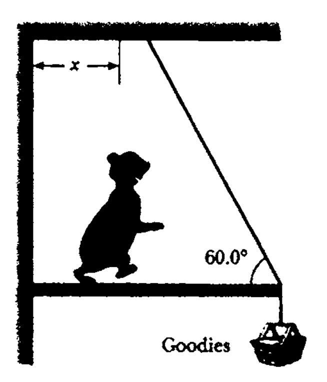
شكل P40.12

40 - قرد وزنه 10.0kg يتسلق على سلم وزنه 120N وطوله L كما في شكل (P40.12). النهايتان العلوية والسفلية للسلم تستندان على أسطح ملساء والنهاية السفلية مربوطة في الحائط بحبل يستطيع تحمل أكبر شد وهو 110 N (a) ارسم رسما توضيحيا للسلم والقوى المؤثرة عليه (b) احسب الشد على الحبل عندما يكون القرد عند ثلث المسافة من أعلى السلم (c) احسب أكبر مسافة d التي يستطيع القرد أن يصعدها على السلم قبل أن ينقطع الحبل. عبر عن اجابتك كجزء من L.



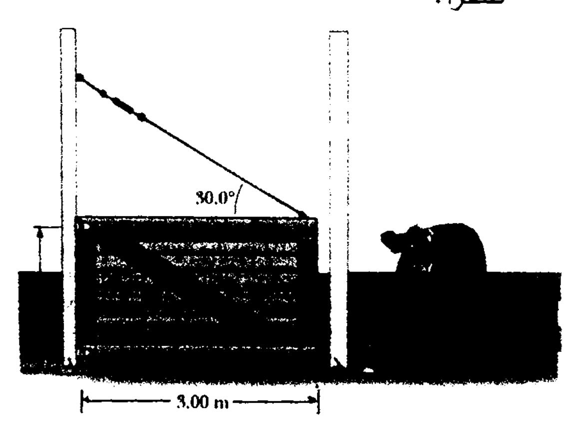
شكل P41.12

41 - دب جوعان وزنه 700 N يسير نحو الخارج على عمود محاولا الوصول إلى سلة بها خبز معلقة في نهاية العمود شكل (P12.42) . العمود منتظم ويزن 200 N وطوله 6.0 m والسلة تزن 80.0 N (a) ارسم شكلا توضيحيا للقوى المؤثرة على العمود (b) عندما يكون الدب على مسافة من بداية العمود تساوي 1.0 m احسب الشد في السلك ومركبات القوة التي تؤثر بها الحائط على الطرف الأيسر من العمود (c) إذا كان السلك يتحمل أقصى شد مقداره 900 N ما هي أكبر مسافة يستطيع الدب أن يقطعها قبل أن ينقطع السلك.



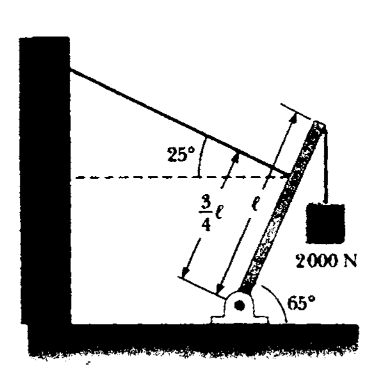
شكل P42.12

42 - مزرعة بها بوابة شكل(P43.12) اتساع البوابة3.0m وارتفاعها1.8m. وبها مفصلات في أعلاها وأسفلها. وكَبْل التثبيت يصنع زاوية 30.0° مع النهاية العلوية للبوابة وفي نهايته متصل بشداد يؤثر عليه بقوة شد 200 N. وكتلة البوابة 40.0 kg (a) احسب القوة الأفقية المؤثرة على البوابة بواسطة المفصلة العلوية (b) احسب القوة الأفقية المؤثرة على البوابة بواسطة المفصلة السفلية (c) احسب مجموع القوتين الرأسيتين المؤثرتين على البوابة بواسطة المفصلتين. (d) ما مقدار الشد في كابل التثبيت حتى تصبح القوة الأفقية المؤثرة بواسطة المفصلة العلوية. صفراً.



شكل P43.12

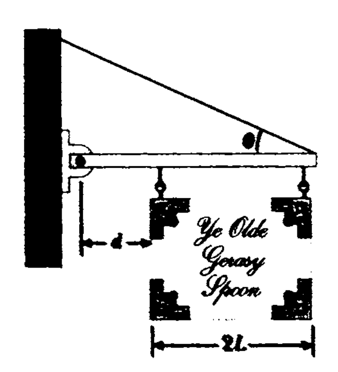
43 - قضيب منتظم وزنه 1200N مثبت بواسطة كابل كما هو مبين في الشكل (P44.12) والقضيب مثيت من طرفه السفلي بالأرض بواسطة مفصلة تجعله قابل للدوران ومعلق من طرفه العلوي جسم وزنه 2000N. احسب مقدار الشد في الكابل ومركبات القوة المؤثرة على قاعدة القضيب بواسطة الأرض.



شكل P44.12

WEB

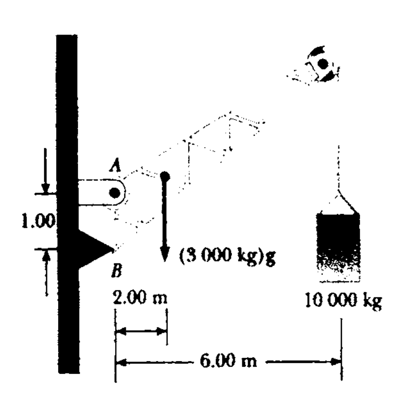
44 [45] لافتة منتظمة تزن F_g وعرضها$2L$ معلقة من قضيب خفيف أفقي مثبت في حائط بواسطة مفصلة ومشدود بواسطة كابل شكل (P45.12). احسب (a) الشد في الكابل (b) مركبة قوة رد فعل الحائط على القضيب بدلالة L, d, F_g و θ



شكل P45.12

45 - **46** رافعة (كرين) كتلتها 3000 kg تحمل ثقلا كتلته 10000 kg كما هو مبين في شكل (P46.12) والرافعة معلقة بواسطة مسمار أملس عند A ، ومستنده على دعامة ملساء عند B.

احسب قوة رد الفعل عند A وB .

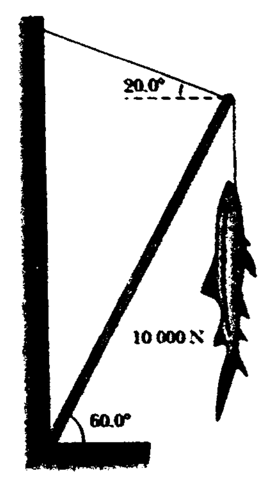


شكل P46.12

46 - سلم كثافته منتظمة وكتلته m يستند على حائط رأسي املس ويصنع زاوية 60.0° مع الأفقى. والنهاية السفلية مستندة على سطح املس حيث معامل الاحتكاك الاستاتيكي $\mu_s = 0.40$ حاول عامل النظافة أن يصعد على السلم وكتلته M=2m ما هو الجزء من السلم L يمكن أن يصل إليه العامل عندما يبدأ السلم في الانزلاق؟

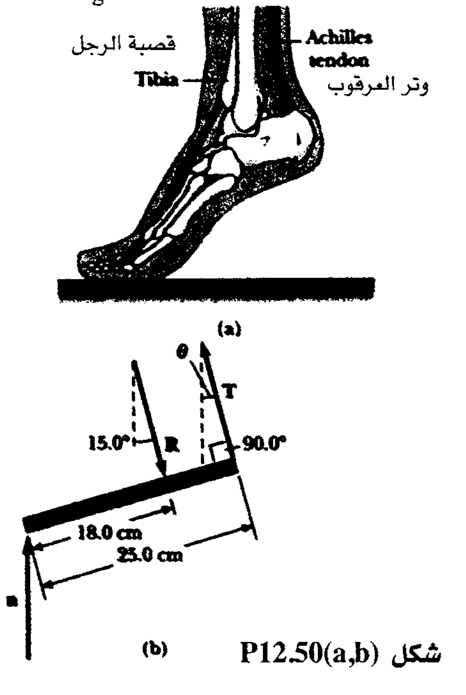
47 - سلم منتظم يزن 200N يميل على حائط أنظر شكل (10.12) السلم ينزلق عندما تكون $\theta = 60.0°$. إذا افترضنا أن معامل الاحتكاك الاستاتيكي عند الحائط والأرض لهما نفس المقدار. احسب مقدار μ_s.

48 [49] سمكة قرش تزن 10000N معلقة من كابل متصل بقضيب طوله 4.0m مرتكز على محور ارتكاز عند القاعدة. احسب الشد في الحبل بين الحائط والقضيب عندما يكون مثبتا للمنظومة في الوضع المبين في شكل(P49.12). احسب القوى الأفقية والرأسية المؤثرة على قاعدة القضيب.(اهمل وزن القضيب)



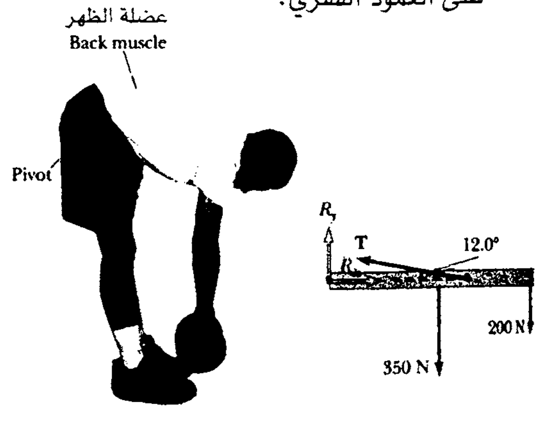
شكل P49.12

49 - عندما يقف شخص على أصابع قدمه يكون وضع القدم كما هو مبين في الشكل (P50.12a) والثقل الكلي للجسم F_g يتعادل مع القوة **n** التي تؤثر بها الأرض على الأصابع. في شكل(P50.12b) مُوضّح نموذج ميكانيكي للوضع حيث **T** هي القوة التي يؤثر به وتر العرقوب على القدم. و **R** القوة التي تؤثر بها قصبة الرجل على القدم. احسب مقدار كل من T, R, θ عندما تكون $F_g = 700$ N.



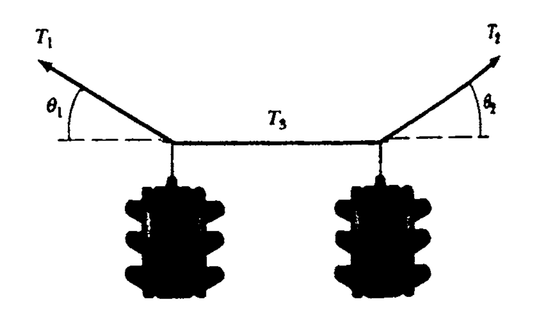
شكل P12.50(a,b)

50 - شخص ينحني ويحمل ثقل وزنه 200N كما في شكل(P51.12,a) بحيث أن ظهره ظل أفقيا (طريقة سيئة لرفع الأشياء). عضلة الظهر مثبتة عند نقطة عند ثلثي طول العمود الفقري وهي التي تحافظ على وضع الظهر في هذه الحالة. والزاوية بين العمود الفقري وهذه العضلة 12.0°. باستخدام النموذج الميكانيكي المبين في شكل (P51.12b) وباعتبار أن وزن الجزء 350 N احسب الشد في عضلة الظهر وقوة الضغط على العمود الفقري.



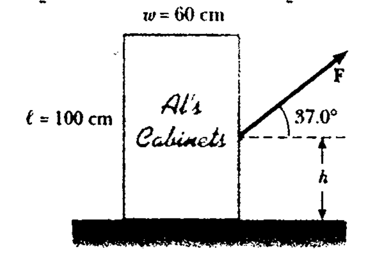
شكل P51.12(a,b)

51 - إشارتان من إشارات المرور معلقتان من كابل كما في شكل(P52.12) إهمل كتلة الكابل(a) اثبت أن $\theta_1 = \theta_2$ و $T_1 = T_2$ (b) احسب الشد T_1, T_2, T_3 إذا علم أن $\theta_1 = \theta_2 = 8^\circ$.



شكل P52.12

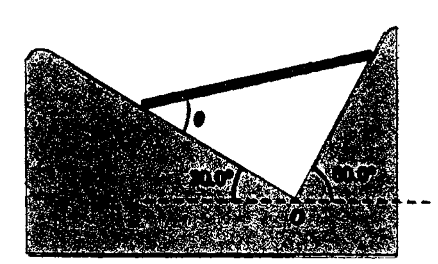
52 - قوة تؤثر على كابينة مستطيلة تزن 400 N كما هو مبين في شكل (P53.12) (a) إذا كانت الكابينة تنزلق بسرعة منتظمة عندما تكون F=200 N و h=0.4 m. احسب معامل الاحتكاك الكيناتيكي وموضع محصلة القوة العمودية (b) إذا كانت F=300 N احسب مقدار h التي تبدأ عندها الكابينة في الميل.



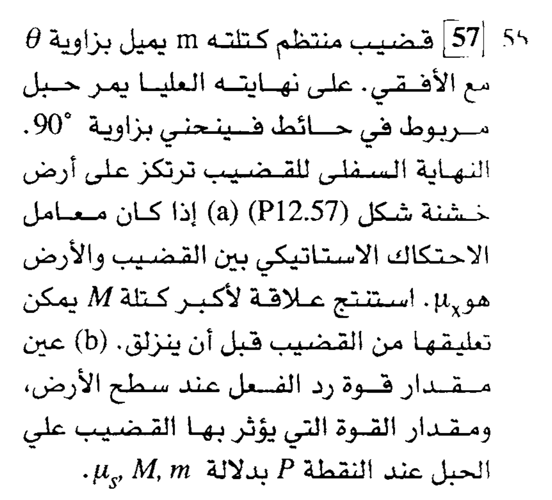
شكل P53.12

53 - خذ حالة الكابينة في المسألة السابقة ولكن قوة **F** قد أثرت على طرفها العلوي أفقيا(a) احسب أقل قوة يجب استخدامها لكي تبدأ الكابينة في الميل (b) ما هو الحد الأدنى لمعامل الاحتكاك الاستاتيكي اللازم لمنع الكابينة من الانزلاق مع استخدام قوة بهذا المقدار؟ (c) احسب مقدار واتجاه أقل قوة تلزم لميل الكابينة، إذا كانت نقطة عمل القوة يمكن اختيارها في أي مكان عليها.

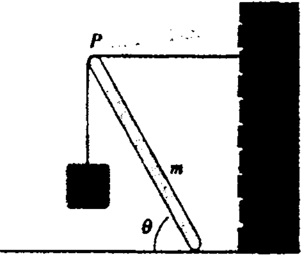
54 - قضيب منتظم وزنه F_g وطوله L مثبت من أطرافه بواسطة حوض أملس كما هو مبين في الشكل(P22.12) (a) بين أن مركز الثقل للقضيب يقع أعلى النقطة O مباشرة، عند ما يكون القضيب في حالة اتزان (b) عين قيمة الزاوية θ التي يحدث عندها اتزان.



شكل P12.55

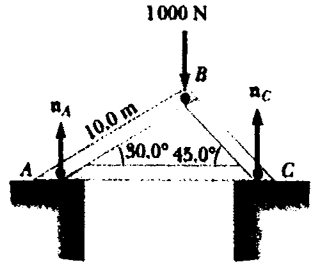


55 [57] قضيب منتظم كتلته m يميل بزاوية θ مع الأفقي. على نهايته العليا يمر حبل مربوط في حائط فينحني بزاوية $90°$. النهاية السفلى للقضيب ترتكز على أرض خشنة شكل (P12.57) (a) إذا كان معامل الاحتكاك الاستاتيكي بين القضيب والأرض هو μ_s. استنتج علاقة لأكبر كتلة M يمكن تعليقها من القضيب قبل أن ينزلق. (b) عين مقدار قوة رد الفعل عند سطح الأرض، ومقدار القوة التي يؤثر بها القضيب على الحبل عند النقطة P بدلالة μ_s, M, m.



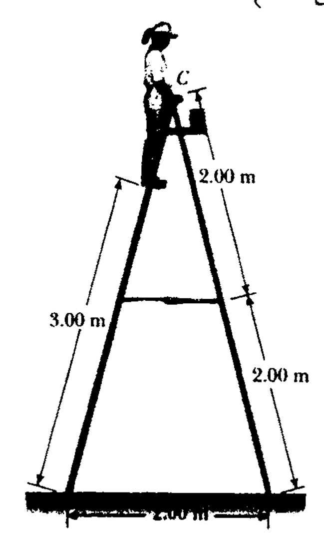
شكل P57.12

56 – شكل (P58.12) يبين جمالون تؤثر عليه قوة إلي أسفل مقدارها 1000N عند النقطة B. والجمالون وزنه مهمل ويستند على دعامتين C, A أملستين (a) استخدم شروط الاتزان لتثبت أن $n_C = 634\text{N}$ و $n_A = 366\text{ N}$ (b) بين أنه بما أن القوى تؤثر على الجمالون فقط عند المفاصل. كل قضيب في الجمالون لابد وأن يؤثر على كل مفصل بقوة في اتجاه طوله، إما قوة شد أو قوة ضغط (c) أوجد قوة الشد على كل من القضبان الثلاثة.



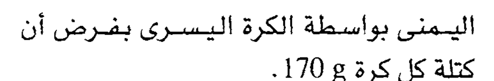
شكل P12.58

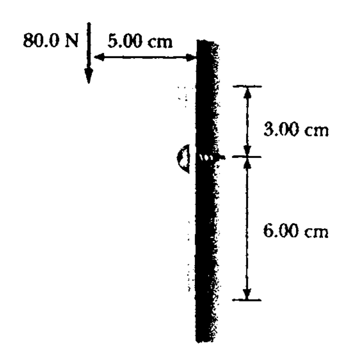
57 [59] سلم وزنه مهمل مركب كما في شكل (P12.59) يقف على السلم عامل طلاء كتلته 70.0kg على بعد 3.0m من القاعدة بفرض أن سطح الأرض أملس أوجد (a) الشد في القضيب الأفقي الواصل بين جزئي السلم (b) احسب القوى العمودية عند A وB. (C) مركبات قوى رد الفعل عند المفصَّلة المفردة C التي يؤثر بها النصف الأيسر من السلم على النصف الأيمن (ملحوظة يعامل كل نصف من السلم على حدة).



شكل P59.12

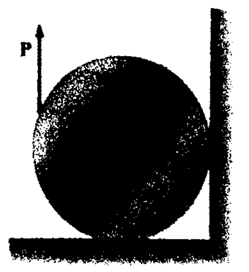
58 – حامل رف مثبت على حائط رأسي بواسطة مسمار قلاوظ واحد كما في شكل (P61.12) وزن الحامل مهمل. أوجد المركبة الأفقية للقوة التي يؤثر بها المسمار على الحامل عندما تؤثر عليه قوة عمودية مقدارها 80.0 N كما هو موضح في الشكل (تخيل أن الحامل ليس ملاصقا للحائط تماما)





شكل P61.12

59 - شكل (P62.12) يبين قوة رأسية تؤثر مماسيا على أسطوانة منتظمة وزنها F_g . معامل الاحتكاك الإستاتيكي بين الأسطوانة وجميع الأسطح يساوي 0.50 . أوجد أكبر قوة P بدلالة F_g التي يمكن استخدامها دون أن تجعل الأسطوانة تلف (ملحوظة عندما تكون الأسطوانة على وشك الانزلاق قوتا الإحتكاك يكونان عند أكبر قيم لهما لماذا؟)

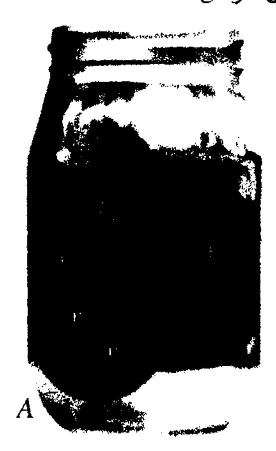


شكل P62.12

WEB

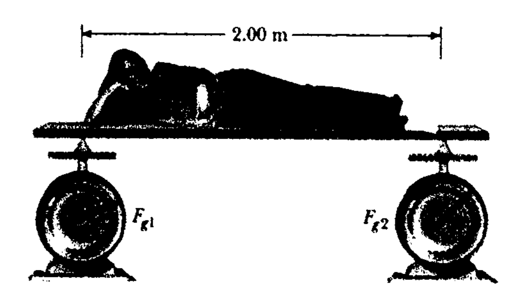
59 **63** سلك طوله L_i ومعامل ينج له Y ومساحة مقطعه A ، حدث له شد مرن بمقدار ΔL طبقا لقانون هوك. قوة الإرجاع هي $-k\,\Delta L$ (a) اثبت أن $k = YA/L_i$ (b) بين أن الشغل المبذول في شد السلك بمقدار ΔL هو $W = YA(\Delta L)^2/2L_i$

61 - كرتا راكت وضعتا في برطمان زجاجي كما هو مبين في شكل (P64.12) ومركزاهما والنقطة A تقع على خط مستقيم (a) بفرض أن الجدار عديم الإحتكاك احسب P_1, P_2, P_3 (b) عين مقدار القوة الواقعة على الكرة اليمنى بواسطة الكرة اليسرى بفرض أن كتلة كل كرة 170 g .



شكل P64.12

62 - في شكل (P65.12) الميزان الأول يقرأ F_{g1}=380N و F_{g2}=320N مع إهمال وزن لوح الخشب. أين يبعد مركز كتلة السيدة عن قدمها إذا علم أن طولها 2.0m .



شكل P65.12

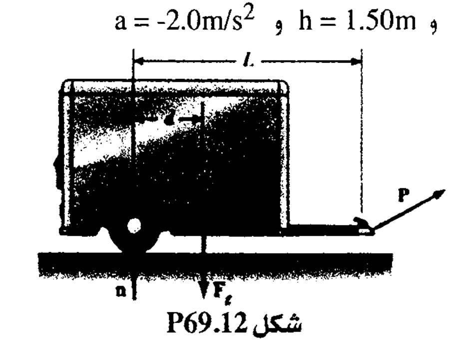
63 - كابل من الصلب مساحة مقطعه $3.0cm^2$ وكتلته 2.4 kg لكل متر طولي. إذا علق 500m من هذا الكبل على حامل عموديا، ما مقدار استطالة الكابل نتيجة لثقله؟ (معامل ينج للصلب ارجع إلي جدول 1.12)

64 **67** (a) قدر القوة التي يسددها لاعب كارتيه للوح من الخشب إذا كانت سرعة يده عند لحظة الصدم تساوي 10.0m/s وهبطت إلى 1.0m/s خلال فترة زمنية 0.002 s وهو

زمن التصادم مع اللوح. وكتلة اليد والذراع معا تساوي 1.0kg (b) احسب إجهاد القص. إذا كانت هذه القوة قد أثرت على لوح الخشب الذي سمكه 1.0cm واتساعه(wide)10.0cm (c) إذا كان أكبر إجهاد قص يمكن أن يتحمله لوح الخشب قبل أن ينكسر هو 3.6×10^6 N/m^2 فهل سينكسر اللوح؟

65 دلو مصنوع من صفيحة معدنية رقيقة نصف قطر القاع 25.0cm ونصف القطر العلوي للدلو 35.0 cm، وارتفاع الدلو30.0cm، مملوء بالماء. أين يكون مركز الثقل (اهمل وزن الدلو نفسه)

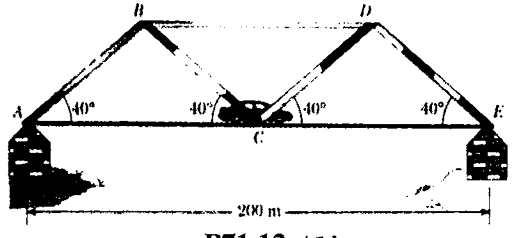
66 | 69 مسألة للمراجعة: عربة تحمل شحنة وزنها F_g تقطرها شاحنة بقوة **P** كما هو مبين في شكل(P69.12). العربة محمله بحيث أن مركز كتلتها في المكان الموضح في الرسم. اهمل قوة احتكاك التدحرج. واجعل a تمثل مركبة العجلة في الإتجاه x للعربة(a) احسب المركبة الرأسية للقوة **P** بدلالة البارامترات المعطاة (b) إذا كانت $a=2.0$m/s^2 و$h=1.5$m كم يكون مقدار d بحيث أن $P_y=0$ (أي أنه لايوجد حمل عمودي على الشاحنة)؟ (c) أوجد مقدار P_x , P_y إذا علمت أن F_g يساوي 1500 N و $d = 0.80$ m و $L = 3.0$m و $h = 1.50$m و $a = -2.0$m/s^2



شكل P69.12

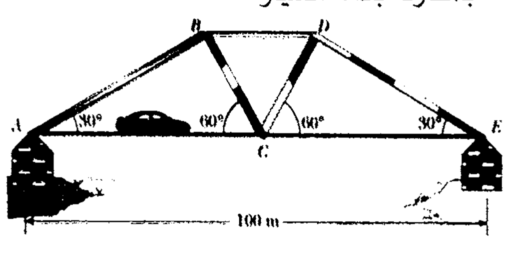
67 سلك من الألمونيوم طوله 0.85m ومقطعه دائري قطره 0.78mm مثبت من طرفه العلوي، ومعلق في السلك كتلة 1.2kg، وهو يتذبذب في دائرة أفقية. احسب السرعة الزاوية اللازمة لإحداث انفعال قدره 1.0×10^{-3}

68 - كوبري على شكل جمالون طوله200m يمتد فوق نهر شكل (P71.12) احسب قوة الشد أو الضغط على كل جزء من مكونات الكوبري عندما تكون سيارة وزنها 1360kg عند منتصف الكوبري. افترض أن الكوبري يمكن أن ينزلق أفقيا ليسمح بالتمدد والانكماش، وأجزاء الكوبري متصلة ببعضها بواسطة مسامير محورية. وأن كتلة مكونات الكوبري تعتبر مهملة بالمقارنة بكتلة السيارة.



شكل P71.12

69 - كوبري طوله 100m على شكل جمالون مرتكز عند نهاياته بحيث يمكنه الانزلاق بحرية شكل (P72.12). توجد سيارة عند منتصف المسافة بين النقطتين C,A بين أن وزن السيارة موزع بالتساوي بين النقطتين C,A واحسب القوة عند كل جزء من أجزاء الكوبري. حدد ما إذا كان كل من المكونات الداخلة في تركيب الكوبري تحت شد أو ضغط. نفترض أن مكونات الكوبري متصلة ببعضها بواسطة مسامير محورية وأن كتلة المكونات مهملة بالمقارنة بكتلة السيارة.



شكل P72.12

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.12) نعم، كما يتضح من شكل 12.3. عزم الدوران غير المتزن يسبب عجلة زاوية حتى وإن كانت العجلة الخطية تساوي صفراً (b) نعم، يمكن أن يحدث ذلك عندما تكون خطوط عمل جميع القوى تتقاطع عند نقطة مشتركة. إذا أثرت محصلة قوة على الجسم عند إذ يكتسب الجسم عجلة انتقالية. إلا أنه نظرا لعدم وجود محصلة عزم دوراني على الجسم فالجسم لايكون له عجلة زاوية. توجد حالات أخرى يتلاشى فيها عزم الدوران ولكن القوى لاتتلاشى، ويمكنك أن ترسم على الأقل حالتين.

(2.12) موضع مركز ثقل اللوح بالنسبة لنقطة الإرتكاز.

(3.12) معامل ينج يُعطى بالنسبة بين الإجهاد والإنفعال، وهو ميل المنحنى الذي يمثل الجزء الذي تكون فيه المادة مرنة في شكل(14.12). من قراءة الخط البياني نلاحظ أن الاجهاد الذي مقداره تقريبا 3×10^8 N/m^2 ينتج عنه انفعال مقداره 0.003 . الميل ومن ثم معامل ينج يكون مقداره 10×10^{10} N/m^2

(4.12) جزء ملحوظ من الخط البياني يمتد بعد حد المرونة مما يدل على وجود تغير دائم في الشكل. إذن المادة قابلة للسحب.



صورة محيرة

قرص صغير يسمى البندول الاهتزازي (رقاص الساعة) ... تذبذب بمعدل دقيق جداً ... يضبط حركة تروس الساعة. الساعات التي استخدمها ... أجدادنا كانت تبين الوقت ... بدقة بسبب البندول الذي بها ... العلبة الخشبية الطويلة توفر ... المسافة اللازمة للبندول ... الطويل لكي يتذبذب ويحرك ... تروس الساعة إلى الأمام ... خطوة مع كل ذبذبة من ذبذبات هذا البندول. في هذين النوعين من مقاييس الوقت ... الذبذبة التي يقوم بها البندول هي التي تتحكم في دقة عمل الساعة.

... ما هي خواص الأجسام المتذبذبة التي تجعلها مفيدة كوسائل لقياس الوقت؟

الفصل الثالث عشر 13

الحركة الترددية

Oscillatory Motion

ويتضمن هذا الفصل:

هناك نوع خاص جدا من أنواع الحركة، تحدث عندما تكون القوة المؤثرة على جسم تتناسب مع إزاحة الجسم عن وضع اتزان معين.

إذا كانت هذه القوة تتجه دائما نحو وضع الاتزان ستحدث حركة متكررة إلى الأمام وإلى الخلف حول هذا الوضع. وهذه الحركة تسمى الحركة الترددية، الحركة التوافقية، الحركة التذبذبية أو الإهتزازية. والمصطلحات الأربعة متكافئة تماما.

لعلك على علم بالعديد من أمثلة الحركة الترددية مثل تذبذب ثقل مثبت في زنبرك. تأرجح الأطفال باستخدام الأرجوحة وحركة البندول واهتزاز أوتار آلة موسيقية وترية. بالإضافة إلى هذه الأمثلة اليومية. يوجد العديد من النظم الأخرى التي تقوم بحركة ترددية، مثال ذلك الجزيئات في الأجسام الجامدة تتذبذب حول أوضاع اتزانها. الموجات الكهرمغنطيسية مثل الموجات الضوئية والردار وموجات الراديو تتميز بوجود مجال متجّه كهربائي وآخر مغنطيسي متذبذب، وفي الدوائر الكهربائية للتيار المتردد يتغير الفلط والتيار والشحنة الكهربائية دوريا مع الزمن.

المادة العلمية في هذا الباب تتعامل مع الحركة التوافقية البسيطة التي فيها يتذبذب الجسم بحيث أن وضعه يتحدد بدالة جيبية في الزمن، دون فقد في الطاقة الميكانيكية. في الأنظمة الميكانيكية الفعلية توجد قوى احتكاك تؤدي إلى تضاؤل الذبذبة. وهذه القوى سوف ندرسها في القسم الإختياري 13.6 في نهاية الباب.

1.13 الحركة التوافقية البسيطة SIMPLE HARMONIC MOTION

8.10

لو اعتبرنا منظومة تتكون من مكعب كتلته m متصل في نهاية زنبرك Spring والمكعب حر الحركة على سطح أملس غير خشن شكل (1.13) عندما يكون الزنبرك غير مشدود أو مضغوط يكون المكعب عند وضع $x = 0$ ويسمى وضع الاتزان للمنظومة. ونحن نعرف من خبرتنا أن مثل هذا النظام يتذبذب إلى الأمام وإلى الخلف من وضع الاتزان إذا حدثت له إثارة ويمكننا فهم الحركة من شكل(1.13) إذا تذكرنا أن المكعب إذا إزيح مسافة صغيرة x من وضع الاتزان، فإن الزنبرك يحدث على المكعب قوة تتناسب مع مقدار الإزاحة وتعطي بقانون هوك (أنظر القسم 3.7)

$$F_s = -kx \qquad (1.13)$$

وتسمى هذه القوة قوة الإرجاع restoring force لأنها دائما تتجه نحو وضع الاتزان ولذلك فهي عكس اتجاه الازاحة، أي أن المكعب إذا أزيح نحو اليمين من وضع $x = 0$ في شكل (1.13) عند ئذ تكون الإزاحة موجبة وقوة الإرجاع تتجه نحو اليسار. وعند ما يزاح المكعب نحو اليسار من وضع الاتزان $x = 0$ عندئذ تكون الإزاحة سالبة وقوة الإرجاع تتجه نحو اليمين.

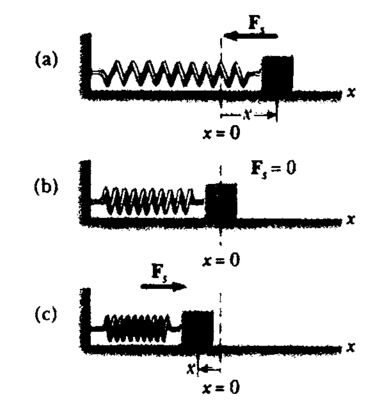
باستخدام قانون نيوتن الثاني للحركة للمكعب مع معادلة(1.13) نجد أن

$$F_s = -kx = ma$$

$$a = -\frac{k}{m}x \qquad (2.13)$$

اي أن العجلة تتناسب مع إزاحة المكعب واتجاهها عكس اتجاه الإزاحة.

والنظم التي تسلك هذا المسلك يقال أنها تقوم بحركة توافقية بسيطة. الجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة عندما تكون عجلته تتناسب مع ازاحته عن وضع الاتزان وفي الإتجاه العكسي لها. وأحد التجارب العملية التي تبين الحركة التوافقية البسيطة مبينه في شكل (2.13) وفيها تتذبذب كتلة في اتجاه رأسي بواسطة زنبرك ومثبت بتلك الكتلة قلم يرسم على شريط من الورق فبينما تتذبذب الكتلة إلى أعلى وأسفل تتحرك الورقة عموديا على اتجاه حركة الزنبرك ويرسم القلم رسما يشبه الحركة الموجية.

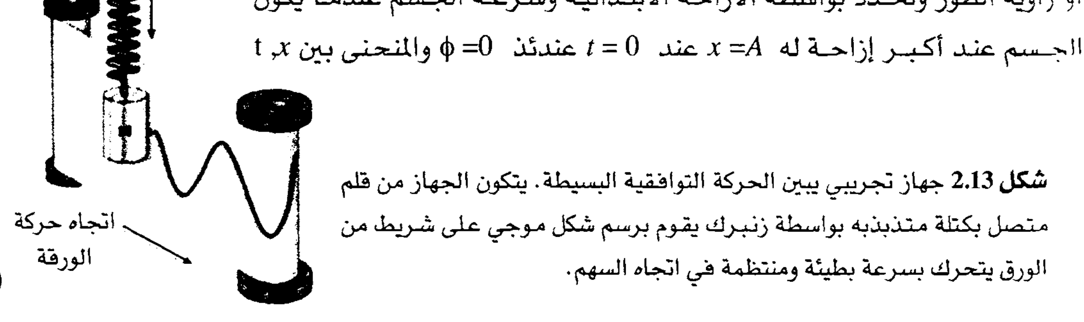


شكل (1.13) مكعب متصل بزنبرك يتحرك على سطح أملس (a) عندما يزاح المكعب إلي يمين نقطة الاتزان ($x > 0$). وتؤثر القوة المؤثرة بواسطة الزنبرك نحو الشمال(b) عندما يكون المكعب في وضع الاتزان (x=0)، تكون القوة المؤثرة بواسطة الزنبرك تساوي صفر (c) عندما يزاح المكعب نحو اليسار من وضع الاتزان($x < 0$) تؤثر القوة بواسطة الزنبرك نحو اليمين.

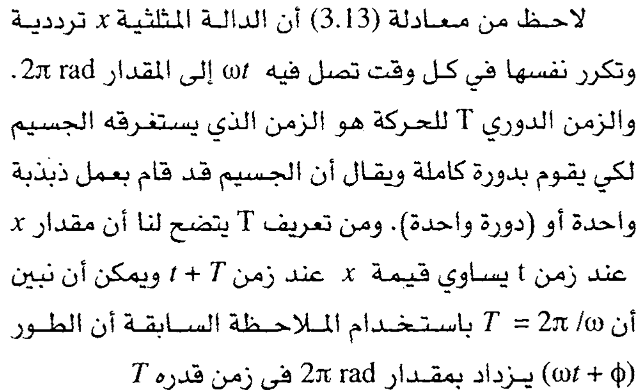
وبصفة عامة الجسم الذي يتحرك على المحور السيني يقوم بحركة توافقية بسيطة عندما تكون x وهي ازاحة الجسم عن نقطة الاتزان تتغير مع الزمن طبقا للعلاقة

$$x = A \cos(\omega t + \phi) \qquad (3.13)$$

حيث A , ω , ϕ ثوابت. لكي نعطي مفهوم فيزيائي لهذه الثوابت رسمنا x كدالة في الزمن t في شكل (13.3a) وهذا هو نفس الشكل الذي لاحظناه في التجربة المبينة في شكل (2.13) وسعة الذبذبة A الحركة هي أكبر إزاحة للجسم في أي من الاتجاهين الموجب أو السالب للازاحة x. والثابت ω يسمى التردد الزاوي للحركة ووحداته ريديان/ثانية (وسوف نناقش المعنى الهندسي المقدار ω في القسم(2.13) . والزاوية ϕ تسمى ثابت الطور Phase Constant او زاوية الطور وتحدد بواسطة الازاحة الابتدائية وسرعة الجسم عندما يكون الجسم عند أكبر إزاحة له $x = A$ عند $t = 0$ عندئذ $\phi = 0$ والمنحنى بين x, t



شكل 2.13 جهاز تجريبي يبين الحركة التوافقية البسيطة. يتكون الجهاز من قلم متصل بكتلة متذبذبه بواسطة زنبرك يقوم برسم شكل موجي على شريط من الورق يتحرك بسرعة بطيئة ومنتظمة في اتجاه السهم.



شكل(3.13) منحنى $(x-t)$ لجسيم يقوم بحركة توافقية بسيطة. سعة الذبذبة A والزمن الدوري T والثابت الطوري ϕ (b) منحنى $(x-t)$ في حالة خاصة فيها عند $t=0$ و $x=A$ ومن ثم $\phi=0$

يكون كما هو موضح في شكل (3.13) وإذا كان الجسم عند موضع آخر في الزمن $t=0$ فإن الثابتان A , ϕ يحددان لنا موضع الجسم عند زمن $t=0$ والكمية $(\omega t+\phi)$ تسمى طور الحركة وهي مفيدة عند مقارنة حركة ذبذبتين.

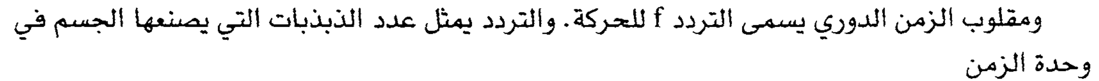
لاحظ من معادلة (3.13) أن الدالة المثلثية x ترددية وتكرر نفسها في كل وقت تصل فيه ωt إلى المقدار 2π rad. والزمن الدوري T للحركة هو الزمن الذي يستغرقه الجسيم لكي يقوم بدورة كاملة ويقال أن الجسيم قد قام بعمل ذبذبة واحدة أو (دورة واحدة). ومن تعريف T يتضح لنا أن مقدار x عند زمن t يساوي قيمة x عند زمن $t+T$ ويمكن أن نبين أن $T=2\pi/\omega$ باستخدام الملاحظة السابقة أن الطور $(\omega t+\phi)$ يزداد بمقدار 2π rad في زمن قدره T

$$\omega t+\phi+2\pi=\omega(t+T)+\phi$$

إذن $\omega t=2\pi$

أو (الزمن الدوري أو زمن الذبذبة) **(4.13)**

$$T=\frac{2\pi}{\omega}$$



ومقلوب الزمن الدوري يسمى التردد f للحركة. والتردد يمثل عدد الذبذبات التي يصنعها الجسم في وحدة الزمن

التردد **(5.13)**

$$f=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$$

ووحدات f هي دورة لكل ثانية: s^{-1} أو هرتز (Hz).

بإعادة ترتيب المعادلة (5.13) نحصل على التردد الزاوي

التردد الزاوي **(6.13)**

$$\omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$$

اختبار سريع 1.13

مامقدار ثابت الطور ϕ في معادلة (3.13) لجسم متذبذب كان عند نقطة الأصل عند الزمن $t=0$.

اختبار سريع 2.13

جسم يقوم بحركة توافقية بسيطة سعة ذبذبتها A ماهي المسافة الكلية التي يتحركها الجسم خلال دورة كاملة.

$A/2$ (a) A (b) $2A$ (c) $4A$ (d)

يمكننا أن نوجد السرعة الخطية لجسم يقوم بحركة توافقية بسيطة بتفاضل معادلة (3.13) بالنسبة للزمن.

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \qquad (7.13)$$

وعجلة الجسم هي

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \qquad (8.13)$$

وحيث ان $x = A \cos(\omega t + \phi)$ يمكننا ان نكتب معادلة (8.13) على النحو التالي

$$a = -\omega^2 x \qquad (9.13)$$

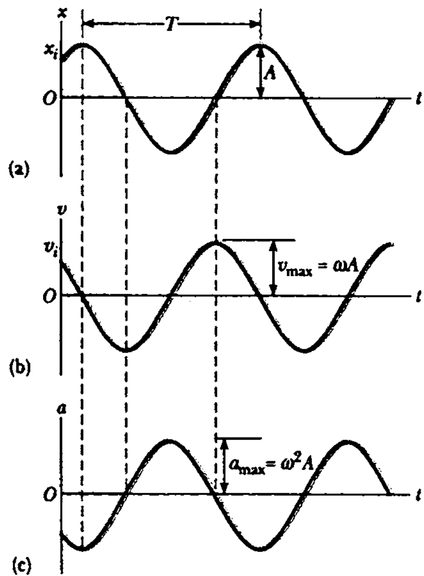
من معادلة (7.13) نجد أنه بما أن المعادلة الجيبية تتذبذب بين (±1) إذن نهايتي v هما ($\pm\omega A$) وبما أن دالة جيب التمام أيضا تتذبذب بين (±1) معادلة (8.13) تبين لنا أن القيمتين النهائيتين للعجلة α هما ($\pm\omega^2 A$). إذن السرعة القصوى ومقدار العجلة القصوى لجسم يتحرك في حركة توافقية بسيطة هما

$$v_{max} = \omega A \qquad (10.13)$$

$$a_{max} = \omega^2 A \qquad (11.13)$$

شكل (4.13a) يبين الأزاحة مع الزمن لقيمة إختيارية لثابت الطور. منحنيا السرعة والعجلة موضحان في شكل (4.13b) و (4.13c) وتلك المنحنيات تبين أن طور السرعة يختلف عن طور الإزاحة بمقدار $\pi/2$ rad أي 90°. أي أنه عندما تكون x عند نهايتها العظمى أوالصغرى تكون السرعة صفر وبالمثل عندما تكون x = صفراً تكون السرعة عند نهايتها العظمى. أضف إلى ذلك أن طور العجلة يختلف عن طور الإزاحة بمقدار π rad إي 180° أي أنه عندما تكون x عند نهايتها العظمى تكون a عند نهايتها العظمى كذلك ولكن في الإتجاه العكسي.

ثابت الطور ϕ له أهمية عندما نقارن حركة جسمين أو اكثر يقومان بحركة تذبذبية.



شكل (4.13) تمثيل للحركة التوافقية البسيطة (a) الإزاحة مع الزمن (b) السرعة مع الزمن (c) العجلة مع الزمن. لاحظ أنه في أي لحظة السرعة تختلف في الطور عن كل من الإزاحة والعجلة بمقدار 90°. والعجلة تختلف في الطور عن الإزاحة بمقدار 180°.

تخيل كرتا بندول متماثلتان تتأرجحان بجانب بعضهما في حركة توافقية بسيطة أحدهما انطلقت بعد الأخرى. لكل من كرتي البندول في هذه الحالة ثابت طور مختلف عن الآخر. سنبين الآن كيف أن ثابت الطور وسعة الذبذبة لأي جسم يتحرك حركة توافقية بسيطة يمكن تعيينها إذا عرفنا السرعة الابتدائية وموضع الجسم والتردد الزاوي لحركته.

نفرض أن عند الزمن t=0 كان الوضع الابتدائي لمتذبذب هو $x = x_i$ وسرعته الابتدائية $\upsilon = \upsilon_i$ تحت هذه الظروف معادلتي 3.13 و 7.13 يعطيان

$$x_i = A\cos\phi \qquad \textbf{(12.13)}$$

$$\upsilon_i = -\omega A\sin\phi \qquad \textbf{(13.13)}$$

وبقسمة (13.13) نحصل على: $\upsilon_i/x_i = -\omega\tan\phi$

إذن

$$\tan\phi = -\frac{\upsilon_i}{\omega x_i} \qquad \textbf{(14.13)}$$

أضف إلى ذلك أنه إذا ربعنا معادلتي (12.13) و (13.13) وقسمنا معادلة السرعة على ω^2 ثم أضفنا الحدود نحصل على المعادلة

$$x_i^2 + \left(\frac{\upsilon_i}{\omega}\right)^2 = A^2\cos^2\phi + A^2\sin^2\phi$$

بما أن $\sin^2\phi + \cos^2\phi = 1$ يمكننا حل المعادلة لإيجاد A

$$A = \sqrt{x_i^2 + \left(\frac{\upsilon_i}{\omega}\right)^2} \qquad \textbf{(15.13)}$$

خواص جسيم يتحرك حركة توافقية بسيطة على درجة كبيرة من الأهمية ويمكن تلخيصها فيما يلي.

- عجلة الجسم تتناسب مع الازاحة، ولكنها في الإتجاه العكسي. وهذا الشرط هاما وكافيا كشرط للحركة التوافقية البسيطة.
- الإزاحة من نقطة الإتزان والسرعة والعجلة كلها تتغير جيبيا مع الزمن ولكنها ليست متحدة في الطور كما في شكل (4.13).
- التردد وزمن الذبذبة لا يعتمدان على سعة الذبذبة . سوف يتضح ذلك في القسم التالي.

اختبار سريع 3.13

هل يمكن استخدام المعادلات 8.2 , 10.2 , 11.2 ,12.2 (انظر في الفصل الثاني) لكي نصف الحركة التوافقية البسيطة.

مثال 1.13 جسم يتذبذب

جسم يتذبذب بحركة توافقية بسيطة حول المحور x. ،إزاحته عن نقطة الأصل تتغير مع الزمن طبقا المعادلة.

$$x = (4.00 \text{ m}) \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

حيث t بالثواني والزوايا داخل القوس بالريديان (a) أوجد السعة والتردد والزمن الدوري للحركة.

الحل : بمقارنة هذه المعادلة بمعادلة 3.13 وهي المعادلة العامة للحركة التوافقية البسيطة $x = A \cos(\omega t + \phi)$ نجد أن $A = 4.0$ m و $\omega = \pi$ rad/s إذن $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = 0.50\text{Hz}$ و $T = 1/f = 2.0$ s

(b) احسب السرعة والعجلة للجسم عند أي لحظة t

الحل :

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -(4.00 \text{ m}) \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \frac{d}{dt}(\pi t)$$

$$= -(4.00\pi \text{ m/s}) \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -(4.00\pi \text{ m/s}) \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \frac{d}{dt}(\pi t)$$

$$= -(4.00\pi^2 \text{ m/s}^2) \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

(c) باستخدام النتائج في القسم (b) عين الموضع والسرعة والعجلة للجسم عند $t = 1.0$ s

الحل : مع ملاحظة أن الزوايا في الدوال المثلثية تكون بالرديان نجد أن عند $t = 1.0$ s.

$$x = (4.00 \text{ m}) \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = (4.00 \text{ m}) \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$= (4.00\text{m})(-0.707) = -2.83\text{m}$$

$$\upsilon = -(4.00\pi \text{ m/s}) \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -(4.00\pi \text{ m/s})(-0.707)$$

$$= 8.89 \text{ m/s}$$

$$a = -(4.00\pi^2 \text{ m/s}^2) \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$= -(4.00\pi^2 \text{ m/s}^2)(-0.707) = 27.9 \text{ m/s}^2$$

(d) احسب السرعة القصوى والعجلة القصوى للجسم.

الحل : في الصيغة العامة للسرعة υ والعجلة a الموجودة في الجزء (b) القيم العظمى لدوال الجيب وجيب التمام تكون مساوية للواحد الصحيح. إذن υ تتغير بين $\pm 4.0\ \pi$ m/s ، a تتغير بين $\pm 4.0\ \pi$ m/s^2

ومن ثم

$$v_{max} = 4.00\pi \text{ m/s} = 12.6 \text{ m/s}$$
$$a_{max} = 4.00\pi^2 \text{ m/s}^2 = 39.5 \text{ m/s}^2$$

ونحصل على نفس النتيجة $\upsilon_{max}=\omega A$, $a_{max} = \omega^2 A$ حيث $A=4.0m$, $\omega=\pi$ rad/s

(e) أوجد ازاحة الجسم بين $t=0$, $t=1.0$ s

الحل: المحور x عند $t = 0$ هو

$$x_i = (4.00 \text{ m}) \cos\left(0 + \frac{\pi}{4}\right) = (4.00 \text{ m})(0.707) = 2.83 \text{ m}$$

في الجزء (c) وجدنا أنه المحور السيني عند $t= 1.0$ s يساوي -2.83m- ومن ثم الإزاحة بين $t=0$ و $t=1.0s$ هي

$$\Delta x = x_f - x_i = -2.83 \text{ m} - 2.83 \text{ m} = -5.66 \text{ m}$$

حيث أن سرعة الجسم تتغير إشارتها خلال الثانية الأولى، مقدار Δx ليس مساويا لمقدار المسافة التي قطعت خلال الثانية الأولى. مع انقضاء الثانية الأولى يكون الجسم قد قطع مرة واحدة المسافة $x=-2.83$m ثم وصل إلى $x = -4.0$ m ثم عاد إلى $x = -2.83$ m .

تمرين: ما هو طور الحركة عند $t = 2.0$ s ؟

الإجابة: 9π /4 rad

2.13 عودة إلى منظومة المكعب والزنبرك

THE BLOCK - SPRING SYSTEM REVISITED

سنعود إلى منظومة المكعب والزنبرك شكل (5.13) سنفترض مرة ثانية أن السطح عديم الإحتكاك ومن ثم عندما يزاح المكعب من نقطة الإتزان تكون القوة الوحيدة المؤثرة عليه هي قوة الإرجاع للزنبرك restoring force. كما رأينا من معادلة 13.2 ، عندما يزاح المكعب لمسافة x من نقطة الاتزان، يكتسب عجلة $a = -\left(\frac{k}{m}\right)x$ إذا أزيح المكعب لمسافة قصوى $x = A$ في زمن إبتدائي ما ثم ترك من حالة السكون، ستكون عجلته الابتدائية في تلك اللحظة تساوي $(-\frac{k}{m}A)$ (أكبر قيمة سالبة). عندما يمر المكعب

(a) a x x=0
(b) a=0 x x=0
(c) a x x=0

شكل 5.13 مكعب كتلته m مربوط في طرف زنبرك يقوم بحركة توافقية بسيطة على سطح أملس(a) عندما يزاح المكعب إلى اليمين من وضع الاتزان تكون الازاحة موجبة و العجلة سالبة.(b) عند وضع الاتزان $x=0$ العجلة تساوي صفر أما السرعة فتكون أكبر ما يمكن (c) عندما يزاح المكعب نحو اليسار من وضع الاتزان. تكون الازاحة سالبة والعجلة موجبة.

...نقطة الاتزان $x = 0$ وعجلته تساوي صفر. عند هذه النقطة تصل سرعته للحد الأعلى. يواصل المكعب حركته نحو اليسار من نقطة الاتزان وفي النهاية يصل إلى النقطة $(x= -A)$ عند هذه النقطة تكون عجلته kA/m (الحد الأعلى الموجب) وسرعته تساوي صفر. ولذلك نجد أن المكعب يتذبذب بين النقطتين $x = \pm A$

سوف نصف الحركة الترددية بطريقة كمية. نعلم أن $a = \frac{dv}{dt}$ وتساوي $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ ومن ثم يمكن أن نعبر عن معادلة 2.13 كما يلي:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \qquad \textbf{(16.13)}$$

إذا رمزنا للنسبة k/m بالرمز ω^2 تصبح هذه المعادلة.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \qquad \textbf{(17.13)}$$

لحل المعادلة (17.13) نحتاج إلى دالة $x(t)$ التي تحقق هذه المعادلة التفاضلية من الدرجة الثانية، ونظرا لأن المعادلة (17.13) والمعادلة (9.13) متطابقتان، إذن يجب أن يكون الحل لمعادلة الحركة التوافقية البسيطة

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

ولكي نرى ذلك بوضوح نفرض أن $x = A\cos(\omega t + \phi)$. إذن

$$\frac{dx}{dt} = A\frac{d}{dt}\cos(\omega t + \phi) = -\omega A\sin(\omega t + \phi)$$

إذن

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega A\frac{d}{dt}\sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$$

بمقارنة المعادلات التي فيها x، d^2x/dt^2 نجد أن

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

وبذلك يمكن أثبات المعادلة (17.13) ومن ذلك نستنتج أنه عندما تكون القوة المؤثرة على جسم تتناسب طردياً مع الازاحة من نقطة اتزان وفي الإتجاه المضاد لها $(F=-kx)$ يتحرك الجسم حركة توافقية بسيطة.

تذكر أن الزمن الدوري لأي حركة توافقية بسيطة هو $T = 2\pi/\omega$ معادلة (4.13) وأن التردد هو مقلوب الزمن الدوري. ونعلم من معادلتي 6.13 و 7.13 أن $\omega = \sqrt{k/m}$ إذن يمكن أن نعبر عن الزمن الدوري والتردد لمنظومة المكعب والزنبرك كالآتي

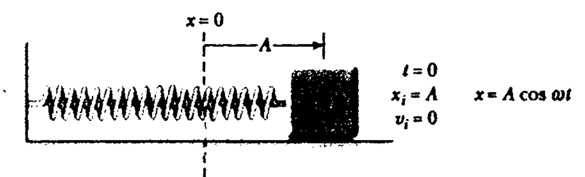
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \textbf{(18.13)}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \textbf{(19.13)}$$

أي أن الزمن الدوري والتردد يعتمدان فقط على كتلة المكعب وعلى ثابت الإرجاع للزنبرك. أضف إلى ذلك أن التردد والزمن الدوري لايعتمدان على سعة الذبذبة كما قد نتوقع والتردد يكون أكبر للزنبرك الأقوى (الذي مقدار ثابت الإرجاع k له كبير) ويقل كلما زادت الكتلة.

حالة خاصة (1)

سوف ندرس حالة خاصة، لكي تستوعب المعنى الفيزيائي للمعادلة (3.13) التي تعرِّف الحركة التوافقية البسيطة. وسوف نستخدم تلك المعادلة لكي نصف حركة المنظومة المكونة من زنبرك ومكعب. نفرض أننا قد جذبنا المكعب لمسافة A من وضع الإتزان ثم تركناه في وضع السكون، وهو مشدود عند هذا المكان كما هو مبين في شكل (6.13). الحالة الإبتدائية هي x_i=A و υ_i=0 عند الزمن t =0 إذا اعتبرنا ϕ=0 سنجد أن x=A cos ωt هو الحل. لكي نختبر هذا الحل نلاحظ أنه يحقق الشرط $x_i=A$ عند t=0 حيث cos 0=1 ومن ثم نجد أن ϕ, A يعطيان المعلومات عن الحالة الإبتدائية. الآن سنتفحص حالة السرعة والعجلة لهذه الحالة الخاصة حيث أن



شكل (6.13) منظومة من مكعب وزنبرك يبدأ من حالة السكون عند $x_i = A$ في هذه الحالة ϕ=0 و $x = A \cos \omega t$

$$x = A\cos\omega t$$

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin\omega t$$

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -\omega^2 A\cos\omega t$$

من معادلة السرعة نجد أنه بما أن sin 0 = 0 إذن $\upsilon_i = 0$ عند $t = 0$. من معادلة العجلة عند t=0 $a=-\omega^2 A$ هذه العجلة السالبة من الناحية الفيزيائية لها معنى لأن القوة المؤثرة على المكعب تكون متجهة نحو اليسار عندما تكون الأزاحة موجبة. في الواقع أنه عند أقصى إزاحة كما في شكل 13.6 $F_s=-kA$ وتتجه نحو اليسار. والعجلة الإبتدائية هي $-\omega^2 A=-kA/m$ $x = A\cos\omega t$

طريقة أخرى تبين أن $x = A \cos \omega t$ هو الحل الصحيح، يتضمن استخدام العلاقة $\tan\phi=-\upsilon_i/\omega x_i$ معادلة (14.13) حيث أن $\upsilon_i = 0$ عند t =0، $\tan\phi = 0$ ومن ثم $\phi = 0$ (ظل الزاوية π أيضاً يساوي صفر إلا أن $\phi=\pi$ تؤدي إلى قيمة خطأ للكمية x).

شكل (7.13) رسم يبين تغير السرعة والعجلة والإزاحة مع الزمن لمنظومة المكعب والزنبرك الموضح في شكل (6.13) عندما يقوم بحركة توافقية بسيطة وبحالة إبتدائية هي $t = 0$ و $x_i = A$ وυ_i =0 (حالة خاصة). نقطة البداية O' تتبع حالة 2 لمنظومة المكعب والزنبرك المبينة في شكل (8.13).

شكل (7.13) رسم للإزاحة والسرعة والعجلة مع الزمن لهذه الحالة الخاصة لاحظ أن العجلة تصل إلى اقصى قيمة $\pm\omega^2 A$ بينما الإزاحة تصل إلى أقصى قيمة$\pm A$ لأن القوة تكون أكبر ما يمكن عند هذا الوضع. أضف إلى ذلك السرعة تصل إلى قيمتها القصوى $\pm\omega A$ وكلاهما يحدث عند $x = 0$

حالة خاصة (2)

نفترض أن المكعب أكتسب سرعة ابتدائية υ_i نحو اليمين في اللحظة التي كان فيها عند وضع الاتزان، بحيث أن $x_i = 0$ و $\upsilon = \upsilon_i$ عند $t = 0$ شكل (8.13). المعادلة التي تعبر عن x لابد وأن تحقق تلك الشروط الإبتدائية .

نظرا لأن المكعب يتحرك في اتجاه x الموجب عند $t = 0$ وحيث إن $x_i = 0$ عند $t = 0$ للتعبير عن x استخدم المعادلة $x = A \sin \omega t$ باستخدام المعادلة (14.13) والظروف الأبتدائية $x_i = 0$، $t = 0$ نجد ان $\tan \phi = -\infty$ و$\phi = -\pi/2$ إذن معادلة 3.13 تصبح $\{x = A \cos(\omega t + \pi/2)\}$ ويمكن كتابتها $[x = A \sin \omega t]$ ومن معادلة 15.13 نحصل على أن $A = \upsilon_i / \omega$ إذن يمكن التعبير عن x بالمعادلة

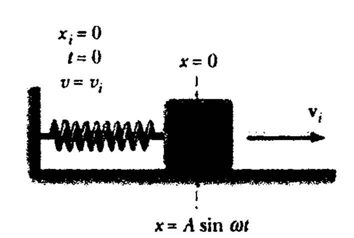
$$x = \frac{\upsilon_i}{\omega} \sin \omega t$$

والسرعة والعجلة في هذه الحالة هي

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} = \upsilon_i \cos \omega t$$

$$a = \frac{d\upsilon}{dt} = -\omega \upsilon_i \sin \omega t$$

وهذه النتائج تتفق مع الحقائق التالية(1) المكعب له سرعة قصوى دائما عند $x = 0$ و(2) القوة والعجلة يساويان صفراً عند $x = 0$ والشكل المبين لذلك هو (7.13) باتخاذ O' كنقطة أصل في هذه الحالة.



شكل (8.13) منظومة المكعب والزنبرك يبدأ حركته من وضع الاتزان عند $t = 0$ فإذا كانت سرعته الإبتدائية υ_i نحو اليمين. يتغير محور x للمكعب طبقا للمعادلة $x = (\upsilon_i/\omega)\sin \omega t$

تجربة سريعة

علق جسما من شريط مطاط ودعه يتذبذب. قس T. الآن آربط أربعة أشرطة مطاطية معا من نهاياتها. ماذا يكون k بالنسبة لهذا الشريط الطويل بالمقارنة بالشريط الواحد؟ مرة ثانية قس T لهذه المجموعة مستخدما نفس الجسم المعلق. هل يمكن تحقيق معادلة (19.13).

اختبار سريع 4.13

ما هو الحل بالنسبة للإزاحة x إذا كان المكعب يتحرك في البداية نحو اليسار كما في شكل 8.13.

مثال 2.13 لاحظ الحفر في الطريق

سيارة كتلتها 1 300 kg مصممة بحيث أن هيكلها محمل على أربع سست Springs . كل سسته لها ثابت قوة 20 000 N/m إذا كان بداخل السيارة شخصان وكتلتهما 160kg . احسب تردد الاهتزاز للسيارة بعد أن مرت على حفرة في الطريق.

الحل : سنفرض أن كتلة السيارة موزعة بانتظام إذن كل سسته تحمل ربع كتلة السيارة وحيث إن الكتلة الكلية 1460 kg إذن كل سسته تحمل 365 kg.

إذن تردد الإهزاز من المعادلة 19.13 هو

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{20\ 000\ \text{N/m}}{365\ \text{kg}}} = 1.18\ \text{Hz}$$

تمرين : ما الزمن اللازم لكي تتم السيارة اهتزازتين كاملتين

الإجابة : 1.7 s

مثال 3.13 منظومة المكعب والزنبرك

مكعب كتلته 200g مثبت في زنبرك خفيف ثابت قوته 5.0N/m وهو حر الذبذبة على منضدة عديمة الاحتكاك. أزيح المكعب بمقدار 5.0cm من وضع الاتزان ثم ترك ليتذبذب من وضع السكون كما في شكل 6.13 (a) احسب الزمن الدوري.

الحل : من معادلتي 16.13 , 17.13 نجد أن التردد الزاوي لأي منظومة من مكعب وزنبرك هي

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5.00\ \text{N/m}}{200 \times 10^{-3}\ \text{kg}}} = 5.00\ \text{rad/s}$$

والزمن الدوري

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5.00\ \text{rad/s}} = 1.26\ \text{s}$$

(b) احسب أقصى سرعة للمكعب

الحل : تستخدم معادلة 10.13

$$\upsilon_{mex} = \omega A = (5.0\ \text{rad/s})\ (5.0 \times 10^{-2}\text{m}) = 0.25\ \text{m/s}$$

(c) ما هي أقصى عجلة للمكعب؟

الحل: نستخدم المعادلة 13.11

$$a_{max} = \omega^2 A = (5.0 \text{ rad/s})^2 (5.0 \times 10^{-2} \text{m}) = 1.25 \text{ m/s}^2$$

(d) عبر عن الازاحة والسرعة والعجلة كدوال في الزمن.

الحل:: هذا الوضع يتبع الحالة الخاصة (1) حيث يكون الحل هو $x = A \cos \omega t$ باستخدام هذه المعادلة والنتائج التي حصلنا عليهافي (a) , (b) , (c) نجد أن

$$x = A \cos \omega t = (0.05\text{m}) \cos 5.0t$$

$$\upsilon = \omega A \sin \omega t = -(0.250 \text{ m/s}) \sin 5.0t$$

$$a = \omega^2 A \cos \omega t = -(1.25\text{m/s}^2) \cos 5.0t$$

3.13 طاقة المتذبذب التوافقي البسيط:
ENERGY OF THE SIMPLE HARMONIC OSCILLATOR

سوف ندرس الطاقة المكيكانيكية لمنظومة المكعب والزنبرك الموضح في شكل (6.13) ، لأن السطح أملس نتوقع أن الطاقة الميكانيكية الكلية تكون ثابتة كما هو مبين في الباب الثامن. يمكن استخدام المعادلة 13.7 لتعبر عن طاقة الحركة كما يلي.

$$K = \frac{1}{2} m\upsilon^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \quad (20.13)$$ (وهي طاقة الحركة للمتذبذب)

طاقة الوضع للمرونة المختزنة في الزنبرك لأي استطالة x تعطى بالمعادلة $\frac{1}{2} kx^2$ (معادلة 4.8) وباستخدام المعادلة 3.13 نحصل على المعادلة(21.13)

$$U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \phi) \quad (21.13)$$ (وهي معادلة طاقة الوضع للمتذبذب)

نلاحظ أن K ، U دائما قيما موجبة لأن $\omega^2 = k/m$. يمكننا أن نعبر عن الطاقة الميكانيكية الكلية للمتذبذب التوافقي البسيط كالآتي:

$$E = K + U = \frac{1}{2} kA^2\left[\sin^2(\omega t + \phi) + \cos^2(\omega t + \phi)\right]$$

وحيث أن $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ نجد أن الكمية داخل القوس المربع تساوي واحد وتصبح المعادلة كالآتي:

$$E = \frac{1}{2} kA^2 \quad (22.13)$$ وهي الطاقة الكلية للمتذبذب

أي أن الطاقة الكلية للمتذبذب التوافقي البسيط تعتبر أحد ثوابت الحركة وتتناسب مع مربع السعة. لاحظ أن مقدار U يكون صغيرا عندما يكون K كبيرا والعكس بالعكس لأن المجموع يجب أن يكون

مقداراً ثابتاً. في الواقع أن الطاقة المكانيكية الكلية تساوي الحد الأقصى لطاقة الوضع المخزونة في الزنبرك عند $x = \pm A$ لأن $v = 0$ عند هذا الوضع ومن ثم لا توجد طاقة حركة. عند وضع الاتزان حيث $U = 0$ لأن $x = 0$ تكون الطاقة الكلية على شكل طاقة حركة وتساوي $\frac{1}{2}kA^2$ أي أن

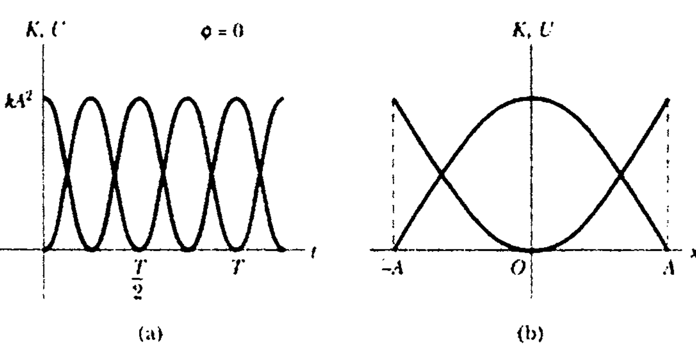
$$E = \frac{1}{2}mv^2_{max} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}m\frac{k}{m}A^2 = \frac{1}{2}kA^2 \quad (\text{at } x = 0)$$

لورسمنا طاقة الحركة وطاقة الوضع مع الزمن في شكل (9.13a)حيث أخذنا $\phi=0$. كما ذكرنا U , K دائما قيم موجبة ومجموعهما في أي لاحظة مقدار ثابت ويساوي $\frac{1}{2}kA^2$ وهي الطاقة الكلية للمنظومة. تغير K , U مع الازاحة x للمكعب موضحه في شكل (9.13b). الطاقة تتحول دائما بين طاقة وضع مخزونة في الزنبرك وطاقة حركة للمكعب.

شكل (10.13) يوضح وضع السرعة والعجلة وطاقة الحركة وطاقة الوضع للمكعب والزنبرك لدورة كاملة. وجميع الأفكار التي سبق دراستها حتى الآن مذكورة في هذا الشكل الهام. أخيرا يمكننا أن نستخدم مبدأ حفظ الطاقة لنحصل على السرعة لأي إزاحة اختيارية بتقدير كمية الحركة الكلية عند وضع اختياري x كما يلي

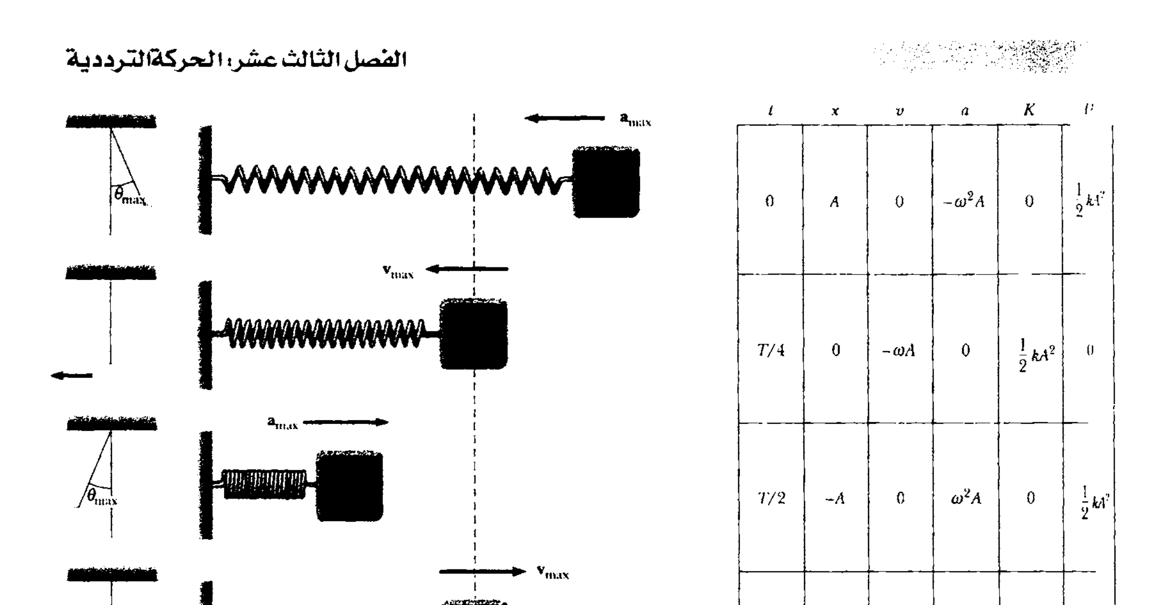
$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} \qquad \textbf{(23.13)}$$



شكل (9.13) (a) طاقة الحركة وطاقة الوضع مع الزمن لمتذبذب توافقي بسيط فيه $\phi=0$ (b) طاقة الحركة وطاقة الوضع مع الإزاحة لمتذبذب توافقي بسيط. وفي الحالتين $K+U$ = constsnt

عند فحص معادلة 23.13 لنرى ما إذا كانت تتفق مع الحالات المعروفة نجد أنها تتفق مع الحقيقة أن السرعة تكون أعلى ما يمكن عند $x = 0$ وتكون صفراً عند نقطة التحول أي عند $x = \pm A$

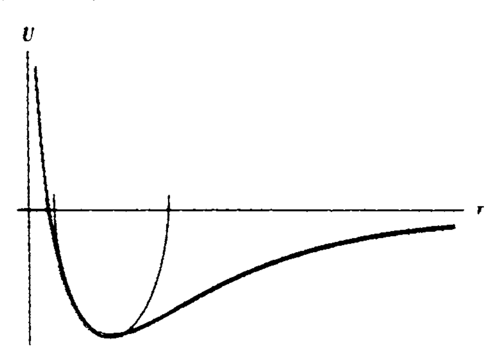


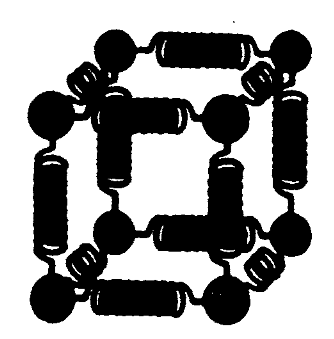
t	x	v	a	K	U
0	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$T/4$	0	$-\omega A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
$T/2$	$-A$	0	$\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$3T/4$	0	ωA	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
T	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$

شكل (10.13) الحركة التوافقية البسيطة لمنظومة المكعب والزنبرك وعلاقته بحركة البندول البسيط. البارمترات بالجدول تشير إلى منظومة المكعب- الزنبرك بفرض أن $x=A$, $t=0$ ومن ثم $x = A\cos\omega t$ (أنظر الحالة الخاصة I)

قد تتساءل لماذا نبذل كل هذا الجهد في دراسة الحركة التوافقية. إننا نهتم بذلك لأنها نموذج جيد للعديد من الظواهر الفيزيائية.

فمثلا نتذكر جهد لينارد- جونز الذي درس في المثال (11.8) تلك الدالة المعقدة تصف القوى التي تمسك بالذرات معا. شكل (11.13a) يبين أنه للإزاحات الصغيرة من وضع الاتزان منحنى طاقة الوضع لهذه الدالة يقترب من شكل القطع المكافئ، الذي يمثل دالة طاقة الوضع للمتذبذب التوافقي البسيط. إذن يمكننا أن نمثل قوى الربط الذرية المعقدة بزنبركات دقيقة كما في شكل (11.13b). والأفكار التي وردت في هذا الباب لاتفسر الظواهر التي سبق ذكرها فحسب بل تفسر كذلك العديد من الظواهر الفيزيائية التي سترد في هذا الكتاب مثل أشعة الليزر وغير ذلك.





شكل (11.13) (a) إذا لم تتحرك الذرات داخل الجزئ بعيدا عن موضع الاتزان فإن شكل العلاقة بين طاقة الوضع والمسافة الفاصلة بين الذرات يشبه شكل العلاقة بين طاقة الوضع مع المكان للمتذبذب التوافقي البسيط. (b) زنبركات ...رة تمثل القوى التي تمسك بالذرات معا داخل الجزيئات.

مثال 4.13 التذبذب على سطح أفقي

مكعب كتلته 0.50 kg متصل بزنبرك خفيف ثابت القوة له 20.0 N/m يتذبذب على سطح أفقي أملس (a) احسب الطاقة الكلية للمنظومة والسرعة القصوى للمكعب. إذا كانت سعة الذبذبة 3.0 cm.

الحل: باستخدام معادلة 22.13 نجد أن

$$E = K + U = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(20.0\ \text{N/m})(3.00 \times 10^{-2}\text{m})^2$$
$$= 9.00 \times 10^{-3}\text{J}$$

عندما يكون المكعب عند الوضع $x = 0$ نعلم أن $U = 0$ و $E = \frac{1}{2}mv^2_{max}$ إذن

$$\frac{1}{2}mv^2_{max} = 9.00 \times 10^{-3}\text{J}$$

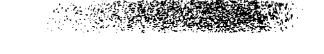
$$v_{max} = \sqrt{\frac{18.0 \times 10^{-3}\text{J}}{0.500\ \text{kg}}} = 0.190\ \text{m/s}$$

(b) ما هي سرعة المكعب عندما تكون الازاحة 2.0 cm

الحل: نستخدم المعادلة 23.13 مباشرة

$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)}$$
$$= \pm\sqrt{\frac{20.0\ \text{N/m}}{0.500\ \text{kg}}[(0.030\,0\ \text{m})^2 - (0.020\,0\ \text{m})^2]}$$
$$= \pm\ 0.141\ \text{m/s}$$

الإشارتان الموجبة والسالبة تبين أن المكعب يمكن أن يكون متحركا نحو اليمين ونحو اليسار في تلك اللحظة.



(c) احسب طاقة الحركة وطاقة الوضع للمنظومة عندما تكون الإزاحة 2.0 cm

الحل : باستخدام النتيجة التي حصلنا عليها في b نجد أن

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} (0.500 \text{ kg}) (0.141 \text{ m/s})^2 = 5.00 \times 10^{-3} \text{ J}$$

$$U = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} (20.0 \text{ N/m}) (0.020\,0 \text{ m})^2 = 4.00 \times 10^{-3} \text{ J}$$

لاحظ أن $K + U = E$

تمرين: عند أي قيمة للإزاحة x تكون سرعة المكعب 0.10 m/s ؟

الإجابة: (± 2.55 cm).

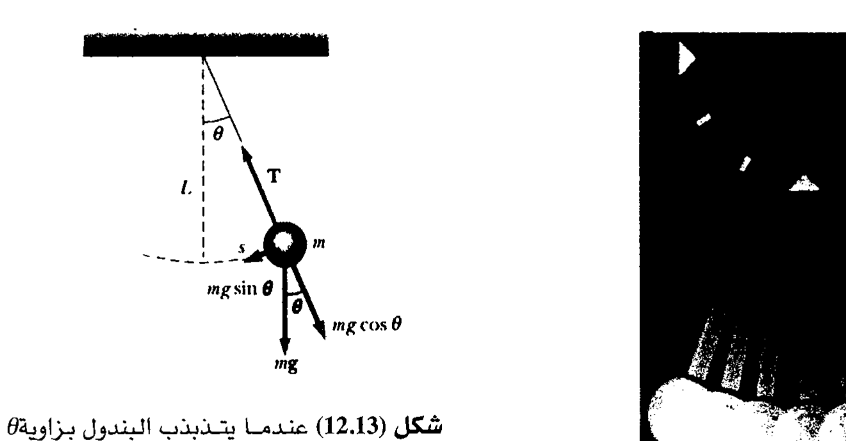
4.13 البندول THE PENDULUM



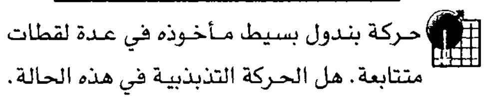
(a) البندول البسيط

8.11
8.12
البندول البسيط هو نظام ميكانيكي آخر يقوم بحركة دورية. وهو يتكون من ثقل كتلته m معلق بخيط خفيف طوله L مثبت من طرفه العلوي كما في شكل (12.13). والحركة تتم في المستوى الرأسي بفعل قوى الجاذبية.

وسوف نبين أنه لو اعتبرنا أن الزاوية θ صغيرة (أقل من $10°$) فإن الحركة تكون حركة توافقية بسيطة.



شكل (12.13) عندما يتذبذب البندول بزاوية θ صغيرة فإن حركته تكون توافقية بسيطة حول موضع اتزان $\theta = 0$. قوة الإرجاع $mg \sin \theta$ وقوة الجاذبية تكون مماسية للقوس.



حركة بندول بسيط مأخوذه في عدة لقطات متتابعة. هل الحركة التذبذبية في هذه الحالة حركة توافقية بسيطة؟

والقوى المؤثرة على الثقل هي القوة T التي يحدثها الخيط وقوة الجاذبية mg والمركبة المماسية لقوة الجاذبية $mg \sin \theta$ تعمل دائما في اتجاه $\theta = 0$ عكس الإزاحة. إذن القوة المماسية هي قوة الإرجاع. ويمكن أن نستخدم قانون نيوتن الثاني للحركة في الإتجاه المماسي

$$\sum F_t = -mg \sin \theta = m\frac{d^2s}{dt^2}$$

حيث s هو إزاحة الثقل مقاسا على طول القوس والإشارة السالبة تبين أن القوة المماسية تعمل نحو وضع الإتزان (في الإتجاه العمودي). لأن $s = L\theta$ (معادلة 1.10a) ومقدار L ثابت. هذه المعادلة تؤدي إلى

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin \theta$$

والجانب الأيمن يتناسب مع $\sin \theta$ وليس مع θ. إذن مع وجود $\sin \theta$ لانتوقع حركة توافقية بسيطة لأن هذه العلاقة ليست على هيئة المعادلة (17.13). إلا أننا لو افترضنا أن θ زاوية صغيرة يمكن أن نستخدم التقريب $\sin \theta \approx \theta$ أذن معادلة الحركة للبندول البسيط تصبح

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \theta \qquad \textbf{(24.13)}$$

معادلة الحركة للبندول البسيط

وهذه العلاقة تشبه العلاقة (17.13) ومنها نستنتج أن الحركة بالنسبة للسعة الصغيرة هي توافقية بسيطة إذن θ يمكن كتابتها

$$\theta = \theta_{max} \cos(\omega t + \phi)$$

حيث θ_{max} هي النهاية العظمى للإزاحة الزاوية والتردد الزاويω هو

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \qquad \textbf{(25.13)}$$

التردد الزاوي لحركة البندول البسيط

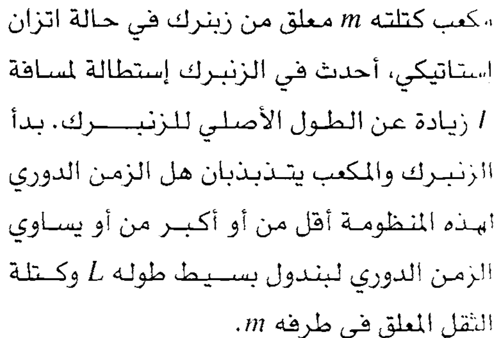
والزمن الدوري للحركة

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \textbf{(26.13)}$$

الزمن الدوري لحركة البندول البسيط

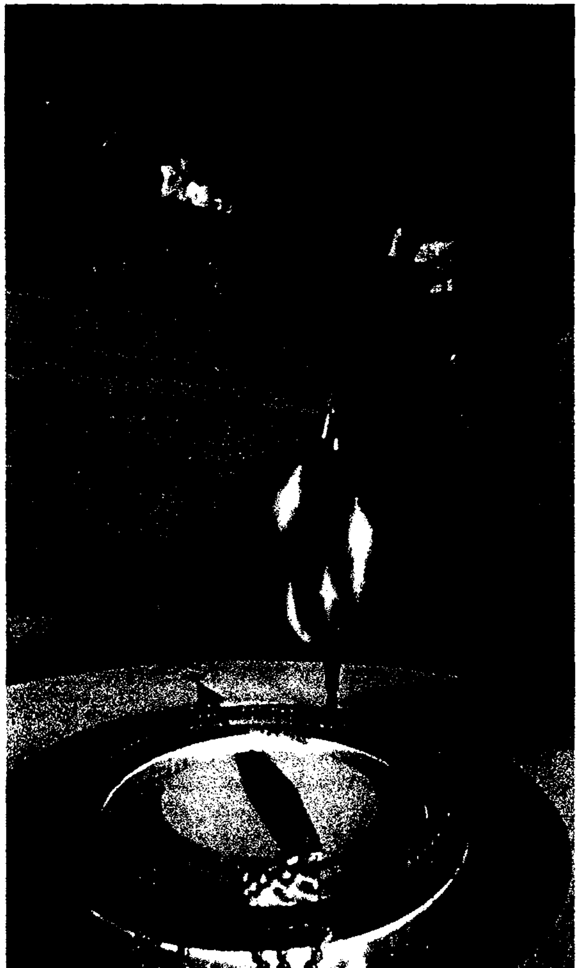
بمعنى آخر، الزمن الدوري والتردد للبندول البسيط يعتمدان فقط على طول الخيط وعجلة الجاذبية الأرضية. وحيث إن الزمن الدوري لايعتمد على الكتلة نستنتج أن أي بندول بسيط له نفس الطول وفي نفس المكان (بحيث تكون g مقدار ثابت) يتذبذب بنفس الزمن الدوري. والتشابه بين حركة البندول البسيط ومنظومة المكعب والزنبرك موضحة في شكل (10.13).

والبندول البسيط يمكن استخدامه كساعة تبين الوقت لأن زمنه الدوري يتوقف فقط على طوله وعجلة الجاذبية الأرضية (g) في هذه البقعة وهو كذلك وسيلة ملائمة لعمل قياسات دقيقة لسقوط الأجسام تحت تأثير عجلة الجاذبية. وهذه القياسات على درجة كبيرة من الأهمية لأن التغيرات المحلية في مقدار g يمكن أن تعطي معلومات عن أماكن تواجدُ البترول وخامات أخرى ذات أهمية اقتصادية.



اختبار سريع 5.13

مكعب كتلته m معلق من زنبرك في حالة اتزان استاتيكي، أحدث في الزنبرك إستطالة لمسافة l زيادة عن الطول الأصلي للزنبرك. بدأ الزنبرك والمكعب يتذبذبان هل الزمن الدوري لهذه المنظومة أقل من أو أكبر من أو يساوي الزمن الدوري لبندول بسيط طوله L وكتلة الثقل المعلق في طرفه m.



بندول فوكولت Foucault في معهد فرانكلين في فيلادلفيا. وهذا البندول استخدمه جين فوكولت Jean Foucault العالم الفرنسي لكي يثبت عمليا دوران الأرض. فعندما يتذبذب البندول، المستوى الرأسي الذي يتذبذب فيه يبدو وكأنه يدور حيث أن الثقل في نهاية البندول يخبط العلامات الموضوعة في دائرة على الأرض بالترتيب. في الواقع أن مستوى التذبذب ثابت في الفراغ. والأرض تدور تحت البندول المتذبذب بحيث أن العلامات تتخذ أماكن تجعل البندول يصطدم بها الواحدة بعد الأخرى.

مثال 5.13 العلاقة بين الزمن والطول.

كريستيان هيجنز (1629 - 1695) أشهر صانع ساعات، اقترح أن تكون وحدة الأطوال الدولية معرفة على أساس طول بندول بسيط زمنه الدوري ثانية واحدة بالضبط. ما مقدار النقص في وحدة الأطوال الحالية لوكان اقتراح هينجز قد نفذ.

الحل : بحل معادلة (26.13) بالنسبة للطول نحصل على الآتي:

$$L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(1\text{ s})^2(9.80\text{ m/s}^2)}{4\pi^2} = 0.248\text{ m}$$

أي أن طول وحدة الأطوال ستكون أقل من ربع وحدة الأطوال الحالية وهي المتر. لاحظ أن عدد الأعداد المعنوية يتحدد بدرجة الدقة في معرفة عجلة الجاذبية g لأن الزمن حدد على أنه ثانية واحدة بالضبط.

البندول الفيزيائي Physical Pendulum

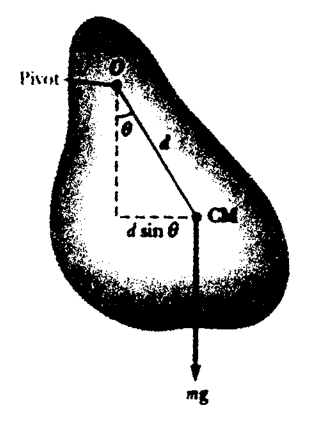
إذا كان جسم معلق يتذبذب حول محور لا يمر بمركز كتلته والجسم لايمكن تقريبه ليعتبر مجرد ثقل صغير فلايمكننا معاملة هذا النظام كبندول بسيط. في هذه الحالة تسمى هذه المنظومة بندول فيزيائي.

نفترض جسما جامدا معلق من نقطة O على مسافة d من مركز الكتلة شكل (13.13). قوة الجاذبية تمده بعزم دوران حول محور يمر بالنقطة O ومقدار عزم الدوران الناتج هو $mgd \sin \theta$ حيث θ كما في شكل (13.13). وباستخدام قانون الحركة $\sum \tau = I\alpha$ حيث I هو عزم القصور الذاتي حول المحور المار بالنقطة O نجد أن

$$-mgd \sin \theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

والإشارة السالبة تبين أن عزم الدوران حول O يعمل على انقاص θ أي أن قوة الجاذبية تعمل كعزم دوران إرجاع. وبما أن هذه المعادلة تعطينا عجلة زاوية $d^2\theta/dt^2$ للجسم المعلق، يمكننا اعتبار أنها معادلة حركة لهذا النظام فإذا فرضنا أن الزاوية θ صغيرة يمكن تقريب $\sin \theta \approx \theta$ ومعادلة الحركة تختزل كما يلي:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\left(\frac{mgd}{I}\right)\theta = -\omega^2\theta \qquad (27.13)$$



شكل (13.13) بندول فيزيائي

وحيث إن هذه المعادلة شبيهة بمعادلة 17.13

إذن الحركة توافقية بسيطة. أي أن حل المعادلة (27.13) هو $\theta = \theta_{max} \cos(\omega t + \phi)$

حيث θ_{max} هي الحد الأقصى للإزاحة الزاوية

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

والزمن الدوري للبندول الفيزيائي

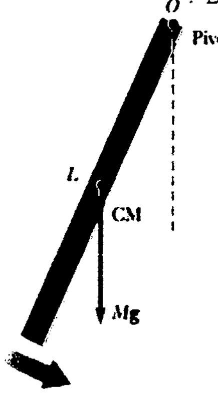
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \qquad (28.13)$$

ويمكن استخدام تلك النتيجة لقياس عزم القصور الذاتي لجسم جامد منبسط. إذا كان وضع مركز الكتلة ومن ثم مقدار d معروفان، ولإيجاد عزم القصور الذاتي يقاس الزمن الدوري. لاحظ أن معادلة (28.13) تختزل إلى الزمن الدوري للبندول البسيط معادلة 13.26 عندما يكون $I = md^2$ أي عندما تكون الكتلة كلها مركزه عند مركز الكتلة.

مثال 6.13 القضيب المتأرجح

قضيب منتظم كتلته M وطوله L معلق من أحد طرفيه ويتذبذب وسعة ذبذبته صغيرة كما في شكل (14.13) احسب الزمن الدوري للذبذبة.

الحل: في الباب العاشر وجدنا أن عزم القصور الذاتي لقضيب منتظم حول محور عند أحد طرفيه يساوي $\frac{1}{3}ML^2$ والمسافة d من نقطة التعليق إلى مركز كتلته تساوي $\frac{L}{2}$ بإحلال تلك الكميات في معادلة (28.13) نحصل على ما يلي



شكل (14.13) قضيب مصمت يتذبذب حول محور عند أحد أطرافه. هو بندول فيزيائي فيه $d= L/2$ ومن جدول 10.2 $I=\frac{1}{3}ML^2$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}ML^2}{mg\frac{L}{2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

تعليق: عند الهبوط على سطح القمر كان مع أحد رواد الفضاء وهو يمشي على سطح القمر حزام معلق من سترة الفضاء والحزام أخذ يتذبذب كأنه بندول فيزيائي، أحد العلماء على الأرض لاحظ ذلك في التليفزيون واستخدمه لحساب عجلة الجاذبية على سطح القمر. كيف استطاع هذا العالم أن يجري تلك الحسابات.

تمرين: احسب الزمن الدوري لقضيب طوله متر معلق من أحد طرفيه ويتذبذب في مستوى رأسي

الجواب: 1.65 s

بندول الإلتواء Torsional Penduldm



شكل (16.13) عجلة الميزان في هذه الساعة القديمة عبارة عن بندول إلتواء. وتنظم الميكانيزم الذي يبين الوقت.

شكل (15.13) بندول التواء يتكون من جسم جامد معلق من سلك ومثبت جيداً. والجسم يتذبذب حول الخط OP بزاوية (سعة الذبذبة) θ_{max}

شكل (15.13) جسم جامد معلق بسلك مثبت في حامل. عندما يلتوي الجسم بزاوية صغيرة θ يؤثر السلك الملتوي على الجسم بعزم دوران إرجاعي يتناسب مع الإزاحة الزاوية أي أن

$$\tau = -\kappa\theta$$

حيث κ (kappa) تسمي ثابت الإلتواء للسلك ويمكن معرفة مقدار κ باستخدم عزم دوران معلوم للى السلك بزاوية يمكن قياسها θ وباستخدام قانون نيوتن الثاني للحركة الدورانية نجد أن

$$\tau = -\kappa\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{\kappa}{I}\theta \qquad (29.13)$$

وهذه معادلة متذبذب بسيط ω له تساوي $\omega = \sqrt{\kappa / I}$ والزمن الدوري

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}} \qquad (30.13)$$

الزمن الدوري لبندول الإلتواء

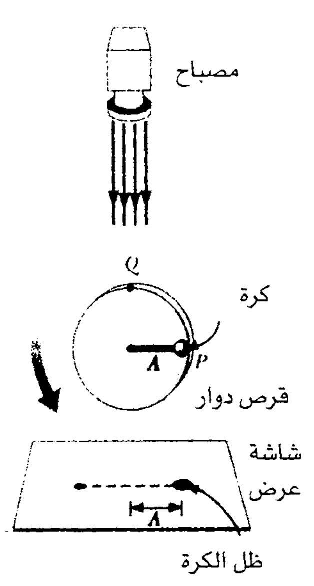
وهذا النظام يسمى بندول إلتواء. ولا يوجد إحتياطات لجعل θ صغيرة في هذه الحالة طالما أننا لم نتجاوز حد المرونة للسلك.

شكل (16.13) يبين عجلة الميزان لساعة تتذبذب كبندول إلتواء وتستمد طاقتها من الزنبرك الرئيسي للساعة.

5.13 مقارنة بين الحركة التوافقية البسيطة والحركة الدورانية المنتظمة

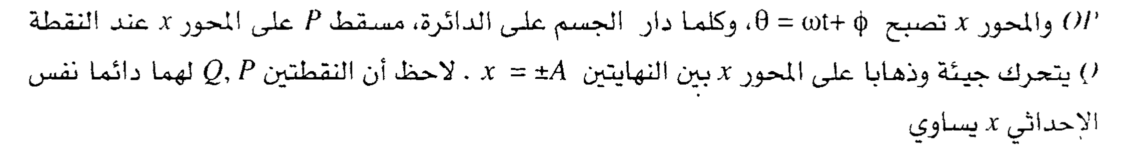
COMPARING SIMPLE HARMONIC MOITION WITH UNIFORM CIRCULAR MOITION

8.8 يمكننا أن نتفهم ونستوعب العديد من الحقائق عن الحركة التوافقية البسيطة إذا درسنا علاقتها بالحركة الدائرية شكل (17.13) يبين مسقط لتجربة عملية تبين هذه العلاقة. كرة مثبته على حافة قرص دوار نصف قطره A مضاء من الجانب بواسطة مصباح. الكرة تسقط ظلا على شاشة عرض. سنجد أنه كلما دار القرص الدوار بسرعة زاوية منتظمة يتحرك ظل الكرة إلى الأمام وإلى الخلف في حركة توافقية بسيطة.



شكل (17.13) تجربة تبين العلاقة بين الحركة التوافقية البسيطة والحركة الدائرية. فبينما تدور الكرة على القرص الدوار بسرعة زاوية منتظمة،ظل الكرة على شاشة العرض يتحرك إلى الأمام والخلف في حركة توافقية بسيطة.

نفترض أن جسما موضوعا عند P على محيط دائرة نصف قطرها A كما هو موضح في الشكل (18.13a) والخط OP يصنع زاوية ϕ مع المحور x عند $t = 0$. تسمى هذه الدائرة، الدائرة المرجعية لمقارنة الحركة التوافقية البسيطة مع الحركة الدائرية المنتظمة، ونأخذ وضع P عند $t = 0$ كنقطة أصل أو النقطة المرجعية.إذا تحرك الجسم على دائرة بسرعة زاوية منتظمة ω حتى يصنع OP زاوية θ مع المحور x كما هو مبين في شكل (18.13b) عندئذ عند زمن ما $t > 0$ الزاوية بين



OP والمحور x تصبح $\theta = \omega t + \phi$، وكلما دار الجسم على الدائرة، مسقط P على المحور x عند النقطة Q يتحرك جيئة وذهابا على المحور x بين النهايتين $x = \pm A$. لاحظ أن النقطتين Q, P لهما دائما نفس الإحداثي x يساوي

$$x = A \text{ cas}(\omega t + \phi) \qquad \textbf{(31.13)}$$

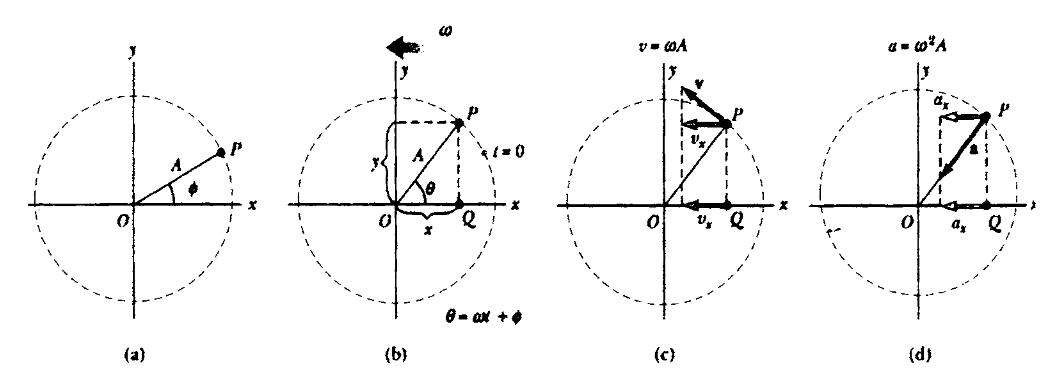
وهذه العلاقة تبين أن النقطة Q تتحرك حركة توافقية بسيطة على المحور x ومن ثم نستنتج أن:

الحركة التوافقية البسيطة في خط مستقيم يمكن تمثيلها بمسقط حركة دائرية منتظمة على طول قطر دائرة مرجعية

ويمكننا أن نصل إلى نفس النتيجة من شكل (18.13b) مسقط P على المحور y أيضا يصنع حركة توافقية بسيطة. ومن ثم الحركة الدائرية المنتظمة يمكن اعتبارها إتحاد بين حركتين توافقيتين بسيطتين احداهما على طول المحور x والأخرى على طول المحور y . وبينهما زاوية طور مقدارها 90°

وهذا التفسير يبين أن زمن دورة كاملة للنقطة P على الدائرة المرجعية يساوي الزمن الدوري T للحركة التوافقية البسيطة بين $x = \pm A$ أي أن السرعة الزاوية ω للنقطة P تساوي التردد الزاويω للحركة التوافقية البسيطة على امتداد المحور x (وهذا هو السبب في أننا نستخدم نفس الرمز) وثابت الطور ϕ للحركة التوافقية البسيطة يناظر الزاوية الإبتدائية التي يصنعها OP مع المحور x .ونصف القطر A للدائرة المرجعية يساوي سعة الذبذبة للحركة التوافقية البسيطة.

حيث إن العلاقة بين السرعة الزاوية والخطية للحركة الدائرية هي $\upsilon = r\omega$ (راجع معادلة 10.10). الجسم الذي يتحرك على دائرة مرجعية نصف قطرها A له سرعة مقدارها ωA. من الشكل الهندسي



شكل (18.13) العلاقة بين الحركة الدائرية المنتظمة لنقطةP و الحركة التوافقية البسيطة للنقطة Q. جسيم عند النقطة P يتحرك في دائرة نصف قطرها A بسرعة زاوية ثابته (a)ω دائرة مرجعية تبين وضع P عند$t=0$ (b) الإحداثيان x للنقطتين Q,P متساويان ويتغيران مع الزمن بحيث $x = A\cos(\omega t+\phi)$ (c) المركبة x لسرعة النقطةP تساوي سرعة النقطة Q (d) المركبة(x) لعجلة النقطة P تساوي عجلة النقطةQ.

في شكل (18.13c) نجد أن المركبة x لهذه السرعة هي $[-\omega A\ \sin(\omega t + \phi)]$. من التعريف، النقطةQ لها سرعة تساوي dx/dt. بتفاضل المعادلة (31.13) بالنسبة للزمن نجد أن سرعة النقطة Q هي نفسها المركبة x لسرعة النقطة P.

العجلة للنقطة P على الدائرة المرجعية تتجه قطريا نحو الداخل نحو O ومقدارها $\upsilon^2 / A = \omega^2 A$. من الشكل الهندسي لشكل 18.13d نجد أن المركبة x لهذه العجلة هي $[-\omega^2 A\ \cos(\omega t + \phi)]$. وهذا المقدار هو نفسه عجلة النقطة Q على المحور x. ويمكن إثبات ذلك بأخذ المشتقة الثانية لمعادلة (31.13).

مثال 7.13 الحركة الدائرية بسرعة زاوية ثابتة

جسم يدور عكس عقارب الساعة في دائرة نصف قطرها 3.0 m بسرعة زاوية ثابتة مقدارها 8.0 rad/s عند $t = 0$ يكون الإحداثي x للجسم 2.0m ويتحرك نحو اليمين. (a) عين الإحداثيx كدالة في الزمن.

الحل : نظرا لأن سعة حركة الجسم تساوي نصف قطر الدائرة و$\omega = 8.0$ rad/s إذن

$$x = A\ \cos(\omega t + \phi) = (3.00\text{m})\cos(8.00t + \phi)$$

يمكن أن نحدد مقدار ϕ من الظروف الابتدائية للجسم وهي $x = 2.00$ m عند $t = 0$

$$2.00\text{ m} = (3.00\text{ m})\cos(0+\phi)$$

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{2.00\text{ m}}{3.00\text{ m}}\right)$$

إذا أخذنا مقدار ϕ يساوي $48.2°$ إذن الإحداثي x

$$x = (3.00\text{ m})\cos(8.00t + 48.2°)$$

وسوف تقل قيمة x عند أخذ $t = 0$ أي أن الجسم يتحرك نحو اليسار. حيث أن الجسم يدور في البداية نحو اليمين يجب أن نختار مقدار $\phi = -48.2°$ وهو يساوي [-0.841 rad] إذن الإحدثي x كدالة في الزمن هو

$$x = (3.00\text{ m})\cos(8.00t - 0.841)$$

لاحظ أن ϕ في دالة جيب التمام لابد وأن تكون بالريديان

(b) أوجد المركبةX لسرعة الجسم والعجلة عند أي وقت t

الحل :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (-3.00\text{ m})(8.00\text{ rad/s})\sin(8.00t - 0.841)$$
$$= -(24.0\text{ m/s})\sin(8.00t - 0.841)$$
$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = (-24.0\text{ m/s})(8.00\text{ rad/s})\cos(8.00t - 0.841)$$
$$= -(192\text{ m/s}^2)\cos(8.00t - 0.841)$$

من هذه النتائج نستنتج أن v_{max}=24.0 m/s

العجلة a_{max}=192 m/s^2. لاحظ أن تلك النتائج تساوي كذلك السرعة المماسية ωA والعجلة المركزية $\omega^2 A$.

(قسم اختياري)

6.13 الذبذبات المتضائلة أو المخمدة DAMPED OSCILLATION

الحركة التذبذبية كما درسناها حتى الآن لنظم مثالية. أي نظم تتذبذب باستمرار تحت تأثير قوى الإرجاع الخطية. وفي النظم الحقيقية توجد قوى معوقة مثل الإحتكاك تعوق الحركة، ومن ثم تتناقص الطاقة الميكانيكية مع الزمن، ويقال أن الحركة متضائلة damped. إحدى القوى المعوقة ما سبق أن ذكرناها في قسم (4.6) حيث القوة تتناسب مع سرعة الجسم المتحرك وتعمل في الإتجاه العكسي لاتجاه الحركة وهذه القوة المعوقة تلاحظ عادة عندما يكون الجسم يتحرك في الهواء مثلا. حيث إن القوة المعوقة يمكن التعبير عنها بالرمز $\mathbf{R} = -b\mathbf{v}$ حيث b مقدار ثابت يسمى معامل التضاؤل. وقوى الإرجاع للنظام هي $-kx$ يمكن كتابة قانون نيوتن الثاني كما يلي

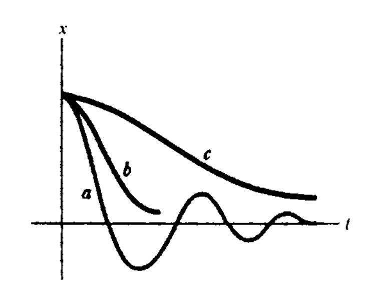
$$\sum F_x = -kx - bv = ma_x$$
$$-kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (32.13)$$

ولحل هذه المعادلات سنحتاج لبعض المعالجات الرياضية التي قد تكون غير معلومة لك، ولذلك سنعطي النتيجة دون إثبات. عندما تكون القوة المعوقة صغيرة بالمقارنة بالحد الأقصى لقوة الإرجاع أي عندما تكون b صغيرة حل معادلة 32.13 تصبح

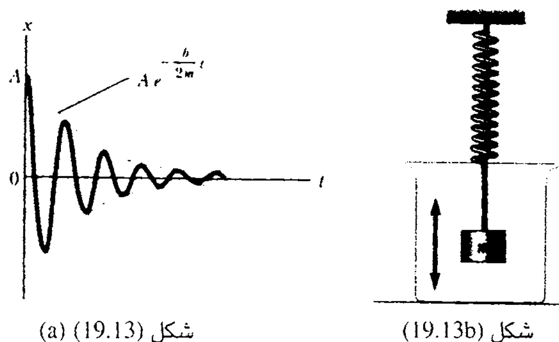
$$x = Ae^{-\frac{b}{2m}t}\cos(\omega t + \phi) \qquad (33.13)$$

حيث التردد الزاوي للذبذبة هو

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \qquad (34.13)$$



شكل (20.13). رسم بياني للإزاحة مع الزمن لكل من (a) متذبذب قليل التضاؤل (b) متذبذب عند التضاؤل الحرج (c) متذبذب فائق التضاؤل.



شكل (19.13b)

شكل (19.13) (a)

شكل (19.13a) رسم بياني للإزاحة مع الزمن لذبذبة متضائلة. لاحظ تناقص السعة مع الزمن. (b) أحد أمثلة المتذبذبات المتضائلة عبارة عن جسم معلق في زنبرك ومغمور في سائل لزج.

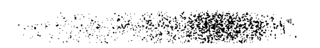
ويمكن تحقيق هذه النتيجة بإحلال معادلة 33.13 في معادلة 32.13 شكل (19.13a) يبين الازاحة كدالة في الزمن لجسم يتذبذب في وجود قوى معوقة وشكل (19.13b) يوضح أحد تلك النظم، وهو عبارة عن أسطوانة مصمته متصلة بزنبرك ومغموره في سائل لزج. نجد أنه عندما تكون القوة المعوقة أصغر بكثير من قوة الإرجاع تظل الحركة التذبذبية موجودة إلا أن سعة الذبذبة تتضاءل وتكون النتيجة توقف الحركة التذبذبية بعد فترة. وأي نظام يسلك هذا المسلك يسمى نظام متضائل. والخط المنقط في شكل (19.13.a) الذي يحدد جبهة المنحنى التذبذبي يمثل الحد الأسي في معادلة (33.13). وهذه الجبهة تبين تضاؤل سعة الذبذبة الأسي مع الزمن. في حالة حركة زنبرك مثبت فيه كتلة مصمته تتضاءل الذبذبات بسرعة كبيرة عندما يقترب الحد الأقصى لقوى الإعاقة من الحد الأقصى لقوى الإرجاع.

ومن الملائم أن نعبر عن التردد الزاوي للمتذبذب المتضائل بالعلاقة التالية.

$$\omega = \sqrt{\omega_0^{2} - \left(\frac{b}{2m}\right)^{2}}$$

وحيث $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ وهي تمثل التردد الزاوي في غياب قوى الإعاقة (المتذبذب غير المتضائل) ويسمى التردد الطبيعي للمتذبذب. عندما يصبح الحد الأقصى لقوة الإعاقة $R_{max} = bv_{max} < kA$ يقال أن النظام قليل التضاؤل أو تحت المتضائل under damped عندما يقترب من kA تتضائل سعة الذبذبة أكثر فأكثر بسرعة وهذه الحركة ممثلة بالخط الأزرق في شكل 13.20. عندما تصل b إلى القيمة الحرجة b_c بحيث أن $b_c/2m = \omega_0$ نجد أن النظام لا يتذبذب ويقال أنه وصل إلى التضاؤل الحرج Critically damped في هذه الحالة عند ما يزاح النظام من نقطة السكون إلى نقطة عدم اتزان فإنه يعود إلى نقطة الإتزان مرة أخرى ويظل عندها ساكنا. والمنحنى الذي يمثل الإزاحة مع الزمن في هذه الحالة هو المنحنى الأحمر في شكل (20.13).

إذا كان الوسط شديد اللزوجة بحيث أن قوة الإعاقة retarding force تكون أكبر من قوة الإرجاع restoring force أي أنه إذا كان $R_{max} = bv_{max} > kA$ و $b/2m = \omega_0$ تكون المنظومة فائقة التضاؤل over damped. في هذه الحالة عندما تكون المنظومة المزاحة حرة الحركة فإنها لا تتذبذب بل تعود إلى وضع

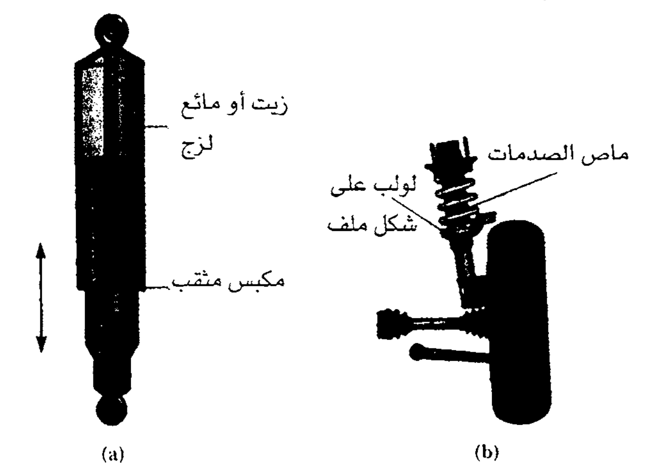


الاتزان. ومع ازدياد قوة الإعاقة فإن الزمن اللازم لعودة المنظومة إلى وضع الإتزان يزداد أيضا كما يوضح الخط الأسوق في شكل (20.13)

في أي حالة يكون موجود فيها الإحتكاك، سواء كان النظام فائق التضاؤل Overdamped أو تحت التضائل Underdamped طاقة المتذبذب تهبط إلى الصفر. والطاقة الميكانيكية المفقودة تنتقل إلى طاقة داخلية في الوسط الذي يحدث الإعاقة.

اختبار سريع 6.13

نظام تعليق في سيارة يتكون من مجموعة من زنبرك أو سست وماص للصدمات كما في شكل 21.13. إذا كنت مهندس سيارات فهل تصمم نظام تعليق تحت متضائل أو في مستوى التضاؤل الحرج أو فائق التضاؤل. ناقش كل حالة.



شكل(21.13) (a) ماص للصدمات Shock absorber يتكون من مكبس يتذبذب في غرفة مملوءة بالزيت. عندما يتذبذب المكبس يضغط الزيت خلال ثقوب بين المكبس والغرفة مسببا تضاؤل لذبذبة المكبس. (b) أحد نظم تعليق السيارات يوجد فيه ماص للصدمات داخل زنبرك على شكل ملف Coil Spring بجوار كل عجلة.

(قسم اختياري)

7.13 الذبذبات القسرية FORCED OSCILLATIONS

من الممكن أن نعوض فاقد الطاقة في نظام متضائل باستخدام قوة خارجية تمد النظام بشغل موجب. يمكن إضافة طاقة في أي لحظة إلى نظام متذبذب بحيث تعمل في اتجاه حركة المتذبذب. فمثلا الطفل فوق الأرجوحة يمكنه أن يظل في حركة مستمرة بإعطاء دفعات للأرجوحة في أزمنة مناسبة. وسعة الذبذبة تظل ثابته إذا كانت الطاقة المضافة في كل دورة تساوي تماما الطاقة المفقودة نتيجة التضاؤل. وأي حركة من هذا النوع تسمى تذبذب قسري.

من الأمثلة العامة للمتذبذب القسري هو المتذبذب المتضائل الذي يغذي بقوة خارجية تتغير دوريا حيث إن $F = F_{ext} \cdot \cos \omega t$

حيث ω هي التردد الزاوي للقوة الدورية و F_{ext} ثابت. بإضافة هذه القوة المحركة إلى الحد الأيسر من معادلة (32.13) نحصل على

$$F_{ext} \cos \omega t - kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad (35.13)$$

(كما سبق سوف نعطي حل هذه المعادلة دون إثبات). بعد فترة زمنية عندما تصبح الطاقة الداخلية في كل دورة تساوي الطاقة المفقودة في كل دورة نصل إلى حالة استقرار بحيث تظل الذبذبات ذات سعة ثابتة لاتتغير. في هذه اللحظة عندما يصبح النظام في حالة استقرار معادلة 13.35 تصبح

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \qquad \textbf{(36.13)}$$

حيث

$$A = \frac{F_{ext}/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^{\,2})^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}} \qquad \textbf{(37.13)}$$

حيث $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ وهو التردد الزاوي للذبذبة غير المتضائلة $b = o$ ولكن في حالة الإستقرار يجب أن يكون للمتذبذب نفس التردد مثل القوة المحركة، ومن ثم نتوقع الحل المعطى في معادلة (36.13) فهو حل مناسب على أن تعطى سعة الذبذبة بمعادلة (37.13).

معادلة (37.13) تبين أنه نظرا لوجود قوة خارجية فإن حركة المتذبذب القسري لاتتضاءل. فالقوة الخارجية تعطى الطاقة اللازمة للتغلب على الفقد الناتج عن القوى المعوقة بالنسبة للتضاؤل القليل تصبح السعة كبيرة جدا عندما يكون تردد القوة المؤثرة من الخارج قريب من التردد الطبيعي للمتذبذب. والزيادة الدراماتيكية في السعة قرب التردد الطبيعي natural frequency ω_0 يسمى الرنين ولهذا السبب تسمى ω_0 في بعض الأحيان التردد الرنيني للنظام.

والسبب في السعة الكبيرة للذبذبة عند التردد الرنيني هو أن الطاقة تنتقل للنظام تحت ظروف مواتية. ويمكننا فهم ذلك بطريقة أفضل إذا أخذنا المشتقة الأولى لـ x بالنسبة للزمن في المعادلة13.36 التي تعطي علاقة لسرعة المتذبذب. سنجد أن υ تتناسب مع$\sin(\omega t+\phi)$ عندما تكون القوة المؤثرة **F** متحدة في الطور مع السرعة. معدل بذل الشغل على المتذبذب بواسطة القوة **F** يساوي حاصل الضرب المنقوط **F·v** dot Product وحيث أن معدل بذل الشغل يساوي القوة ونظرا لأن **F·v** تصل إلى الحد الأقصى عندما تكون **F** , **v** متحدين في الطور. نستنتج أنه عند حدوث الرنين تكون القوة المؤثرة متحدة الطور مع السرعة والقدرة المنقولة إلى المتذبذب عند الحد الأقصى.

شكل (22.13) رسم بياني بين سعة الذبذبة والتردد لمتذبذب متضائل. عندما تؤثر عليه قوة دافعة.عندما يكون تردد القوة الدافعة تساوي التردد الطبيعي للمتذبذب ω_0 تحدث حالة رنين لاحظ أن شكل منحنى الرنين يتوقف على مقدار معامل التضاؤل b.

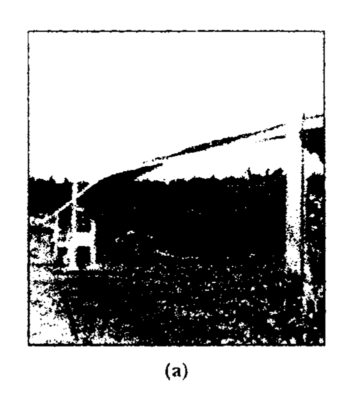
شكل(22.13) يبين السعة كدالة في التردد بالنسبة لمتذبذب قسري في حالة وجود تناقص، وفي حالة عدم وجود تناقص. لاحظ أن السعة تزداد مع تناقص معامل التضاؤل($b\rightarrow 0$) وأن منحنى الرنين يتسع مع تزايد التضاؤل.

عند حالة الثبات steady state وعند أي تردد للقوة المؤثرة، الطاقة المنقولة إلى النظام تساوي الطاقة المفقودة بسبب قوى التضاؤل. إذن متوسط الطاقة الكلية للمتذبذب تظل ثابتة.

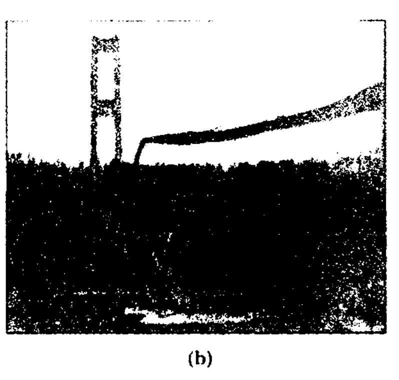
في غياب قوى التضاؤل ($b = 0$) نجد من المعادلة(37.13) أن سعة الذبذبة عند حالة الاستقرار تقترب من المالا نهاية $\omega \rightarrow \omega_0$ أي أنه إذا لم يكن هناك فقد في النظام وإذا استمرت تغذية المتذبذب (الذي كان متوقفا في حالته الإبتدائية) بطاقة دورية متحدة الطور مع السرعة. فإن سعة الحركة تتزايد بلا نهاية (أنظر إلى المنحنى الأحمر في شكل 22.13. وهذه الحالة لاتحدث في الطبيعة لوجود قوى التضاؤل دائما ولا يمكن التخلص منها تماما.

إن سلوك نظام متذبذب تحت تأثير قوة خارجية بعد إزالة تلك القوة يتوقف على مقدار عامل التضاؤل b وإلى مدى قرب ω من ω_0. وهذا السلوك يمكن تقديره في بعض الأحوال عن طريق بارامتر يسمى عامل الجودة Q quality factor. فكلما اقترب النظام من حالة عدم التضاؤل كلما زاد عامل الجودة.

فيما بعد سنجد أن الرنين يظهر في أجزاء أخرى من هذا الكتاب فمثلا بعض الدوائر الكهرابية لها تردد طبيعي. والكوبري له تردد طبيعي يمكن جعله يصل إلى حالة الرنين باستخدام قوة مناسبة



(a)

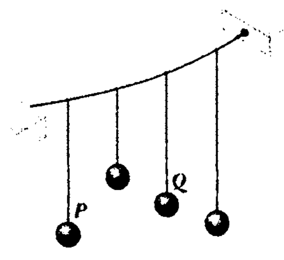


(b)

شكل (23.13) (a) في عام 1940 عاصفة دوامية أحدثت تذبذب الهواء في كوبري تاكوما ناروس بالولايات المتحدة جعلته يتذبذب قرب التردد الطبيعي له (b) بمجرد حدوث حالة الرنين هذه تحطم الكوبري.

وهناك مثل دراماتيكي لهذه الحالة حدث عام 1940 عندما تحطم كوبري تاكوما ناروس في ولاية واشنطن بسبب الإهتزازات الرنينية على الرغم من أن الرياح لم تكن شديدة في تلك الفتره. لقد تحطم الكوبري شكل (23.13) لأنه لم تؤخذ عوامل الأمان في الإعتبار عند تشيده. وهناك العديد من الذبذبات الرنينية يمكن التحدث عنها. فالآلات يمكن أن تتحطم إذا حدث لجزء منها حالة رنين مع جزء آخر متحرك والجنود إذا ساروا في مارش عسكري فوق كوبري ينتج عن ذلك إهتزازات رنينية قد تسبب في تحطم الكوبري. أي نظام فيزيائي يتردد قرب تردده الرنيني تزاد سعة ذبذبته بدرجة كبيرة.

تجربة معملية:



اربط بعض البكرات في خيوط ثم علق تلك الخيوط في حبل أفقي. إجعل خيطين تقريبا متساويين في الطول. إذا جعلت الجسم المعلق في أحد الخيطين يتذبذب وليكن الجسم P ستبدأ جميع الأجسام في التذبذب إلا أن Q الذي طوله مساويا لطول P يتذبذب بسعة ذبذبة أكبر. هل يجب أن تكون باقي الخيوط لها نفس سعة الذبذبة؟

ملخص SUMMARY

- إذا كانت عجلة جسم تتناسب مع إزاحته من نقطة الإتزان واتجاهها مضاد لاتجاه الإزاحة. فإن الجسم يتحرك في حركة توافقية بسيطة. والوضع x لمتذبذب توافقي بسيط يتغير دوريا مع الزمن طبقا للمعادلة

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \qquad (3.13)$$

حيث A سعة الذبذبة للحركة، ω التردد الزاوي، ϕ ثابت الطور وقيمة ϕ تعتمد على الوضع الإبتدائي والسرعة الإبتدائية للمتذبذب. ويمكن استخدام تلك المعادلة لوصف حركة جسم يقوم بحركة توافقية بسيطة والزمن T الذي تستغرقه ذبذبة كاملة يسمى الزمن الدوري للحركة Period.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad (4.13)$$

ومقلوب الزمن الدوري هو التردد frequency وهو يساوي عدد الذبذبات في الثانية.

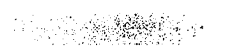
والسرعة والعجلة للمتذبذب التوافقي البسيط هي

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \phi) \qquad (7.13)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi) \qquad (8.13)$$

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} \qquad (23.13)$$

إذن السرعة القصوى هي ωA والعجلة القصوى $\omega^2 A$. والسرعة تساوي صفر عندما يكون المتذبذب عند نقطة العودة (النقطة التي يغير فيها المتذبذب اتجاهه) $x = \pm A$ ، وتكون أكبر ما يمكن عندما يكون المتذبذب عند نقطة الإتزان $x = 0$. وقيمة العجلة تكون أكبر مايمكن عندما يكون المتذبذب عند نقطة العودة وصفر عند نقطة الإتزان. ويمكنك أن تعرف مقدار السرعة والعجلة للمتذبذب في أي لحظة إذا عرفت السعة والتردد الزاوي وثابت الطور.



حالة منظومة مكونة من مكعب وزنبرك تتحرك حركة توافقية بسيطة على سطح أملس بزمن دوري T

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \textbf{(18.13)}$$

طاقة الوضع وطاقة الحركة لمتذبذب يقوم بحركة توافقية بسيطة تتغير مع الزمن وتعطى بالمعادلة

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t + \phi) \qquad \textbf{(20.13)}$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t + \phi) \qquad \textbf{(21.13)}$$

وهذه المعادلات تمكنك من تحليل العديد من حالات التذبذب. وتأكد من الطريقة التي تدخل بها كتلة الجسم وثابت الزنبرك في الحسابات.

- الطاقة الكلية للمتذبذب التوافقي البسيط مقدار ثابت ويعطى بالمعادلة

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \qquad \textbf{(22.13)}$$

- وطاقة الوضع تكون أكبر ما يمكن عندما يكون المتذبذب عند نقطة العودة وتساوي صفر عندما يكون المتذبذب عند نقطة الإتزان.

وطاقة الحركة تساوي صفر عند نقطة العودة وأكبر ما يمكن عند نقطة الإتزان. ويمكن حساب كل من النوعين في أي لحظة (t).

- البندول البسيط الذي طوله يساوي L يتحرك حركة توافقية بسيطة. بالنسبة للإزاحة الزاوية الصغيرة في المستوى العمودي يكون زمنه الدوري

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \textbf{(26.13)}$$

بالنسبة للإزاحة الزاوية الصغيرة في المستوى العمودي. البندول الفيزيائي يتحرك حركة توافقية بسيطة حول نقطة التعليق التي لا تمر بمركز الكتلة. والزمن الدوري في هذه الحالة

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \qquad \textbf{(28.13)}$$

حيث I عزم القصور الذاتي حول محور يمر بنقطة التعليق، d هي المسافة من نقطة التعليق إلى مركز الكتلة. ويجب أن نميز بين متى نستخدم معادلة البندول البسيط ومتى يعتبر النظام بندول فيزيائي.

الحركة الدائرية المنتظمة يمكن اعتبارها حركتين توافقيتين معا واحدة على امتداد المحور السيني x والأخرى على امتداد المحور y مع إختلاف في الطور بينهما قدره $90°$.

QUESTIONS أسئلة

1 - هل نَطّ bouncing الكرة المتكرر يعتبر حركة توافقية بسيطة؟ وهل حركة التلميذ اليومية من المنزل إلى المدرسة ومن المدرسة إلى المنزل حركة توافقية بسيطة؟ لماذا نعم ولماذا لا؟

2 - إذا كانت إحداثيات جسم تتغير تبعا للمعادلة $x = -A \cos \omega t$ ما هو ثابت الطور في معادلة 3.13 . عند أي وضع يبدأ الجسم حركته

3 - هل إزاحة جسم متذبذب بين $t = 0$ وزمن لاحق t من الضروري أن تكون مساوية لموضع الجسم عند الزمن t ؟ وضح.

4 - حدد ما إذا كانت الكميات التالية يمكن أن تكون في نفس الإتجاه بالنسبة للمتذبذب التوافقي البسيط(a) الإزاحة والسرعة (b) السرعة والعجلة (c) الإزاحة والعجلة.

5 - هل يمكن تعيين السعة A وثابت الطور ϕ لمتذبذب إذا أمكن تحديد المكان عند زمن $t = 0$ ؟ وضح.

6 - صف كيفيا حركة نظام مكون من كتلة وزنبرك إذا لم تكن كتلة الزنبرك غير مهملة؟

7 - ارسم رسما بيانيا يبين طاقة الوضع لمكعب ساكن معلق من زنبرك $U = \frac{1}{2} ky^2 + mgy$ لماذا الجزء السفلي من المنحنى ينحني للخارج عن نقطة الأصل.

8 - منظومة مكونة من زنبرك ومكعب تقوم بحركة توافقية بسيطة سعتها A. هل تتغير الطاقة الكلية إذا تضاعفت الكتلة ولكن السعة لم تتغير؟ هل طاقة الحركة وطاقة الوضع يعتمدان على الكتلة؟

وضح ذلك.

9 - ماذا يحدث للزمن الدوري للبندول البسيط، إذا تضاعف طول البندول؟

وماذا يحدث للزمن الدوري إذا تضاعفت الكتلة المعلقة في طرف البندول.

10 - بندول بسيط معلق من سقف مصعد واقف وتم تعيين الزمن الدوري أوصف التغيرات، إن وجدت في الزمن الدوري عندما يقوم المصعد بالتالي (a) يتسارع إلى أعلى (b) يتسارع إلى أسفل (c) يتحرك بسرعة ثابته.

11 - بندول بسيط يقوم بحركة توافقية بسيطة عندما تكون θ صغيرة فهل تكون الحركة دورية إذا زادت الزاوية θ.

12 - هل يحدث تضاؤل للذبذبات عند أي قيم لـ k, b وضح ذلك؟

13 - هل من الممكن حدوث تضاؤل للذبذبات عندما يكون النظام في حالة رنين؟ وضح ذلك؟

14- في حالة الرنين ما مقدار ثابت الطورϕ في معادلة 36.13 (ملحوظة قارن هذه المعادلة بمعادلة القوة الدافعة التي يجب أن تكون متحدة الطور مع السرعة عند الرنين.

15- إذا كانت ساعة ذات بندول تؤخر في الوقت، كيف يمكن ضبط طول البندول لتصحيح الوقت.

16 - كرة بندول عبارة عن كرة مملوءة بالماء. ماذا يحدث لتردد الذبذبة لهذا البندول إذا كان بالكرة ثقب جعل الماء يتبخر منها يبطئ.

PROBLEMS مسائل

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي   ☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل   = فيزياء تفاعلية

= أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

القسم 1.13 الحركة التوافقية البسيطة

1| إزاحة جسيم عند t=0.25 s تعطى بالعلاقة $x = (4.om)\cos(3.o\pi t + \pi)$ حيث x بالمتر و t بالثواني إحسب (a) التردد والزمن الدوري (b) سعة الحركة (c) ثابت الطور (d) إزاحة الجسيم عند $t = 0.25$ s.

2. سقطت كرة من ارتفاع 4.00 m تصطدم بالأرض تصادماً مرناً إذا فرضنا أنها لم تفقد أي طاقة بسبب مقاومة الهواء (a) بين أن الحركة ترددية (b) حدد الزمن الدوري للحركة (c) هل الحركة توافقية بسيطة؟ علل.

3. جسيم يتحرك في حركة توافقية بسيطة بتردد 3.00 ذبذبة في الثانية وسعة الذبذبة 5.0 cm (a) ما هي المسافة الكلية التي يتحركها الجسيم خلال دورة واحدة؟ (b) ما هي السرعة القصوى؟ أين يحدث ذلك؟ (c) احسب أكبر عجلةٍ للجسيم. عند أي جزء من الحركة يحدث الحد الأعلى للعجلة؟

4. في آلة، بستن يتذبذب في حركة توافقية بسيطة بحيث تتغير إزاحته طبقاً للمعادلة $x = (5.0 \text{ cm})\cos(2t + \pi/6)$ أوجد (a) إزاحة الجسيم (b) سرعته (c) عجلته (d) أوجد الزمن الدوري والسعة للحركة.

WEB

5| جسيم يتحرك على المحور x في حركة توافقية بسيطة ويبدأ من نقطة الاتزان. نقطة الأصل عند t =0 ويتحرك نحو اليمين. سعة الحركة 2.0 cm والتردد 1.5 Hz (a) إثبت أن إزاحة الجسيم تعطي بالمعادلة $x= (2.00 \text{ cm})\sin(3.00\pi t)$ عين (b) السرعة القصوى وأول زمن $t > 0$ يصل فيه الجسيم إلى تلك السرعة (c) العجلة القصوى وأول زمن $t > 0$ يصل فيه الجسيم إلى تلك العجلة (d) المسافة الكلية التي يقطعها الجسيم في الفترة الزمنية بين t =0 و $t = 1.0$s

6- الوضع الأول والسرعة الأولى لجسم يتحرك في حركة توافقية بسيطة هما x_i , v_i والتردد الزاوي للذبذبة هو ω (a) بين أن الوضع والسرعة للجسم لجميع الأزمنة يعبر عنها بالعلاقة الآتية

$$x(t) = x_i \cos \omega t + \left(\frac{v_i}{\omega}\right) \sin \omega t$$

$$v(t) = x_i\, \omega \sin \omega t + v_i \cos \omega t$$

القسم 2.13 عودة إلى المكعب والزنبرك

ملحوظة: إهمل كتلة الزنبرك في جميع مسائل هذا القسم

7- زنبرك له استطالة قدرها 3.0 cm عندما تعلق به كتلة مقدارها 10.0 g . إذا علقت به كتلة مقدارها 25.0g فإنه يتذبذب في حركة توافقية بسيطة. أحسب الزمن الدوري للذبذبة

8- متذبذب توافقي بسيط يستغرق 12.0s لكي يصنع خمس دورات كاملة أوجد (a) الزمن الدوري لهذه الحركة (b) التردد بالهرتز(c) التردد الزاوي بالريديان لكل ثانية.

9 كتلة مقدارها 0.50 kg معلقة من زنبرك ثابت قوته 8.0 N/m ويتذبذب في حركة توافقية بسيطة، وسعة الذبذبة 10.0 cm إحسب (a) الحد الأقصى للسرعة والعجلة (b) السرعة والعجلة عندما تكون الكتلة على بعد 6.0 cm من وضع الاتزان (c) الزمن اللازم لكي تتحرك الكتلة من $x=0$ إلى $x=8.0$ cm

10- كتلة مقدارها 1.0 kg معلقة من زنبرك ثابت القوة له 25.0 N/m يتذبذب في مستوى أفقي أملس عند الزمن $t = 0$. تركت الكتلة لتتذبذب من وضع السكون عند مسافة $x=-3.0$ cm (أي أن الزنبرك ينضغط بمقدار 3.0cm) احسب(a) الزمن الدوري للحركة (b) أكبر عجلة وسرعة (c) الإزاحة والسرعة والعجلة كدالة في الزمن.

11 كتلة مقدارها 7.0 kg معلقة من النهاية السفلى لزنبرك مثبت في قضيب أفقي. أخذت الكتلة تتذبذب رأسيا وفترة الذبذبة كانت 2.6.s. أوجد ثابت القوة للزنبرك.

12- كتلة مجهولة المقدار معلقة من زنبرك ثابت القوة له 6.5 N/m ويقوم بحركة توافقية بسيطة بسعة ذبذبة 10.0 cm عندما كانت الكتلة في منتصف المسافة بين وضع الاتزان ووضع النهاية. قيست السرعة ووجدت تساوي +30.0 cm/s احسب (a) مقدار الكتلة (b) الزمن الدوري للحركة (c) الحد الأعلى لعجلة الكتلة.

13- جسيم معلق من زنبرك يتذبذب بتردد زاوي 2.0 rad/s. والمنظومة المكونة من الزنبرك والجسيم معلقة من السقف في مصعد في حالة سكون (بالنسبة لكابينة المصعد)، عندما كان المصعد يهبط بسرعة ثابتة مقدارها 1.50m/s . توقف المصعد بعد ذلك فجأة (a) ما هي سعة الذبذبة للجسيم؟ (b) ما هي معادلة الحركة للجسيم (اعتبر الاتجاه لأعلى هو الاتجاه الموجب)؟.

14- جسيم معلق من زبنرك يتذبذب بتردد زاوي ω. والمنظومة المكونة من الجسيم والزنبرك معلقة من سقف مصعد وفي حالة سكون (بالنسبة لكابينة المصعد) عندما يهبط المصعد بسرعة ثابتة υ. توقف المصعد فجأة (a) ما هي سعة الذبذبة للجسيم (b). ما هي معادلة الحركة للجسيم (اعتبر الاتجاه لأعلى هو الاتجاه الموجب)

15- كتلة مقدارها 1.0kg معلقة من زنبرك أفقي. الزنبرك مشدود في البداية بمقدار0.10m والكتلة تحركت من حالة السكون في هذا الموضع واصلت الحركة بدون احتكاك بعد 0.50s وصلت سرعة الكتلة إلى الصفر. ما مقدار الحد الأعلى لسرعة الكتلة.

قسم 3.13 طاقة المتذبذب التوافقي البسيط

(اهمل كتلة الزنبرك في جميع مسائل هذا القسم)

16- كتلة مقدارها 200g معلقة في زنبرك وتقوم بحركة توافقية بسيطة زمنها الدوري مقداره 0.25s. إذا كانت الطاقة الكلية للمنظومة تساوي 2.00J أوجد (a) ثابت القوة للزنبرك و (b) سعة الذبذبة.

WEB

17 سيارة كتلتها 1000kg اصطدمت بحائط من الطوب في أحد اختبارات الأمان. واقي الصدمات بالسيارة يعمل كزنبرك ثابت القوة له $5\text{x}\ 10^6$ N/m وانضغط لمسافة 3.16 cm عندما صارت السيارة في حالة سكون. ما مقدار سرعة السيارة قبل التصادم؟ بفرض عدم فقدان طاقة أثناء التصادم مع الحائط.

18- منظومة مكونة من كتلة وزنبرك تتذبذب بسعة 3.5 cm إذا كان ثابت الزنبرك 250N/m والكتلة مقدارها 0.50 kg احسب (a) الطاقة الميكانيكية للنظام (b) السرعة القصوى للكتلة (c) العجلة القصوى.

19- كتلة وزنها 50.0g معلقة في زنبرك ثابت القوة له 35.0N يتذبذب على سطح أملس أفقي بسعة ذبذبة 4.0 cm أوجد (a) الطاقة الكلية للمنظومة (b) سرعة الكتلة عندما تكون الإزاحة 1.0 cm (c) طاقة الحركة (d) طاقة الوضع عندما تكون الإزاحة 3.0 cm.

20- كتلة مقدارها 2 kg معلقة في زنبرك وموضوعة على منضدة ملساء أفقية. تستخدم قوة مقدارها 20.0 N لكي تبقى على الكتلة في حالة سكون عندما يحدث للزنبرك شد مقداره 0.20 m من وضع الاتزان (نقطة الأصل على المحور x). إنطلقت الكتلة من حالة سكون بإزاحة إبتدائية x_i =0.20m وبعد ذلك أخذت تقوم بحركة توافقية بسيطة أوجد (a) ثابت القوة للزنبرك (b) تردد الذبذبات (c) السرعة القصوى للكتلة وأين تحدث هذه السرعة القصوى؟ (d) أوجد العجلة القصوى للكتلة وأين تحدث؟ (e) أوجد الطاقة الكلية للنظام المتذبذب.

اوجد (f) السرعة (g) العجلة عندما تصل الإزاحة إلى 1/4 القيمة العظمى لها.

21- كتلة مقدارها 1.5kg في حالة سكون فوق منضدة متصلة بزنبرك أفقي ثابت القوة له 19.6 N/m. الزنبرك غير مشدود في البداية. أثرت على الجسم قوة أفقية ثابتة مقدارها 20.0N أدت إلى شد الزنبرك (a) عين سرعة الكتلة بعد أن تتحرك لمسافة 0.30m من وضع الإتزان باعتبار أن سطح المنضدة أملس (b) أجب عن الجزء (a) عندما يكون للسطح معامل احتكاك كيناتيكي 0.20 بين الكتلة وسطح المنضدة.

22- قد تضاعفت سعة حركة توافقية بسيطة يقوم بها نظام عين التغير في (a) الطاقة الكلية (b) السرعة القصوى (c) العجلة القصوى و (d) الزمن الدوري.

23 جسيم يتحرك حركة توافقية بسيطة بسعة مقدارها 3.0 cm عند أي إزاحة من منتصف حركته تكون سرعته نصف السرعة القصوى؟

24- كتلة معلقة في زنبرك له ثابت قوة 3.24 N/m يتذبذب ويتحدد موضعه x بالعلاقة

$$x = (5.0\ \text{cm})\cos(3.6t\ \text{rad/s})$$

خلال الدورة الأولى عند الزمن $1.75s > t > 0$ متى تتغير طاقة الوضع للنظام بأكبر سرعة إلى طاقة حركة؟ (b) ما هو أكبر معدل لتغير الطاقة؟

قسم 4.13 البندول

25- دخل رجل إلى برج مرتفع ليعرف ارتفاعه فوجد بندول معلق من السقف ويصل تقريبا إلى سطح الأرض ووجد أن زمنه الدوري 12.0 s (a) ما ارتفاع البرج (b) إذا ما تذبذب هذا البندول فوق سطح القمر حيث عجلة الجاذبية 1.67 m/s^2 ما مقدار زمنه الدوري هناك.

26- بندول " الثانية" هو بندول يمر بنقطة اتزان مرة كل ثانية (الزمن الدوري لهذا البندول 2.0s) وطول بندول الثانية هو 0.9927m في طوكيو و 0.9942m في كا مبردج بانجلترا ما هي عجلة الجاذبية الأرضية عند هاتين المدينتين؟

27- إطار من الصلب فوق تقاطع طرق يحمل إشارات ضوئية مرورية كل منها معلق مباشرة

أسفل الإطار. هبت عاصفة فجعلت الإشارات تتذبذب في مستوى عمودي. احسب مقدار الزمن الدوري. أذكر الكميات التي استخدمتها كمدخلات وقيمتها.

28 -الإزاحة الزاوية لبندول يعبر عنها بالعلاقة $\theta=(0.320 \text{ rad}) \cos \omega t$ حيث θ بالريدين) $\omega = 4,43$ rad/s . عين الزمن الدوري وطول البندول

WEB

29 بندول بسيط كتلته 0.25kg وطوله 1.0 m. أزيح خلال زاوية $15.0°$ ثم ترك. ما مقدار (a) السرعة القصوى (b) العجلة الزاوية القصوى (c) أكبر قوة إرجاع.

30- بندول بسيط طوله 5.0 m ما مقدار الزمن الدوري للحركة التوافقية البسيطة لهذا البندول، إذا كان معلقا من سقف مصعد يتسارع إلى أعلى بعجلة 5.0 m/s^2 ? (b)ما مقدار الزمن الدوري إذا كان المصعد يتسارع إلى أسفل بعجلة 5.0 m/s^2 (c) ما مقدار الزمن الدوري إذا وضع هذا البندول في شاحنة تتسارع أفقيا بعجلة قدرها 5.0 m/s^2.

31 جسيم كتلته m ينزلق دون احتكاك داخل سلطانية دائرية نصف قطرها R. بين أنه إذا ابتدأت من وضع السكون وأزيحت قليلا من وضع الإتزان فإن الجسم يتحرك حركة توافقية بسيطة بتردد زاوي يساوي تردد بندول بسيط طوله R أي أن $\omega= \sqrt{g/R}$

32- كتلة معلقة في نهاية خيط لتكوّن بندول بسيط. الزمن الدوري لحركته التوافقية مقاسة لإزاحة زاوية صغيرة ولثلاث أطوال مختلفة. في كل حالة قيس الزمن اللازم لحدوث 50 ذبذبة لطول 1.0 m و, 0.50 m 0.75m (a) عين الزمن الدوري لكل من الأطوال الثلاثة (b) عين مقدار g التي حصلت عليها من تلك القياسات المنفصلة وقارنها بالقيمة المعترف بها (c) إرسم العلاقة بين T^2 والطول L. ثم احسب مقدار g من ميل الخط المستقيم الذي يحقق النقط العملية. قارن القيمة التي تحصل عليها من الرسم بالقيمة التي حصلت عليها في (b)

33 - بندول فيزيائي عبارة عن جسم سطحه مستو يتحرك في حركة توافقية بسيطة بذبذبة قدرها 0.450 Hz. إذا كانت كتلة البندول 2.2okg ونقطة التعليق تقع على بعد 0.35m من مركز الكتلة، عين عزم القصور الذاتي للبندول.

34 - قضيب خفيف جدا ومصمت طوله 0.50m يمتد على استقامة مسطرة طولها متر. علقت المسطرة من محور عند الطرف البعيد عن القضيب وجعلت تتذبذب (a) عين الزمن الدوري للذبذبة (b) ما مقدار النسبة المئوية للفرق بينه وبين بندول بسيط طوله 1.0m .

35- سنأخذ حالة البندول في شكل 13.13a إذا كان I_{CM} هو عزم قصوره الذاتي حول محور يمر في مركز كتلته وموازي للمحور المار بنقطة تعليقه. بين أن الزمن الدوري له هو

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{CM} + md^2}{mgd}}$$

حيث d هي المسافة بين نقطة التعليق ومركز الكتلة (b) بين أن مقدار الزمن الدوري يصبح أقل ما يمكن عندما تحقق d العلاقة $md^2 = I_{CM}$

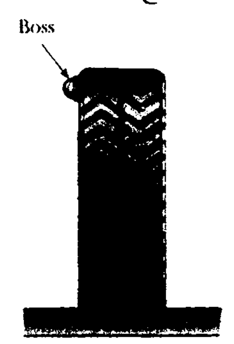
36 - بندول إلتواء يتكون من سلك مربوط في مركز مسطرة طولها متر وكتلتها 2.0 kg. إذا كان الزمن الدوري لهذه المنظومة يساوي 3.0 min ما مقدار ثابت الإلتواء لهذا السلك.

37 - عجلة ميزان في ساعة clock balance wheel، زمن ذبذبته 0.25s وصممت العجلة

بحيث أن 20.0 g من الكتلة مركزه حول حافة نصف قطرها 0.05cm ما مقدار (a) عزم القصور الذاتي للعجلة (b) ثابت الإلتواء للزنبرك المتصل بعجلة الميزان.

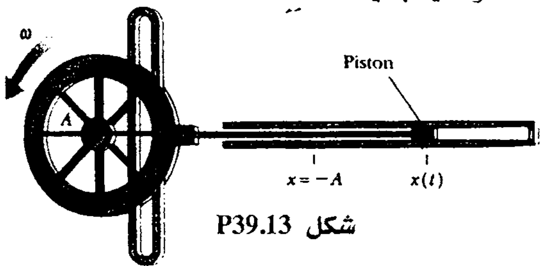
القسم 5.13 مقارنة الحركة التوافقية البسيطة بالحركة الدائرية المنتظمة

38 - إطار سيارة تسير بسرعة 3.om/s وبالقرب من حافة الإطار يوجد انتفاخ نصف دائري كما هو مبين في شكل (P38.13) (a) بين من وجهة نظرك لماذا يقوم هذا الإنتفاخ بحركة توافقية بسيطة (b) إذا كان نصف قطر الإطار 0.30m كم يكون الزمن الدوري لذبذبة هذا الانتفاخ.



شكل P38.13

39 - في شكل (P39.13) آلة ذات بستن Piston واحد عندما تدور العجلة بسرعة زاوية ثابتة، وضح لماذا يتذبذب قضيب البستن في حركة توافقية بسيطة.



شكل P39.13

الاختياري قسم 6.13

40 - بين أن معدل تغير الطاقة الميكانيكية لمتذبذب ذبذبته متضائلة تعطى بالمعادلة

$$\frac{dE}{dt} = -bv^2$$

ومن ثم فهي دائما سالبة (نبذه. فاضل العلاقة الخاصة بالطاقة الميكانيكية للمتذبذب وهي $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ واستخدم المعادلة 32.13).

41 - بندول طوله 1.0m بدأ يتذبذب وهو عند زاوية 15.0° وبعد 1000s سعة ذبذبته تناقصت بفعل الاحتكاك إلى 5.5° ما مقدار b/2m ؟

42 - بين أن العلاقة 33.13 هي حل لمعادلة 13,22 باعتبار أن $b^2 < 4mk$.

اختياري: قسم 7.13 الذبذبة القسرية

43 - كتلة مقدارها 2.0kg معلقة من زنبرك تتلقى دفعا بواسطة قوة خارجية F=(3.0N) cos(2πt) اذا كان ثابت القوة للزنبرك هو 20.0 N/m عين (a) الزمن الدوري (b) سعة الذبذبة (ملحوظة. بفرض عدم وجود تضاؤل أي أن b=0 واستخدم معادلة (13.37).

44 - باعتبار متذبذب غير متضائل $(b = 0)$ بين أن معادلة 13.36 هي حل لمعادلة 13.35 وسعة الذبذبة معطاة بمعادلة 13.37

45 - كتلة وزنها 40.0N معلقة من زنبرك ثابت القوة له 200N/m والنظام غير متضائل ويتأثر بقوة توافقية ترددها 10.0 Hz، تؤدي إلى حركة قسرية سعتها 2.0 cm . عين الحد الأعلى للقوة.

46 - كتلة 0.15 kg معلقة من زنبرك خفيف غير متضائل الذبذبة ثابت قوته 6.3 N/m والمنظومة تتأثر بقوة متذبذبة مقدارها 1.7 N، كم يكون تردد الكتلة تحت تأثير تلك القوة، وسعة الذبذبة للمنظومة0.440 m.

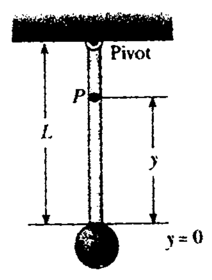
مسائل إضافية

47 - سيارة بها وسائل لامتصاص الصدمات shock absorbers حالتها سيئة ولذلك فهي تتذبذب لأعلى وأسفل بزمن دوري 1.5 s بعد أن اصطدمت بعائق وكتلة السيارة 1500kg ومزودة بأربع سست Springs لكل منها ثابت قوة k احسب مقدار k.

48 - راكب وزنه 150kg يجلس في منتصف السيارة السابقة في المسألة47، كم يكون الزمن الدوري الجديد؟

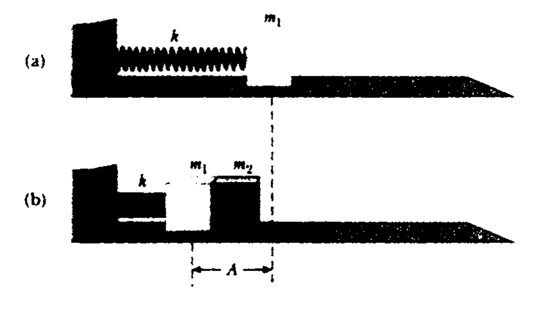
49 [51] كتلة مصمته M معلقة من نهاية قضيب منتظم له نفس الكتلة M وطوله L ومعلق من نهايته العليا كما في شكل (P51.13) (a) عين الشد في القضيب عند نقطة التعليق وعند النقطة P عندما يكون النظام ساكنا (b) احسب الزمن الدوري للإزاحات الصغيرة من وضع الاتزان وعين الزمن الدوري عندما تكون L=2.0 m

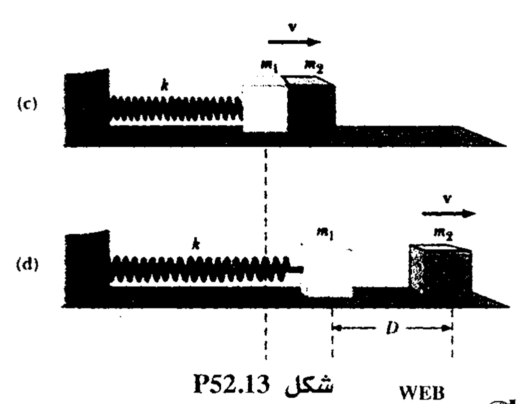
(نبذة. إفترض أن الكتلة عند نهاية القضيب عبارة عن نقطة واستخدم المعادلة 28.13).



شكل P51.13

50 - كتلة مقدارها m_1=9.0 kg في حالة اتزان عندما تكون معلقة بزنبرك خفيف ثابته k=100N/m مثبت في حائط، كما هو مبين في شكل (P52.13a). كتلة ثانية m_2=7.o kg ضغطت مع الكتلة m1 مما أدى إلى ضغط الزنبرك بمقدار A=0.2om أنظر شكل (P52.13b) . أطلق النظام بعد ذلك وبدأت الكتلتان الحركة نحو اليمين على السطح الأملس (a) عندما تصل m_1 لوضع الإتزان تفقد m_2 إتصالها بالكتلة m_1 انظر (52.13.c)وتتحرك نحو اليمين بسرعة υ. عين مقدار υ (b) ما مقدار المسافة بين الكتلتين عندما يكون الزنبرك عند أكبر استطالة له لأول مرة. (D في شكل (P52.13D ملاحظة: أوجد أولا زمن الدورة للذبذبة والسعة للمنظومة المكونة من m_1 والزنبرك بعد أن تترك m_2 والكتلة m_1.

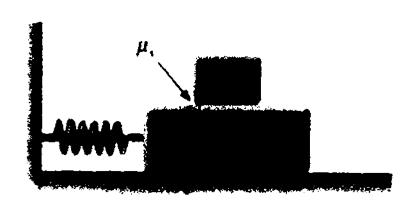




شكل P52.13

WEB

51 [53] كتلة كبيرة P تقوم بحركة توافقية بسيطة افقيا وأثناء انزلاقها على سطح أملس بتردد f=1.5Hz. الكتلة B استقرت فوق P كما في شكل (P53.13) ومعامل الاحتكاك الإستاتيكي بين الاثنين هو μ_s= 0.60 ما مقدار الحد الأقصى لسعة الذبذبة التي يمكن أن تكون للمنظومة إذا كانت الكتلة B لاتنزلاق.

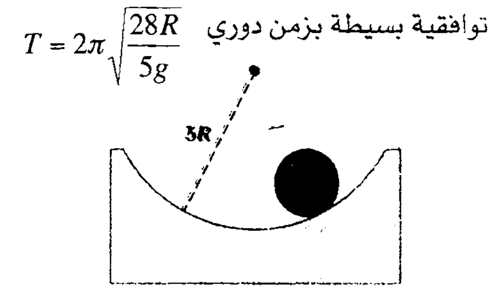


شكل P53.13

52 كتلة كبيرة P تقوم بحركة توافقية بسيطة عندما تنزلق على سطح أملس بترددf. كتلة B تستقر فوق P كما في شكل (P53.13). ومعامل الإحتكاك الإستاتيكي بين الإثنين هو μ_s. ما مقدار أقصى سعة للذبذبة يمكن أن تكون للمنظومة، إذا كانت الكتلة العليا لاتنزلق؟

53 كتلة جزئ الديتريم D_2 هي ضعف جزئ الهيدروجين(H_2) إذا كان تردد الذبذبة للهيدروجين H_2 هو f= $1.30\text{x}10^{14}$ Hz ما مقدار تردد الذبذبة للديتريم D_2؟. افترض ان "ثابت الزنبرك" لقوى التجاذب له نفس المقدار بالنسبة للجزيئين.

54 كتلة مصمتة على شكل كرة نصف قطرها R تتدحرج دون انزلاق في حوض اسطواني نصف قطره 5R كما في شكل (P56.13) بين أنه للإزاحات الصغيرة من وضع الإتزان عموديا على طول الحوض، تقوم الكرة بحركة توافقية بسيطة بزمن دوري $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{28R}{5g}}$



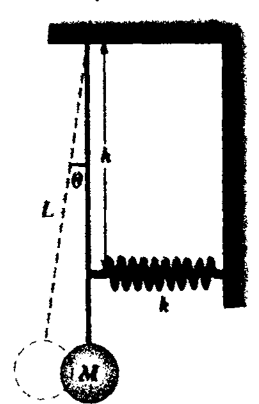
شكل P56.13

55 حاوية مكعبة خفيفة حجمها a^3 امتلأت في البداية بسائل كثافته ρ، والحاوية معلقة من خيط خفيف لتكون بندولا طوله L_i مقاسة من مركز الكتلة للحاوية الممتلئة. ترك السائل ليتسرب من قاع الحاوية بمعدل ثابت (dM/dt). عند أي زمن t يكون مستوى السائل في الحاوية h وطول البندول L (مقاس من مركز الكتلة اللحظي) (a)إرسم الجهاز وضع علامات عند الأبعاد a , h, L_i, L

(b) أوجد المعدل الزمني لتغير الزمن الدوري كدالة في الزمن t

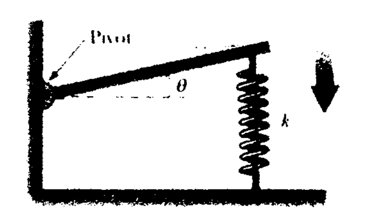
(c) أوجد الزمن الدوري كدالة في الزمن.

56 [59] بندول طوله L معلق به كتلة M. زنبرك ثابت القوة له k مثبت على مسافة h أسفل نقطة تعليق البندول كما في شكل(P59.13). أوجد تردد الذبذبة للنظام لسعة صغيرة(θ صغيرة) (إعتبر أن البندول الذي طوله L مصمت إلا أن كتلته مهملة).



شكل P59.13

60 -57 - لوح من الخشب كتلته m وطوله L معلق من أحد طرفيه والطرف الآخر للوح يرتكز على زنبرك ثابت القوة له k شكل (P60.13). عزم القصور الذاتي للوح حول نقطة التعليق هو ($\frac{1}{3} mL^2$) (a) بين أن اللوح عندما يزاح بزاوية θ (صغيرة) من وضع الاتزان الأفقي وينطلق فأنه يتحرك حركة توافقية بسيطة ذات تردد زاوي $\omega=\sqrt{3k/m}$ (b) قدر التردد إذا كانت الكتلة 5.0kg والزنبرك له ثابت القوة 100 N/m.



شكل P60.13

58 - زنبرك خفيف له ثابت القوة 100N/m متصل بحائط رأسي من أحد طرفيه وفي طرفه الآخر مثبت خيط رفيع. والخيط يتغير وضعه من الأفقي إلى الرأسي عندما يمر فوق بكرة مصمتة قطرها 4.0 cm حرة الدوران على محور ثابت أملس. الجزء الرأسي من الخيط يحمل كتلة 200g. والخيط لاينزلق عند تلامسه مع البكرة. أوجد تردد الذبذبة. إذا كانت كتلة البكرة(a) مهملة (b) 250g (c) 750g.

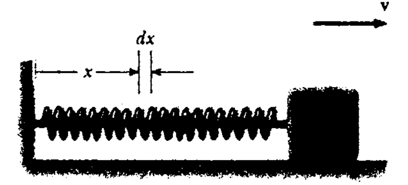
59 [62] كتلة وزنها 2.0 kg معلقة دون اهتزاز في نهاية زنبرك k=500 N/m متصل بسقف مصعد. المصعد يرتفع بعجلة إلى أعلى مقدارها g/3 عندما تتوقف العجلة فجأة (عند t =0)(a) ما مقدار التردد الزاوي لذبذبة الكتلة عند توقف العجلة؟

(b) ما مقدار الشد في الزنبرك أثناء تسارع كابينة المصعد؟

(c) ما مقدار سعة الذبذبة وزاوية الطور الابتدائية التي يلاحظها راكب المصعد؟ اعتبر الاتجاه إلى أعلى موجباً.

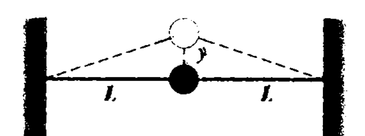
60 [63] بندول بسيط طوله 2.23 m وكتلته 6.74 kg أعطى سرعة ابتدائية 2.06 m/s عند نقطة الاتزان. افترض أنه يقوم بحركة توافقية بسيطة عين (a) الزمن الدوري (b) الطاقة الكلية (c) الازاحة الزاوية القصوى.

61- كتلة مقدارها M معلقة في زنبرك كتلته m ويتذبذب في حركة توافقية بسيطة على سطح مسار أملس أفقي شكل (P66.13) ثابت القوة للزنبرك k وطوله في حالة الاتزان ℓ. أوجد (a) طاقة الحركة للنظام عندما يكون للكتلة سرعة υ (b) الزمن الدوري للذبذبة (افترض أن جميع أجزاء الزنبرك تتذبذب بطور واحد وأن سرعة جزء dx تتناسب مع المسافة x من الطرف الثابت أي أن $\upsilon_x = (x/\ell)\upsilon$ ولاحظ كذلك أن كتلة جزء من الزنبرك $dm = (m/\ell)\, dx$



شكل P66.13 WEB

62 [67] كرة كتلتها m مربوطة بشريطين من المطاط لكل منهما طول L وكل منهما تحت شد T . كما في شكل (P67.13). أزيحت الكرة بمسافة صغيرة y عموديا على طول الشريط المطاطي. إذا افترضنا أن الشد لم يتغير بين أن (a) قوة الإرجاع هي[-(2T/L)y] (b) المنظومة تقوم بحركة توافقية بسيطة بتردد زاوي $\omega = \sqrt{2T/mL}$.

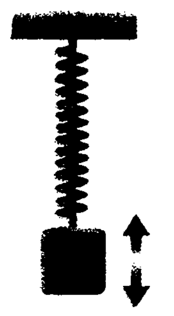


شكل P67.13

63 [68] عندما تعلق كتلة M من نهاية زنبرك كتلته m_s تساوي 7.4 g وثابت قوته k وتبدأ في حركة توافقية بسيطة زمنها الدوري

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M + (m_s/3)}{k}}$$

أجريت تجربة من جزيئين باستخدام كتل مختلفة معلقة رأسيا من الزنبرك كما يرى في شكل (P58.13.a) (a) قيست استطالة استاتيكية مقاديرها



شكل P58.13 (a)

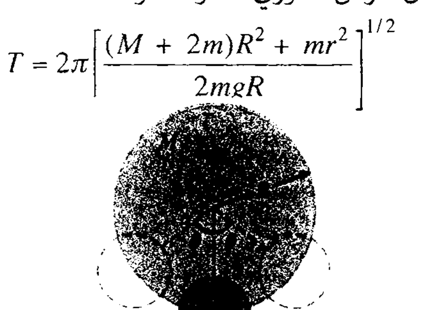
47.1, 41.3, 35.3, 29.3, 17.0, 19.3 سنتيمتر بالنسبة للكتل 80.0, 70.0, 60.0 ,50.0 ,40.0 , 20.0 جرام على الترتيب. ارسم منحني للكميتين mg مع x وبواسطة طريقة أقل المربعات أرسم أفضل منحنى يمر بتلك النقط. ومن ميل المنحنى إحسب مقدار k لهذا الزنبرك (b) بدأت المنظومة تقوم بحركة توافقية بسيطة وقيس الزمن الدوري للذبذبة بواسطة ساعة إيقاف باستخدام الكتلة M=80 g . وجد الزمن الكلي لعشر ذبذبات مساويا 13.41s. كررت التجربة بكتل M مقدارها 70,0 , 60.0 ,50.0 , 40.0, 20.0،جرام والزمن الكلي المقابل لها لعشر ذبذبات هو 12.52 , 11.67 , 10.67 , 9.62 , 7.03ثانية. احسب مقدار الزمن الدوري T من النتائج العملية لكل تجربة وارسم العلاقة بين T^2 ، M واحسب مقدار k من ميل المنحنى المرسوم باستخدام طريقة أقل المربعات للقيم العملية. قارن بين مقدار k التي تحصل عليها بمقدار k الذي سبق حسابها في (a). (c) احسب مقدار m_s من المنحنى وقارنه بالمقدار المعطى لك وهو 7.4g

64 [69] قرص صغير رفيع نصف قطره r وكتلته m ملتصق بسطح قرص آخر رفيع نصف قطره R وكتلتهM كما هو واضح من شكل (P69.13) مركز القرص الصغير يقع على حافة القرص الكبير. والقرص الكبير معلق من مركزه بمحور أملس. والمنظومة أزيحت بزاوية صغيرة θ من وضع الاتزان ثم أطلقت (a) بين أن سرعة مركز القرص الصغير عندما يمر بوضع الاتزان هي

$$v = 2\left[\frac{Rg(1 - \cos\theta)}{(M/m) + (r/R)^2 + 2}\right]^{1/2}$$

بين أن الزمن الدوري للحركة هو

$$T = 2\pi\left[\frac{(M + 2m)R^2 + mr^2}{2mgR}\right]^{1/2}$$



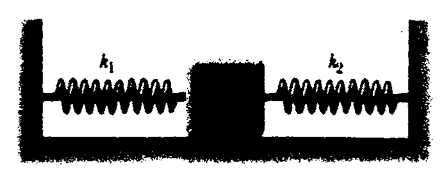
شكل P69.13

65 - اعتبر أن المتذبذب المتضائل الذبذبة المبين في شكل (19.13) بفرض أن الكتلة تساوي375 g ، ثابت الزنبرك 100 N/m وb=0.10 kg/s (a) كم من الزمن يلزم حتى يهبط مقدار سعة الذبذبة إلى النصف من قيمتها الإبتدائية؟ (b) كم من الوقت يلزم لكي تهبط الطاقة الميكانيكية إلي نصف قيمتها الإبتدائية؟ (c) بين أنه بصفة عامة المعدل الجزئي الذي تتناقص به السعة في حركة متضائلة لمتذبذب هي نصف المعدل الجزئي الذي تتناقص به الطاقة الميكانيكية للمتذبذب.

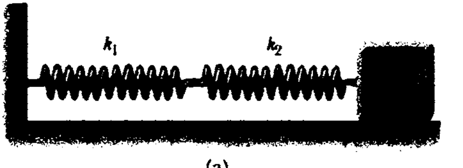
66 - كتلة m متصلة بزنبركين لهما ثابت قوة k_2, وk_1 كما هو موضح في شكل (P17.13a,b) في كل حالة من الحالتين تتحرك الكتلة على منضدة ملساء وتزاح من حالة الاتزان ثم تنطلق بين أنه في الحالتين تقوم الكتلة بحركة توافقية بسيطة بزمن دوري

$$\text{(a)} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1k_2}}$$

$$\text{(a)} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$



(b)



(a)

شكل P71.13 a&b

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.13) حيث إن A لايمكن أن تساوي صفر، ϕ لابد وأن تكون لها أي مقدار ينتج عن دالة جيب التمام التي تساوي صفراً عند t= 0 أي أنه $\phi = \cos^{-1} 0$ وهذا يكون صحيحاً عند $\phi=\pi/2$ أو $3\pi/2$ أو بصفة عامة $\phi = \pm n\,\pi/2$ حيث n عدد صحيح فردي وليس صفر. إذا أردنا أن نقصر اختبارنا لـ ø على القيم بين صفر و 2π نحتاج أن نعلم إذا كان الجسم يتحرك إلى اليمين أو إلى اليسار عند t=0. إذا كان يتحرك بسرعة موجبة $\phi=3\pi/2$ وإذا كانت $\upsilon_i<0$ إذن $\phi=\pi/2$.

(2.13d) 4A، من الحد الأقصى للوضع الموجب إلى وضع الإتزان يتحرك مسافة A طبقاً لتعريف سعة الذبذبة، بعد ذلك يتحرك بعد وضع الإتزان مسافة مساوية لها إلى الحد الأقصى للوضع السالب، بعد ذلك يكرر هاتين الحركتين في الاتجاه العكسي لكي يعود إلى الوضع الأصلي. ويكمل دورة يكون قد قطع خلالها مسافة تساوي $4A$.

(3.13) لا، لأن في الحركة التوافقية البسيطة العجلة لاتكون ثابتة.

(4.13) $A = \upsilon_i / \omega$ و $x = -A \sin \omega t$

(5.13) من قانون هوك ثابت الزنبرك يساوي $k = mg/L$ إذا أحللنا هذا المقدار محل k في معادلة 13.18 نجد

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{mg/L}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

وهي نفس معادلة 13.26 التي تعطي الزمن الدوري للبندول البسيط. إذن عندما يشدّ جسم زنبركا معلق رأسياً. يكون الزمن الدوري للنظام مساوياً للزمن الدوري لبندول بسيط له طول يساوي الاستطالة الاستاتيكية للزنبرك.

(6.13) إذا كان الهدف هو توقف الإهتزاز الناتج عن امتصاص الصدمات بأسرع ما يمكن، فيتم ذلك بإحداث تضاؤل حرج في السست الخاصة بامتصاص الصدمات Shock Absorber إلا أن هذا التصميم يجعل الجلوس داخل السيارة غير مريح نتيجة لعدم ليونة السست.إذا كان تضاؤل الاهتزازات أقل من التضاؤل الحرج عند إذ سيكون الجلوس في السيارة مريح إلا أنها ستهتز كثيراً. إذ أحدثت تضاؤلاً شديدافي اهتزازات السست الخاصة بامتصاص الصدمات فإن الإطارات تزاح عن مواضع إتزانها لمدة أطول مما يجب عند امتصاص الصدمة، وهو ما قد يتسبب في مخاطر للسيارة. لهذه الأسباب يقوم مصممي السيارات بتصميم أجهزة تعليق السيارة الماصة للصدمات بحيث تكون عند حد أقل قليلاً من التضاؤل الحرج. وهذا يؤدي إلى امتصاص الصدمات بسرعة (مما يؤدي إلى عدم الإحساس بخشونة الطريق) ثم تعود إلى حالة الاتزان بعد اهتزازه واحدة أو اهتزازتين.



* صورة محيرة

منذ أكثر من 300 سنة، ذكر إسحق نيوتن أن قوة الجاذبية التي تجعل التفاحة تسقط على الأرض هي نفس القوة التي تجعل القمر يستقر في مداره. في السنين الأخيره يستخدم العلماء تلسكوب هابل لجمع المعلومات عن قوى التجاذب التي تعمل على مسافات بعيدة كتلك التي تعمل في مجموعة كواكب برج توروس Constellation Tourus. ما هي الخواص لجسم مثل القمر التي تحدد قوة تجاذبة نحو الأجسام الأخرى؟

الفصل الرابع عشر 14
قانون الجاذبية
The Law of Gravity

ويتضمن هذا الفصل :

قبل عام 1687 تجمعت معلومات كثيرة حول حركة القمر والكواكب، إلا إنه لم تكن هناك مفاهيم صحيحة حول القوى التي تحدث تلك الحركة. في تلك السنة تمكن إسحق نيوتن من إيجاد المفتاح الذي فتح به الباب على أسرار الكون. لقد استنتج من قانونه الأول أن هناك قوة تؤثر على القمر لأنه بدون تلك القوة سيتحرك القمر في مسار مستقيم بدلاً من مدار يقترب من أن يكون دائرياً. لقد أرجع نيوتن تلك القوة إلى قوة الجذب التي تؤثر بها الأرض على القمر. لقد تحقق نيوتن من أن القوى المتسببة في جذب الأرض والقمر والشمس والكواكب الأخرى ليست شيئاً خاصاً بتلك النظم، لكنها تمثل جزءاً من جاذبية عامة وكونية بين الأجسام. لقد رأى نيوتن أن نفس قوة الجاذبية التي تجعل القمر يتبع مساره حول الأرض هي التي تتسبب في سقوط التفاحة من الشجرة. لقد عبر عن ذلك بقوله"لقد استنتجت ان القوى التي تبقى على الكواكب في مداراتها لابد وأن تتناسب عكسياً مع مربع المسافة بينها وبين المركز التي تدور حوله. ومن ثم يمكن أن نقارن القوة التي تجعل القمر يدور في مداره، بقوة الجاذبية على سطح الأرض سنجدهما متفقتان إلى حد كبيره."

في هذا الباب سندرس قانون الجاذبية وسنهتم بوصف حركة الكواكب، لأن المعلومات الفلكية تعطي تأكيداً على صحة قانون الجاذبية. وسوف نبين أن حركة الكواكب التي استنتجها يوهانز كبلر Johannes Keppler يمكن استنتاجها من قانوني الجاذبية وحفظ كمية الحركة الزاوية. بعد ذلك سنستنتج تعبيراً عاما عن طاقة الوضع الناتجة عن الجاذبية وسنختبر طاقة حركة الكواكب والاقمار الصناعية وسننهي هذا الباب بتوضيح كيف يمكن عن طريق قانون الجاذبية تعيين القوة بين جسم ممتد وجسيم.

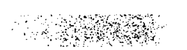
1.14 قانون نيوتن للجذب العام

NEWTON'S LAW OF UNIVERSAL GRAVITATION

لعلك قد سمعت القول المشهور أن نيوتن بينما كان يجلس أسفل شجرة تفاح، سقطت تفاحة فوق رأسه. وهذا الحدث جعله يتصور أن من المحتمل أن تكون كل الأجسام في الكون تنجذب نحو بعضها البعض بنفس الطريقة التي انجذبت بها التفاحة نحو الأرض. قام نيوتن بتحليل النتائج الفلكية عن حركة القمر حول الأرض. ومن هذا التحليل تأكد أن قانون القوى الذي يحكم حركة الكواكب هو نفس القانون الذي تسبب في جذب التفاحة نحو الأرض. وقدكانت تلك أو ل مرة تتحد فيها الحركة الأرضية مع الحركة الكونية.

وسوف ندرس التفاصيل الرياضية لتحليل نيوتن في القسم 5.14 . في عام 1687 نشر نيوتن أعماله عن قانون الجاذبية في كتابه الشهير Mathematical Principles of natural Philosophy وينص قانون نيوتن للجذب العام على أن

- كل جسم في الكون يجذب كل الأجسام الأخرى بقوة تتناسب طرديا مع حاصل ضرب كتلتيهما وتتناسب عكسيا مع مربع المسافة بينهما.



إذا كان للجسمين كتلتين m_1 , m_2 وتفصلهما مسافة r فإن مقدار قوة الجذب بينهما تساوي

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (1.14)$$

حيث G مقدار ثابت يسمى ثابت الجذب العام Universal gravitational Constant . وقد قيس عمليا، كما يلاحظ في مثال 6.6

$$G = 6.673 \times 10^{-11} \cdot Nm^2/kg^2 \qquad (2.14)$$

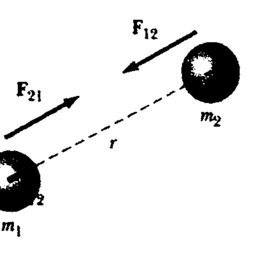
والشكل الرياضي لقانون القوة في المعادلة (1.14) يسمى قانون التربيع العكسي حيث إن مقدار القوة يتغير مع مربع المسافة بين الجسمين[1] وسوف نرى أمثلة أخرى لهذا النوع من القوى. ويمكن التعبير عن تلك القوة في شكل متجهات بأن تعرف وحدة المتجه $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ (شكل 1.14) حيث أن وحدة المتجه تتجه من الجسم 1 إلى الجسم 2. القوة المؤثرة بواسطة الجسم (1) على الجسم (2) هي

$$\mathbf{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}}_{12} \qquad (3.14)$$

والأشارة السالبة تبين أن الجسم(2) ينجذب نحو الجسم (1) ومن ثم يجب أن تتجه القوة نحو الجسم (1). من قانون نيوتن الثالث للحركة القوة التي يؤثر بها الجسم(2) على الجسم(1) يشار إليها $\mathbf{F}_{21}$ وتساوي في المقدار $\mathbf{F}_{12}$ وفي عكس اتجاهها. أي أن هذه القوى تكون زوجا من الفعل ورد الفعل و$\mathbf{F}_{21}=-\mathbf{F}_{12}$.

وهناك العديد من الخصائص في معادلة 3.14 تستحق الذكر. قوة الجذب هي قوة مجال Field Force وهي موجودة بصفة دائمة بين كل جسمين بغض النظر عن الوسط الفاصل بينهما.

حيث إن القوة تتغير مع مقلوب مربع المسافة بين الجسمين فهي لذلك تتناقص بشدة مع زيادة المسافة الفاصلة. وهو موقف مماثل لتناقص شدة الضوء الصادر عن مصدر نقطي Point Source مع $1/r^2$ كما هو موضح في شكل 2.14. وهناك صفة أخرى في معادلة 3.14 وهي أن قوة الجذب التي يؤثر بها جسم معين على شكل كرة توزيع كتلتها متماثل، على جسم آخر خارج هذا التوزيع هي نفس القوة كما لو أن الكتلة كلها لهذا التوزيع المتماثل قد تركزت في مركز الكرة. فمثلا القوة Fg التي تؤثر بها الأرض على جسم كتلته m قرب سطح الأرض قيمتها



شكل (1.14) قوة الجاذبية بين جسمين هي قوة جذب. وحدة المتجه $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ تتجه من الجسم (1) إلى الجسم (2) لاحظ أن $\mathbf{F}_{21}=-\mathbf{F}_{12}$

---

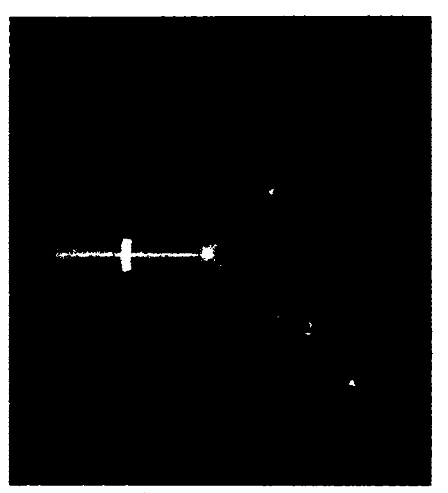
(1) العلاقة العكسية بين كميتين x , y هي العلاقة التي فيها $y = k/x$ حيث k مقدار ثابت. والعلاقة الطردية بين x , y تكون عندما $y = kx$

$$F_g = G\frac{M_E m}{R_E^{2}} \qquad (4.14)$$

حيث M_E كتلة الأرض، R_E نصف قطر الأرض وهذه القوة متجهة نحو مركز الأرض.

ولدينا العديد من الأمثلة التي تؤكد على أن قوة الجذب المؤثرة على جسم تتناسب طرديا مع كتلته وذلك من مشاهدتنا للأجسام الساقطة التي سبق دراستها في الباب الثاني. جميع الأجسام بغض النظر عن كتلتها تسقط على الأرض في غياب مقاومة الهواء بنفس العجلة g قرب سطح الأرض. وطبقا لقانون نيوتن الثاني تلك العجلة تعطى بالمعادلة $g= F_g/m$ حيث m هي كتلة الجسم الساقط. فإذا كانت هذه النسبة واحدة لجميع الأجسام الساقطة. عند إذا تكون F_g تتناسب طرديا مع الكتلة m.

إذا أخذنا الحالة العامة لقوة الجاذبية بين جسمين لكل منهما كتلته. مثل كوكبان، نستخدم نفس المفهوم لكي نبين أن قوة الجاذبية تتناسب مع أحد الكتلتين ونستطيع أن نختار أي من الكتلتين. إذن قوة الجاذبية لابد وأن تكون متناسبة طرديا مع الكتلتين معا .كما نرى في معادلة 3.14 .



شكل 2.14 ضوء يخرج من مصدر نقطي تقل شدته مع $1/r^2$. علاقة تنطبق على الطريقة التي تتغير بها قوة الجاذبية بتغير المسافة. عندما تتضاعف المسافة من مصدر الضوء يغطي الضوء مساحة تبلغ أربع أمثال المساحة الأولى ومن ثم تضعف شدته وتصل إلى ربع قيمتها.

تجربة سريعة

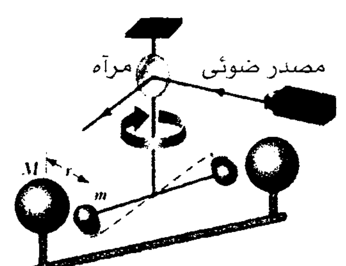
أنفخ بالون بحيث يصنع كرة صغيرة. قس قطرها. استخدم قلم ألوان ولوّن مساحة 1 سم^2 من سطح الكرة. واصل نفخ الكرة حتى تصل إلى ضعف قطرها الأول. قس أبعاد المربع الذي سبق أن رسمته. لاحظ كذلك كيف تغير لون المساحة التي سبق أن لونتها بالقلم هل تحققت مما هو موضح في شكل(2.14).

2.14 قياس ثابت الجذب العام

MEASURING THE GRAVITATIONAL CONSTANT

لقد تم قياس ثابت الجذب العام G بتجربة هامة أجراها العالم هنري كفندش Henry Cavendish (1731- 1810) عام 1798 . ويتكون جهاز كفندش من كرتين صغيرتين كتلة كل منهما m مثبتتين في نهايتي قضيب أفقي خفيف معلق بواسطة خيط رفيع أو سلك رفيع كما هو مبين في شكل(3.14) . عندما توضع كتلتان كبيرتان كتلة كل منهما M بالقرب من الكتلتين الصغيرتين.

يدور القضيب الأفقي بفعل قوى التجاذب بين الكرتين الصغيرتين والكرتين الكبيرتين ويحدث إلتواء للسلك المعلق منه القضيب ويتخذ وضع اتزان جديد تقاس زاوية الدوران بواسطة انحراف شعاع ضوئي منعكس من مرآة مثبته على سلك التعليق.



شكل(3.14) رسم توضيحي لجهاز كفندش لقياس G. عندما تنجذب الكتل الصغيرة m نحو الكرات الكبيرة M. يدور القضيب بين الكرتين الصغيرتين خلال زاوية صغيرة. وتقاس زاوية الدوران عن طريق أنحراف شعاع ضوئي ينعكس من على سطح مرآة مثبته على القضيب الرفيع المثبت فيه الكرتان الصغيرتان الخط المنقط يبين الوضع الابتدائي للقضيب.

وانحراف الشعاع الضوئي وسيلة جيدة لتكبير حركته. وتتكرر التجربة باستخدام كتل مختلفة على مسافات مختلفة. بالاضافة إلي تعيين مقدار G. بينت النتائج عمليا أن قوة التجاذب تتناسب مع حاصل ضرب الكتلتين mM طرديا وتتناسب عكسيا مع مربع المسافة r.

مثال 1.14 البليارد . أي واحدة؟

ثلاث كرات بليارد وزن كل واحدة منها 0.30 kg موضوعة على منضدة في أركان مثلث قائم الزاوية كما هو موضح في شكل 14.4 احسب قوة الجاذبية المؤثرة على الكرة المشار إليها m_1 (كرة البدء) بواسطة الكرتين الأخرتين.

الحل : نحسب أولا القوى التي تؤثر بها كل من الكرتين على حدة على كرة البدء m_1 ثم نوجد مجموع المتجهات لكي نحسب المحصلة. ويمكن أن نرى من الرسم أن تلك القوة، لابد وأن تتجه إلى أعلى نحو اليمين. نحدد المحاور كما هو موضح في شكل 4.14 ونحدد نقطة الأصل عند مكان كرة البدء m_1.
القوة المؤثرة على كرة البدء m_1 متجهة إلى أعلى وتعطى بالمعادلة

$$\mathbf{F}_{21} = G\frac{m_2 m_1}{r_{21}^2}\mathbf{j}$$

$$= \left(6.67 \times 10^{-11}\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}\right)\frac{(0.300\text{ kg})(0.300\text{ kg})}{(0.400\text{ m})^2}\mathbf{j}$$

$$= 3.75 \times 10^{-11}\mathbf{j}\text{ N}$$

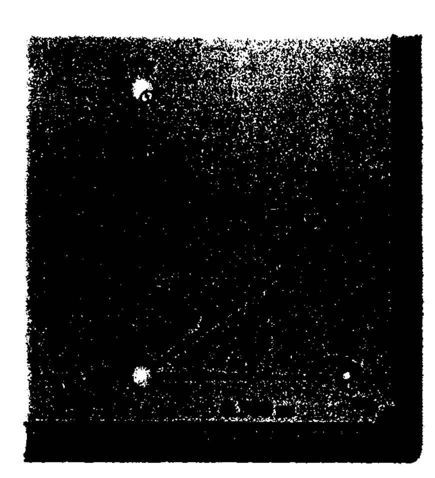
هذه النتيجة تبين أن قوى الجاذبية بين الأشياء اليومية قيمتها صغيرة جدا.

القوة المؤثرة بواسطة الكرة m_3 على كرة البدء m_1 متجهة نحو اليمين.

$$\mathbf{F}_{31} = G\frac{m_3 m_1}{r_{31}^2}\mathbf{i}$$

$$= \left(6.67 \times 10^{-11}\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}\right)\frac{(0.300\text{ kg})(0.300\text{ kg})}{(0.300\text{ m})^2}\mathbf{i}$$

$$= 6.67 \times 10^{-11}\mathbf{i}\text{ N}$$



شكل 4.14 محصلة قوى الجاذبية المؤثرة على الكرة m_1 هي حاصل جمع المتجهين $\mathbf{F}_{21}+\mathbf{F}_{31}$

ومن ثم محصلة القوة على كرة البدء m_1 هي

$$F = F_{21} + F_{31} = (3.75\mathbf{j} + 6.67\mathbf{i}) \times 10^{-11}\ N$$

ومقدار هذه القوة هو

$$F = \sqrt{F_{21}^2 + F_{31}^2} = \sqrt{(3.75)^2 + (6.67)^2} \times 10^{-11}$$

$$= 7.65 \times 10^{-11}\ N$$

تمرين : أوجد اتجاه F

الإجابة: °29.3 في اتجاه ضد عقارب الساعة من الاتجاه الموجب للمحور x.

جدول (1.14) تغير g' بالإرتفاع فوق سطح الأرض

الارتفاع h(km)	g' (m/s^2)
1 000	7.33
2 000	5.68
3 000	4.53
4 000	3.70
5 000	3.08
6 000	2.60
7 000	2.23
8 000	1.93
9 000	1.69
10 000	1.49
50 000	0.13
∞	0

3.14 عجلة السقوط الحر وقوة التجاذب

FREE FALL ACCELERATION AND THE GRAVITATIONAL FORCE

في الباب الخامس عندما عرَّفنا m_g على أنها وزن الجسم الذي كتلتة m عرفنا g على أنها مقدار عجلة السقوط الحر. الآن يمكننا أن نحصل على وصف أكثر دقة للعجلة g. حيث أن القوة المؤثرة على جسم يسقط سقوطاً حراً كتلته m بالقرب من سطح الأرض تعطى بالمعادلة 4.14 يمكننا أن نساوي mg بهذه القوة لنحصل على الآتي

$$mg = G\frac{M_E m}{R_E^2}$$

عجلة السقوط الحر قرب سطح الأرض

$$g = G\frac{M_E}{R_E^2} \qquad (5.14)$$

الآن نعتبر جسم كتلته m موضوع على مسافة h فوق سطح الأرض أو على مسافة r من مركز الأرض حيث $r = R_E + h$. مقدار قوة الجاذبية المؤثرة على هذا الجسم

$$F_g = G\frac{M_E m}{r^2} = G\frac{M_E m}{(R_E + h)^2}$$

قوة الجاذبية المؤثرة على الجسم عند هذا المكان هي أيضاً $F_g=mg'$ حيث g' هي عجلة السقوط الحر من الإرتفاع h. بإحلال هذا التعبير محل Fg في المعادلة يتضح أن g' تساوي

$$g' = \frac{GM_E}{r^2} = \frac{GM_E}{(R_E + h)^2} \qquad (6.14)$$

ومن هذا يتضح أن g' تتناقص مع الإرتفاع حيث أن وزن الجسم يساوي mg' ، نجد أنه باقتراب r من اللانهاية $r \to \infty$ يقترب الوزن من صفر. وقيم g' عند الإرتفاعات المختلفة معطاه في جدول (1.14).

مثال 2.14 تغير g بالإرتفاع h

محطة الفضاء الدولية مصممة لكي تعمل على ارتفاع 350 km. عندما تنتهي سيكون وزنها على الأرض $4.22 \times 10^6 N$ فكم يكون وزنها في مدارها.

الحل: حيث أن المحطة أعلى سطح الأرض سيكون وزنها في المدار أقل من وزنها على سطح الأرض وهو $4.22 \times 10^6 N$ باستخدام معادلة 14.6 ومقدار $h = 350$ km نجد أن

$$g' = \frac{GM_E}{(R_E + h)^2}$$

$$= \frac{(6.67 \times 10^{-11} N \cdot m^2/kg^2)(5.98 \times 10^{24} kg)}{(6.37 \times 10^6 m + 0.350 \times 10^6 m)^2}$$

$$= 8.83 \ m/s^2$$

حيث إن $g'/g = 8.83/9.8 = 0.901$ نستنتج أن وزن المحطة عند ارتفاع 350 km هو 90.1% من وزنها على سطح الأرض.

إذن وزن المحطة في المدار تساوي $3.8 \times 10^6 N = (0.901)(4.22 \times 10^6 N)$

مثال 3.14 كثافة الأرض

حيث إن عجلة الجاذبية الأرضية على سطح الأرض $g = 9.8 \ m/s^2$ احسب متوسط كثافة الأرض.

الحل: إستخدم $g = 9.8 \ m/s^2$, $R_E = 6.37 \times 10^6 m$ نجد من المعادلة 5.14 أن $M_E = 5.96 \times 10^{24}$ kg من هذه النتيجة ومن تعريف الكثافة من الباب الأول نجد أن

$$\rho_E = \frac{M_E}{V_E} = \frac{M_E}{\frac{4}{3}\pi R_E^3} = \frac{5.96 \times 10^{24} kg}{\frac{4}{3}\pi(6.37 \times 10^6 m)^3}$$

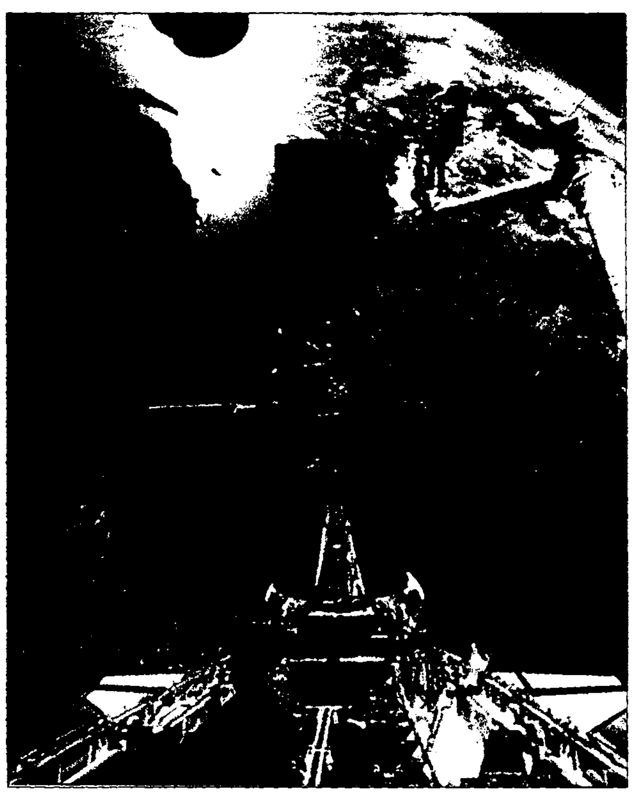
$$= 5.50 \times 10^3 \ kg/m^3$$

حيث إن هذه القيمة هي ضعف كثافة معظم الصخور على سطح الأرض نستنتج أن الطبقات الداخلية للأرض لها كثافة أعلى بكثير من كثافة القشرة الأرضية. إنه لشئ مدهش أن تجربة كفندش التي عين منها الثابت G ويمكن إجراؤها فوق منضدة والتجربة البسيطة لقياس الهبوط الحر التي أمكن منها تعيين g قد أديا إلى معرفة طبيعة الطبقات الداخلية للكرة الأرضية.

4.14 قوانين كبلر KEPLER'S LAWS

لقد شاهد الناس حركة الكواكب والنجوم وغيرها من الأجرام السماوية منذ آلاف السنين. في فجر التاريخ ظن الناس أن الأرض هي مركز الكون وظهر ما يسمى نموذج المركز الأرضي للكون الذي نادى به العالم الفلكي الأغريقي كلاوديوس بطليموس Claudius Ptolemy في القرن الثاني الميلادي. وقد ظل

هذا الاعتقاد راسخا لمدة 1400 سنة. في عام 1543 إقترح نيكولاس كوبرنيكوس Nicolus Copernicus (1473- 1543) وهو عالم بولندي أن الأرض والكواكب الأخرى تدور في مدارات دائرية حول الشمس وهو نموذج المجموعة الشمسية المعترف به حاليا.



بعض رواد الفضاء وتلسكوب هابل والمكوك الفضائي حول سطح الأرض



Johannes Kepler German astronomer (1571-1630)

چوهانز كبلر عالم فلك ألماني قام بوضع قوانين الحركة للكواكب على أساس التجارب الدقيقة التي قام بها تايكو براهي
Tycho Brahe

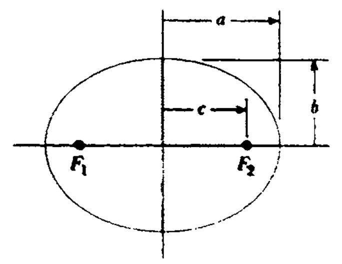
لمعلومات أكثر عن كبلر
WEB.site at
www.saunderscollege.com/physics/

أراد العالم الهولندي تايكوبراهي Tycho brahe (1546-1601) أن يدرس كيف بنى الكون. فوضع برنامجا لتعيين أماكن النجوم والكواكب باستخدام البوصلة وآلة السدس (السكستانت) Sextant وأخذ يعين بهما أوضاع الكواكب و777 نجما مرئيا بالعين المجردة ففي هذا الوقت لم يكن التلسكوب قد اخترع بعد.

واصل چوهانز كبلر Johannes Kepler (1571-1630) العالم الفلكي الألماني الذي كان يعمل معاونا لبراهي الدراسات الفلكية التي بدأها براهي. فجمع النتائج التي توصل إليها براهي وأمضى16 عام وهو يحاول عمل نموذج رياضي لحركة الكواكب. وبعد دراسات معقدة وعديدة وجد كبلر أن نتائج براهي عن دوران المريخ Mars حول الشمس تعطى الجواب المطلوب.

لقد بينت التحاليل التي قام بها كبلر أن فكرة المدارات الدائرية حول الشمس يجب التخلي عنها. لقد اقترح أن مدار المريخ حول الأرض هو على شكل قطع ناقص ellips. شكل 5.14 يبين الوصف

الهندسي للقطع الناقص وأطول محور يسمى المحور الأكبر Major axis وطوله $2a$. حيث a هي نصف قطر المحور الأكبر وأقصر محور، هو المحور الأصغر minor axis وطوله $2b$ حيث b نصف طول المحور الأصغر وفي كل من جانبي مركز القطع توجد بؤرة على مسافة C من مركز القطع حيث $a^2= b^2+c^2$ والشمس تقع في إحدى بؤرتي القطع الناقص الذي يمثل مدار كوكب المريخ. وقد عمم كبلر نتائجه هذه لتشمل حركة جميع الكواكب. والنتائج التي توصل إليها كبلر يمكن تلخيصها في ثلاث نصوص أساسية تسمى قوانين كبلر .



شكل (5.14) رسم لقطع ناقص ونصف المحور الأكبر طوله (a) ونصف المحور الأصغر طوله (b). النقط البؤرية تبعد بمسافة C عن المركز حيث $a^2= b^2+c^2$

قوانين كبلر:

1 - جميع الكواكب تدور في مدارات على شكل قطع ناقص توجد الشمس في أحد بؤرتيه.

2 - نصف قطر المتجه الواصل بين الشمس والكوكب يقطع مساحات متساوية في فترات زمنية متساوية.

3 - مربع الزمن الدوري المداري لأي كوكب يتناسب مع مكعب نصف طول المحور الأكبر للمدار الذي على شكل قطع ناقص.

معظم الكواكب تسير في مدارات قريبة من الشكل الدائري. فمثلا نصف طول المحور الأكبر ونصف طول المحور الأصغر لكوكب المريخ يختلفان بمقدار 0.4% فقط. وكوكب عطارد وبلوتو Mercury and Pluto لهما مداران كل منهما على شكل قطع ناقص بشكل أكبر من أي من الكواكب التسع الأخرى. بالإضافة إلى الكواكب، توجد العديد من المذنبات التي تتبع قانون كبلر في حركتها حول الشمس. والمذنب هالي أحد تلك الأجسام ويمكن رؤيته عندما يقترب من الشمس مرة كل 76سنة، ومداره على شكل قطع ناقص لدرجة كبيرة، ونصف طول محوره الأصغر 76% أصغر من نصف طول محوره الأكبر.

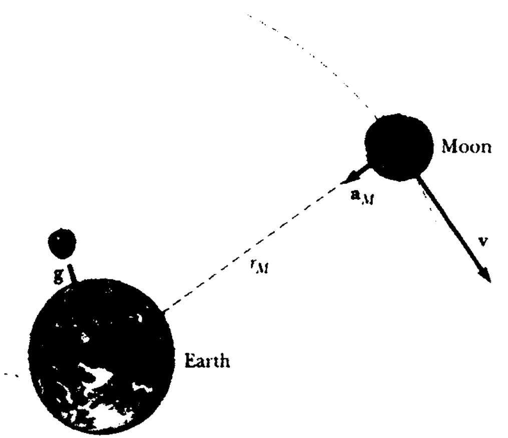
نحن لانحاول أن نثبت العلاقة بين قوانين كبلر وقوانين نيوتن إلا أن قانون كبلر الأول هو استنتاج مباشر من كون قوة الجاذبية تتغير مع $1/r^2$. أي أنه تحت قانون التربيع العكسي لقوة الجاذبية، يمكن أن نثبت رياضيا أن مدار الكوكب على شكل قطع ناقص، وأن الشمس توجد في إحدى بؤرتيه.

لقد أثبت نيوتن بعد حوالي نصف قرن من الزمان أن قوانين كبلر هي نتيجة مباشرة لقوى الجاذبية التي توجد بين أي كتلتين. لقد أعطى قانون نيوتن للجذب العام مع قوانين الحركة التي وضعها حلا رياضيا كاملا لحركة الكواكب والأقمار الصناعية.

5.14 قانون الجاذبية وحركة الكواكب

THE LAW OF GRAVITY AND THE MOTION OF PLANETS

عندما وضع نيوتن قانوت الجاذبية استخدم بعض المبررات التي تؤكد على أن قوة الجاذبية تتناسب عكسيا مع مربع المسافة بين الجسمين المتآثرين. لقد قارن نيوتن بين عجلة القمر في مداره وعجلة جسم يسقط قرب سطح الأرض مثل التفاحة الشهيرة (شكل 6.14). إفترض أن العجلتين لهما نفس السبب وهو قوة جذب الأرض. استخدم نيوتن قانون التربيع العكسي ليبين أن عجلة القمر نحو الأرض (العجلة المركزية) تتناسب مع $1/r_M^2$ حيث r_M هي المسافة بين مركز الأرض ومركز القمر. أضف إلى ذلك عجلة جذب التفاحة نحو الأرض تتناسب مع $1/R_E^2$ حيث R_E هو نصف قطر الأرض أي المسافة بين مركز التفاحة ومركز الأرض



شكل (6.14). عندما يدور القمر حول الأرض يتأثر بعجلة مركزية a_M متجهة نحو الأرض. أي جسم قرب سطح الأرض مثل التفاحة الموضحة في الرسم تتأثر بعجلة g تجعلها تنجذب نحو سطح الأرض (الأبعاد ليست طبقا لمقياس رسم).

باستخدام قيمة $R_E = 6.37 \times 10^6$ m و $r_M = 3.84 \times 10^8$ m. استنتج نيوتن أن النسبة بين عجلة القمر a_M إلى عجلة التفاحة g هي:

$$\frac{a_M}{g} = \frac{(1/r_M)^2}{(1/R_E)^2} = \left(\frac{R_E}{r_M}\right)^2 = \left(\frac{6.37 \times 10^6\,\text{m}}{3.84 \times 10^8\,\text{m}}\right)^2 = 2.75 \times 10^{-4}$$

أي أن العجلة المركزية للقمر هي

$$a_M = \left(2.75 \times 10^{-4}\right)\left(9.80\ \text{m/s}^2\right) = 2.70 \times 10^{-3}\ \text{m/s}^2 \qquad \text{عجلة القمر}$$

قام نيوتن بحساب العجلة المركزية للقمر من معرفة بعده عن الأرض والزمن الدوري المداري Orbital Period $T = 27.32$ days وهو ما يساوي $T = 2.36 \times 10^6$ s في الفترة الزمنية T يقطع القمر مسافة قدرها $2\pi r_M$ وهي طول محيط مداره. إذن سرعته المدارية $2\pi r_M/T$ وعجلته المركزية هي :

$$a_M = \frac{v^2}{r_M} = \frac{(2\pi r_M/T)^2}{r_M} = \frac{4\pi^2 r_M}{T^2} = \frac{4\pi^2\left(3.84 \times 10^8\,\text{m}\right)}{\left(2.36 \times 10^6\,s\right)^2}$$
$$= 2.72 \times 10^{-3}\,\text{m/s}^2 \approx \frac{9.80\ \text{m/s}^2}{60^2}$$

وحيث ان القمر يبعد عن الأرض بمقدار 60 مرة قدر نصف قطر الأرض فتكون عجلة الجاذبية عند تلك المسافة حوالي $1/60^2$ من قيمتها عند سطح الأرض. إن التساوي التام بين هذه القيمة والقيمة التي استنتجها نيوتن باستخدام g ، تعطي ثقة تامة في طبيعة التربيع العكسي لقانون قوة الجاذبية.

على الرغم من أن تلك النتائج لابد وأنها كانت مشجعة لنيوتن، إلا أنه كان منزعجا جدا للفرض الذي وضعه عندما قام بتقدير عجلة جسم عند سطح الأرض. فقد افترض نيوتن أن كتلة الأرض مركزة عند مركزها .أي أنه قد افترض أن الأرض تؤثر على الأجسام الخارجية كما لوكانت جسيم. وبعد بضع سنوات حين توصل للأعمال الرائدة في تطوير حساب التفاضل والتكامل تمكن من إثبات أن هذا الفرض صحيحا، وقد كان أحد الاستنتاجات الطبيعية لقانون الجذب العام.

قانون كبلر الثالث:

يمكن استنتاج قانون كبلر الثالث من قانون التربيع العكسي للمدارات الدائرية[2]. اعتبر كوكبا كتلته M_p يدور حول الشمس وكتلتها M_s في مدار دائري كما في شكل 7.14 . حيث أن قوة الجاذبية المؤثرة بواسطة الشمس على الكوكب هي قوة متجهة نحو نصف القطر فتجعل الكوكب يدور في دائرة. يمكن استخدام قانون نيوتن الثاني $\sum F = ma$ للكوكب.

$$\frac{GM_sM_p}{r^2} = \frac{M_p\upsilon^2}{r}$$

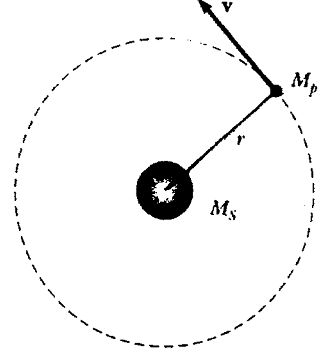
حيث ان السرعة المدارية υ للكوكب هي $2\pi r/T$ حيث T هو الزمن الدوري للحركة يصبح التعبير السابق كما يلي

$$\frac{GM_s}{r^2} = \frac{(2\pi r/T)^2}{r}$$

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_s}\right) r^3 = K_s r^3 \qquad (7.14)$$

حيث K_s هو مقدار ثابت يعطى بالمعادلة

$$K_s = \frac{4\pi^2}{GM_s} = 2.97 \times 10^{-19} \mathrm{s}^2/\mathrm{m}^3$$



شكل (7.14) كوكب كتلته M_p يتحرك في مدار دائري حول الشمس. جميع مدارات الكواكب ماعدا عطارد وبلاتو تقريبا دائرية الشكل.

معادلة 14.7 هي قانون كبلر الثالث للحركة ويمكن اثبات أن القانون يصلح كذلك لمدارات القطع الناقص. إذا أحللنا r بطول نصف المحور الرئيسي الأكبر a .لاحظ أن ثابت التناسب K_s لايتوقف على كتلة الكوكب. إذن معادلة 7.14 تصلح لأي كوكب[3]. جدول 2.14 يحتوي على مجموعة من البيانات عن الكواكب. والعمود الأخير يحقق أن T^2/r^3 مقدار ثابت. المتغيرات البسيطة في هذا العمود تعكس اللايقين في القيم المقاسة للأزمنة الدورية ونصف طول المحاور الكبرى للكواكب عندما نأخذ في الإعتبار مدار أحد الكواكب حول الأرض مثل القمر عند إذ ثابت التناسب يكون له مقدار آخر يحسب باستبدال كتلة الأرض محل كتلة الشمس.

---

(2) جميع مدارات الكواكب ما عدا عطارد وبلاتو قريبة من الدائرية. إذن نحن لا نحدث كثيرا من الخطأ باعتبار ذلك، فمثلا النسبة بين نصف طول المحور الأصغر إلى نصف طول المحور الأكبر لمدار الأرض هو $b/\alpha = 0.999\ 86$

(3) معادلة 7.14 هي نسبة بين T^2 و r^3 وتساوي مقدار ثابت والمتغيرات في النسبة ليس من الضروري أن تكون مقتصرة على الأس الأول فقط.

جـــدول (2.14) بعـــض البيـــانـــات عـــن الكـــواكـــب

الكوكب	الكتلة (kg)	متوسط نصف القطر (m)	الزمن الدوري (s)	متوسط بعد الكوكب عن الشمس (m)	T^2/r^3 (s^2/m^3)	أسماء الكواكب
Merury	3.18×10^{23}	2.43×10^{6}	7.60×10^{6}	5.79×10^{10}	2.97×10^{-19}	عطارد
Venus	4.88×10^{24}	6.06×10^{6}	1.94×10^{7}	1.08×10^{11}	2.99×10^{-19}	الزهرة
Earth	5.98×10^{24}	6.37×10^{6}	3.156×10^{7}	1.496×10^{11}	2.97×10^{-19}	الأرض
Mars	6.42×10^{23}	3.37×10^{6}	5.94×10^{7}	2.28×10^{11}	2.98×10^{-19}	المريخ
Jupiter	1.90×10^{27}	6.99×10^{7}	3.74×10^{8}	7.78×10^{11}	2.97×10^{-19}	المشتري
Saturn	5.68×10^{26}	5.85×10^{7}	9.35×10^{8}	1.43×10^{12}	2.99×10^{-19}	زحل
Uranus	8.68×10^{25}	2.33×10^{7}	2.64×10^{9}	2.87×10^{12}	2.95×10^{-19}	أورانس
Neptune	1.03×10^{26}	2.21×10^{7}	5.22×10^{9}	4.50×10^{12}	2.99×10^{-19}	نبتون
Pluto	$\approx 1.4 \times 10^{22}$	$\approx 1.5 \times 10^{6}$	7.82×10^{9}	5.91×10^{12}	2.96×10^{-19}	بلوتو
Moon	7.36×10^{22}	1.74×10^{6}	–	–	–	القمر
Sun	1.991×10^{30}	6.96×10^{8}	–	–	–	الشمس

مثال 4.14 كتلة الشمس

احسب كتلة الشمس علما بأن الزمن الدوري للأرض حول الشمس يساوي $T=3.156 \times 10^{7}s$ وبعدها عن الشمس $1.496 \times 10^{11}m$

الحل : باستخدام معادلة 7.14 نجد أن

$$M_s = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (1.496 \times 10^{11} m)^3}{(6.67 \times 10^{-11} N \cdot m^2/kg^2)(3.156 \times 10^{7} s)^2}$$

$$= 1.99 \times 10^{30}\ kg$$

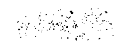
في مثال 3.14 استخدمنا مفهوم قوة الجاذبية لاستنتاج كثافة الأرض وفي هذا المثال استخدمناه لحساب كتلة الشمس.

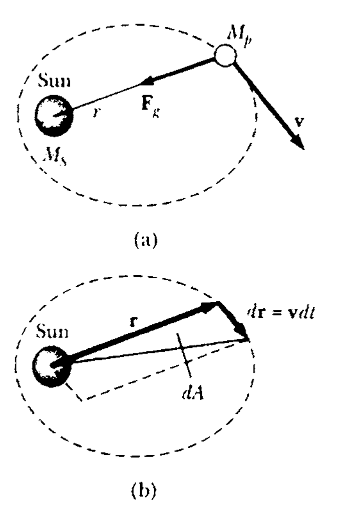
قانون كبلر الثاني وحفظ كمية الحركة الزاوية

Keplers Secons Law and Conservation of Angular Momentum

شكل 8.14 قانون كبلر الثاني يسمى قانون المساحات المتساوية. عندما الفترة الزمنية اللازمة لينتقل كوكب من النقطة A للنقطة B تساوي الفترة الزمنية اللازمة لكي ينتقل من النقطة C إلى النقطة D. المساحتان التي يقطعهما متجه نصف قطر الكوكب تكونان متساويتان لاحظ أنه لكي يتحقق ذلك لابد أن يتحرك الكوكب بين D,C أسرع مما يتحرك بين B ,A.

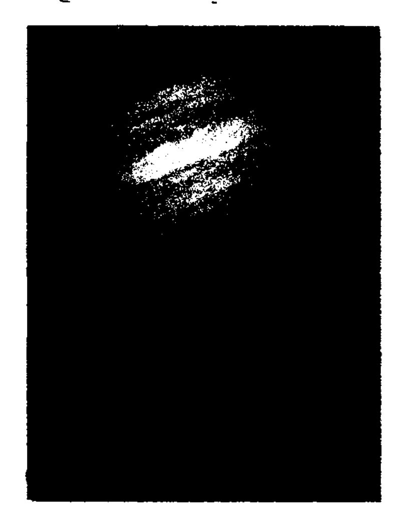
اعتبر أن كوكبا كتلته M_p يدور حول الشمس في مدار على شكل قطع ناقص كما في شكل (8.14). قوة الجاذبية المؤثرة علي الكوكب تكون دائما على امتداد متجه نصف القطر نحو الشمس كما هو مبين في شكل 14.9a . عندما تتجه قوة نحو نقطة معينة أو





شكل (9.14) (a) قوة الجاذبية المؤثرة على الكوكب تتجه نحو الشمس على امتداد متجه نصف القطر (b) بينما يدور الكوكب في مداره حول الشمس المساحة التي يقطعها متجه نصف القطر في زمن dt تساوي نصف مساحة متوازي الأضلاع المكون من المتجه $\mathbf{r}$ و $d\mathbf{r} = \mathbf{v}dt$

● منظران منفصلان لكوكب المشترى والمذنب الدوري شوميكر- ليفي- 9. مأخوذان بواسطة تلسكوب هابل قبل أن يصطدم المشترى والمذنب بشهرين في يوليو 1994 . وقد وضعا معا بواسطة الكمبيوتر. النقطة السوداء فوق المشترى هي ظل القمر التابع له Io.



في الاتجاه المضاد لها وتكون دالة في المسافة r فقط تسمى قوة مركزية، وعزم الدوران المؤثر على الكوكب نتيجة لهذه القوة يساوي صفراً حيث $\mathbf{F}$ موازية $\mathbf{r}$

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times F\hat{\mathbf{r}} = 0$$

(قد تحتاج لمراجعة قسم 2.11 لتتذكر حاصل ضرب المتجهات) وتذكر من معادلة (19.11) أن عزم الدوران يساوي معدل تغير كمية الحركة الزاوية مع الزمن $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$. إذن لأن قوة الجاذبية التي تؤثر بها الشمس على الكوكب لاتحدث عزم دوران على الكوكب. كمية الحركة الزاوية للكوكب تكون مقدارا ثابتا.

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{r} \times M_p\mathbf{v} = M_p\mathbf{r} \times \mathbf{v} = \text{constant} \qquad \textbf{(8.14)}$$

حيث أن $\mathbf{L}$ تظل مقدارا ثابتا. حركة الكوكب عند أي لحظه تكون مقصورة على المستوى المكون من $\mathbf{r}$, $\mathbf{v}$. يمكن أن ننسب هذه النتيجة للإعتبارات الهندسية التالية. متجه نصف القطر $\mathbf{r}$ في شكل (14.9b) يقطع مساحة dA في زمن dt وهذه المساحة تساوي نصف المساحة $|\mathbf{r} \times d\mathbf{r}|$ لمتوازي الأضلاع المكون من $\mathbf{r}$ و $d\mathbf{r}$ (راجع القسم 11.2). حيث إن حركة الكواكب في فترة زمنية قد رها dt هي dr حيث $d\mathbf{r} = \mathbf{v}dt$ يمكن استنتاج الآتي:

$$dA = \tfrac{1}{2}|\mathbf{r} \times d\mathbf{r}| = \tfrac{1}{2}|\mathbf{r} \times \mathbf{v}\,dt| = \frac{L}{2M_p}dt$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2M_p} = \text{constant} \qquad \textbf{(9.14)}$$

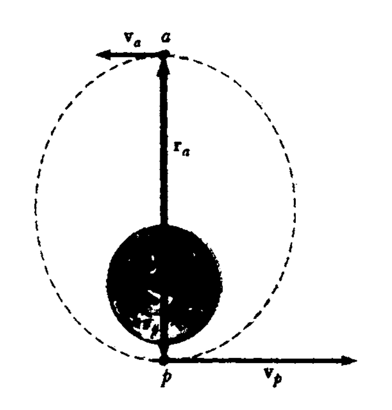
حيث M_p , L مقداران ثابتان. ومن ثم نستنتج أن نصف قطر المتجه من الشمس إلى الكوكب يقطع مساحات متساوية في فترات زمنية متساوية.

ومن المهم أن تعرف أن هذه النتيجة التي تمثل قانون كبلر الثاني هي نتيجة لاعتبار أن قوة الجاذبية هي قوة مركزية. وهي بدورها تقتضي أن تكون كمية الحركة الزاوية مقدارا ثابتا. ومن ثم قانون كبلر الثاني يصلح لأي حالة تكون فيها القوة مركزية سواء كانت تربيع عكسي أم ليست كذلك.

مثال 5.14 الحركة في مدار على شكل قطع ناقص

قمر صناعي كتلته m يتحرك في مدار على شكل قطع ناقص حول الأرض شكل (10.14) وأقل مسافة من القمر إلى الأرض تسمى نقطة الحضيض *Perigee* ويرمز لها بالرمز P في شكل (10.14) وأكبر مسافة تسمى الأوج *apogee* ويرمز لها بالرمز (a) . فإذا كانت سرعة القمر عند النقطة P هي υ_p كم تكون سرعته عند a؟

الحل : عندما يتحرك القمر من نقطة الحضيض إلى نقطة الأوج فهو يبتعد عن الأرض ومن ثم فإن مركبة قوة جاذبية الأرض التي تؤثر على القمر تكون عكس متجه السرعة والشغل المبذول على القمر يكون سالبا وهو ما يسبب تباطؤه، طبقا لنظرية الشغل وطاقة الحركة. نتيجة لذلك نتوقع أن تكون السرعة عند نقطة الأوج أقل من السرعة عند نقطة الحضيض.



شكل (10.14) عندما يدور القمر الصناعي حول الأرض في مدار على شكل قطع ناقص، تكون كمية الحركة الزاوية له مقدار ثابتا. أي أن $m\upsilon_a r_a = m\upsilon_p r_p$ حيث p, a يمثلان نقطتا الأوج والحضيض على الترتيب.

كمية الحركة الزاوية للقمر بالنسبة للأرض هي $\mathbf{r} \times m\mathbf{v} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v}$ عند النقطتين a و p ، $\mathbf{v}$ متعامدة على $\mathbf{r}$. إذن مقدار كمية الحركة الزاوية عند هاتين النقطتين $L_a = m\upsilon_a r_a$ و $L_p = m\upsilon_p r_p$

حيث إن مقدا الحركة الزاوية مقدار ثابت نجد أن:

$$m\upsilon_a r_a = m\upsilon_p r_p$$

$$\upsilon_a = \frac{r_p}{r_a}\upsilon_p$$

اختبار سريع 1.14

كيف تفسر أن كوكب المشترى وكوكب زحل لهما زمن دوري أكبر من سنة واحدة.

6.14 مجال الجاذبية GRAVITATIONAL FIELD

عندما أعلن نيوتن نظريته عن الجذب العام، أُعتبرت نجاحا كبيرا لأنها قد فسرت حركة الكواكب. ومنذ عام 1687 أستخدمت نفس النظرية لكي تفسر حركة المذنبات، انحراف ميزان كفندش،مدارات النجوم المزدوجة وحركة المجرات. إلا أن معاصري نيوتن ومن أتوا من بعده وجدوا من الصعب قبول مفهوم القوة التي تؤثر عن بعد كما ذكر في القسم (1.5). لقد تساءلوا كيف يمكن لجسمين أن يتآثرا إذا لم يكونا متلامسين معا، لم يتمكن نيوتن من الإجابة على هذا الإستفسار.

جاء تفسير التآثر بين الأجسام التي ليست متلاصقة بعد وفاة نيوتن بفترة طويلة وأمكن النظر إلى هذا التآثر بطرق مختلفة. فكما ذُكر في القسم (5.1)، هذا التفسير يعتمد على مفهوم مجال الجاذبية gravitational field الذي يوجد في كل نقطة في الفضاء. عندما يوضع جسم كتلته m عند أي نقطة حيث يكون مجال الجاذبية $\mathbf{g}$ ، فإن الجسم يتأثر بقوة $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$ أي أن المجال يؤثر بقوة على الجسم. ومن ثم مجال الجاذبية $\mathbf{g}$ يعرَّف كالآتي

$$\mathbf{g} \equiv \frac{\mathbf{F}_g}{m} \qquad \text{مجال الجاذبية} \qquad (10.14)$$

أي أن مجال الجاذبية عند نقطة ما في الفضاء يساوي قوة الجاذبية التي تؤثر على جسم اختبار موضوع عند هذه النقطة مقسومة على كتلة جسم الإختبار. لاحظ أن وجود جسم اختبار ليس ضروريا لوجود المجال، فالأرض هي التي تخلق مجال الجاذبية. ويسمى الجسم الذي يخلق المجال، الجسم المصدر (إلا أن الأرض من الواضح أنها ليست جسما، سوف نوضح عما قليل حقيقة إمكان تقريب الأرض كجسم بهدف إيجاد مجال الجاذبية الناشئ عنها). ويمكننا أن نكشف عن وجود المجال ونقيس قوته بوضع جسم اختبار في المجال ونقيس مقدار القوة المؤثرة عليه.

حيث إن قوة الجاذبية هي تأثير بين جسمين، مفهوم مجال الجاذبية يمكننا من أن نستبعد كتلة أحد الجسمين. فنحن نصف التأثير الذي لأي جسم (في هذه الحالة الأرض) على الفضاء المحيط به بدلالة القوة التي توجد عندما يتواجد جسم آخر في مكان ما في هذا الفضاء[4].

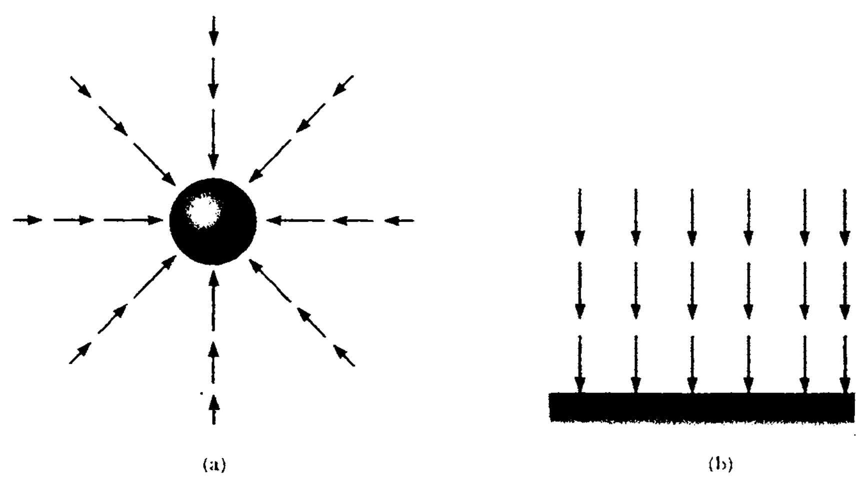
كمثال لكيفية عمل مفهوم المجال . نفرض جسما كتلته m قرب سطح الأرض، نظرا لأن قوة الجاذبية المؤثرة على الجسم قيمتها $GM_E\, m/r^2$ (راجع معادلة 4.14) المجال $\mathbf{g}$ على مسافة r من مركز الأرض هو :

$$\mathbf{g} \equiv \frac{\mathbf{F}_g}{m} = \frac{-M_E G}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (11.14)$$

---

(4) سوف نعود إلى هذه الفكرة، فكرة الكتلةالتي تؤثر على الفضاء المحيط بها عندما ندرس نظرية أنيشتين عن الجاذبية في الباب 39.

حيث $\hat{\mathbf{r}}$ وحدة متجه يشير إلى الخارج من الأرض والإشارة السالبة تبين أن المجال يتجه نحو مركز الأرض. كما هو مبين في الشكل 11.14.a لاحظ أن متجهات المجال عند النقط المختلفة حول الأرض تختلف من حيث المقدار والاتجاه. في مساحة صغيرة بالقرب من سطح الأرض، المجال المتجه إلى أسفل، $\mathbf{g}$ ثابت تقريبا ومنتظم كما هو واضح من شكل 11.14.b . معادلة 11.14 صالحة للأستخدام عند جميع النقط خارج سطح الأرض. بفرض أن الأرض كروية. عند سطح الأرض حيث $r = R_E$، مقدار $\mathbf{g}$ يساوي 9.8 N/kg.



شكل (11.14) (a) متجه مجال الجاذبية بالقرب من كتلة كروية منتظمة مثل الأرض يختلف من حيث المقدار والإتجاه. ويتأثر الجسم بتلك المتجهات في اتجاه العجلة إذا وضع في هذا المجال. وقيمة متجه المجال عند أي موضع هو قيمة عجلة السقوط الحرفي هذا الموضع. (b) متجه مجال الجاذبية في منطقة صغيرة قرب سطح الأرض يكون منتظما من حيث الاتجاة والمقدار.

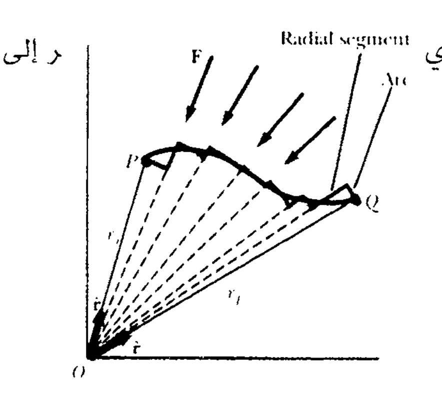
7.14 طاقة الوضع في مجال الجاذبية

GRAVITATIONAL POTENTIAL ENERGY

في الباب الثامن أدخلنا مفهوم طاقة الوضع لجسم في مجال الجاذبية. وهي الطاقة المقترنة بوضع جسم. وقد بينا أن دالة طاقة الوضع في مجال الجاذبية لجسم $U = mgy$ تكون صحيحة فقط عندما يكون الجسم قريبا من سطح الأرض، حيث تكون قوة الجاذبية مقدارا ثابتا. حيث أن قوة الجاذبية بين جسمين تتغير بتغير $1/r^2$.فإننا نتوقع دالة عامة لطاقة الوضع. دالة تصلح دون وضع قيد متعلق بالقرب من سطح الأرض وستكون مختلفة اختلافا ملحوظا عن الدالة $U = mgy$.

وقبل أن نحسب الحالة العامة لدالة طاقة الوضع في مجال الجاذبية، سوف نتحقق أولا أن قوة الجاذبية محفوظة (تذكر قسم 8.2 أن القوة تكون محفوظة إذا كان الشغل الذي تعمله على جسم يتحرك بين أي نقطتين لا يعتمد على المسار الذي يتخذه الجسم، لكي نفعل ذلك سوف نؤكد أولا أن قوة

الجاذبية هي قوة مركزية. ومن التعريف، القوة المركزية هي أي ...ر إلى مركز ثابت، ومقدارها يعتمد على الإحداثي القطري r. ومن ثم القوة المركزية يمكن تمثيلها بالعلاقة F(r) حيث وحدة متجه يتجه من نقطة الأصل إلى الجسم كما نرى من شكل 12.14 .



شكل (12.14) جسيم يتحرك من P إلى Q وهو واقع تحت تأثير قوة F . متجهة نحو المركز. المسار مقسم إلى مجموعة من القطاعات القطرية والأقواس حيث أن الشغل المبذول خلال الأقواس يساوي صفر والشغل المبذول لا يعتمد على المسار ويعتمد فقط على مقداري r_f ، r_i

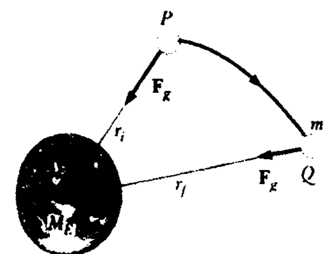
نأخذ حالة قوة مركزية تؤثر على جسم يتحرك على امتداد مسار P إلى نقطة Q كما في شكل (12.14). المسار من P إلى Q يمكن تقريبه بواسطة سلسلة من الخطوات طبقا للطريقة التالية. في شكل (12.14) نرسم مجموعة من الإسفينات الرفيعة wedges وهي المبينه بالخطوط المنقطة في شكل 12.14 . الحدود الخارجية لمجموعة الإسفينات (جمع إسفين) عبارة عن مسار يتكون من مجموعة من الخطوط القطرية القصيرة والأقواس (لونها رمادي في الشكل) نختار طول البعد القطري لكل إسفين بحيث أن القوس القصير عند الطرف المتسع للإسفين يتقاطع مع مسار الجسم الفعلي. بعد ذلك نقرب المسار الفعلي بسلسلة من الحركات الزجزاجية التي تتبادل الحركة إما على طول القوس أو على طول الخط القطري. من التعريف، القوة المركزية تتجه دائما على امتداد أحد القطاعات القطرية، ومن ثم الشغل المبذول بواسطة القوة **F** على امتداد أي من القطاعات القطرية يساوي:

$$dW = \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} = F(r)\,dr$$

قد نتذكر أنه من التعريف. الشغل المبذول بواسطة قوة عمودية على الإزاحة يساوي صفر. إذن الشغل المبذول في الحركة على أي قوتين تساوي صفر لأن **F** متعامدة على الإزاحة على امتداد تلك المنحنيات. إذن الشغل الكلي المبذول بواسطة القوة **F** هو مجموعة الاضافات على امتداد القطاعات القطرية.

$$W = \int_{ri}^{rf} F(r)\,dr$$

حيث i و f تشير إلى الوضع الإبتدائي والوضع النهائي وحيث أن هذه المعادلة دالة في الوضع القطري فقط. هذا التكامل يتوقف فقط على قيمة r الإبتدائية r_i وقيمتها النهائية r_f. إذن الشغل المبذول يكون متساويا على أي مسار من P إلى Q حيث أن الشغل المبذول لا يعتمد على المسار ويعتمد فقط على نقطتي البداية والنهاية. ومن ذلك نستنتج أن أي قوة مركزية تكون محفوظة. يمكننا الآن أن نتأكد من أن دالة طاقة الوضع يمكن الحصول عليها بمجرد تحديد شكل القوة المركزية.



شكل (13.14) عندما يتحرك جسيم كتلته m من P إلى Q فوق سطح الأرض. (طاقة الوضع) تتغير طبقا لمعادلة 12.14 .

نتذكر معادلة 2.8 أن التغير في طاقة الوضع المصاحب لإزاحة معينة. يعرف على أنه القيمة السالبة للشغل المبذول بواسطة قوة الجاذبية أثناء حدوث الإزاحة

$$\Delta U = U_f - U_i = -\int_{ri}^{rf} F(r)\, dr \qquad \textbf{(12.14)}$$

يمكننا استخدام هذه النتيجة لتعيين طاقة الوضع

افترض جسما كتلته m يتحرك بين نقطتين P و Q فوق سطح الأرض شكل (13.14) والجسم تحت تأثير قوة الجاذبية المعطاة في معادلة 1.14 . يمكننا أن نعبر عن هذه القوة كما يلي

$$F(r) = -\frac{GM_E m}{r^2}$$

والإشارة السالبة تبين أن القوة هي قوة جذب. وبالتعويض بمقدار $F(r)$ من هذه المعادلة في معادلة (12.14) يمكننا حساب التغير في طاقة الوضع

$$U_f - U_i = GM_E m\int_{ri}^{rf} \frac{dr}{r^2} = GM_E m\left[-\frac{1}{r}\right]_{ri}^{rf}$$

$$U_f - U_i = -GM_E m\left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right) \qquad \textbf{(13.14)}$$

التغير في (طاقة الوضع)

كما هو الحال دائما إختيار نقطة مرجعية لطاقة الوضع هو أمر اختياري وعادة نختار النقطة المرجعية حيث تكون القوة تساوي صفراً بأخذ $U_i = 0$ عند $r_i = \infty$ نحصل على النتيجة الهامة التالية:

$$U = -\frac{GM_E m}{r} \qquad \textbf{(14.14)}$$

وهذه المعادلة تستخدم للنظام المكون من الأرض والجسم حيث يكون بين الكتلتين مسافة r باعتبار أن $r \geq R_E$ وهي لا تصلح للأجسام داخل الأرض حيث $r < R_E$ (الحالة التي تكون فيها $r < R_E$ ستعالج في القسم 10.14) ونتيجة لاختيارنا U_i، الدالة U تكون دائما سالبة شكل (14.14). والمعادلة (14.14) استنتجت لمنظومة من الجسم والأرض، لكن يمكن استخدامها لأي جسمين آخرين.أي أن طاقة الوضع المصاحبة لأي زوج من الأجسام كتليتهما m_2, m_1 وبينهما مسافة r هي:

$$U = -\frac{GM_1 m_2}{r} \qquad \textbf{(15.14)}$$

وهذا التعبير يبين أن طاقة الوضع لأي زوج من الأجسام ... اسب مع $1/r$ بينما القوة بينهما تتناسب مع $1/r^2$. كما أن ... طاقة الوضع مقدار سالب لأن القوة جاذبة كما أننا اعتبرنا ... طاقة الوضع صفراً عندما تكون المسافة بين الجسمين ... اللانهاية. حيث أن القوة بين الأجسام قوة تجاذب، لا بد من بذل ... ـل بواسطة عامل خارجي لكي نزيد المسافة الفاصلة بين الجسمين. والشغل المبذول بواسطة العامل الخارجي يحدث ... ادة في طاقة الوضع كلما زاد تباعد الجسمين أي أن U تصبح ... ـل سالبية كلما زاد r.

Earth

U

R_E

O

r

$-\frac{GM_E m}{R_E}$

شكل (14.14) رسم يبين العلاقة بين طاقة الوضع U مع المسافة r لجسم فوق سطح الأرض. طاقة الوضع تصل إلى صفر عندما تصل r إلى ملانهاية.

عندما يكون جسمان في حالة سكون ويبتعدان بمسافة r لابد من وجود عامل خارجي لكي يعطي طاقة تساوى على الأقل $[+G\, m_1m_2/r]$ لكي يفصل بين الجسمين إلى مالانهاية. اذن من الملائم أن نفكر في القيمة المطلقة لطاقة الوضع على انها قوة الربط في النظام، فإذا حصل النظام على طاقة من المصدر الخارجي أكبر من طاقة الربط Binding energy فإن الطاقة الزائدة في النظام تتحول إلى طاقة حركة عندما يكون الجسمان منفصلان عند المالا نهاية.

2

1

3

r_{12}

r_{23}

r_{13}

شكل (15.14) ثلاث جسيمات متآثرة

يمكننا أن نعمم هذا المفهوم لثلاث أو أربع أجسام.. في هذه الحالة طاقة الوضع الكلية للمنظومة هي المجموع الكلي [5] لكل ازواج الأجسام، وكل زوج يضيف حدا ... مشابها لمعادلة 15.14 . فمثلا لوكان بالنظام 3 جسيمات كما في شكل 15.14 نجد أن.

$$U_{total} = U_{12} + U_{13} + U_{23} = -G\left(\frac{m_1m_2}{r_{12}} + \frac{m_1m_3}{r_{13}} + \frac{m_2m_3}{r_{23}}\right) \quad \textbf{(16.14)}$$

والقيمة المطلقة U total تمثل الشغل المطلوب لكي نفصل الجسيمات بمسافات متناهية.

مثال 6.14 التغير في طاقة الوضع

جسم كتلته m قذف إلى أعلى من سطح الأرض عموديا بمسافة صغيرة Δy. بين أنه في هذا الوضع تتحول العلاقة العامة للتغير في طاقة الوضع المعطاه في معادلة (13.14) إلى العلاقة $\Delta U = mg\Delta y$

(5) إمكان جمع حدود طاقة الوضع لكل الجسيمات تتبع من الحقيقة التجريبية أن قوى الجاذبية تخضع لمبدأ التراكب superposition principle.

الحل : يمكن كتابة المعادلة 14.13 كما يلي

$$\Delta U = -GM_E m\left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i}\right) = GM_E m\left(\frac{r_f - r_i}{r_i r_f}\right)$$

إذا كـان الوضع الابتـدائي والوضع النهـائي للجـسم قـريبـين من سطح الأرض عندئذ $r_f - r_i = \Delta y$،
$r_i r_f = R_E^2$ (r تقاس من مركز الأرض) إذن التغير في طاقة الوضع يصبح

$$\Delta U \approx \frac{GM_E m}{R_E^2}\Delta y = mg\Delta y$$

حيث $g = GM_E/R_E^2$ من معـادلة 5.14 . ويجب أن نتذكر أن النقطة المرجعية اختيـارية لأن التغير في طاقة الوضع هو ما يهم.

8.14 اعتبارات الطاقة في حركة الكواكب والأقمار الصناعية

ENERGY CONSIDERATIONS IN PLANETRY AND SATELLITE MOTIONS

خذ حالة جسم كتلته m يتحرك بسرعة υ بالقرب من جسم ثقيل كتلته M حيث $M >> m$ وقد يكون النظام عبارة عن كوكب يتحرك حول الشمس، أو قمر في مدار حول الأرض، أو مذنب يصنع دورة حول الشمس. إذا اعتبرنا أن الجسم الذي كتلته M في حالة سكون في إطار مرجعي قصوري، عند إذ الطاقة الميكانيكية الكلية E للجسمين المكونين للنظام عند ما يكون البعد بينهما r هي مجموع طاقة الحركة للجسم الذي كتلته m وطاقة الوضع للنظام طبقا للمعادلة (15.14). [6]

$$E = K + u$$

$$E = \tfrac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{GMm}{r} \qquad \textbf{(17.14)}$$

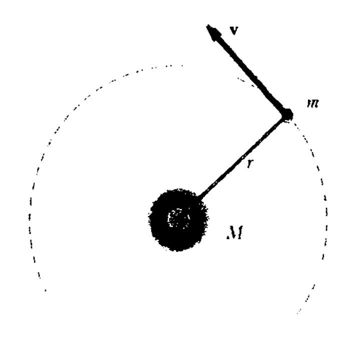
وهذه المعادلة تبين أن E قد تكون سالبة أو موجبة أو تساوي صفراً إعتمادا على مقدار υ إلا أنه لنظام مترابط [7] مثل الأرض والشمس لابد وأن تكون E اقل من صفرلأننا قد اتفقنا على أن $U \to 0$ كلما اقتربت r من الملا نهاية $r \to \infty$.

---

(6) قد تلاحظ أننا قد أهملنا طاقة الحركة والعجلة للجسم الكبير لكى نثبت أن هذا التبسيط صحيحا، أعتبر جسما كتلته m يسقط نحو الأرض. نظرا لأن مركز الكتلة للمنظومة المكونة من الجسم والأرض ثابت ينتج أن $m\upsilon = M_E\upsilon_E$ إذن الأرض تكتسب طاقة حركة مقدارها $\frac{1}{2}M_E\upsilon_E^2 = \frac{1}{2}\frac{m^2}{M_E}\upsilon^2 = \frac{m}{M_E}K$
حيث k طاقة الحركة للجسم نظراً لأن $M_E >> m$ هذه النتيجة تبين أن طاقة الحركة للأرض يمكن إهمالها.

(7) من الأمثلة الثلاثة التي وردت في بداية هذا القسم ، الكوكب يدور حول الشمس والقمر يدور في مدار حول الأرض تعتبر نظما مترابطة. الأرض ستظل بجانب الشمس والقمر سيظل بجوار الأرض. أما المذنب الذي يدور دورة حول الشمس ليس بنظام مترابط. فالمذنب قد يتأثر مرة بالشمس إلا أنه ليس مترابطا معها. إذا يستطيع المذنب أن يتحرك بعيداً عن الشمس إلى ما لا نهاية.

ويمكننا أن نبين أن $E < 0$ بالنسبة للنظام الذي يتكون من جسم كتلته m يتحرك في مدار دائري حول جسم كتلته $M >> m$ كما في شكل 14.16 وباستخدام قانون نيوتن الثاني لجسم كتلته m نجد أن



شكل 14.16 جسم كتلته m يتحرك في مدار دائري حول جسم أكبر منه بكثير كتلته M.

$$\frac{GMm}{r^2} = ma = \frac{mv^2}{r}$$

وبضرب الطرفين في r وبالقسمة على 2 نحصل على الآتي:

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2r} \qquad \textbf{(18.14)}$$

وبإحلال 14.18في 17.14 نحصل على

$$E = \frac{GMm}{2r} - \frac{GMm}{r}$$

$$E = -\frac{GMm}{2r} \qquad \textbf{(19.14)}$$

الطاقة الكلية لمدار دائري

وهذه النتيجة تبين بوضوح: أن الطاقة الميكانيكية الكلية مقدار سالب، في حالة المدار الدائري. لاحظ أن طاقة الحركة كمية موجبة وتساوي نصف المقدار المطلق لطاقة الوضع. والمقدار المطلق E يساوي طاقة الربط للنظام، لأن هذا القدر من الطاقة يجب أن يعطى للنظام لكي تتحرك الكتلتان إلى اللانهاية مبتعدين عن بعضهما. والطاقة الميكانيكية الكلية تكون أيضا سالبة. في حالة مدار القطع الناقص.

والعلاقة التي تعطى E لمدار القطع الناقص هي نفس العلاقة (19.14) مع إحلال r بمقدار نصف طول المحور الأكبر a. بالإضافة إلى ذلك الطاقة الكلية مقدار ثابت، إذا اعتبرنا أن النظام معزول. أي أن عندما يتحرك جسم كتلته m من النقطة P إلى النقطة Q كما في شكل (13.14) . الطاقة الكلية تظل ثابتة والمعادلة (17.14) تعطى:

$$E = \tfrac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GMm}{r_i} = \tfrac{1}{2}mv_f^2 - \frac{GMm}{r_f} \qquad \textbf{(20.14)}$$

وبإضافة هذا النص عن حفظ الطاقة إلى ما سبق أن درسناه عن حفظ كمية الحركة الزاوية، نجد أن كلا من الطاقة الكلية وكمية الحركة الزاوية الكلية لنظام من جسمين بينهما رابطة تجاذب يعتبران من ثوابت الحركة.

مثال 7.14 تغير مدار قمر صناعي.

المكوك الفضائي يطلق قمراً صناعيا للإتصالات كتلته 470 kg عندما يكون في مدار على ارتفاع 280 km فوق سطح الأرض. آلة صاروخية على القمر تضعه في مدار متزامن مع حركة الأرض وهو مدار يظل فيه القمر معلقا فوق موقع معين على سطح الأرض. فكم تكون الطاقة التي يجب أن تعطيها الآلة؟

الحل : يجب أولا أن نحسب نصف قطر المدار المتزامن مع حركة الأرض بعد ذلك نحسب التغير في الطاقة المطلوب لكي يوضع القمر في مداره. الزمن الدوري للمدار T لابد وأن يكون يوم واحد أي 86400 S بحيث أن القمر الصناعي يكمل دورة حول الأرض في نفس الوقت الذي تلف فيه الأرض مرة حول محورها. إذا عرفنا الزمن الدوري نستخدم قانون كبلر الثالث للحركة (معادلة 7.14) لكي نجد نصف القطر بإحلال K_s بالمقدار $K_E = 4\pi^2/GM_E$ وهو يساوي $K_E = 9.89 \times 10^{-14}\ s^2/m^3$ و $T^2 = K_E r^3$

$$r = \sqrt[3]{\frac{T^2}{K_E}} = \sqrt[3]{\frac{(86\,400\ s)^2}{9.89 \times 10^{-14} s^2/m^3}} = 4.23 \times 10^7\ m = R_f$$

يجب أيضا حساب نصف القطر الابتدائي (ليس الإرتفاع فوق سطح الأرض) لمدار القمر الصناعي عندما كان لايزال في المكوك الفضائي وهو يساوي:

$$R_E + 280\ Km = 6.65 \times 10^6\ m = R_i$$

وباستخدام معادلة (19.14) نحصل على مقداري الطاقة الكلية الابتدائية والنهائية.

$$E_i = \frac{GM_Em}{2R_i} \quad , \quad E_f = -\frac{GM_Em}{2R_f}$$

الطاقة اللازمة لكي تضع الآلة القمر في مداره

$$E_{\text{engine}} = E_f - E_i = -\frac{GM_Em}{2}\left(\frac{1}{R_f} - \frac{1}{R_i}\right)$$

$$= -\frac{(6.67 \times 10^{-11}\ N\cdot m^2/kg^2)(5.98 \times 10^{24}\ kg)(470\ kg)}{2}$$

$$\times\left(\frac{1}{4.23 \times 10^7 m} - \frac{1}{6.65 \times 10^6 m}\right) = 1.19 \times 10^{10} J$$

وهذه الطاقة تعادل ما يعطيه 89 galon من الجازولين. مهندسي وكالة الفضاء الأمريكية (NASA) يأخذون في الحسبان تغير كتلة مكوك الفضاء عندما يطلق الوقود المحترق وهو مالم نحسبه في هذا المثال.

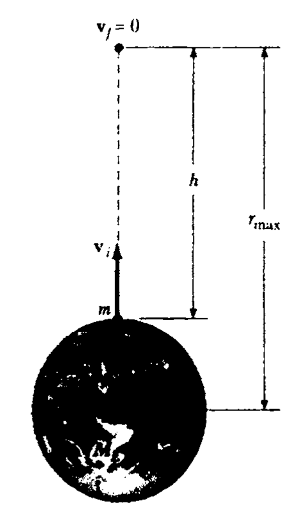
إذا أردنا أن نعين كيف تتوزع الطاقة بعد اشتعال الوقود. نجد أنه من معادلة (18.14) التغير في طاقة الحركة $\Delta K = (GM_Em/2)(1/R_f - 1/R_i) = -1.19 \times 10^{10} J$ (وهو نقصان). والتغير في طاقة الوضع المناظر له (زيادة) $\Delta U = -GM_Em\,(1/R_f - 1/R_i) = 2.38 \times 10^{10} J$

إذن التغير في الطاقة الميكانيكية للنظام هو $\Delta E = \Delta K + \Delta U = 1.19 \times 10^{10} J$

وهي نفس النتيجة التي توصلنا إليها سابقا. إذن اشتعال الوقود ينتج عنه زيادة في الطاقة الميكانيكية الكلية للنظام. نظرا لأن الزيادة في طاقة الوضع يكون مقترنا بنقص في طاقة الحركة فإننا نستنتج أن سرعة القمر تقل كلما زاد ارتفاع المدار.



...رعة الإفلات من الجاذبية الأرضية Escape Speed



شكل (17.14) جسم كتلته m قذف إلى أعلى من سطح الأرض. بسرعة إبتدائية v_i ووصل لأقصى ار... h

...رض أن جسما كتلته m قذف من سطح الأرض عموديا ...الى بسرعة إبتدائية v_i كما هو موضح في شكل (17.14). ...من اعتبارات الطاقة أن نجد أقل قدر للسرعة الابتدائية ...ها الجسم لكي يفلت من مجال جاذبية الأرض.

...ادلة (17.14) تعطي الطاقة الكلية لجسم عند أي نقطة. ...طح الأرض $v = v_i$ و $r = r_i = R_E$ عند ما يصل الجسم ...الى ارتفاع $v = v_f = 0$ و $r = r_f = r_{max}$ نظرا لأن الطاقة ...مقدار ثابت، وبأخذ تلك الشروط في الاعتبار في معادلة (20.14) نحصل على الآتي:

$$\frac{1}{2} m v_i^2 - \frac{GM_E m}{R_E} = -\frac{GM_E m}{r_{max}}$$

...حل المعادلة لإيجاد v_i^2 نحصل على

$$v_i^2 = 2GM_E\left(\frac{1}{R_E} - \frac{1}{r_{max}}\right) \qquad \textbf{(21.14)}$$

إذن إذا كانت السرعة الابتدائية معروفة يمكن استخدام هذه العلاقة لحساب أعلى ارتفاع h حيث ...علم أن $h = r_{max} - R_E$

...ن الآن في وضع يمكننا من حساب سرعة الإفلات. وهي أقل سرعة يمكن أن يحصل عليها ...سم عند سطح الأرض لكي يفلت من تأثير الجاذبية الأرضية. وبالانطلاق بهذا الحد الأدنى من ...ة يواصل الجسم حركته بعيدا عن سطح الأرض حتى تصل سرعته تقريبا إلى الصفر. لو افترضنا ... r_{max} في معادلة (21.14) وأخذنا $v_i = v_{esc}$ نحصل على

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} \qquad \text{سرعة الافلات} \qquad \textbf{(22.14)}$$

لاحظ أن هذه العلاقة التي تعطي v_{max} لاتعتمد على كتلة الجسم أي أن المركبة الفضائية لها نفس ...ة الإفلات مثل الجزئ، إلى جانب أن النتيجة لاتتوقف على اتجاه السرعة، وتهمل مقاومة الهواء.

إذا اكتسب الجسم سرعة ابتدائية تساوي v_{esc}، سرعة الافلات، تكون طاقته الكلية تساوي صفراً. ...لاحظة ذلك فعندما تقترب $r \to \infty$ تصبح الطاقة الحركية وطاقة الوضع للجسم تساوي صفراً. ... $v_i > v_{esc}$ تكون الطاقة الكلية أكبر من صفر ويتبقى للجسم بعض طاقة الحركة عند ما تقترب ... اللانهاية $r \to \infty$.

مثال 8.14 سرعة الإفلات لصاروخ

احسب سرعة الإفلات من الأرض لمركبة فضائية كتلتها 5000 kg ، واحسب طاقة الحركة التي يجب أن تكتسبها عند سطح الأرض لكي تفلت من جاذبية الأرض.

الحل : باستخدام معادلة 22.14 نحصل على الآتي:

$$\upsilon_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(6.67 \times 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2)(5.98 \times 10^{24}\ kg)}{6.37 \times 10^6\ m}}$$

$$= 1.12 \times 10^4 m/s$$

وهو ما يعادل 25000 mi/h

طاقة حركة المركبة الفضائية هي:

$$K = \tfrac{1}{2} m\upsilon_{esc}^2 = \tfrac{1}{2}(5.00 \times 10^3 kg)(1.12 \times 10^4 m/s)^2$$

$$= 3.14 \times 10^{11} J$$

وهو ما يعادل 2300 gal من الجازولين.

المعادلتان 21.14 و 22.14 يمكن استخدامهما للأجسام المقذوفة من أي كوكب. بصفة عامة سرعة الإفلات من سطح أي كوكب كتلته M ونصف قطره R هي

$$\upsilon_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

سرعة الإفلات للكواكب والقمر والشمس معطاه في جدول 3.14 لاحظ أن القيم تختلف من 1.1km/s للكوكب بلوتو إلى ما يقرب من 618 km/s للشمس. هذه النتائج إلى جانب بعض الأفكار من نظرية الحركة للغازات (انظر الفصل 21) توضح لماذا لبعض الكواكب غلاف جوي والبعض الآخر ليس له غلاف جوي ، كما سنرى فيما بعد. جزيئات الغاز لها طاقة حركة تعتمد على درجة حرارتها. ومن ثم فإن الجزيئات الخفيفة مثل الهيدروجين والهيليوم لها سرعة متوسطة أعلى من سرعة الجزيئات الأكثر كتلة عند نفس درجة الحرارة. عندما تكون متوسط السرعة للجزيئات الخفيفة ليست أقل بكثير من سرعة الإفلات من جاذبية الكوكب فإن نسبة كبيرة من تلك الغازات

جدول (3.14) سرعة الإفلات من أسطح الكواكب والقمر والشمس

الكتلة (kg)	υ_{esc}(km/s)
Merury عطارد	4.3
Venus الزهرة	10.3
Earth الأرض	11.2
Moon القمر	2.3
Mars المريخ	5.0
Jupiter المشتري	60
Saturn زحل	36
Uranus أورانس	22
Neptune نبتون	24
Pluto بلوتو	1.1
Sun الشمس	618

.. السرعة الكافية للإفلات من جاذبية هذا الكوكب. وهذا هو
... في أن الغلاف الجوي للأرض لم يحتفظ بجزيئات
... وجين وذرات الهيليوم بينما احتفظ بالأكسجين والنتروجين.
... ية أخرى السرعة الكبيرة اللازمة للإفلات من كوكب
... مكنت هذا الكوكب من الإحتفاظ بغاز الهيدروجين كمكون
... لغلافه الجوي.

شكل (19.18) كلما تزايدت سرعة جسم (حجر مثلا) عند قذفه في الفضاء كلما ازداد ارتفاعه قبل أن يعود إلى الأرض. سوف نفترض أن سرعة الجسم ستزداد على مراحل بحيث يصنع أقواس تبعد عن الأرض بمقدار 2، 5، 10، 100، 1000 قبل أن يعود إلى الأرض وعندما تصل سرعته إلى سرعة الإفلات سيمضى الجسم في الفضاء دون أن يعود إلى الأرض

اختبار سريع

إذا كنت جيولوجي في الفضاء، واكتشفت وجود ذهب في أحد الكويكبات الصغيرة. فمن المحتمل أنك لن تستطيع أن تقفز وتهبط من فرط السعادة بهذا الاكتشاف. لماذا ؟

(قسم اختياري)

9.14 قوة الجاذبية بين جسم ممتد وجسيم

THE GRAVITATIONAL FORCE BETWEEN AN EXTENDED OBJECT AND A PARTICLE

... أكدنا على أن قانون الجذب العام المعطى في معادلة 3.14، ... إذا نظرنا إلى الأجسام المتأثرة على أنها جسيمات.

... هذا الأساس كيف يمكننا حساب القوة بين جسيم وجسم ... أبعاد محدده ؟. يمكن عمل ذلك باعتبار أن الجسم الممتد ... مجموعة من الجسيمات ثم نستخدم حساب التكامل.

شكل (19.14) جسيم كتلتة m يتأثر بجسم كتلته M قوة التجاذب الكلية التي يؤثر بها الجسم على الجسيم يمكن حسابها بتقسيم الجسم إلى عدة أقسام كتلة كل منها ΔM_i ثم نحصل على حاصل الجمع المتجه للقوى المؤثرة بواسطة جميع الأجزاء.

... سب أولا دالة طاقة الوضع، ثم نحسب قوة الجاذبية من ... الدالة نحصل على طاقة الوضع المرافقة لنظام يتكون من ... كتلته m وجسم ممتد كتلته M. بتقسيم الجسم إلى مجموعة ... عناصر كتلة كل منها ΔM_i شكل (19.14)، طاقة ... المرافقة للنظام المكون من أي عنصر والجسيم هي $U = -Gm\,\Delta M_i/r_i$ حيث r_i هي المسافة من الجسيم إلى العنصر ... طاقة الوضع الكلية للجسم كله يمكن الحصول عليها بأخذ ... كل العناصر عندما $\Delta M_i \to 0$ عند هذه النهاية يمكننا أن نعبر عن U بالصورة التكاملية الآتية

$$U = -Gm\int\frac{dM}{r} \qquad (23.14)$$

... تعيين U يمكننا إيجاد القوة التي يؤثر بها الجسم الممتد على الجسيم بأخذ المشتقة السالبة ... الدالة القياسية (ارجع إلى القسم 6.8) إذاكان للجسم الممتد تماثل كروي. الدالة U تعتمد على r

فقط وتعطى القوة $-du/dr$ وسوف نعالج هذا الوضع في (10.14) . من حيث المبدأ يمكن تحديد U لأي شكل هندسي إلا أن التكامل سيكون صعبا.

هناك طريقة بديلة لتقدير قوة الجاذبية بين جسم ممتد وجسيم وهو أن نحصل على مجموع المتجهات لجميع عناصر الكتل للجسم، مستخدما الطريقة الموضحة في تقييم U وقانون الجذب العام كما هو مبين في العلاقة (3.14) . من ذلك نحصل على القوة الكلية المؤثرة على الجسيم.

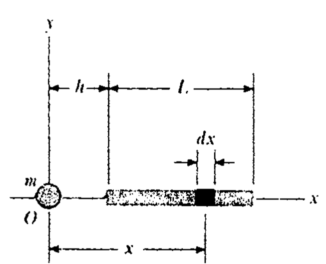
$$\mathbf{F}_g = -Gm\int \frac{dM}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \qquad \textbf{(24.14)}$$

حيث $\hat{\mathbf{r}}$ وحدة متجه في الاتجاه من العنصر dM نحو الجسيم أنظر شكل (19.14) والإشارة السالبة تبين أن اتجاه القوة في عكس اتجاه $\hat{\mathbf{r}}$.

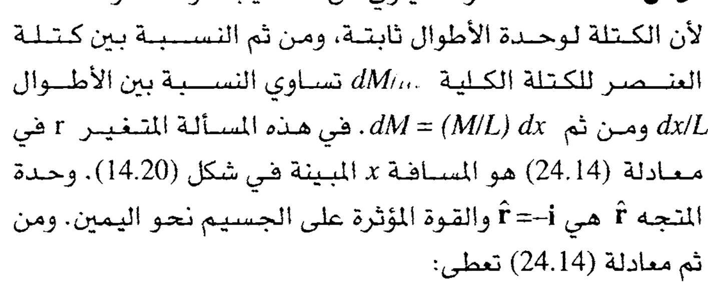
وهذه الطريقة لانوصي بها دائما لأن العمل بدالة المتجهات أصعب من العمل بدالة طاقة جهد-قياسية. إلا أنه إذا كانت هندسة الشكل بسيطة كما في المثال التالي يمكن تعيين $\mathbf{F}$ مباشرة.

مثال 9.14 قوة الجاذبية بين جسيم وقضيب:

الطرف ا[illegible]ر لقضيب متجانس طوله L وكتلته M على بعد h من جسيم كتلته m (شكل 20.14) إحسب قوة الج[illegible]بية الكلية التي يؤثر بها القضيب على الجسيم.



شكل (14.20) قوة التجاذب بين القضيب والجسيم الناتجة عن القضيب تتجه نحو اليمين لاحظ أن القضيب ليس مكافئا لجسيم كتلته M موضوع عند مركز القضيب.



الحل : سنأخذ عنصر اختياري من القضيب طوله dx وكتلته dM لأن الكتلة لوحدة الأطوال ثابتة، ومن ثم النسبة بين كتلة العنصر للكتلة الكلية dM/M تساوي النسبة بين الأطوال dx/L ومن ثم $dM = (M/L)\,dx$. في هذه المسألة المتغير r في معادلة (24.14) هو المسافة x المبينة في شكل (14.20). وحدة المتجه $\hat{\mathbf{r}}$ هي $\hat{\mathbf{r}} = -\mathbf{i}$ والقوة المؤثرة على الجسيم نحو اليمين. ومن ثم معادلة (24.14) تعطى:

$$\mathbf{F}_g = -Gm\int_h^{h+L}\frac{M\,dx}{L}\,\frac{1}{x^2}\,(-\mathbf{i}) = Gm\frac{M}{L}\int_h^{h+L}\frac{dx}{x^2}\,\mathbf{i}$$

$$\mathbf{F}_g = \frac{GmM}{L}\left[-\frac{1}{x}\right]_h^{h+L}\mathbf{i} = \frac{GmM}{h(h+L)}\,\mathbf{i}$$

نري أن القوة المؤثرة على الجسيم في اتجاه x الم[illegible] وهو ما نتوقعه لأن قوة الجاذبية قوة جذب لاحظ أنه عندما تؤول L إلى الصفر $L\rightarrow 0$ تتغير القوة عكسيا مع مربع h أي تبعا لـ $1/h^2$ وهو ما نتوقعه للقوة بين جسمين صغيرين. بالإضافة إلى ذلك إذا كانت $h >> L$ تتغير القوة كذلك مع $1/h^2$ ويمكن ملاحظة ذلك حيث إن المقام في معادلة $\mathbf{F}_g$ يمكن كتابته بالشكل $h^2\,(1+L/h)$ وهو ما يساوي h^2 تقريبا عندما تكون $h >> L$.

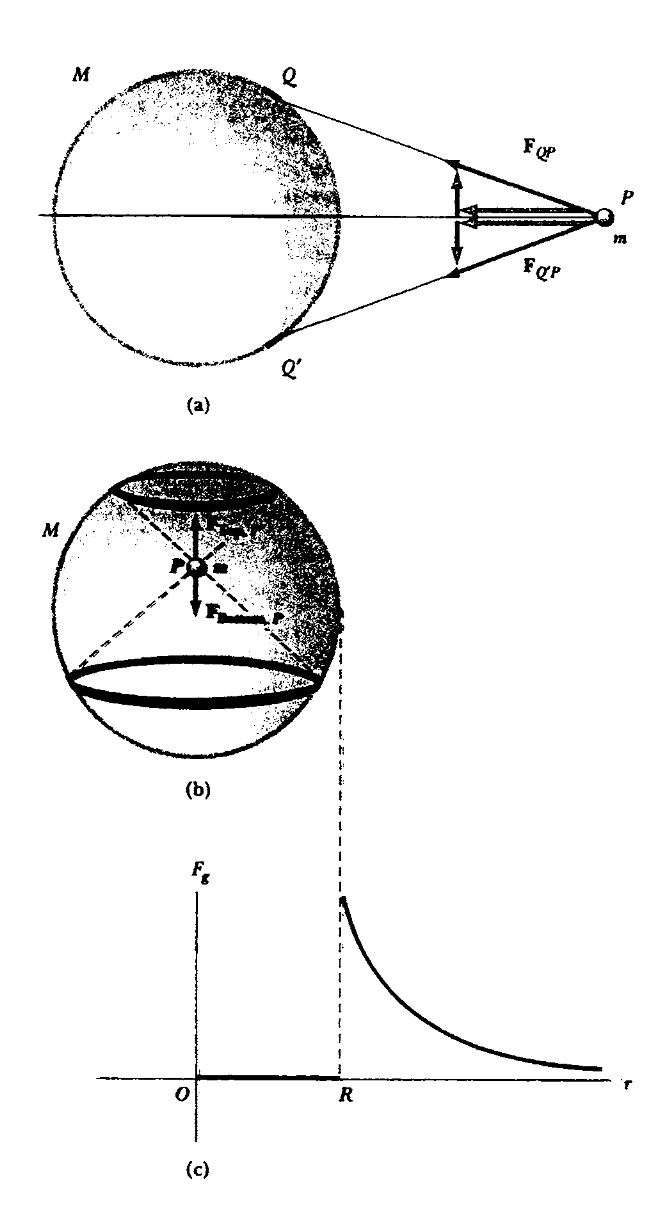
إذن عندما تكون الأجسام متباعدة بمسافات كبيرة بالمقارنة بأبعادها فهي تصبح مثل الجسيمات.



(قسم اختياري)

10.14 قوة الجاذبية بين جسيم وكتلة كروية

THE GRAVITAIONAL FORCE BETWEEN A PARTICLE AND A SPHERICAL MASS



الشكل (21.14) المركبات اللانصف قطرية لقوى التجاذب المؤثرة على جسيم كتلته m موضوع عند النقطة P خارج قشرة كروية كتلتها M تتلاشى (b) القشرة الكروية يمكن تقسيمها إلى حلقات. إلا أن النقطة P تكون أقرب إلى الحلقة العليا أكثر من الحلقة السفلى. الحلقة السفلى تكون أكبر وقوى الجاذبية المؤثرة على الجسيم عند P بواسطة المادة في هاتين الحلقتين يلاشي كل منهما الآخر. إذن بالنسبة لجسيم موجود عند أي نقطة P داخل القشرة الكروية لا توجد قوى جاذبية مؤثرة على الجسيم بفعل كتلة القشرة الكروية (c) M مقدار قوة الجاذبية. بالنسبة المسافة r من مركز القشرة الكروية.

لقد ذكرنا أن الكرة الكبيرة تجذب الأجسام التي خارجها كما لو كانت كتلة الكرة كلها مركزة في مركزها. الآن سوف نتناول القوة المؤثرة على جسيم عندما يكون الجسم الممتد إما قشرة كروية Spherical Shell أو كرة مصمته. ثم نستخدم هذه الحقائق لبعض النظم ذات الأهمية.

القشرة الكروية

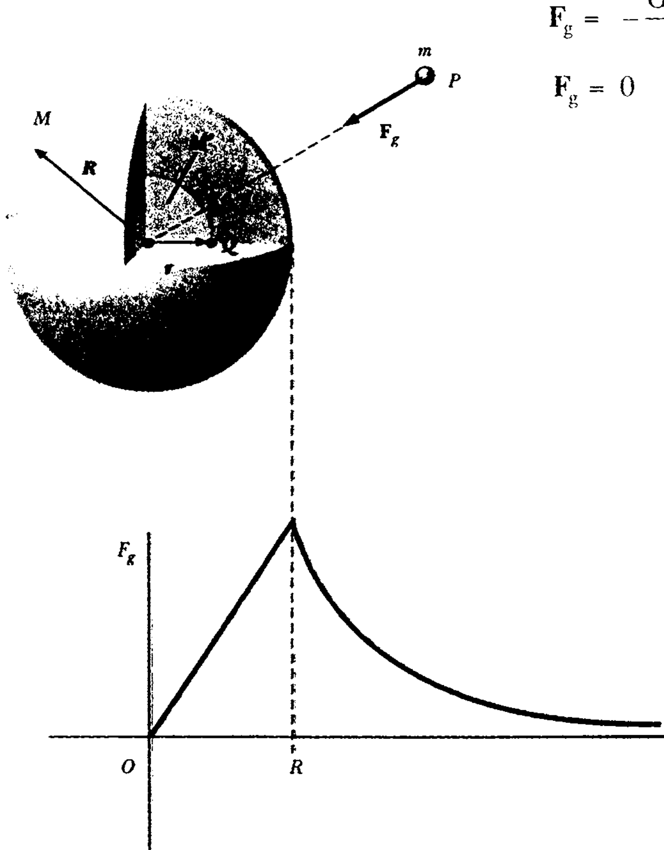
الحالة الأولى: إذا كان جسيم كتلتة m موضوع خارج قشرة كروية كتلتها M عند نقطة P مثلا كما في شكل (14.21a). القشرة الكروية تجذب نحوها الجسيم كما لو كانت كتلة القشرة مركزة في مركزها.

وسوف نبين ذلك كما فعل نيوتن باستخدام حساب التكامل. إذن حيث أن قوة الجاذبية تؤثر على جسم خارج القشرة. القشرة الكروية تؤثر كما لوكانت كرة مصمتة كما رأينا سابقا.

الحالة الثانية: إذا كان الجسيم موضوع داخل القشرة (عند النقطة P كما في شكل (21.14.b) قوة الجاذبية التي تؤثر على الجسيم يمكن أن نبين أنها تساوي صفراً ويمكننا أن نوضح هاتين النتيجتين كما يلي:

$$\mathbf{F}_g = -\frac{GMm}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \quad \text{for} \quad r \geq R \qquad \textbf{(25.14 a)}$$

$$\mathbf{F}_g = 0 \qquad \text{for} \quad r < R \qquad \textbf{(25.14 b)}$$



شكل (22.14) قوة الجاذبية التي تؤثر على جسيم خارج كرة مصمته تساوي GMm/r^2 ومتجهه نحو مركز الكرة. قوة الجاذبية المؤثرة على الجسيم عندما يكون داخل تلك الكرة تتناسب مع r وتهبط إلى الصفر عند المركز.

قوة الجاذبية كدالة في المسافة r مرسومة في شكل 14.21cالقشرة لا تعمل كعازل للجاذبية. وهذا يعني أن الجسيم داخل القشرة يمكن أن يتأثر بقوى ناتجة عن أجسام خارج القشرة.

كرة مصمتة:

الحالة الأولى: إذا كان جسيم كتلته m موضوع خارج كرة متجانسة كتلتها M (عند النقطة P في شكل (22.14) الكرة تجذب الجسم كما لوكانت كتلة الكرة مركزه في مركزها. لقد استخدمنا هذه الملحوظة في أماكن عديدة في هذا الباب ويمكننا أن نبرهن عليها من معادلة (25.14a) والكرة المصمته يمكن اعتبارها مجموعة من القشور الكروية متحدة المركز. وكتل جميع تلك القشور تعتبر

... في المركز المشترك لها. وقوة الجاذبية تعادل القوة الناتجة عن جسيم كتلته M موجود عند المركز.

... الثانية: إذا كان جسيم كتلته m موضوع داخل كرة مصمته متجانسة كتلتها M (عند النقطة Q ... 22.14) وقوة الجاذبية المؤثرة عليها هي الناتجة فقط عن كتلة الكرة M' الموجودة داخل كرة ... قطرها r < R المبينة في شكل 14.22 وقوة الجاذبية المؤثرة عليها هي الناتجة فقط عن كتلة ... M'

... الموجودة داخل كرة نصف قطرها $r < R$ المبينة في شكل 22.14 أي أن :

$$\mathbf{F}_g = -\frac{GmM}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \quad \text{for} \quad r \geq R \qquad \textbf{(25.14 a)}$$

$$\mathbf{F}_g = -\frac{GmM'}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \quad \text{for} \quad r \geq R \qquad \textbf{(25.14 b)}$$

وهو ما يمكن استنتاجه أيضا من الحالة الأولى،حيث إن الجزء من الكرة الواقع بعد النقطة Q بعيدا ... المركز يمكن معاملته كسلسلة من القشور الكروية متحدة المركز التي لا تؤثر بقوة على الجسيم لأن ... الجسيم بداخلها.

حيث أن كثافة الكرة منتظمة، نستنتج أن النسبة بين الكتلتين M'/M تساوي النسبة بين الحجمين ... حيث V هو الحجم الكلي للكرة الكبيرة و V' هو الحجم للجزء الداخلي من الكرة الذي نصف ... قطرها r فقط.

$$\frac{M'}{M} = \frac{V'}{V} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{r^3}{R^3}$$

بحل هذه المعادلة لإيجاد M' وإحلال النتيجة في معادلة 26.14 b نجد أن:

$$\mathbf{F}_g = -\frac{GmM}{R^3}\, r\,\hat{\mathbf{r}} \quad \text{for} \quad r < R \qquad \textbf{(27.14)}$$

هذه المعادلة توضح أنه عند مركز الكرة المصمته عندما $r = 0$ قوة الجاذبية تصبح صفر كما نتوقع. ... كدالة في r موضحة في الشكل (22.14).

الحالة الثالثة: إذا وجد جسيم داخل كرة مصمتة كثافتها ρ والكرة متماثلة إلا أنها ليست منتظمة ... M' في معادلة (26.14b) تعطى من التكامل $M' = \int \rho dV$ حيث التكامل يتم على الحجم داخل الكرة الذي نصف قطرها r في شكل 14.22 . ويمكننا تقييم هذا التكامل اذا كان لدينا تغير ρ مع نصف القطر. في هذه الحالة نأخذ عنصر الحجم dV كحجم قشرة كروية نصف قطرها r وسمكها dr ومن ثم $dV = 4\pi r^2 dr$ فمثلا إذا كانت $\rho = Ar$ عندما تكون $A = \text{constant}$، وسنترك ذلك وفي المسألة 63 ... أن $M' = \pi A r^4$. إذن من معادلة 14.26 b نجد أن F تتناسب مع r^2 في هذه الحالة وتساوي صفرا عند المركز.

اختبار سريع 4.14

جسيم قذف من ثقب صغير داخل قشرة كروية الشكل. صف حركة الجسيم داخل القشرة.

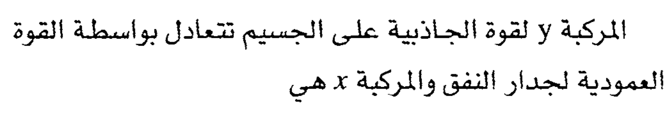
مثال 10.14

جسيم كتلته m يتحرك في نفق أملس مستقيم محفور بين نقطتين على سطح الأرض شكل(23.14) بين أن الجسم يتحرك في حركة توافقية بسيطة واحسب الزمن الدوري للحركة. اعتبر أن كثافة الأرض منتظمة.

الحل : قوة الجاذبية المؤثرة على الجسم تؤثر نحو مركز الأرض وتعطي بالمعادلة

$$\mathbf{F}_g = -\frac{GmM}{R^3}\, r\,\hat{\mathbf{r}}$$

يمكن أن نحصل على أول دليل على أن هذه القوة لابد أن ينتج عنها حركة توافقية بسيطة بمقارنتها بقانون هوك الذي رأيناه في القسم 3.7 حيث أن قوة الجاذبية على الجسم تتناسب طرديا مع الإزاحة. إذن الجسم يتأثر بقوة قانون هوك.

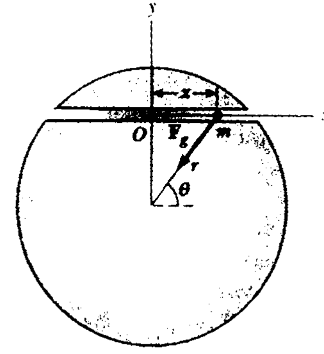


المركبة y لقوة الجاذبية على الجسيم تتعادل بواسطة القوة العمودية لجدار النفق والمركبة x هي

$$F_x = -\frac{GmM_E}{R_E^3}\, r \cos\theta$$

حيث أن الإحداثي x للجسم $x = r\cos\theta$ يمكننا كتابة المعادلة السابقة كما يلي

$$F_x = -\frac{GmM_E}{R_E^3}\, x$$



شكل (23.14) جسم يتحرك داخل نفق محفور داخل الأرض. مركبة قوة الجاذبية $\mathbf{F}_g$ على المحور x هي القوة الدافعة للحركة. لاحظ أن هذه القوة تكون دائما في اتجاه المركز.

باستخدام قانون نيوتن الثاني للحركة في اتجاه المحور x نحصل على الآتي:

$$F_x = -\frac{GmM_E}{R_E^3}\, x = ma_x$$

ومنها نوجد مقدار a_x

$$a_x = -\frac{GM_E}{R_E^3}\, x$$

إذا استخدمنا الرمز ω^2 لمعامل x وهو GM_E/R_E^3 نحصل علي الأتي

$$a_x = -\omega^2 x \qquad (1)$$

وهذه العلاقة تتفق مع الشكل الرياضي لمعادلة 9.13 التي تعطى عجلة الجسيم في الحركة التوافقية البسطية $a_x = -\omega^2 x$. إذن المعادلة (1) التي استنتجناها لعجلة الجسيم داخل النفق هي معادلة للعجلة في الحركة التوافقية البسيطة عندما تكون السرعة الزاوية ω هي

$$\omega = \sqrt{\frac{GM_E}{R_E^3}}$$

إ.. الجسم داخل النفق يتحرك بنفس الطريقة مثل كتلة معلقة من زنبرك والزمن الدوري للذبذبة

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R_E^3}{GM_E}}$$

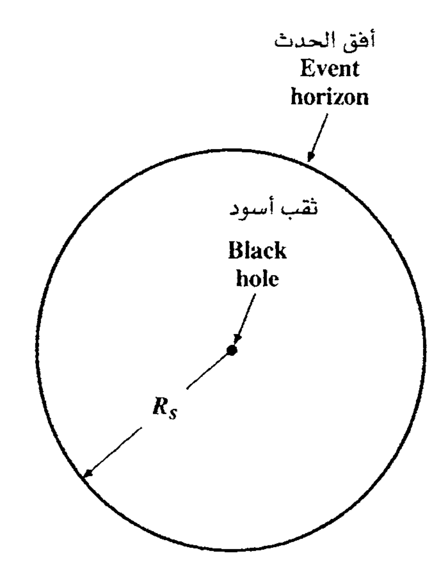
$$= 2\pi\sqrt{\frac{(6.37 \times 10^6 \text{m})^3}{(6.67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24}\text{kg})}}$$

$$= 5.06 \times 10^3 \text{s} = 84.3 \text{ min}$$

... الزمن الدوري هو نفس الزمن الدوري لقمر يدور في مدار دائري فوق سطح الأرض (مع ... الأشجار والمباني وغير ذلك) لاحظ أن النتيجة لاتتوقف على طول النفق.

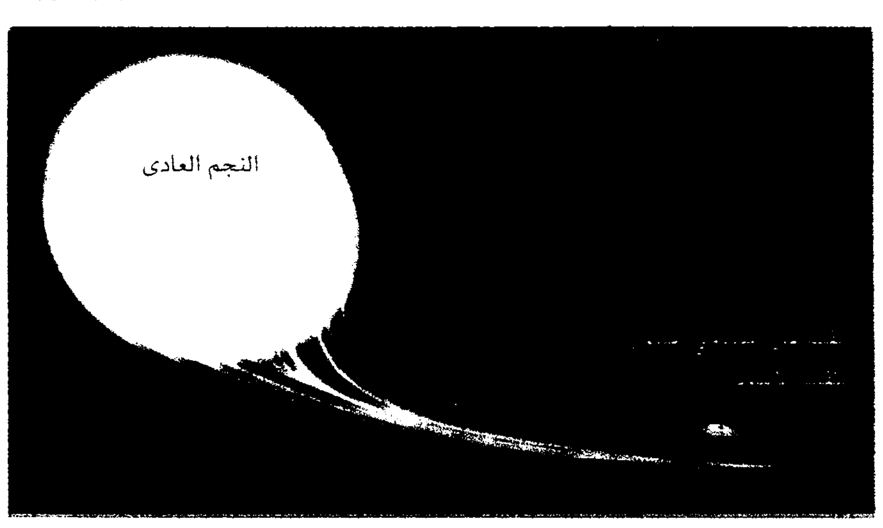
... اقترح تشغيل نظام للنقل بين أي مدينتين باستخدام الفكرة التي أعطيت في هذا المثال. والرحلة ... اتجاه واحد تستغرق 42 min. والحسابات الأكثر دقة للحركة يجب أن تأخذ في الاعتبار أن كثافة الأرض ليست منتظمة وهناك العديد من المشاكل العلمية التي يجب أخذها في الاعتبار. فمثلا من ... يل الحصول على نفق خالي من الإحتكاك ومن ثم فلابد من وجود مصدر للطاقة الإضافية. هل ... التفكير في نظام آخر

11.14 الثقوب السوداء BLACK HOLES



شكل (24.14) ثقب أسود. نص القطر R_S يسمى نصف قطر شارزشيلد أى حدث يتم داخل حدود أفق الحدث لا يمكن رؤيته من الخارج.

... يوجد في المجرات نجوم فائقة التوهج تسمى ... نوفا Superhova أو المستَعرات وهي تنتج عن ... ار نجوم فائقة الكتلة. والمادة المتبقية في قلب نجم ... النجوم تأخذ في الإنكماش والإضمحلال. ... ر النهائي لقلب ذلك النجم يتوقف كلية على كتلته، ... كانت كتلة هذا القلب تبلغ 1,4 مثل كتلة الشمس فإنه ... التدريج ويتحول هذا السوبرنوفا إلى نجم على ... قزم أبيض white dwarft. أما إذا كانت كتلته أكبر ... فإن انكماشه يزداد نتيجة لقوى الجاذبية ويتحول ... نجم نيوتروني Neutron Star. وفي النجم النيوتروني ... كتلة النجم ليصبح نصف قطره 10 كم (أي أن ... شاى من مادة هذا النجم تزن على سطح الأرض 5 ... طن) أنظر المثال (8.11) والمسألة (22.14) وهناك ... من النجوم تكون نهايته أكثر دراماتيكية وذلك عندما تكون كتلة النجم ثلاث أمثال كتلة الشمس ... فإن الإنكماش يظل مستمرا حتى يصير النجم على شكل جسم متناهي الصغر وهو ما يسمى



شكل (25.14) نظام يتكون من نجمين أحدهما نجم عادي والآخر ثقب أسود (على اليمين). تنجذب المادة من النجم العادي لتكون القرص المتنامي حول الثقب الأسود. وفيه ترتفع درجة الحرارة لتلك المادة لدرجة أنها تصدر إشعاعات لها الطول الموجي للأشعة السينية.

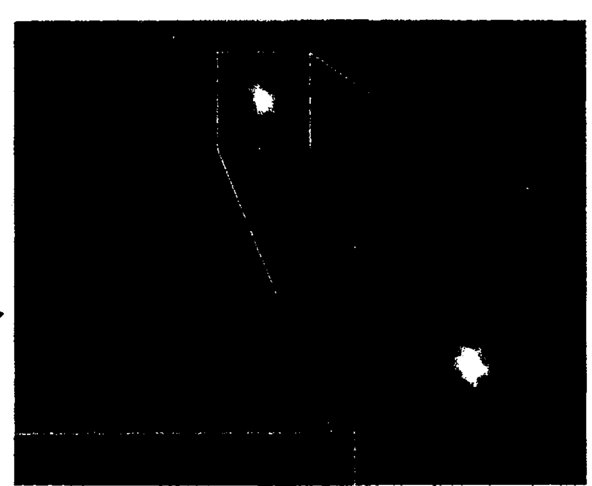
الثقب الأسود. في الحقيقة أن الثقب الأسود هو بقايا نجوم انكمشت بشدة تحت تأثير قوى جاذبيتها الذاتية، فإذا ما أقترب جسم مثل مركبة فضائية من الثقب الأسود فإنه يقع تحت تأثير قوة جذب فائقة ويُبتلع داخل الثقب إلى الأبد.

والهروب من الثقب الأسود يحتاج إلى سرعة إفلات Escape Speed فائقة نتيجة لتركيز كتلة النجم في كرة نصف قطرها صغيرا جدا، انظر معادلة (12.14) فإذا ما بلغت سرعة الإفلات سرعة الضوء C فإن الأشعة مثل الضوء المرئي المنبعثة من أى جسم لا يمكن أن تغادره ولذلك يبدو الجسم أسودا ومن هنا أتت التسمية الثقب الأسود. ويطلق على النصف قطر الحرج R_S الذي عنده سرعة الإفلات تساوى سرعة الضوء C اسم نصف قطر شفا رزشيلد Schwarzashild Radius شكل (24.14). والسطح التخيلي لكرة لها مثل هذا القطر وتحيط بالثقب الأسواد تسمى أفق الحدث Event Horizon وهو يمثل الحد الذي يمكن أن تصل إليه قرب الثقب ويكون لديك أمل في الإفلات منه.

وعلى الرغم من أن الضوء من الثقب الأسود لا يمكن أن يغادره إلا أن الضوء المنبعث من الأجسام القريبة من أفق الحدث يمكن مشاهدته. على سبيل المثال يمكن أن يتكون نظام من نجمين أحدهما ثقب أسود والآخر نجم عادي. في هذه الحالة تنجذب المواد التي تحيط بالنجم العادي نحو الثقب الأسود كما في شكل (25.14) وتكوِّن ما يسمى قرص متنامي accretion disc حول الثقب الأسود. في هذا القرص تتحول الطاقة الميكانيكية الناتجة عن احتكاك المادة المكونة للقرص المتنامي إلى طاقة داخلية ويتناقص تبعاً لذلك ارتفاع مدار القرص المتنامي عن أفق الحدث وتزداد درجة حرارته. ومع ارتفاع درجة حرارة المادة في القرص المتنامي تصدر عنه كمية كبيرة من الأشعة التي يصل طولها الموجي إلى الطول الموجي للأشعة السينية. وتلك الأشعة السينية من الدلائل المميزة للثقوب السوداء عن طريق ملاحظة الأشعة السينية.

وهناك دلائل على وجود ثقوب سوداء فائقة الكتلة توجد فى وسط المجرات وتصل كتلتها إلى ملايين كتلة الشمس. وفي مجرتنا يعتقد في وجود ثقب أسود فائق الكتلة تقترب كتلته من كتلة ثلاث ملايين شمس في وسط المجرة.

وتبين النماذج النظرية أن تلك الأجسام فائقة الكتلة ينبعث حول محور دورانها نفاث من المواد. ويبين الشكل (26.14) صورة التقطها تلسكوب هابل للمجرة M 87 ويبين نفاث من المواد ينبعث من المجرة ويعتقد أنها إحدى الدلائل على وجود ثقب أسود فائق الكتلة في وسط تلك المجرة.



شكل (26.14) صورة التقطها تلسكوب الفضاء هابل للمجرة M 87 وتظهر فيها المادة تنبثق على شكل نفاث من مركز المجرة متجهة نحو اليمين إلى أعلى الشكل وتبلغ سرعتها عُشر سرعة الضوء. ويعتقد أن تلك النفاثات دليلا على وجود ثقوب سوداء في وسط المجرة.

ملخص SUMMARY

قانون نيوتن للجذب العام ينص على أن قوة الجاذبية بين أي جسمين كتلتهما m_2, m_1 بينهما مسافة r مقدارها

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad (1.14)$$

حيث G مقدار ثابت $G = 6.673 \times 10^{-11}\ N{\cdot}m^2/kg^2$ ويسمى ثابت الجذب العام. وهذه المعادلة تمكننا من حساب قوة الجذب بين الأجسام تحت ظروف عديدة.

جسم على مسافة h فوق سطح الأرض يتأثر بقوة جاذبية مقدارها mg' حيث g' عجلة السقوط الحر من هذا الارتفاع.

$$g' = \frac{GM_E}{r^2} = \frac{GM_E}{(R_E + h)^2} \qquad (6.14)$$

في هذه المعادلة M_E هي كتلة الأرض و R_E نصف قطر الأرض. إذن وزن الجسم ينقص كلما زاد بعد الجسم عن سطح الأرض

قوانين كبلر لحركة الكواكب تنص على:

1 - جميع الكواكب تتحرك في مدارات على شكل قطع ناقص والشمس عند أحد البؤرتين.

2 - نصف قطر المتجه الواصل من الشمس إلى الكوكب يتحرك عبر مساحات متساوية في فترات زمنية متساوية.

3-مربع الزمن الدوري لأي كوكب يتناسب مع مكعب نصف طول المحور الأكبر للمدار الذي على شكل قطع ناقص.

ويمكن كتابة قانون كبلر الثالث على النحو التالي:

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_s}\right) r^3 \qquad (7.14)$$

حيث M_S كتلة الشمس وr نصف القطر المداري.

لمدارات القطع الناقص المعادلة (7.14) تكون صالحة إذ حل محل r طول نصف المحور الأكبر a.

معظم الكواكب لها مدارات شبه دائرية حول الشمس.

- مجال الجاذبية عند نقطة في الفضاء تساوي قوة الجاذبية المؤثرة على أي جسم اختبار موضوع عند تلك النقطة مقسوما عى كتلة جسم الإختبار

$$\mathbf{g} \equiv \frac{\mathbf{F}_g}{m} \qquad (10.14)$$

قوة الجاذبية محفوظة ، ومن ثم دالة طاقة الوضع يمكن تعريفها كالأتي: طاقة الوضع التابعة لجسمين تفصلهما مسافة r هي:

$$U = -\frac{GM_1m_2}{r} \qquad (15.14)$$

حيث U تساوي صفراً عندماً تقترب r من اللانهاية $r \to \infty$. طاقة الوضع الكلية لنظام من الجسيمات هو مجموع الطاقات لجميع أزواج الجسيمات. وكل زوج من الجسيمات يمثل بحد على نمط المعادلة (15.14).

إذا كان نظام معزول يتكون من جسيم كتلته m يتحرك بسرعة υ على مقربة من جسم ثقيل كتلته M، الطاقة الكلية E للنظام هي مجموع طاقة الحركة وطاقة الوضع.

$$E = \tfrac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{GMm}{r} \qquad (17.14)$$

الطاقة الكلية هي احدى ثوابت الحركة. إذا تحرك الجسم في مدار دائري نصف قطره r حول جسم ثقيل بحيث أن $M >> m$ الطاقة الكلية للنظام هي.

$$E = -\frac{GMm}{2r} \qquad (19.14)$$

الطاقة الكلية تكون سالبة لأي نظام مترابط.

سرعة الإفلات من الجاذبية لأي جسم يقذف من على سطح الأرض هي:

$$\upsilon_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} \qquad (22.14)$$

QUESTIONS أسئلة

1 استخدم قانون كبلر الثاني لكي تبين لنفسك أن الأرض في شهر ديسمبر تدور في مدارها أسرع عندما تكون قريبة من الشمس من دورانها في شهر يونيو عندما تكون بعيدة عنها.

2 -قوة الجاذبية التي تؤثر بها الشمس على القمر تصل إلى ضعف قوة الجاذبية التي تؤثر بها الأرض على القمر. فلماذا لا تجذب الشمس القمر بعيدا عن الأرض أثناء الكسوف الكلي للشمس؟

3 - إذا كانت منظومة تتكون من خمس جسيمات، كم عدد الحدود التي تظهر عند التعبير عن طاقة الوضع الكلية؟. وكم عدد الحدود التي تظهر إذا كانت المنظومة تتكون من عدد N من الجسيمات.؟

4 - هل من الممكن حساب دالة طاقة الوضع المصاحبة لجسيم وجسم ممتد دون معرفة الشكل الهندسي أو توزيع الكتلة للجسم الممتد.

5 - هل سرعة الهروب من الجاذبية لصاروخ تعتمد على كتلته؟ وضح.

6 -قارن بين الطاقات اللازمة للوصول إلى القمر لمركبة فضائية كتلتها 10^5kg وقمر صناعي كتلته 10^8 kg.

7 وضح لماذا تستهلك المركبة الفضائية وقودا لكي تسافر من الأرض إلى القمر أكثر مما تستهلكه في رحلة العودة؟ قدر الفرق.

8 لماذا لا يوضع قمر الطقس المتزامن مع الأرضgeosynchronous weather satellite في مدار حول خط العرض 45° ؟ أليس ذلك أكثر فائدة للولايات المتحدة من قمر حول خط الإستواء

9 - هل طاقة الوضع للنظام المكون من الأرض والقمر أكبر من أو أقل من أو يساوي طاقة الحركة للقمر بالنسبة للأرض ؟

10 - وضح لماذا لا يبذل شغل على كوكب أثناء دورانه في مدار دائري حول الشمس على الرغم من أن قوة الجاذبية تؤثر على الكوكب. ما مقدار صافي الشغل المبذول على كوكب أثناء كل دورة يدورها حول الشمس في مدار على شكل قطع ناقص ؟

11 - وضح لماذا تكون القوة المؤثرة على جسيم بواسطة كرة منتظمة متجهة نحو مركز الكرة؟ فهل ستكون الحالة كذلك لو أن الكتلة ليست موزعة على الكرة بشكل منتظم ؟

12 - بإهمال التغيرات في كثافة الأرض، كم يكون الزمن الدوري لجسيم يتحرك في فجوة ملساء محفورة بين نقطتين متقابلتين على سطح الأرض. وتمر في مركزها.

13 - عند أي مكان في مدار القطع الناقص تكون سرعة الكوكب أكبر ما يمكن؟ وعند أي نقطة تكون أقل ما يمكن ؟

14 - إذا عرفت الكتلة ونصف القطر لكوكبX كيف تحسب عجلة السقوط الحر على سطح هذا الكوكب ؟ .

15 - إذا حفرت حفرة تصل إلى مركز الكرة الأرضية فهل تظن أن القوة على كتلة m ستظل تتبع القانون (1.14) عند هذا المكان ؟ ماذا تعتقد أن تكون القوة على m عند مركز الأرض ؟

16 في تجربة كفندش عام 1798 يقال أن كفندش قد وزن الأرض وضح هذا التعبير.

17 - قوة الجاذبية التي أثرت على المركبة الفضائية فويجر Voyager بواسطة كوكب المشترى أكسبتها عجلة زادت من سرعتها إلى

السرعة اللازمة للإفلات من جاذبية الشمس وضح كيف يمكن ذلك؟

18- كيف يمكنك إيجاد كتلة القمر ؟

19- المركبة الفضائية أبوللو 13 (Apollo 13) حدثت بها مشاكل في جهاز الأكسجين في منتصف الطريق إلى القمر. لماذا استمرت المركبة في دورانها حول القمر ثم عادت إلى الأرض ولم تعد مباشرة إلى الأرض ؟

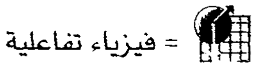
مسائل PROBLEMS

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي

☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل

 = فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

القسم 1.14 قانون نيوتن للجذب العام

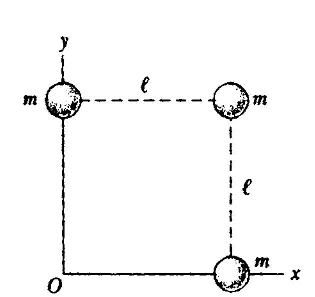
القسم 2.14 قياس ثابت الجاذبية

القسم 3.14 الهبوط الحر وقوة الجاذبية

1 - حدد مقدار قوة الجاذبية التي تؤثر بها على شخص آخر يبعد 2 متر حدد الكميات التي تحتاج لتقديرها وقيم كل منها.

2 - كتلة مقدارها 200kg وأخرى كتلتها 500kg المسافة بينهما 0.40m (a) أوجد محصلة قوة الجاذبية التي تؤثر بها تلك الكتل على كتلة مقدارها 50.0kg موضوعة في منتصف المسافة بينهما (b) عند أي مكان يمكن وضع الكتلة 50.0kg حتى تتأثر بمحصلة قوى تساوي صفراً باستثناء وضعها عند المالانهاية.

3 - ثلاث كتل متساوية موضوعة في ثلاث أركان لمربع طول كل ضلع من أضلاعه ℓ كما هو مبين في شكل P3.14 أوجد مجال الجاذبية g عند الركن الرابع نتيجة لتلك الكتل.



شكل P3.14

4 - جسمان يجذب كل منهما الآخر بقوة جذب 1.0×10^{-8} N عندما تكون المسافة بينهما 20.0 cm. إذا كانت الكتلة الكلية للجسمين تساوي 5.0 kg كم تكون كتلة كل منهما؟

5 - ثلاث كرات منتظمة كتلتها 2.0kg و 4.0kg و 6.0kg موضوعة في أركان مثلث قائم الزاوية كما هو مبين في شكل P5.14 . أحسب محصلة قوى الجذب على الكتلة 4.0kg باعتبار أن الكرات معزولة عن العالم الخارجي.

شكل P5.14

6 عجلة الجاذبية على سطح القمر تبلغ 1/6 عجلة الجاذبية على سطح الأرض. إذا كان نصف قطر القمر حوالي ($0.2500\ R_E$) أوجد النسبة بين كثافتيهما P_{moon} / P_{earth}

7 أثناء كسوف الشمس . تكون الشمس والأرض والقمر على خط واحد والقمر بين الشمس والأرض (a) ما مقدار القوة التي تؤثر بها الشمس على القمر ؟ (b) ما هي القوة التي تؤثر بها الأرض على القمر ؟ (c) ما هي القوة التي تؤثر بها الشمس على الأرض ؟

8 المسافة بين مركزي الشمس والقمر هي 384400 km. القمر يكمل دورته في مداره في 27.3 day (a) إحسب السرعة المدارية للقمر (b) إذا توقفت الجاذبية سيتحرك القمر في خط مستقيم مماس لمداره طبقا لقانون نيوتن الأول للحركة. في مداره الفعلي خلال 1.00s إلى أي مسافة يهبط القمر أسفل خط المماس نحو الأرض.

WEB 9 عندما يكون نيزك على مسافة فوق سطح الأرض تعادل 3.0 مرات مثل نصف قطر الأرض كم تكون عجلته نتيجة لجاذبية الأرض.

10 - عابرتا محيط كتلة كل منهما 40000 طن متري تتحركان في مسارين متوازيين المسافة بينهما 100 m ما مقدار العجلة بينهما نتيجة لتجاذبهما المتبادل (اعتبر السفينتين ككتل نقطية)

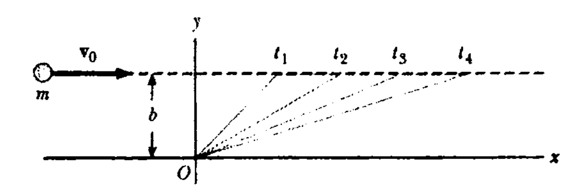
11 - طالب يريد أن يقيس ثابت الجذب G بتعليق كتلتين كرويتين من سقف كتدرائية عالية وقياس انحراف كابلي التعليق عن الوضع الرأسي. فإذا علق جسمين كتلة كل منهما 100kg في نهاية كابلين طول كل منهما 45.0 m، والكابلان معلقان في السقف على بعد 1.0 m من بعضهما. ما مقدار المسافة الفاصلة بين الجسمين.

12 - في الطريق إلى القمر، ملاحي أبوللو (Apollo) وصلوا إلى نقطة فيها جذب القمر أقوى من جذب الأرض (a) عين بعد تلك النقطة عن مركز الأرض (b) ما مقدار العجلة الناتجة عن جاذبية الأرض عند تلك النقطة؟.

القسم 4.14 قوانين كبلر

القسم 5.14 قانون الجاذبية وحركة الكواكب

13 - جسيم كتلته m يتحرك في خط مستقيم بسرعة منتظمة في الاتجاه x وعلى مسافة b من المحورx كما في شكل (P13.14) بين أن قانون كبلر الثاني يكون قد تحقق، بإثبات أن المثلثين المظللين في الشكل لهما نفس المساحة عندما تكون $t_4 - t_3 = t_2 - t_1$

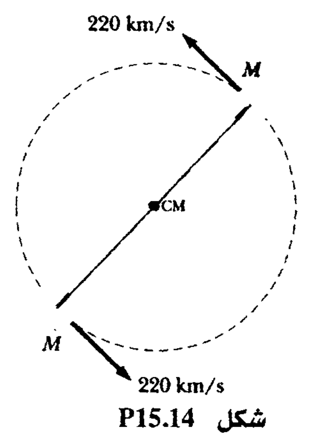


شكل P13.14

14 - قمر للإتصالات يدور في مدار متزامن مع دوران الأرضgeosynchronous ويظل فوق نقطة واحدة على خط الاستواء بينما الكوكب يدور حول محوره (a) احسب نصف قطر مداره (b) القمر يقوم بنقل إشارات راديو من مرسل قرب القطب الشمالي وتسير بسرعة

الضوء إلى مستقبل قريب من القطب الشمالي أيضا. كم من الوقت تستغرق الإشارة في رحلتها.

15 المجموعة الثنائية لبلاسكت plaskett تتكون من نجمين يدوران في مدار دائري حول مركز كتلة في منتصف المسافة بينهما، وهذا يعني أن كتلة كل من النجمين متساوية (شكل P15.14) إذا كانت السرعة المدارية لكل من النجمين 220 km/s والزمن الدوري لكل منهما 14.4من الأيام أوجد الكتلة M لكل نجم (للمقارنة كتلة الشمس 1.99×10^{30} kg).

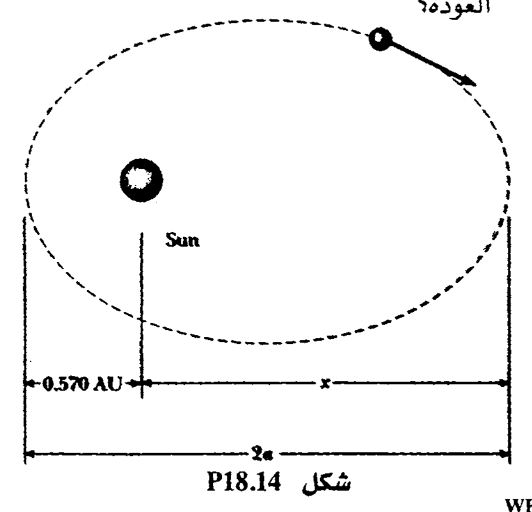


شكل P15.14

16 - المجموعة الثنائية لبلاسكت Plaskett's binary System تتكون من نجمين يدوران في مدار دائري حول مركز ثقل في منتصف المسافة بينهما. وهذا يعني أن كتلة كل من النجمين متساوية انظر شكل (P15.14) إذا كانت السرعة المدارية لكل نجم هيv والزمن الدوري لكل منهما T أوجد الكتلة M لكل نجم.

17 - القمر إكسبلورار *Explorer VIII* وضع في مداره في 3 من نوفمبر عام 1960 لدراسة طبقة الأيونو سفير. ولمداره البارامترات التالية نقطة الأوج (أبعد نقطة في مدار القمر عن الأرض) 2289 km ونقطة الحضيض (أقرب نقطة في مدار القمر عن الأرض) 459 km (والمسافتان أعلى سطح الأرض) والزمن الدوري 112.7 min. أوجد النسبة v_p/v_a للسرعة عند الحضيض إلى السرعة عند الأوج.

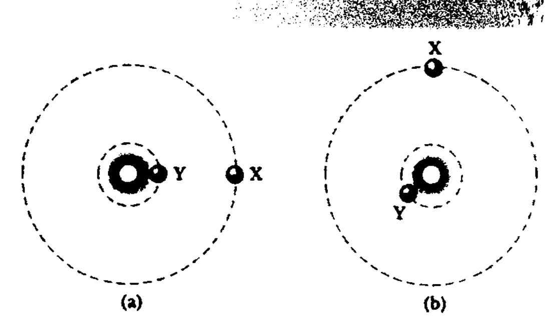
18 - المذنّب هالي شكل (P18.14) يقترب من الشمس لمسافة تصل إلى 0.57 Au (Au رمز لوحدة فلكية $1 \text{ Au} = 1.5 \times 10^{11}$ m وهو متوسط طول المسافة بين الأرض والشمس) وزمنه الدوري المداري 75.6 سنة. ما هو بعد المذنب هالي عن الشمس قبل أن يبدأ رحلة العودة؟



شكل P18.14

WEB **19** Io قمر لكوكب المشترى زمنه الدوري المداري 1.77 يوم ونصف قطره مداره 4.22×10^5 km من تلك المعلومات عين كتلة كوكب المشترى.

20 - كوكبان X , Y يدوران في اتجاه عكس عقارب الساعة في مدارات دائرية حول نجم كما هو مبين في شكل (P20.14) النسبة بين نصف قطر كل منهما (3:1) في بعض الأحيان يكونان على خط واحد مع النجم كما في شكل (P20.14 a). خلال الخمس أعوام التالية الإزاحة الزاوية للكوكب X تكون 90° كما في شكل (P20.14.b) أين يكون الكوكب Y عندئذ



شكل P20.14 (a), (b)

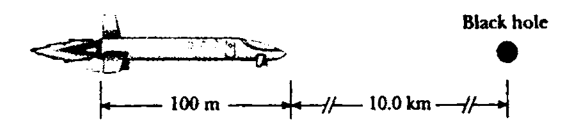
21 قمر صناعي (ساتل) متزامن، يظل دائما فوق نفس النقطة على خط استواء الكوكب. وضع في مدار حول كوكب المشترى ليتمكن العلماء من دراسة النقطة الحمراء الشهيرة. والمشترى يدور مرة واحدة كل 9.84 h . استخدم البيانات المتاحة في جدول 2.14 لكي تحسب ارتفاع القمر الصناعي.

22 - النجوم النيوترونية عظيمة الكثافة وتتكون من بقايا انفجار السوبر نوفا (المستعر) وهو نجم متفجر يزداد توهجه قبل أن يتحول إلى نجم نيوتروني. وهو يدور بسرعة فائقة. نفرض أن أحد النجوم النيوترونية كتلته ضعف كتلة الشمس، ونصف قطره10km. إحسب أكبر سرعة زاوية يمكن أن يكتسبها لكي تظل المادة التي على سطحه عند خط استوائه باقية في المدار بقوة الجاذبية

23 - المركبة الفضائية Solar and Heliospheric Observatory SOHO لها مدار خاص، تم اختياره بحيث أن رؤيته للشمس تكون دائمة ولا يحدث لها كسوفا أبدا. وهو دائما قريب من الأرض لكي يسهل إرسال المعلومات ويدور في دائرة تقريبا حول الشمس وهي أصغر من المدار الدائري للأرض. إلا أن الزمن الدوري المداري للمركبة الفضائية لايقل عن سنة بل هو سنة بالضبط. وهو دائما يقع بين الأرض والشمس على خط يربط بينهما، وكلاهما يؤثر بقوة جذب على المرصد (المركبة الفضائية). بين أن المسافة بين المركبة الفضائية والأرض لابد وأن تكون بين 1.47×10^9 m و 1.48×10^9 m. عام 1772 قام جوزيف لاجرانج Joseph Lagrang بتعيين الوضع الخاص الذي يسمح بهذا المدار نظريا. وقد اتخذت المركبة الفضائية SOHO هذا المكان في فبراير 1996 (ملحوظة: استخدم بيانات دقيقة ذات أربع أرقام معنوية. كتلة الأرض (5.983×10^{24} kg).

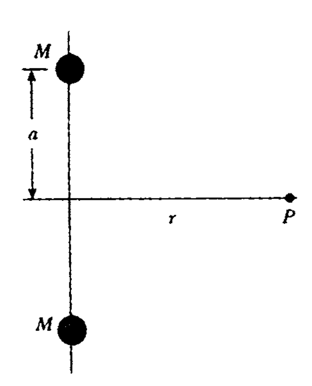
القسم 6.14 مجال الجاذبية:

24 - مركبة فضائية كتلتها مع ركابها 1000 kg وهي على هيئة أسطوانة طويلة طولها 100m . إقتربت من ثقب أسود كتلته 100 مرة مثل كتلة الشمس شكل P24.14 . ومقدمة المركبة الفضائية تشير إلى مركز الثقب الأسود. والمسافة بين طرف المقدمة والثقب 10.0 km (a) احسب القوة الكلية على المركبة الفضائية (b) ما هو الفرق في مجال الجاذبية المؤثر على الركاب في مقدمة المركبة والركاب في مؤخرتها الأكثر بعدا عن الثقب الأسود.



شكل P24.14

25 حسب مقدار واتجاه مجال الجاذبية عند نقطة p على الخط العمودي على المحور الواصل بين كتلتين متساويتين المسافة بينهما $2a$ كما هو في شكل (P25.14)



شكل P25.14

26 - أوجد مجال الجاذبية عند نقطة r على امتداد المحور لحلقة رفيعة كتلتها M ونصف قطرها a

القسم 7.14 طاقة الوضع

ملحوظة اعتبر أن $U = 0$ عندما تقترب r من اللانهاية.

27 - قمر صناعي (ساتل) للأرض كتلته 100 kg على ارتفاع 2.00×10^6 m (a) ما هي طاقة الوضع للمنظومة المكونة من القمر والأرض؟ (b) ما مقدار قوة الجاذبية التي تؤثر بها الأرض على القمر؟ (c) ما هي القوة التي يؤثر بها القمر (الساتل) على الأرض؟

28 - ما هي الطاقة اللازمة لرفع كتلة 1000kg من سطح الأرض إلى ارتفاع ضعف نصف قطر الأرض.

29 بعد أن تستهلك الشمس وقودها النووي ستتحول إلى قزم أبيض حيث تظل كتلتها كما هي تقريبا إلا أن نصف قطرها سيصبح مساويا لنصف قطر الأرض. احسب (a) متوسط كثافة القزم الأبيض (b) عجلة الجاذبية الأرضية عند سطحه (c) طاقة الوضع المصاحبة لجسم كتلته 1.0 kg عند سطحه.

30 - أطلق مقذوف من على سطح الأرض إلى أعلى رأسيا بسرعة 10.0 km/s إلى اي ارتفاع سيصل المقذوف؟ إهمل مقاومة الهواء.

31 - منظومة تتكون من ثلاث أجسام كل منها يزن 5.0 g وموضوعة عند أركان مثلث متساوي الأضلاع طول كل ضلع من أضلاعه 30.0 cm (a) احسب طاقة الوضع للمنظومة (b) إذا أطلقت تلك الكتل في نفس الوقت فأين ستتقابل؟

32 - ما مقدار الشغل المبذول بواسطة مجال جاذبية القمر عندما يصل إليه نيزك من الفضاء الخارجي ويصطدم بسطحه علما بأن كتلة النيزك 1000 kg؟

القسم 8.14 اعتبارات الطاقة في حركة الكواكب والأقمار

33 - قمر كتلته 500 kg يدور في مدار دائري على ارتفاع 500 km فوق سطح الأرض. نتيجة لاحتكاك الهواء وصل القمر إلى سطح الأرض وارتطم بسطحها بسرعة 2.00 km/s. ما مقدار الطاقة التي تحولت إلى طاقة داخلية بواسطة الإحتكاك ؟

34 - ما أقل سرعة بالنسبة للشمس اللازمة لكي تفلت سفينة فضائية من المجموعة الشمسية اذا ابتدأت من مدار الأرض؟
(b) فويجر Voyager1 وصلت إلى أقصى سرعة ومقدارها 125000 km/h في طريقها لتصوير كوكب المشترى. بعد أي مسافة من الشمس تكون تلك السرعة كافية لأن تفلت سفينة الفضاء من المجموعة الشمسية؟

35 - قمر كتلته 200 kg موضوع في مدار حول الأرض على ارتفاع 200 km من سطح الأرض (a) بافتراض أن المدار دائري، ما الزمن اللازم لكي يتم القمر دورة كاملة في مداره ؟ (b) ما سرعة القمر ؟ (c) ما هي

أقل طاقة لازمة لوضع هذا القمر في مداره (افترض عدم وجود احتكاك للهواء).

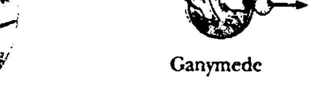
37 - سفينة فضائية إنطلقت من الأرض بسرعة ابتدائية 2×10^4 m/s كم، ستكون سرعتها عند ما تكون بعيدة جدا عن الأرض (اهمل الاحتكاك)

38 - قمر كتلته 1000 kg يدور حول الأرض على ارتفاع ثابت مقداره 100 km . كم مقدار الطاقة التي يجب اضافتها للنظام لتحريك القمر في مدار دائري على ارتفاع 200 km؟

39 - كوكب أورانوس كتلته 14 مرة قدر كتلة الأرض ونصف قطره 3.7 مرة قدر نصف قطر الأرض (a) بوضع نسب بين قيم أورانوس وقيم الأرض المناظرة لها، أوجد عجلة الجاذبية عند قمة السحب في أورانوس (b) مع اهمال دوران الكوكب أوجد أقل سرعة للإفلات من أورانوس .

40 - عين سرعة الإفلات لصاروخ في الجانب البعيد للقمر جانميد Ganymede أكبر قمر لكوكب المشترى ونصف قطر جانميد 2.64x106 m وكتلته 1.495×10^{23} kg وكتلة المشترى 1.90×10^{27} kg والمسافة بين المشترى وجانميد تساوي 1.071×10^9m . تأكد من أنك تضع تأثير جاذبية المشترى في الإعتبار. ولكن يمكن اهمال حركة المشترى وجانميد الدورانيه حول مركز كتلتيهما، شكل (P14.41)





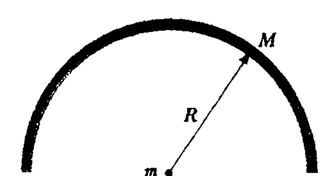
شكل P41.14

41 - استنتج علاقة للشغل اللازم لنقل قمر كتلته m من مدار دائري نصف قطره $2R_E$ إلى مدار آخر نصف قطره $3R_E$.

قسم 9.14 قوة الجاذبية بين جسم ممتد وجسيم:

42 - قضيبان منتظمان متاثلان طول كل منهما L وكتلته m موضوعان على نفس الخط وأصغر مسافة تفصل بينهما d شكل (P44.14) . بين أن قوة الجاذبية المتبادلة بين القضيبين هي:

$$F = \frac{Gm^2}{L^2} \ln \left(\frac{(L+d)^2}{d(2L+d)} \right)$$



شكل P44.14

43 - قضيب منتظم كتلته M على شكل نصف دائرة نصف قطرها R شكل (P45.14) احسب القوة عند نقطة كتلتها m موضوعه في مركز نصف الدائرة.

شكل P45.14

قسم 10.14 قوة الجاذبية بين جسيم وكتلة كروية

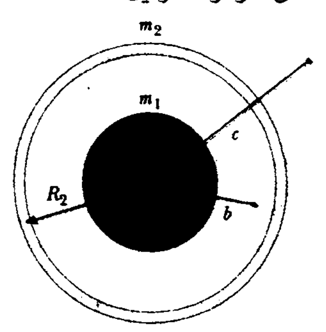
44 - (a) بين أن الزمن الدوري المحسوب في مثال 10.14 يمكن كتابته كما يلي:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R_E}{g}}$$

حيث g هي عجلة الهبوط الحر على سطح الأرض (b) كم سيكون هذا الزمن الدوري إذا صنعت أنفاق خلال القمر ؟

45 - كرة مصمته منتظمة كتلتها 500kg، نصف قطرها 0.4m . أوجد مقدار قوة الجاذبية التي توثر بها الكرة على جسيم كتلته 50g موضوع (a) على بعد 1.5m من مركز الكرة (b) على سطح الكرة ، (c) على بعد 0,2m من مركز الكرة.

46 - كرة منتظمة مصمته كتلتها m_1 ونصف قطرها R_1 موضوعة داخل قشرة كروية ومشتركة معها في المركز كما في شكل P 48.14 وكتلة القشرة الكروية m_2 ونصف قطرها R_2. احسب قوة الجاذبية التي تؤثر بها الكرتان على جسيم كتلته m موضوع (a) $r=a$ ، (b) $r=b$ و (c) $r=c$ حيث r مقاسه من مركز الكرتين.



شكل **P48.14**

تمارين إضافية:

47 - إعتبر أن Δg_M تمثل الفرق في مجال الجاذبية الناتجة عن القمر عند النقط على سطح الأرض الأقرب إلى القمر والأبَّعد عنه. احسب مقدار $\Delta g_M/g$ حيث g هو مجال جاذبية الأرض (هذا الفرق هو المسئول عن حدوث المد والجذر على الأرض)

48 - كرتان كتلتيهما 2M , M ونصف قطر كل منهما 3R , R على الترتيب. أطلقتا من السكون عندما كانت المسافة بين مركزيهما تساوي 12R . ما سرعة كل منهما عندما يتصادمان؟ افترض أن الكرتان تتأثران ببعضهما فقط.

49 - (a) بين أن معدل تغير جاذبية السقوط الحر مع المسافة فوق سطح الأرض هي:

$$\frac{dg}{dr} = -\frac{2GM_E}{R_E^3}$$

ومعدل التغير مع المسافة يسمى الميل gradint (b) إذا كانت h مقدار صغير بالمقارنة بنصف قطر الأرض. بين أن الفرق في عجلة السقوط الحر بين نقطتين بينهما مسافة عمودية h هي:

$$|\Delta g| = \frac{2GM_E h}{R_E^3}$$

(c) أوجد قيمة هذا الفرق عندما تكون h تساوي 6.0 m وهو ارتفاع مبنى من طابقين.

50 - جسيم وزنه m موضوع داخل كرة مصمته منتظمة نصف قطرها R وكتلتها M على بعد r من المركز (a) بين أن طاقة جهد الجاذبية للنظام هو:

$$U= (GmM/2R^3)r^2 - 3GmM/2R$$

(b) اكتب العلاقة التي تعبر عن كمية الشغل المبذول بقوة الجاذبية لجذب جسيم من سطح كرة إلي مركزها.

51 - السفينة الفضائية فويجرز 2 و 1 مسحت سطح قمر المشتري IO وصورت براكين نشطة تقذف الكبريت السائل إلي ارتفاع 70 km فوق سطح هذا القمر. احسب السرعة التي غادر بها الكبريت السائل فوهة البركان. القمر IO كتلته 8.9×10^{22} kg ونصف قطره 1.82 km .

52 - رجل فضاء شاهد كوكبا صغيرا كروي الشكل. عندما هبط على سطح الكوكب أخذ يسير إلى الأمام بصفة مستمرة وإذ به يعود إلى المركبة الفضائية من الجهة المقابلة بعد أن أكمل لفة طولها 25.0 km. ثم امسك بمطرقة وبعض الرِّيش وألقى بهما من على ارتفاع 1.4 m فسقطا على سطح الأرض بعد 29.2 S . احسب كتلة هذا الكوكب.

53 - في عام 1974 اقترح G.K.Neil إنشاء مستعمرة سكانية في الفضاء على شكل أسطوانة قطرها 6.0 km وطولها 30.0 km وهذه المستعمرة سيكون بها مدن وبحيرات على السطح الداخلي وهواء وسُحُب عند المركز. وكل هذه الأشياء تبقى في أماكنها بدوران الأسطوانة حول محورها الطويل. ماهي السرعة اللازمة لدوران الأسطوانة لكي تحدث جاذبية مماثلة لجاذبية الأرض على جدران الأسطوانة.

54 WEB 57 في معمل الفيزياء استخدام ميزان كفندش لقياس ثابت الجذب العام G باستخدام كرتان من الرصاص وزن أحدهما 1.5 kg ووزن الأخرى 15.0 g والمسافة بين مركزيهما 4.5 cm احسب مقدار قوة الجاذبية بين هاتين الكرتين. (تعامل مع كل منهما على أنها نقطة عند مركز الكرة).

55 - بين أن سرعة الافلات من على سطح كوكب كثافته منتظمة تتناسب طرديا مع نصف قطر الكوكب.

56 - (a) إفترض أن الأرض (أو جسم آخر) كثافتها ρ_r وهي تتغير مع نصف القطر إلا أنها متماثلة كرويا. بين أنه عند أي نصف قطر r داخل الأرض، شدة مجال الجاذبية $g_{(r)}$ يزيد كلما زاد مقدار r، فقط في حالة ما إذا كانت الكثافة هناك تزيد عن 2/3 متوسط الكثافة للجزء من الأرض داخل نصف القطر r (b) إذا علمت أن متوسط كثافة الأرض ككل $5.5 g/cm^3$ بينما الكثافة على سطح الأرض $1.0 g/cm^3$ على سطح المحيطات وحوالي $3\ g/cm^3$ على الأرض. ماذا تستنتج من ذلك؟

57 WEB 61 كوكبان افتراضيان كتلتهما m_1, m_2 ونصف قطراهما r_1, r_2 على الترتيب، يكونان في حالة سكون عندما تكون المسافة بينهما لانهائية. نتيجة لجاذبيتهما يتقدمان نحو بعضهما فيحدث بينهما تصادم (a) عندما تكون المسافة بين مركزيهما d أوجد علاقة لسرعة كل من الكوكبين وسرعتهما النسبية (b) أوجد طاقة الحركة لكل كوكب قبل أن يتصادما مباشرة إذا كانت $m_1= 2.0 \times 10^{24}$ kg و $m_2= 8.0 \times 10^{24}$ kg و $r_1 = 3.0 \times 10^6$ m و $r_2= 5.0 \times 10^6$ m (ملحوظة كل من الطاقة وكمية الحركة محفوظة

58 - المسافة القصوى بين الشمس والأرض تساوي 1.521×10^{11}m وأقل مسافة تساوي 1.471×10^{11} m (عند نقطة الحضيض). إذا كانت سرعة الأرض عند نقطة الحضيض 30.27 km/s عين (a) السرعة المدارية للأرض عند أبعد مسافة بينها وبين الشمس نقطة الأوج (b) طاقة الحركة وطاقة الوضع عند أبعد مسافة للأرض عن الشمس. هل الطاقة الكلية محفوظة (اهمل تأثير القمر والكواكب الأخرى).

59 - كرة كتلتها M ونصف قطرها R كثافتها غير منتظمة وتتغير بتغير r، المسافة من المركز، طبقا للمعادلة $\rho=Ar$ حيث $0 < r < R$ (a) ما هو الثابت A بدلالة R, M ؟ (b) ضع علاقة للقوة المؤثرة على جسيم كتلته m موضوع خارج الكرة (c) ضع علاقة للقوة المؤثرة على الجسيم داخل الكرة (ملحوظة إرجع إلى القسم 14.10 ولاحظ أن التوزيع متماثل كرويا)

60 - (a) عين مقدار الشغل بالجول الذي يجب بذله على جسم كتلته 100 kg لرفعه لارتفاع 1000 km فوق سطح الأرض (b) عين مقدار الشغل الإضافي اللازم لوضع هذا

الجسم في مدار دائري عند هذا الإرتفاع.

61 - أثناء طيران صاروخ على ارتفاع شاهق سجل إشارات من أشعة X صادرة عن مصدر فضائي يعتقد إنها كتلة من مادة متأينة تدور حول ثقب أسود بزمن دوري 5ms، فإذا كانت تلك الكتلة تدور في مدار دائري حول الثقب الأسود الذي كتلته 20 M_{sun}. ما مقدار نصف قطر المدار؟

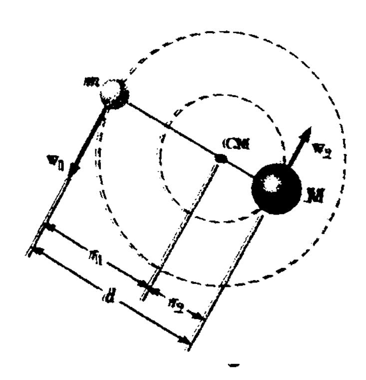
62 - دراسة العلاقة بين الشمس والمجرة التابعة لها والتي تسمى مجرة طريق اللبانه Milky Way بينت أن الشمس تقع بالقرب من الحافة الخارجية لقرص المجره galactic disk على بعد 30000 سنة ضوئية من المركز. كما وجد أن الشمس لها سرعة مدارية حوالي 250 km/s حول مركز المجره .ما هو الزمن الدوري لحركة الشمس في مدارها في المجره (b) ما هي كتلة مجرة طريق اللبانة. افترض أن المجرة مكونه معظمها من نجوم مثل الشمس. ما هو عدد النجوم في طريق اللبانة ؟

63 - أقدم قمر صناعي (ساتل) في المدار هو فانجوارد Vanguard I الذي تم وضعه في مارس 1958 وكتلته 1.6 kg. في مداره الابتدائي كانت أقل مسافة بينه وبين مركز الأرض 7.02 Mm وسرعته عند هذه النقطة (نقطة الحضيض) 8.23 km/s (a) أوجد الطاقة الكلية (b) أوجد مقدار كمية الحركة الزاوية (c) أوجد السرعة عند ابعد نقطة عن مركز الأرض (نقطة الأوج) (d) أوجد مقدار نصف المحور الأكبر لمداره (e) عين زمنه الدوري.

64 - قذف صاروخ بسرعة إبتدائية υ_i عموديا إلى أعلى من سطح الأرض $\upsilon_i = 2\sqrt{Rg}$ حيث R نصف قطر الأرض و g عجلة الهبوط الحر عند سطح الأرض. توقفت محركات الصاروخ بسرعة، كان الصاروخ بعد ذلك تحت تأثير قوة الجاذبية فقط (اهمل احتكاك الغلاف الجوي ودوران الأرض) استنتج علاقة للسرعة υ بعد توقف المحرك كدالة في r المسافة بين الصاروخ ومركز الأرض بدلالة r, R , g.

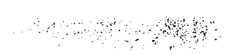
65 - نجمان كتلتهما m , M تفصل بينهما مسافة d ويدوران في مدارات دائرية حول مركز كتلتيهما (fig P69.14) بين أن كل كوكب له زمن دوري يعطى بالمعادلة

$$T^2 = \frac{4\pi^2 d^3}{G(M+m)}$$



ملاحظة استخدم قانون نيوتن الثاني لكل من النجمين ولاحظ أن شرط مركز الكتله يقتضى أن $M r_2 = m r_1$ حيث $(d = r_1 + r_2)$.

66 - (a) انطلقت كتلة مقدارها 5.0kg من على بعد 1.2×10^7m من مركز الأرض. ما مقدار العجلة التي تتحرك بها بالنسبة للأرض؟ (b) أطلقت كتلة مقدارها 2.0×10^{24} kg من على بعد 1.2×10^7 m من مركز الأرض. ما مقدار العجلة التي تتحرك بها بالنسبة للأرض؟. افترض أن الجسمين يعملان كزوج من الأجسام معزولين عن باقي الكون.



إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.14) قانون كبلر الثالث (معادلة 7.14) تصلح لجميع الكواكب وتفيد بأن الزمن الدوري للكوكب يتناسب مع $r^{3/2}$. ونظرا لأن زحل والمشترى أبعد من الشمس عن الأرض فلهما زمن دوري أكبر. مجال جاذبية الشمس أضعف عند زحل والمشترى من مجال جاذبيتها عند الأرض. ومن ثم فإن تلك الكواكب تتأثر بعجلة مركزية أضعف من العجلة عند سطح الأرض ومن ثم فلهما زمن دوري أكبر.

(2.14) كتلة الكُوَيكب السيار asteroid قد تكون صغيرة جداً بحيث إنك تستطيع أن تكتسب سرعة الإفلات بالقفز إلى أعلى بقدميك إلا أنك لا تستطيع العودة إلى أسفل مرة ثانية (لأنك قد تركت مجال جاذبيته).

(3.14) قوة الجاذبية تساوي صفر داخل القشرة (معادلة 25.14 b) حيث أن القوة المؤثرة تساوي صفر. يتحرك الجسيم بسرعة ثابتة في اتجاه حركته الأصلية خارج القشرة حتى يصطدم بحائط مقابل لنقطة الدخول. مساره بعد ذلك يعتمد على طبيعة التصادم وعلى الإتجاه الأصلي للجسيم.



صورة محيرة

هل فكرت يوم ما لماذا كرة التنس مغطاة بشعيرات على سطحها ولماذا كرة الجولف على سطحها نُقر. وكرة سبيتبول لم يعد استخدامها قانونيا في لعبة البسبول. ما هي الأسس الفيزيائية التي تحكم طريقة عمل هذه الأنواع من الكور (وكذلك تجعل الطائرة تحلق في السماء).

الفصل الخامس عشر 15

ميكانيكا الموائع
Fluid Mehanics

ويتضمن هذا الفصل :

توجد المادة في أحد الحالات الثلاثة: الجامدة ، والسائلة، والغازية . من خبرتنا اليومية نعلم أن الجسم الجامد له شكل ثابت وحجم محدد فقالب الطوب مثلا يحتفظ بشكله المعروف وبحجمه بصفة دائمة. نعرف أيضا أن السائل له حجم محدد لكن ليس له شكل محدد. أما الغاز فليس له شكل محدد ولاحجم محدد. هذه الأوصاف تسهل لنا تصور حالات المادة، إلا أنها إلى حدما خادعة فمعظم المواد يمكن أن تكون في أي صورة صلبة أو سائلة أو غازية أو خليط من كل هذه الصور ويتوقف ذلك على الضغط ودرجة الحرارة.

وبصفة عامة الزمن الذي تستغرقه مادة ما لكي تغير شكلها بتأثير قوة خارجية يحدد ما إذا كنا سنعتبر تلك المادة كجسم جامد أوسائل أوغاز.

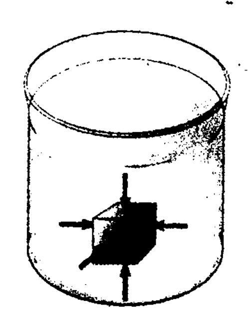
المائع: مجموعة من الجزيئات مرتبة بشكل عشوائي ومتماسكه مع بعضها بقوى ربط ضعيفة وبقوى تؤثر بها عليها جدران الوعاء الذي يحتويه. وتعتبر السوائل والغازات موائع.

في دراستنا لميكانيكا الموائع سوف نرى أننا لانحتاج أن نتعلم أي مبادئ فيزيائية جديدة لكي نفسر تلك الظواهر مثل قوى الطفو التي تؤثر على الأجسام المغمورة وقوة الرفع الديناميكية التي تؤثر على أجنحة الطائرات،

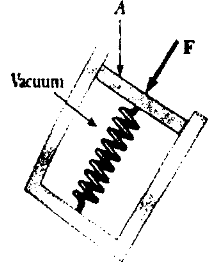
سنتناول أولا ميكانيكا الموائع الساكنة أي استاتيكا الموائع ونستنتج علاقة للضغط الناتج عن مائع كدالة للكثافة والعمق؛ بعد ذلك سندرس حركة الموائع، أي ديناميكا الموائع. ويمكننا أن نصف حركة الموائع باستخدام نماذج يفترض فيها بعض الإفتراضات للتبسيط،ونستخدم هذه النماذج لكي نحلل بعض الحالات ذات الأهمية التطبيقية، فاستخدام معادلة برنولي على سبيل المثال مكننا من إيجاد علاقة بين الضغط والكثافة والسرعة عند أي نقطة في المائع.

1.15 الضغط PRESSURE

الموائع لاتتحمل إجهادات القص إو إجهادات الشد. والإجهاد الوحيد الذي يمكن أن يتأثر به جسم مغمور في مائع هو الإجهاد الذي يعمل على ضغطه. أي أن القوة التي يؤثر بها المائع على جسم ما تكون دائما عمودية على أسطح الجسم كما في شكل 1.15 وضغط المائع يمكن قياسه بواسطة جهاز كالمبين في شكل 2.15.



شكل (1.15) عند أي نقطة على سطح جسم مغمور. القوة التي يؤثر بها المائع تكون عمودية على سطح الجسم. والقوة التي يؤثر بها المائع على جدران الوعاء. تكون عمودية عند أي نقطة.



شكل (2.15) طريقة بسيطة لقياس الضغط الناتج عن مائع



ويتكون هذا الجهاز من أسطوانة مفرغة فوقها مكبس خفيف متصل بزنبرك. عندما يغمر الجهاز في المائع يضغط المائع على المكبس فينضغط الزنبرك حتى تصبح القوة المؤثرة إلى الداخل والناتجة عن المائع متزنة مع القوة المؤثرة إلي الخارج والناتجة عن الزنبرك، ويقاس ضغط المائع مباشرة إذا كان الجهاز قد عوير مسبقا. إذا كانت F هي القوة التي تؤثر على المكبس و Aمساحة مقطعه عندئذ الضغط P للمائع عند المستوى الذي غمر إليه الجهاز يعطى بالعلاقة F/A :

$$P \equiv \frac{F}{A} \qquad (1.15)$$

لاحظ أن الضغط كمية قياسية لأنه يتناسب مع قيمة القوة المؤثرة على المكبس.

لكي نعرف الضغط عند نقطة ما. نفترض أن مائعا يؤثر على الجهاز المبين في شكل 2.15 .إذا كانت القوة المؤثرة بواسطة المائع على مساحة متناهية الصغر dA تحتوي على النقطة تحت الإختبار هي dF عندئذ الضغط عند هذه النقطة هو

$$P = \frac{dF}{dA} \qquad (2.15)$$

كما سنرى في القسم التالي. الضغط الحادث من مائع يتغير بالعمق ولكي نحسب القوة الكلية المؤثرة على حائط مسطح لوعاء، يجب أن نوجد تكامل المعادلة 2.15 على مساحة سطح الحائط.

حيث أن الضغط هو قوة على وحدة المساحات فوحدته هي النيوتن لكل متر مربع (N/m^2). في النضام الدولي للوحدات SI يوجد اسم آخر لتلك الوحدة وهو الباسكال Pascal . ويرمز له بالرمز Pa

$$1\ Pa = 1 N/m^2 \qquad (3.15)$$

اختبار سريع 1.15

إفترض أنك تقف مباشرة خلف شخص تحرك إلى الخلف وبالصدفة داس على قدمك بكعب حذائه. فهل سيكون من الأفضل أن يكون هذا الشخص لاعب كرة سلة يلبس حذاءه الرياضي، أم سيدة تلبس حذاء له كعب رفيع؟ بين السبب.

اختبار سريع 2.15

بعد محاضرة طويلة استلقى أستاذ الفيزياء على سرير به مسامير كالمبين في شكل (3.15). كيف يمكن ذلك؟



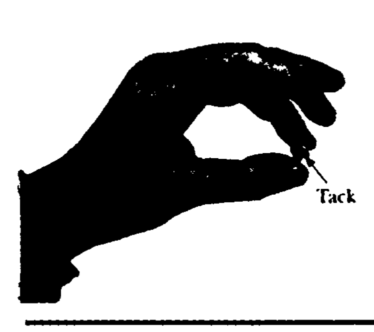
شكل (3.15)



حذاء التزلج على الجليد يمنع غوص المتزلج في الجليد الهش فهو يقوم بتوزيع القوة التي يضغط بها المتزلج إلى أسفل على مساحة كبيرة ومن ثم يقل الضغط على سطح الجليد.



تجربة سريعة



ضع دبوس رسم بين إصبعيك كما في الرسم ثم اضغط على الدبوس ولاحظ ماتشعر به. ستلاحظ أن الطرف المدبب للدبوس يحدث ألما في الإصبع بينما رأس الدبوس لاتحدث ألما. طبقا لقنون نيوتن الثالث القوة المؤثرة على الإبهام تساوي القوة المؤثرة على السبابة إلا أن الضغط الناتج عن سن الدبوس أكبر بكثير من الضغط الناتج عن رأسه. (تذكر أن الضغط هو قوة على وحدة المساحة)

مثال 1.15 السرير المائي

مرتبة مائية عرضها 2.0 m وطولها 2.0 m وسمكها 30.0 cm (a) أوجد وزن الماء في المرتبة

الحل : كثافة الماء تساوي $1000\ kg/m^3$ (جدول1.15) ومن ثم كتلة الماء هي

$$M = pV = (1000\ kg/m^3)\ (1.2 m^3) = 1.2 \times 10^3\ Kg$$

وزن الماء هو

$$Mg = (1.2 \times 10^3\ kg)\ (9.8\ m/s^2) = 1.18 \times 10^4\ N$$

حيث إن هذا الوزن كبير يفضل أن توضع في الدور الأرضي.

(b) احسب الضغط الذي يحدثه الماء على الأرض إذا كان السطح السفلي للمرتبه ملامس كله لسطح الأرض.

الحل : مساحة سطح المرتبة الملامس للأرض $4.0\ m^2$.من معادلة 1.15 نجد أن

$$P = \frac{1.18 \times 10^4\ N}{4.00\ m^2} = 2.95 \times 10^3\ Pa$$

جدول (1.15) كثافة بعض المواد تحت درجة حرارة $0^\circ C$ وضغط جو واحد

المـادة	$p(kg/m^3)$ الكثافة	المـادة	$p(kg/m^3)$ الكثافة
الهواء	1.29	جليد	0.917×10^3
ألمونيوم	2.70×10^3	حديد	7.86×10^3
بنزين	0.879×10^3	رصاص	11.3×10^3
نحاس	8.92×10^3	زئبق	13.6×10^3
كحول إيثيلي	0.806×10^3	خشب البلوط	0.710×10^3
ماء نقي	1.00×10^3	غاز الأكسجين	1.43
جلسرين	1.26×10^3	خشب الصنوبر	0.373×10^3
ذهب	19.3×10^3	بلاتين	21.4×10^3
غاز الهيليوم	1.79×10^{-1}	ماء البحر	1.03×10^3
غاز الهيدوجين	8.99×10^{-2}	الفضة	10.5×10^3

2.15 تغير الضغط مع العمق VARIATION OF PRESSURE WITH DEPTH

يعلم الغواصون أن ضغط الماء يزداد بازدياد العمق. وبالمثل الضغط الجوي يقل مع زيادة الارتفاع، لهذا السبب تكيف الطائرات من حيث الضغط لكي تطير على ارتفاعات عالية.

والآن سوف نوضح كيف يزداد الضغط خطيا مع زيادة العمق. كما تبين معادلة (1.15)، تُعرَّف الكثافة لمادة على أنها كتلة وحدة الحجوم $\rho \equiv m/V$ وجدول (1.15) يعطي الكثافة للعديد من المواد. وتلك القيم تتغير قليلا بتغير درجة الحرارة لأن حجم المادة يعتمد على درجة الحرارة كما سنرى في الباب التاسع عشر. لاحظ أنه تحت الظروف العيارية (عند درجة حرارة صفر سلسيوس والضغط واحد جو) كثافة الغازات 1/1000 من كثافة الأجسام الجامدة والسوائل. وهذا الفرق يبين أن متوسط المسافات البينية لجزيئات الغاز تحت هذه الظروف تبلغ عشر أمثال المسافات البينية لجزيئات الأجسام الجامدة والسوائل.

الآن سندرس حالة مائع كثافته ρ عند السكون وهو معرض للجو كما في شكل 4.15 سنفرض أن ρ مقدارا ثابتا وهذا يعني أن المائع غير قابل للإنضغاط. سنختار عينة من السائل موجودة داخل اسطوانة تخيلية مساحة مقطعها A تمتد من السطح إلى عمق h. الضغط الذي يحدثه السائل الخارجي على السطح السفلي للأسطوانة هو الضغط p والضغط الواقع على السطح العلوي للأسطوانة هو الضغط الجوي P_0. إذن القوة في الإتجاه العلوي التي يؤثر بها السائل الخارجي على قاع الأسطوانة هو PA والقوة في الإتجاه إلى أسفل التي يوثر بها الجو على السطح العلوي للأسطوانة هو P_0A. وكتلة السائل في الأسطوانة هي

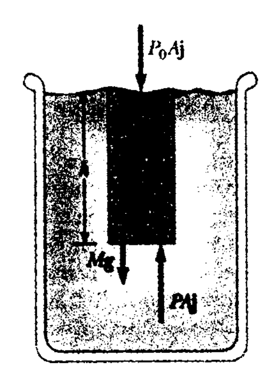
$M = \rho V = \rho Ah$. إذن وزن السائل في الأسطوانة هو:

$Mg = \rho Ahg$. حيث إن الأسطوانة في حالة اتزان. محصلة القوى المؤثرة عليها تساوي صفراً. باختيار الاتجاه العلوي هو الاتجاه الموجب للمحور y نجد أن

$$\sum F_y = PA - P_0A - Mg = 0$$
$$PA - P_0A - \rho Ahg = 0$$
$$PA - P_0A = \rho Ahg$$
$$P = P_0 + \rho gh \qquad (4.15)$$

أي أن الضغط P على عمق h تحت سطح السائل المعرض للجو أكبر من الضغط الجوي بمقدار ρgh. في حساباتنا نعتبر دائما أن الضغط الجوي يساوي

$$P_0 = 1.0 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

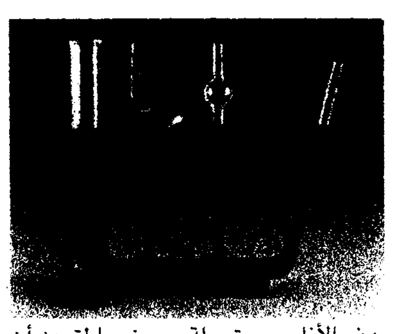


شكل (4.15) كيف يتغير الضغط مع اختلاف العمق في الموائع. صافي القوة المؤثرة على حجم الماء داخل المنطقة المظللة لابد وأن تساوي صفر

في معادلة 4.15 يعتبر الضغط متساو على جميع النقط التي لها نفس العمق، بغض النظر عن شكل الوعاء.

اختبار سريع 3.15

عند اشتقاق معادلة 4.15 لماذا أمكننا اهمال الضغط الذي يؤثر به السائل على جوانب الاسطوانة.

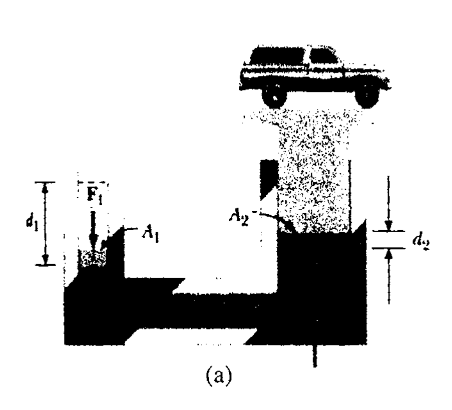


هذه الأنابيب متصلة ببعضها لتبين أن الضغط متساوي في جميع أجزاء السائل التي لها نفس الإرتفاع. فالضغط واحد عند النقط A , B , C , D.

حيث إن الضغط في المائع يعتمد على العمق وعلى مقدار P_0 فأي زيادة في الضغط عند سطح المائع لابد أن تنتقل إلي كل نقطة داخل المائع.وهذا المفهوم قد أشار إليه لأول مرة العالم الفرنسي بليزيه بسكال Blaise Pascal (1623 - 1663) ويسمى قانون باسكال وينص على أنه" أي تغير في الضغط الواقع على مائع ينتقل دون نقصان إلى كل نقطة في السائل وإلي جدران الوعاء الذي يحتويه" ومن أهم استخدمات قانون باسكال ألمكبس الهيدروليكي المبين في شكل 5.15a. في هذا المكبس قوة F_1 تؤثر على مكبس صغير مساحة مقطعه A_1 ينتقل الضغط خلال المائع إلى مكبس مساحة مقطعه أكبر A_2 وحيث أن الضغط يجب أن يكون متساويا على الجانبين إذن=P $F_1/A_1 = F_2/A_2$ إذن القوة F_2 أكبر من القوة F_1 بمقدار A_2/A_1 وهو ما يسمى معامل تضاعف القوة. حيث إن المائع لم ينقص ولم يزيد. الحجم الذي اندفع إلى أسفل في الجانب الأيسر عندما تحرك المكبس إلى أسفل لمسافة d_1 يساوي الحجم الذي اندفع إلى أعلى عندما يتحرك المكبس الأيمن إلى أعلى



(b)



(a)

شكل (5.15) (a) شكل توضيحي للمكبس الهيدروليكي. نظرا لتساوي الضغط على الجانبين. قوة صغيرة F_1 على اليسار تحدث قوة كبيرة F_2 على اليمين (b) سيارة يتم إصلاحها مرفوعة بواسطة رافعة هيدروليكية في محطة خدمة السيارات



شكل (6.15)

$A_1 d_1 = A_2 d_2$ إذن يمكننا كتابة معامل تضاعف القوة على d_1/d_2. لاحظ أن $F_1 d_1 = F_2 d_2$ هو القانون الذي تعمل على أساسه العديد من الروافع التكنولوجية مثل روافع السيارات المستخدمة في محطات خدمة السيارات والجاك الهيدروليكي والروافع الهيدروليكية والعديد من الروافع المستخدمة في مختلف الأغراض.

اختبار سريع 4.15

صومعة الحبوب بها العديد من الطبقات الملفوفة حول محيطها (شكل (6.15)) لماذا يكون الفراغ بين كل طبقتين متتاليتين أصغر في الأجزاء السفلية من الصومعة كما هو موضح في الصورة الفوتوغرافية.

تجربة معملية

اثقب ثقبين في كوب من البولي ستيرين أحدهما أعلى الكوب والآخر أسفله. إملأ الكوب بالماء ولاحظ الماء الذي ينسكب من الثقبين. لماذا ينساب الماء من الثقب السفلي أسرع من انسكابه من الثقب العلوي.

مثال 2.15 رافعة السيارات

في رافعة السيارات المستخدمة في محطات خدمة السيارات، يستخدم الهواء المضغوط في الضغط على مكبس صغير له مقطع دائري نصف قطره 5.0 cm وهذا الضغط ينتقل خلال سائل إلى مكبس نصف قطره 15.0 cm فما هي القوة التي يجب أن يضغط بها الهواء المضغوط لرفع سيارة تزن 13300N وما هو ضغط الهواء الذي ينتج هذه القوة.

الحل: حيث أن الضغط الواقع على السائل بواسطة الهواء المضغوط ينتقل دون نقصان خلال السائل إذن.

$$F_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) F_2 = \frac{\pi(5.00 \times 10^{-2}\,\text{m})^2}{\pi(15.0 \times 10^{-2}\,\text{m})^2}(1.33 \times 10^4\,\text{N})$$

$$= 1.48 \times 10^3\,\text{N}$$

ضغط الهواء الذي يحدث تلك القوة هو

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{1.48 \times 10^3\,\text{N}}{\pi(5.00 \times 10^{-2}\,\text{m})^2} = 1.88 \times 10^5\,\text{Pa}$$

هذا الضغط يساوي ضعف الضغط الجوي تقريبا.

الشغل الذي تعمله القوة F_1 يساوي الشغل الذي تعمله القوة F_2 طبقا لقانون حفظ الطاقة.

مثال 3.15 ألم في الأذن

قدر القوة التي تؤثر على طبلة أذنك نتيجة للماء فوقك بينما تسبح عند قاع حمام سباحة على عمق 5.0m

الحل : أولا يجب أن توجد الضغط غير المتوازن على طبلة الإذن. وبعد أن تقدر مساحة سطح طبلة الأذن يمكننا تحديد القوة التي يؤثر بها الماء على الأذن.

الهواء داخل الأذن الوسطى يكون ضغطه عادة مساويا للضغط الجوي. يجب أن توجد الفرق بين الضغط الكلي عند قاع الحمام والضغط الجوي.

$$\begin{aligned} P_{bot} - P_0 &= \rho g h \\ &= (1.00 \times 10^3 \text{kg/m}^3)(9.80 \text{ m/s}^2)(5.0 \text{ m}) \\ &= 4.9 \times 10^4 \text{Pa} \end{aligned}$$

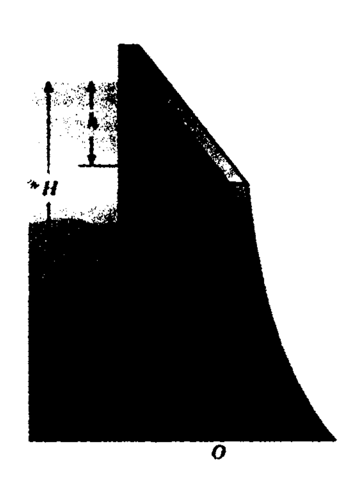
لو اعتبرنا أن مساحة سطح طبلة الأذن حوالي 1 cm^2 وهو ما يساوي $1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$. هذا يعني أن القوة عليها $F = (P_{bot} - P_0)A \approx 5\text{N}$

وحيث إن قوة بهذا القدر تعتبر غير مريحه لذلك فالسباحون غالبا ما يستخدمون غطاء على آذانهم أثناء العوم.

مثال 4.15 القوة المؤثرة على السدود

وصل الماء إلى ارتفاع H خلف خزان عرضه w شكل (7.13) احسب محصلة القوى التي يؤثر بها الماء على السد.

الحل : حيث إن الضغط يختلف باختلاف العمق لا يمكننا حساب القوة بمجرد ضرب المساحة في الضغط. يمكننا حل المسألة بحساب القوة dF المؤثرة على شريحة ضيقة أفقية عند عمق h ثم نكامل ما نحصل عليه لكي نوجد القوة الكلية. دعنا نفترض محور عمودي y حيث $y = 0$ عند قاع الخزان وسنأخذ الشريحة على ارتفاع y من القاع.



شكل (7.15) حيث أن الضغط يتغير مع العمق القوة الكلية المؤثرة على الخزان يمكن حسابها من المعادلة $F = \int P\, dA$ حيث dA مساحة الشريحة السوداء في الرسم.

يمكن استخدام المعادلة 4.15 لحساب الضغط على عمق h، سوف نلغي تأثير الضغط الجوي لأنه يؤثر على جانبي الخزان.

$$P = \rho g h = \rho g (H - y)$$

باستخدام المعادلة (2.15) نجد أن القوة المؤثرة على الشريحة التي مساحتها dA حيث $dA = wdy$

هي $dF = P\,dA = \rho g(H - y)\,w\,dy$ ومن ثم القوة الكلية على الخزان هي:

$$F = \int P\,dA = \int_0^H \rho g(H - y) w\,dy = \frac{1}{2}\rho g w H^2$$

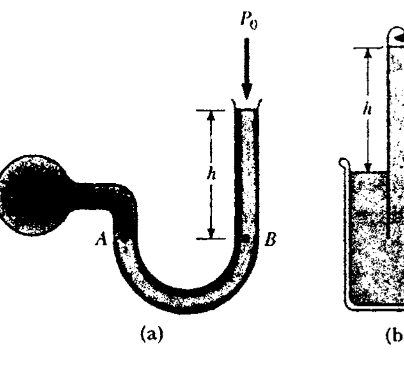
لاحظ أن سمك الخزان المبين في شكل (7.15) يتزايد مع العمق لسبب الزيادة المطردة في الضغط على سطح الخزان كلما زاد العمق.

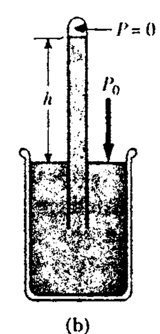
تمرين: احسب متوسط الضغط على الخزان من معرفة القوة الكلية الناتجة عن الماء على الخزان.

الاجابة: $\frac{1}{2}\rho g H$

3.15 قياس الضغط PRESSURE MEASUREMENTS

أحد الوسائل البسيطة لقياس الضغط هو المانومتر ذو الأنبوبة المفتوحة المبين في شكل (15.8a). أحد طرفي الأنبوبة حرف U المحتوية على السائل مفتوحة للجو. والطرف الآخر متصلة بالنظام المراد قياس الضغط فيه. فرق الضغط يساوي $P - P_0$ ويساوي $\rho g h$ إذن $P = P_0 + \rho g h$ والضغط P يسمى الضغط المطلق والفرق $P - P_0$ يسمى ضغط المقياس gauge Pressure والكمية الأخيرة هي القيمة التي تقرأ عادة على مقياس الضغط. فمثلا الضغط الذي في عجلة الدراجة هو ضغط المقياس.





شكل (8.15) جهاز لقياس الضغط الجوي (a) مانومتر على شكل أنبوبة مفتوحة (b) بارومتر زئبقي.

وسيلة أخرى لقياس الضغط هي البارومت الذي اخترعه تورشيلي Evangelista Torricelli (1608-1647) والبارومتر يتكون من أنبوبة مملوءة بالزئبق مقفولة من أحد طرفيها وتوضع مقلوبة في وعاء مملوء بالزئبق شكل (8.15b). الطرف المغلق للأنبوبة لا يحتوي على أي غاز فهو مفرغ تقريبا. ويعتبر ضغطه صفر تقريبا. ومن ثم نجد أن $P_0 = \rho g h$ حيث h ارتفاع عمود الزئبق في الأنبوبة.

الضغط واحد جو (P_0=1atm) يُعرَّف بأنه الضغط الذي يجعل ارتفاع عمود الزئبق في أنبوبة البارومتر مساويا 0.7600 m عند درجة الصفر سلسيوس عندما تكون عجلة الجاذبية الأرضية g=9.80665 m عند تلك الدرجة تكون كثافة الزئبق $13.599 \times 10^3 kg/m^3$ إذن

$$P_0 = \rho g h = (13.595 \times 10^3\ kg/m^3)(9.80665\ m/s^2)(0.760 m)$$

$$= 1.013 \times 10^5\ Pa = 1\ atm$$

اختبار سريع 5.15

بخلاف مشكلة تجمد الماء لايستخدم الماء في البارومتر بدلا من الزئبق.

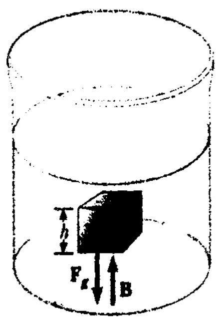
4.15 قوى الطفو وقاعدة أرشميدس
BUOYANT FORCES AND ARCHIMEDES'S PRINCIPLE

هل حاولت أن تدفع بكُرة تحت سطح الماء؟ إنها عملية صعبة لأن قوة الدفع إلى أعلى التي يحدثها الماء على الكرة كبيرة. والقوه إلى أعلى التي يوثر بها الماء على أي جسم مغمور تسمى قوة الطفو buoyant force . ويمكننا تعيين قوة الطفو باستخدام قانون نيوتن الثاني مع بعض التصرف. تخيل أنه بدلا من الهواء كانت الكرة ممتلئة بالماء وإذا كنت واقفا على الأرض، قد يكون من الصعب أن تحمل الكرة المملوءة بالماء في يديك. اذا أمسكت بالكرة وأنت تقف على عمق في ماء حمام سباحة مثلا ستجد أن القوة التي تحتاجها لتحمل الكرة قد تلاشت. في الحقيقة أن القوة تساوي صفر إذا أهملنا طبقة البلاستيك الرفيعة المصنوعة منها الكرة. السبب في ذلك أن الكرة المملوءة بالماء تكون في حالة اتزان عندما تغمر في الماء، ومقدار قوة الطفو إلى أعلى المؤثرة عليها لابد وأن تساوي وزنها.

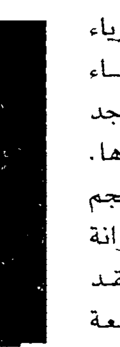
إذا كانت الكرة مملوءة بالهواء بدلا من الماء. عند ئذ ستظل قوة الطفو المؤثرة على الكرة إلى أعلى موجودة. ونظرا لأن وزن الماء أكبر بكثير من وزن الهواء الذي حل محله داخل الكرة. إذن محصلة القوى تكون إلى أعلى مما يجعل الكرة تطفو فوق سطح الماء.

وقاعدة أرشميدس تلخص الطريقة التي تعمل بها قوة الطفو ونصها كما يلي:

مقدار قوة الطفو تساوي وزن المائع المزاح بواسطة الجسم وقوة الطفو تعمل عموديا إلي أعلى خلال النقطة التي كانت مركز الثقل للمائع المزاح.



شكل (9.15) القوى الخارجية التي تؤثر على المكعب السائل هي قوة الجاذبية F_g وقوة الطفو **B** في حالة اتزان $B=F_g$



Archimedes (c.287-212 B.C.)

أرشميدس عالم رياضيات وفيزياء ومهندس. لعله كان أعظم علماء العالم القديم. لقد كان أول من أوجد النسبة بين محيط الدائرة وقطرها. كما بين طريقة حساب حجم ومساحة سطح الكرة والأسطوانة والأشكال الهندسية الأخرى. ولقد اكتسب شهرته من اكتشاف طبيعة قوى الطفو. كان أرشميدس كذلك مخترعا. فقد اخترع الأنبوبة الحلزونية المسماه الطنبور في رفع الماء. كما أخترع العديد من الروافع المستخدمة في رفع الأثقال. والتي استخدمت للدفاع عن مدينته في حربها ضد الرومان.



لاحظ أن قاعدة أرشميدس لاتشير إلى مادة الجسم الذي تؤثر عليه قوة الطفو. فمادة الجسم ... عاملا مؤثرا على قوة الطفو. ويمكننا التحقق من ذلك بالطريقة التالية: مكعب السائل الموضح في ... 9.15 في حالة اتزان حيث إنه يقع تحت تأثير قوتين أحدهما قوة الجاذبية Fg ، ماذا يعادل هذه ... من الواضح أن باقي السائل في الوعاء يجعل المكعب في حالة اتزان. إذن مقدار قوة الطفو **B** ... على المكعب تساوي بالضبط مقدار F_g وهو وزن السائل داخل المكعب.

$$B = F_g$$

... الآن أننا قد استبدلنا مكعب السائل بمكعب من الصلب له نفس الأبعاد، فما مقدار قوة الدفع ... على الصلب؟ السائل المحيط بالمكعب يسلك نفس المسلك بغض النظر عن المادة المصنوع منها ... إذن قوة الطفو المؤثرة على مكعب الصلب هي نفس قوة الطفو الموثرة على مكعب السائل الذي له ... الحجم. أي أن مقدار قوة الطفو هي نفسها وتساوي وزن مكعب السائل وليس وزن مكعب الصلب. ... القاعدة تصلح لأن تستخدم للأجسام المغمورة من أي شكل وحجم وكثافة.

لقد بينا مقدار واتجاه قوة الطفو، إلا أننا لانزال نجهل مصدرها. لماذا يؤثر المائع بمثل هذه القوة ... كما لوكان يحاول أن يطرد أي جسم غريب؟ لكي تفهم لماذا، انظر مرة أخرى إلى شكل 9.15. ... أسفل المكعب أكبر من الضغط على سطحه العلوي بمقدار ρgh حيث h هو طول أحد أضلاع ... وفرق الضغط ΔP بين السطحين العلوي والسفلي للمكعب يساوي قوة الطفو على وحدة ... لهذه السطوح أي أن $\Delta P = B/A$ إذن

$$B = (\Delta P)A = (\rho gh)A = \rho gV$$

حيث V هو حجم المكعب، وبما أن كتلة المائع في المكعب هي $M = \rho V$ نجد أن

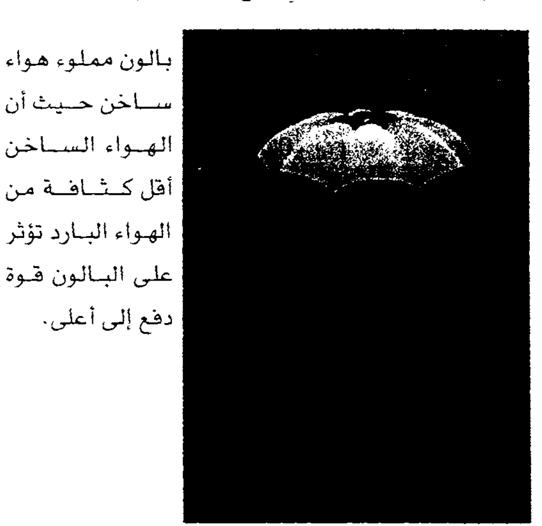
$$B = F_g = Mg = \rho Vg \qquad \textbf{(5.15)}$$

حيث Mg هو وزن المائع في المكعب. إذن قوة الطفو هي نتيجة لفرق الضغط على جسم مغمور كليا أو جزئيا.

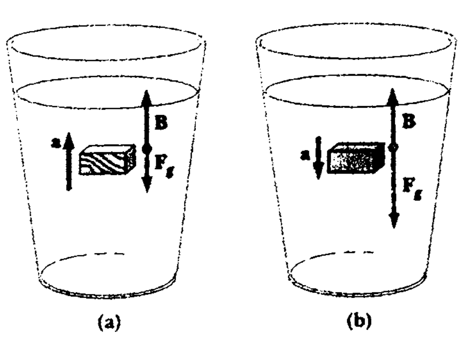
قبل أن نواصل ببعض الأمثلة، من المفيد أن نقارن بين القوى المؤثرة على الأجسام المغمورة كليا والقوى المؤثرة على الأجسام الطافية (مغمورة جزئيا)

الحالة الأولى: الأجسام المغمورة كليا

إذا غمر جسم كليا في مائع كثافته ρ_f فمقدار قوة الطفو إلى أعلى هي $B = \rho_f V_0 g$ حيث V_0 هو ... الجسم. فإذا كانت كتلة الجسم M وكثافته ρ_o فوزنه يساوي $F_g = Mg = \rho_0 V_0 g$ ومحصلة القوى المؤثرة عليه هي $B - F_g = (\rho_f - \rho_0)V_0\, g$



بالون مملوء هواء ساخن حيث أن الهواء الساخن أقل كثافة من الهواء البارد تؤثر على البالون قوة دفع إلى أعلى.



شكل (10.15) (a) جسم مغمور كليا في مائع وكثافته أقل من كثافة المائع يتأثر بقوة طفو إلى أعلى (b) جسم مغمور كليا في مائع كثافته أكبر من كثافة المائع، يُغمر في المائع.

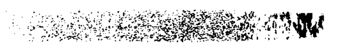
إذن إذا كانت كثافة الجسم أقل من كثافة المائع عند إذ تكون قوة الجاذبية إلى أسفل أقل من قوة الطفو إلى أعلى ويتحرك الجسم إلي أعلى شكل (10.15.a) أما إذا كانت كثافة الجسم أكبر من كثافة المائع فإن قوة الد لفو إلى أعلى تكون أقل من قوة الجاذبية إلى أسفل والجسم يغمر في السائل (شكل (10.15.b).

الحالة الثانية: جسم عائم (مغمور جزئيا)

نفرض جسما حجمه V_0 في حالة اتزان إستاتيكي طافيا فوق سطح مائع.أي أنه مغمور جزئيا، في هذه الحالة قوة الطفو إلى أعلى تتزن مع قوة الجاذبية إلى أسفل. إذاكان V_f هو حجم المائع المزاح بواسطة الجسم (هذا الحجم يساوي حجم الجزء المغمور من الجسم تحت سطح المائع). قوة الطفو مقدارها $B=\rho_f V_f g$ نظرا لأن وزن الجسم هو $F_g=Mg=\rho_0 V_0 g$ وحيث أن $F_g=B$ نجد أن $\rho_f V_f g = \rho_0 V_0 g$ أي أن

$$\frac{\rho_0}{\rho_f} = \frac{V_f}{V_0} \qquad (6.15)$$

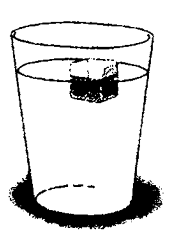
في الظروف العادية متوسط كثافة الأسماك أكبر قليلا من كثافة الماء. وينتج عن ذلك أن تظل الأسماك تحت سطح الماء إذا لم يكن لديها وسيلة للتحكم في كثافتها. وتستطيع الأسماك التحكم في كثافتها بتنظيم حجم كيس هوائي داخا جسمها لكي يعادل تغير مقدار قوة الطفو التي تؤثر عليها. وبهذه الطريقة تستطيع الأسماك أن تسبح في أعماق مختلفة. أما الغطاسون من بني البشر فإنهم لايستطيعون التحكم في قوة الطفو B المؤثرة على أجسامهم. ويتحكم الغطاس في العمق الذي يرغب الوصول إليه عن طريق استخدام القوة F_g وذلك باستخدام أوزان من الرصاص يحملها معه فتزيد من وزنه F_g بالقدر المطلوب.



اختبار سريع 6.15

الصلب أثقل من الماء بكثير، فكيف تطفو المراكب المصنوعة من الطلب؟

اختبار سريع 7.15



شكل (11.15)

كوب من الماء به مكعب من الثلج العائم شكل 11.15 . عندما ينصهر الثلج هل يزداد مستوى الماء في الكوب أو يهبط أو يبقى كما هو.

مثال 5.15

تقـول إحـدى الرويات، أنه قـد طلب من أرشميدس أن يختبر ما إذا كان التاج الذي صنع الملك من الذهب الخالص أم من أي معدن آخر. قام أرشميدس بوزن التاج مرة في الهواء ومرة أخرى وهو معلق في الماء كما في شكل (12.15) . فإذا أن الميزان قرأ 7.84 N والتاج في الهواء وقرأ 6.86 N والتاج في الماء فماذا قال أرشميدس للملك.

(a) (b)

شكل (12.15) (a) عندما كان التاج في الهواء يبين الميزان الوزن الحقيقي $T_1=F_g$ (دفع الهواء له يمكن اهماله) (b) عندما كان التاج مغمورا في الماء. قوة الطفو B تقلل قراءة الميزان إلى وزن ظاهري $T_2=F_g-B$

الحل : عندما كان التاج معلقا في الهواء بين الميزان الوزن الفعلي $T_1= F_g$ (بإهمال قوة طفو الهواء) عندما يغمر في الماء قوة الطفو **B** قللت الوزن فأصبح $T_2 =F_g -B$. إذن قوة الطفو المؤثرة على التاج هي الفرق بين وزنه في الهواء ووزنه في الماء $B= F_g-T_2= 7.84\ N - 6.86\ N = 0.98\ N$

وحيث إن قوة الطفو تساوي وزن السائل المزاح. إذن $\rho_w g V_w = 0.98N$ حيث V_w هو حجم الماء المزاح و ρ_w كثافة الماء. حجم التاج V_C يساوي حجم السائل المزاح لأن التاج مغمورا كليا تحت الماء . إذن

$$V_c = V_\omega = \frac{0.98\ N}{g\rho_\omega} = \frac{0.98\ N}{(9.8\ m/s^2)\ (1\ 000\ kg/m^3)}$$

$$= 1.0 \times 10^{-4} m^3$$

إذن كثافة التاج هي

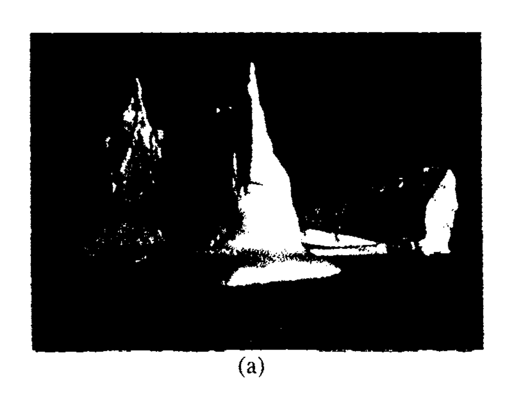
$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} = \frac{m_c g}{V_c g} = \frac{7.84\ N}{(1.0 \times 10^{-4} m^3)(9.8\ m/s^2)}$$

$$= 8.0 \times 10^3 kg/m^3$$

من جدول 1.15 نرى أن كثافة الذهب تساوي $19.3 \times 10^3\ kg/m^3$ إذن لابد أن أرشميدس قد قال للملك أنه قد سُرق فالتاج إما مجوف أو أنه ليس مصنوعا من الذهب الخالص.

مثال 6.15 مفاجأة تيتانك

الجبل الجليدي العائم على سطح البحر كما يرى في شكل (13.15a) من أخطر ما يعترض الملاحة البحرية لأن معظم الجليد تحت سطح الماء. وهذا الجليد المختبئ يمكنه أن يحطم سفينة وهي لاتزال على مسافة من الجليد المرئي. فما هو الجزء المغمور تحت سطح الماء من الجبل الجليدي؟.


(a)


(b)

شكل (13.15) (a) الجزء الأكبر من هذا الجبل الجليدي أسفل سطح الماء. (b) يمكن أن تتحطم السفينة حتى وإن كانت على مسافة من الجزء الظاهر من الجبل الجليدي.

الحل : هذه المسألة تتبع الحالة الثانية التي سبق أن ذكرناها. وزن جبل الجليد هو $F_{gi} = \rho_i V_i g$ حيث $\rho_i = 917\ kg/m^3$ ، V_i هو حجم الجبل الجليدي كله. مقدار قوة الطفو إلى أعلى تساوي وزن الماء المزاح $B=\rho_w V_w g$ حيث V_w حجم الماء المزاح وهو يساوي حجم الجليد المغمور تحت سطح الماء (المنطقة المظلله في شكل (13.15.b) وρ_w كثافة ماء البحر $\rho_w = 1030\ kg/m^3$ بما أن $\rho_i V_i g = \rho_w V_w g$ الجزء من جبل الجليد تحت سطح الماء هو

$$f = \frac{V_\omega}{V_i} = \frac{\rho_i}{\rho_\omega} = \frac{917\ kg/m^3}{1\,030\ kg/m^3} = 0.890 \quad \text{or} \quad 89.0\%$$

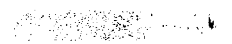
5.15 ديناميكا الموائع FLUID DYNAMICS

لقد اقتصرنا في دراستنا السابقة على الموائع الساكنة. الآن سنقوم بدراسة الموائع المتحركة. وبدلا من أن ندرس حركة كل جزء في المائع كدالة في الزمن، سندرس خواص المائع المتحرك عند كل نقطة كدالة في الزمن.

خواص السريان Flow Characteristics

عندما يكون المائع في حالة حركة. فيمكن وصف سريانه كأحد نوعين.

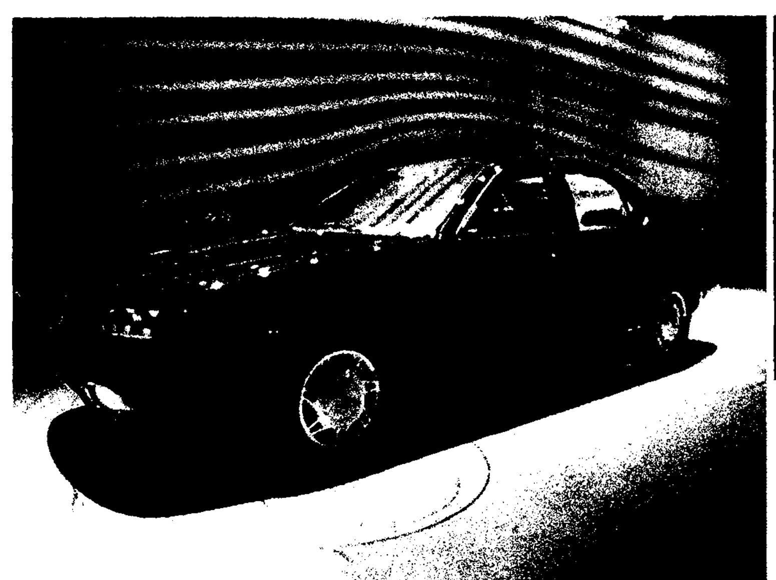
فسريان المائع قد يقال عنه أنه خطي أو طبقي، وإذا اتبع كل جزء من المائع مسارا منتظما أي أن مسارات أجزائه المختلفة لاتتقاطع مع بعضها كما هو مبين في شكل 14.15 وفي الإنسياب الخطي Steady or Laminar flow سرعة المائع مع الزمن تظلُ ثابتة عند أي نقطة.

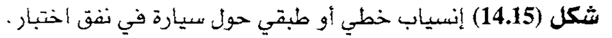


فوق سرعة حرجة يتحول أنسياب المائع من خطي إلى دوامي turbulent flow ، والسريان الدوامي ... ان غير منتظم ويتميز بمناطق بها ما يشبه الدوامات كما في شكل (15.15).

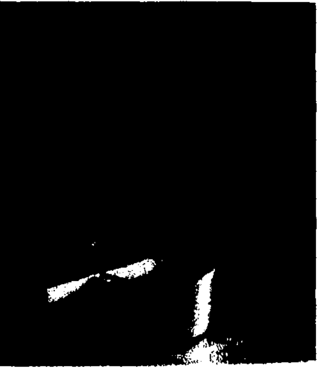
ومصطلح لزوجة Viscosity يستخدم عادة في وصف سريان الموائع ليبين مدى الإحتكاك الداخلي ... المائع. وهذا الإحتكاك الداخلي أو قوى اللزوجة مرتبط بالمقاومة التي تلقاها طبقتين متجاورتين في ... م عندما تتحركان بالنسبة لبعضهما. واللزوجة تتسبب في تحويل جزء من طاقة الحركة للمائع إلى ... ة داخلية. وهذه الطريقة تشبه الطريقة التي يفقد بها جسم ينزلق فوق سطح خشن جزء من طاقة ... ونظراً لأن حركة الموائع معقدة جداً وليست معروفة تماماً، لذلك سوف نضع نموذجاً للمائع المثالي ... ين في الإعتبار أربع فروض هي:

1. المائع عديم اللزوجة: في المائع عديم اللزوجة الاحتكاك الداخلي يمكن إهماله. والجسم المتحرك خلال المائع لايعاني من قوى اللزوجة.
2. الإنسياب خطي: في الإنسياب الخطي، أو الطبقي، سرعة المائع عند كل نقطة تظل ثابتة.
3. المائع غير قابل للانضغاط: كثافة المائع الغير قابل للانضغاط، مقدار ثابت.
4. السريان غير دوراني: في السريان غير الدوراني لايكون للمائع كمية حركة زاوية حول أي نقطة. فإذا وضعت عجلة صغيرة في أي مكان في المائع فإنها لاتدور حول مركز كتلتها.





شكل (14.15) إنسياب خطي أو طبقي حول سيارة في نفق اختبار.



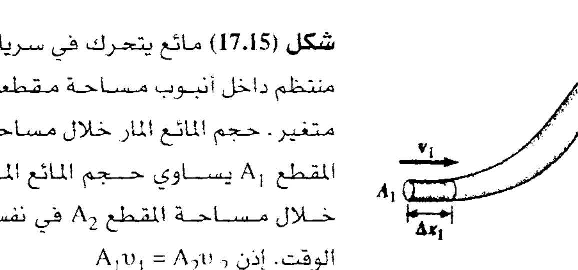
شكل (15.15) الغازات الساخنة ... ارة يمكن مشاهدتها ... جسيمات الدخان. ... الدخان حركته على شكل ... السيجارة ثم ينتشر ... دوامي بعد ذلك.

15.6 الإنسياب الخطي ومعادلة الإستمرارية:

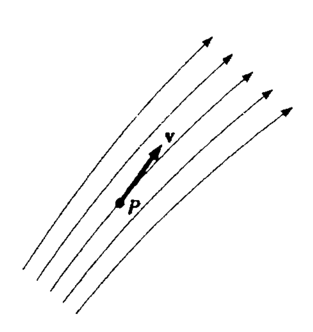
STREAMLINES AND THE EQUATION OF CONTINUITY

المسار الذي يتخذه أحد جسيمات مائع ينساب إنسياباً منتظماً، يسمى الإنسياب الخطي. وسرعة جسيم المائع تكون دائماً مماسية لهذا الإنسياب الخطي كما نرى في شكل (16.15) لو أخذنا مجموعة من خطوط الانسياب مثل المجموعة الموضحة في شكل (16.15) فإنها تكوّن سريان أنبوبياً.

Tube Flow لاحظ أن جسيمات المائع لايمكنها أن تنساب إلى الداخل أو إلى الخارج من جوانب هذا الأنبوب، فإذا حدث ذلك عندئذ تتقاطع خطوط الإنسياب مع بعضها.



شكل (17.15) مائع يتحرك في سريان منتظم داخل أنبوب مساحة مقطعه متغير. حجم المائع المار خلال مساحة المقطع A_1 يساوي حجم المائع المار خلال مساحة المقطع A_2 في نفس الوقت. إذن $A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2$



شكل (16.15) جسيم في سريان خطي، في كل نقطة على امتداد مساره تكون سرعة الجسيم مماسية لخطوط السريان.

افترض أن مائعاً مثالياً ينساب خلال أنبوبة غير منتظمة المقطع كما هو مبين في شكل (17.15) جسيمات المائع تتحرك في انسياب خطي في سريان منتظم. في زمن t المائع الموجود عند قاع الأنبوبة يتحرك مسافة $\Delta x_1 = \upsilon_1 t$ إذا كانت A1 هي مساحة مقطع الأنبوبة في هذه المنطقة. عندئذ تكون كتلة المائع الموجود في الجزء المظلل على اليسار من شكل 15.17 هو $m_1 = \rho A_1 \Delta x_1 = \rho A_1 \upsilon_1 t$ حيث ρ هي الكثافة غير المتغيرة للمائع المثالي. السائل الموجود في النهاية العلوية للأنبوبة يتحرك خلال الزمن t بحيث تكون كتلة السائل المتحرك خلال تلك الفترة هو $m_2 = \rho A_2 \upsilon_2 t$ وحيث إن الكتلة محفوظة وسريان السائل خطياً. الكتلة التي تعبر A_1 في زمن t لابد وأن تساوي الكتلة التي تقطع A_2 في نفس الزمن t أي أن

$$m_1 = m_2\ , \ \ \rho A_1 \upsilon_1 t = \rho A_2 \upsilon_2 t$$

$$A_1\upsilon_1 = A_2\upsilon_2 = \text{constant} \qquad \textbf{(7.15)}$$

وهذه العلاقة تسمى معادلة الاستمرارية Equation of Continuity وهي تنص على أن حاصل ضرب مساحة المقطع في سُرعة المائع عند



شكل (18.15) (George Semple)

ميع النقط على امتداد الأنبوب مقدار ثابت بالنسبة للمائع الغير قابل للإنضغاط. وهذا يعني أن السرعة داخل الأنبوبة تكون عالية حيث تكون الأنبوبة مختنقة (مساحة مقطعها صغير) وتكون منخفضة يث تكون الأنبوبة متسعة (مساحة مقطعها كبير). وحاصل الضرب Av يسمى إما الفيض الحجمي Volume Flux أو معدل الإنسياب Flow Rate. والشرط أن $Av=$ constant يكافئ القول بأن حجم المائع الداخلي في الأنبوبة من أحد طرفيها في فترة زمنية معينة يساوي الحجم الذي يخرج من الطرف الآخر في نفس الفترة الزمنية، إذا لم يوجد تسرب في الأنبوبة.

اختبار سريع 9.15

لماذا يقل مساحة مقطع تيار الماء الخارج من فوهة صنبور كلما ابتعد عنها كما هو واضح في شكل (18.15).

مثال 7.15 شلالات نياجرا

في كل ثانية يتدفق $5525\ m^3$ من الماء على ربوة عرضها 670 m في شلالات هورس شو Hourse Shoe التي هي جزء من شلالات نياجرا. وعندما يصل الماء إلى الربوه يكون قد هبط مسافة قدرها 2 m. كم تكون سرعة الماء في تلك اللحظة.

الحل: مساحة سطح الماء عندما يصل إلى الربوه هو $A= (670m)\ (2m)= 1340\ m^3$

معدل تدفق الماء $5525\ m^3/s$ وهو يساوي Av وهذا يعطي

$$v = \frac{5\,525\ m^3/s}{A} = \frac{5\,525\ m^3/s}{1\,340\ m^2} = \quad 4\ m/s$$

7.15 معادلة برنولي BERNOULLI'S EQUATION

إذا ما ضغطت بإصبعك على فتحة خرطوم الحديقة بحيث تصبح الفتحة ضيقة، نلاحظ أن الماء رج من الخرطوم مندفعاً بسرعة عالية كما هو واضح من شكل (19.15) فهل الماء يكون عند ضغط ...ع عندما يكون داخل الخرطوم أم عندما يكون خارجه؟ يمكنك الإجابة على هذا التساؤل بملاحظة ...ة الصعوبة وأنت تضغط بإصبعك ضد اندفاع الماء عند فتحة الخرطوم، إن الضغط داخل الخرطوم ...ى من الضغط الجوى بكل تأكيد.

العلاقة بين سرعة المائع والضغط والإرتفاع إستنتجها عام 1738 العالم السويسري دانيل برنولي Daniel Bernoulli (1700-1782)

دانيال برنولي
(1700-1782)

برنولي عالم سويسري في الفيزياء والرياضيات. كانت له اكتشافات هامة في ديناميكا الموائع. وأعماله الهامه كانت في مجال الهيدروديناميكس ونشرت عام 1738. وقد درس سلوك الغازات مع تغير الضغط ودرجة الحرارة وهما بداية نظرية الحركة للغازات.



شكل 19.15 سرعة الماء الخارج من فوهة الخرطوم تزداد كلما ضاقت فتحة الخرطوم بغلقها جزئياً بإصبع الابهام.

نعتبر حالة انسياب مائع مثالي خلال أنبوبة غير منتظمة في الزمن t. كما هو مبين في شكل (20.15). سنسمي الجزء المظلل السفلي القسم الأول والجزء المظلل العلوي القسم الثاني. القوة المؤثرة بواسطة المائع في القسم الأول مقدارها p_1A_1 والشغل المبذول بهذه القوة في زمن t هي:

$$W_1 = F_1\Delta x_1 = p_1A_1\Delta x_1 = p_1V$$

حيث V هي حجم القسم الأول بطريقة مماثلة، الشغل المبذول بواسطة المائع في القسم الثاني في نفس الزمن t هو: $W_2 = -p_2A_2\Delta x_2 = -p_2V$

(الحجم الذي يمر خلال القسم الأول في زمن t يساوي الحجم المار خلال القسم الثاني في نفس الزمن). وهذا الشغل سالب لأن قوة المائع في اتجاه عكس اتجاه الإزاحة. إذن محصلة الشغل المبذول بهذه القوى في الزمن t يساوي

$$W = (P_1 - P_2)V$$

جزء من هذا الشغل يذهب في تغيير طاقة الحركة للمائع والجزء الآخر يذهب في تغيير طاقة الوضع الناتج عن الجاذبية. فإذا كانت m كتلة المائع الداخل من أحد الطرفين والخارج من الطرف الآخر في زمن t. إذن التغير في طاقة الحركة لهذه الكتلة:

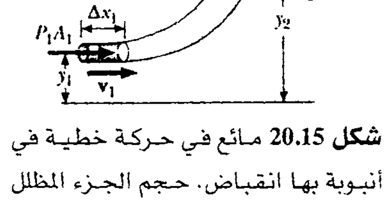
$$\Delta K = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2$$

والتغير في طاقة الو ضع الناتج عن الجاذبية هو:

$$\Delta U = mgy_2 - mgy_1$$

وباستخدام معادلة (13.8) لهذا المائع: $W = \Delta K + \Delta U$ إذن:

$$(P_1 - P_2)V = \tfrac{1}{2}mv_2^2 - \tfrac{1}{2}mv_1^2 + mgy_2 - mgy_1$$



شكل 20.15 مائع في حركة خطية في أنبوبة بها انقباض. حجم الجزء المظلل نحو اليسار يساوي حجم الجزء المظلل نحو اليمين.

إذا قسمنا طرفي المعادلة على V ونذكر أن $\rho = m/V$ يمكن كتابة تلك المعادلة على النحو التالي:

$$P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_2 - \rho g y_1$$

وبإعادة ترتيب الحدود:

$$P_1 \times \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 \times \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \qquad \textbf{(8.15)}$$

وهي معادلة برنولي كما تستخدم للموائع المثالية ويعبر عنها غالباً بالشكل الآتي:

$$P + \tfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{ constant} \qquad \textbf{(9.15)}$$

وهذه العلاقة تؤكد على أن في الإنسياب الخطي مجموع الضغط P وطاقة حركة وحدة الحجوم $\frac{1}{2}\rho v^2$ وطاقة الوضع الناتجة عن الجاذبية لوحدة الحجوم $\rho g y$ لها نفس المقدار عند جميع النقط على امتداد الانسياب الخطي:

$$P_1 - P_2 = \rho g(y_2 - y_1) = \rho g h$$

وهذه المعادلة تتفق مع معادلة 4.15

مثال 8.15 أنبوبة فنتوري

الأنبوبة الأفقية ذات الاختناق المبينة في شكل 21.15 والمسماه أنبوبة فنتوري تستخدم لقياس سرعة مائع غير قابل الإنضغاط. سوف نعين سرعة السريان عند النقطة (2) إذا كان فرق الضغط P_1-P_2 معلوماً.

الحل: لأن الأنبوبة أفقية

لأن الأنبوبة أفقية y_1=y_2 وباستخدام معادلة 8.15 للنقطتين 1 ,2 نحصل على

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad (1)$$

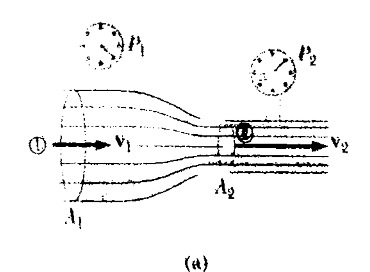
من معادلة الاستمرارية $A_1 v_1 = A_2 v_2$

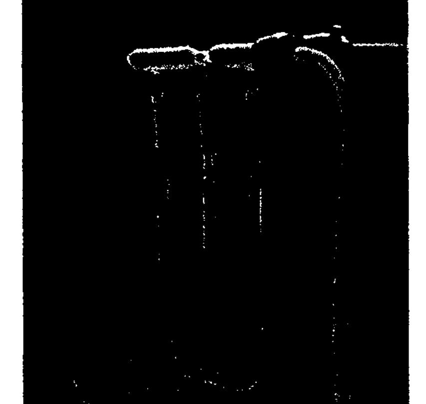
$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 \qquad (2)$$

باحلال هذه المعادلة في معادلة (1) نحصل على الآتي:

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 v_2^2 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$v_2 = A_1\sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$





شكل 15.21 (a) الضغط P_1 أكبر من P_2 لأن $v_1 < v_2$. وهذا الجهاز يستخدم لقياس سرعة سريان السوائل (b) أنبوبة فنتوري.

ويمكن استخدام هذه النتيجة ومعادلة الاستمرارية لنحصل على معادلة تعطي υ_1 حيث أن $A_2<A_1$ معادلة (2) تبين أن $\upsilon_2 > \upsilon_1$ هذه المعادلة مع معادلة (1) تبين أن $P_1 > P_2$. أي أن الضغط يقل في الجزء المختنق من الأنبوبة. وهذه النتيجة مماثلة للحالة التالية: تخيل حجرة مزدحمة بالناس بحيث أنهم مضغوطين من شدة الزحام. عندما يفتح الباب ويخرج الناس شيئاً فشيئاً نجد أن الضغط البشري ينخفض عند الباب حيث تكون الحركة نحو الخارج سريعة.

مثال 9.15 حيلة جيدة

من الممكن أن تنفخ قطعة نقود فئة العشر سنتات (دايم Dime) فتجعلها ترتفع من فوق سطح المنضدة لتدخل في كوب على سطح المنضدة شكل (22.15a). ضع قطعة النقود فوق سطح المنضدة على بعد حوالي 2 cm من الحافة. ضع الكوب أفقياً على المنضدة وفوهة الكوب تبعد عن قطعة النقود بحوالي 2 cm كما هو بين في شكل (22.15a) إذا نفخت بشدة فوق سطح قطعة العملة ستجدها ترتفع وتتحرك مع تيار الهواء ثم تدخل في الكوب. كتلة العملة $m = 2.24$ g ومساحة سطحها $A= 2.5 \times 10^{-4}$ m^2. احسب سرعة الهواء الذي تنفخه لكي تدخل قطعة العملة داخل الكوب؟

الحل: شكل 22.15b يبين أنه من الواجب حساب القوة المؤثرة إلى أعلى على قطعة النقود. لاحظ وجود طبقة رفيعة من الهواء بين قطعة العملة والمنضده. عندما تنفخ فوق سطح العملة سيتحرك الهواء بسرعة فوق سطحها بينما تكون سرعة الهواء أسفلها قليلة، هذه الحقيقة مع معادلة برنولي توضح أن الهواء الذي يتحرك فوق سطح العملة يكون ضغطه أقل من الهواء الذي أسفلها. إذا أهملنا سمك قطعة النقود يمكننا استخدام المعادلة 8.15 لنجد أن:

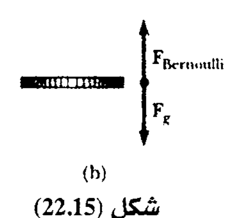
$$P_{\text{above}} + \tfrac{1}{2}\rho \upsilon_{\text{above}}^2 = P_{\text{beneath}} + \tfrac{1}{2}\rho \upsilon_{\text{beneath}}^2$$

حيث إن الهواء أسفل العملة يكاد يكون ساكناً يمكننا أن نهمل الحد الأخير في المعادلة ونكتب الفرق في الضغط كما يلي:

$$P_{\text{beneath}} - P_{\text{above}} = \tfrac{1}{2}\rho \upsilon_{\text{above}}^2$$

إذا ضربنا هذا الفرق في الضغط في مساحة المقطع للعملة نحصل على القوة المؤثرة على قطعة العملة إلى أعلى. وبأخذ كثافة الهواء من جدول 15.1 يمكننا أن نكتب

(a)



(b)

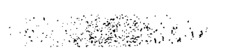
شكل (22.15)

$$F_g = mg = (P_{\text{beneath}} - P_{\text{above}})A = \tfrac{1}{2}(\rho \upsilon_{\text{above}}^2)A$$

$$\upsilon_{\text{above}} = \sqrt{\frac{2mg}{\rho A}} = \sqrt{\frac{2(2.24\times10^{-3}\ \text{kg})(9.80\ \text{m/s}^2)}{(1.29\ \text{kg/m}^3)(2.50\times10^{-4}\ \text{m}^2)}}$$

$$\upsilon_{\text{above}} = 11.7\ \text{m/s}$$

يجب أن تكون سرعة الهواء الذي تنفخه أكبر من ذلك لكي تزيد القوة إلى أعلى عن وزن قطعة النقود.



مثال 10.15 قانون تورشلي

خزان مقفول به سائل كثافته ρ، وبه فتحه في جانبه على مسافة y_1 من القاع شكل (23.15) والفتحة قطرها أقل من قطر الخزان بكثير وهي متصلة بالضغط الجوي. والهواء فوق سطح السائل عند ضغط P احسب السرعة التي يخرج بها السائل من الفتحة عندما يكون سطح السائل على ارتفاع h من الثقب.

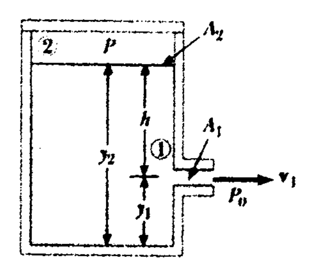
الحل: حيث إن $A_2 >> A_1$ فيعتبر السائل في حالة سكون في أعلى الخزان حيث يكون الضغط P. باستخدام معادلة برنولي للنقطتين (1) و (2) ومع ملاحظة أنه عند الفتحة الجانبية P_1 يساوي الضغط الجوي P_0 نجد أن:

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P + \rho g y_2$$

وحيث إن $y_2 - y_1 = h$. إذن من المعادلة نستنتج أن:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P - P_0)}{\rho} + 2gh}$$

عندما تكون p أكبر بكثير من P_0 يمكن أهمال الحد 2gh عندئذ تكون سرعة الخروج دالة في P. أما إذا كان الخزان مفتوحاً للهواء الجوي عندئذ $P=P_0$ وفي هذه الحالة $v_1 = \sqrt{2gh}$ أي أنه بالنسبة لخزان مفتوح، سرعة السائل الخارج من فتحة على بعد مسافة h من سطح السائل تساوي سرعة الجسم الساقط سقوطاً حراً من ارتفاع عمودي مقداره h وهذه الظاهرة تسمى قانون تورشلي.



شكل 15.23 عندما يكون P أكبر بكثير من الضغط الجوي P_0 سرعة السائل عندما يخرج من الفتحة السفلى تعطى بالمعادلة

$$v_1 = \sqrt{2(P - P_0)/\rho}$$

(قسم اختياري)

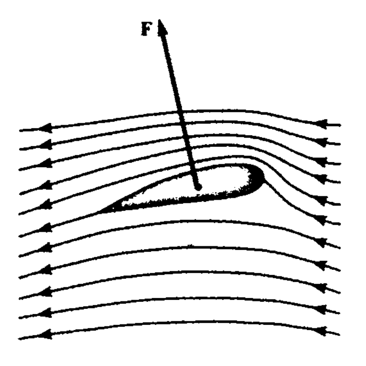
8.15 تطبيقات أخرى لمعادلة برنولي

OTHER APPLICATIONS OF BERNOULLI'S EQUATION

ارتفاع جناح الطائرة يمكن تفسيره جزئياً باستخدام معادلة برنولي. تصمم أجنحة الطائرات بحيث تكون سرعة الهواء أعلى الجناح أكبر من سرعته أسفل الجناح، نتيجة لذلك يكون ضغط الهواء أعلى الجناح أقل من ضغط الهواء أسفله وينتج عن ذلك قوة إلى أعلى على الجناح تسمى قوة الرَّفع Lift.

من العوامل الأخرى التي تؤثر على الرفع في الجناح كما نرى في شكل (24.15) أن الجناح يكون منحرفاً قليلاً إلى أعلى وهذا يجعل جزيئات الهواء التي تصطدم بسطح الجناح السفلي تنحرف إلى أسفل، وهذا الإنحراف يعني أن الجناح يؤثر بقوة إلى أسفل على جزيئات الهواء.

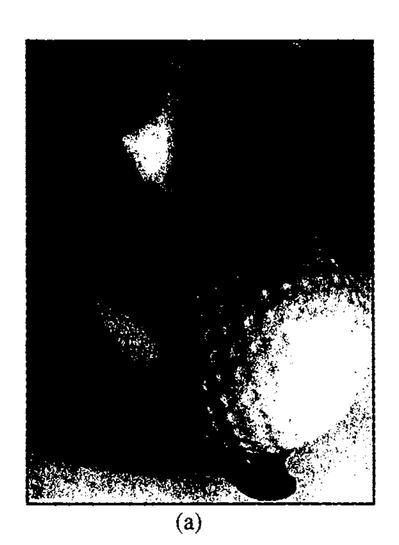
طبقاً لقانون نيوتن الثالث للحركة يقوم الهواء بالتأثير على الجناح بقوة مماثلة إلى أعلى.

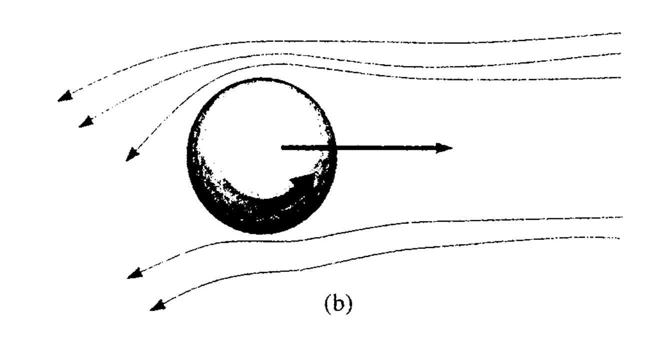


شكل (24.15) سريان خطي حول جناح الطائرة. والضغط فوق الجناح أقل من الضغط أسفله. وينتج عن ذلك رفع ديناميكي إلى أعلى.

وأخيراً للدوامات الهوائية (Turbulance) أيضاً تأثير فإذا مال الجناح كثيراً إلى أعلى تصبح حركة الهواء أعلاه دوامية، وفرق الضغط على سطحي الجناح يصبح أقل مما نتوقعه طبقاً لمعادلة برنولي. وفي الحالات القصوى قد تؤدي هذه الدوامات إلى هبوط الطائرة. بصفة عامة أي جسم يتحرك في مائع تؤثر عليه قوة رفع نتيجة لأي عامل يجعل المائع يغير اتجاهه عندما يمر عبر هذا الجسم، ومن العوامل المؤثرة على الرفع، هو شكل الجسم، ووضعه بالنسبة لحركة المائع، وأي حركة لف يمكن أن يكتسبها، وملمس سطح الجسم.

فمثلاً كرة الجولف عند ضربها بالمضرب تلف حول نفسها كما في شكل 25.15.a والنقر على سطحها تساعد في تحريك الهواء ليتبع انحناء سطح الكره. وهذا التأثير يظهر بوضوح أكثر على السطح العلوي للكرة، حيث تتحرك الكره في اتجاه انسياب الهواء. شكل (25.15 b) يبين طبقة رفيعة من الهواء تحيط ببعض أجزاء الكرة. وعندما تنحرف إلى أسفل تدفع الهواء إلى أسفل فيكون رد الفعل المؤثر على الكرة إلى أعلى. وبدون تلك النقر لايساعد الهواء كثيراً في رفع الكره عن سطح الأرض، ومن ثم لاتنطلق لمسافات كبيرة. وفي كرة التنس تقوم الشعيرات الرفيعة التي تحيط بها بعمل مماثل لعمل النقر في كرة الجولف مما يجعل كرة التنس تتحرك لمسافات أكبر.

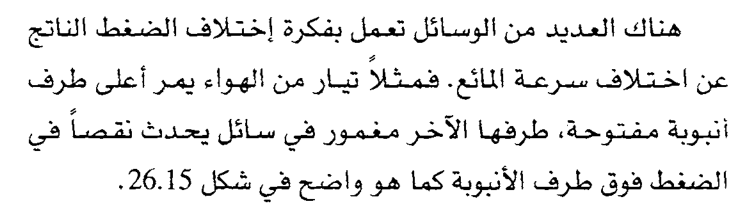

(a)


(b)

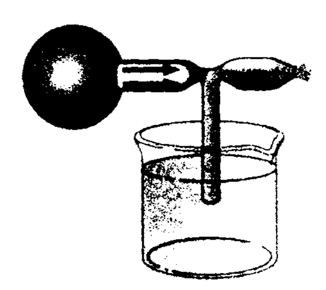
شكل (25.15) (a) كرة الجولف تلف حول نفسها عندما تضرب بالمضرب (b) الكرة أثناء لفها تكتسب سرعة ترفعها مما يجعلها تتحرك لمسافة أطول مما لو لم تكتسب سرعة دوران.

اختبار سريع 10.15

ينبه على سكان المباني التي تتعرض لإعصار تورنادو أن يفتحوا النوافذ للإقلال من الخسائر لماذا؟



هناك العديد من الوسائل تعمل بفكرة إختلاف الضغط الناتج عن اختلاف سرعة المائع. فمثلاً تيار من الهواء يمر أعلى طرف أنبوبة مفتوحة، طرفها الآخر مغمور في سائل يحدث نقصاً في الضغط فوق طرف الأنبوبة كما هو واضح في شكل 26.15.



شكل 26.15 تيار من الهواء يمر أعلى أنبوبة مغموسة في سائل يجعل السائل يرتفع في الأنبوبة.

وهذا النقص في الضغط فوق الأنبوبة المغموسة في السائل يجعل السائل يرتفع فيها ويخرج مع الهواء على شكل رذاذ. وهذه هي الفكرة التي تعمل على أساسها زجاجات العطور التي بها سبريي Fume bottles sprayers ونفس الفكرة تستخدم في كاربرتير السيارة وهو الجهاز الذي يتم فيه خلط الجازولين بالهواء. تيار الهواء داخل الكاربرتير يحدث نقصاً في الضغط فيتبخر الجازولين ويختلط بالهواء. ويدخل إلى سلندرات المحرك حيث يحدث الإحتراق.

ملخص SUMMARY

الضغط P داخل مائع هو القوة على وحدة المساحات التي يؤثر بها المائع على الأجسام.

$$P \equiv \frac{F}{A} \qquad (1.15)$$

في النظام الدولي لوحدات القياس SI وحدة الضغط هي: 1 N/m^2 = 1 Pascal (Pa) الضغط في سائل في حالة السكون يتغير بتغير العمق h في المائع طبقاً للمعادلة:

$$P = P_0 + \rho g h \qquad (4.15)$$

حيث P_0 هو الضغط الجوي (1.013×10^5 N/m^2) و ρ هي كثافة المائع وتعتبر مقداراً ثابتاً.

قانون باسكال ينص على أن الضغط المؤثر على مائع في حيز مغلق ينتقل إلى جميع أجزاء المائع دون نقصان وإلى كل نقطة على جدران هذا الحيز المغلق.

إذا غمر جسم كلياً أو جزئياً في مائع. فإن المائع يؤثر على الجسم بقوة إلى أعلى تسمى قوة الطفو. طبقاً لقاعدة أرشميدس، مقدار قوة الطفو تساوي وزن المائع المزاح بواسطة الجسم. يمكن استخدام هذه القاعدة في العديد من الحالات بما في ذلك الأجسام المغمورة أو العائمة.

يمكنك أن تتعرف على العديد من نواحي ديناميكا الموائع باعتبار أن المائع ليس لزجاً وغير قابل للانضغاط وأن حركة المائع منتظمة دون أي حركة دورانية.

المفاهيم الأساسية التي تتعلق بانسياب الموائع المثالية خلال أنبوبة ذات مقطع غير منتظم. كما يلي

1- معدل التدفق (الفيض الحجمي Volume Flux) خلال الأنبوبة مقدار ثابت. وهذه النتيجة يعبر عنها في معادلة الاستمرارية

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{constant} \qquad (7.15)$$

ويمكن استخدام هذا التعبير لحساب كيفية تغير سرعة مائع عندما يضيق مجراه أو عندما يتسع.

2- مجموع الضغط، وطاقة الحركة لوحدة الحجوم، وطاقة الوضع الناتجة عن الجاذبية لوحدة الحجوم لها نفس المقدار عند جميع النقط على طول الانسياب الخطي. وهذه النتيجة يلخصها قانون برنولي

$$P + \tfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{constant} \qquad (9.15)$$

QUESTIONS اسئلة

1 قدحان لشرب الماء كتلتهما واحدة ولكن شكلهما مختلف ومساحة مقطعهما مختلف. امتلآ لنفس المستوى بالماء. طبقاً للعلاقة $P = P_0 + \rho g h$ يكون الضغط عند القاع واحد للكوبين. لماذا يزن أحد الكوبين أكثر من الآخر.

2 - إذا كانت مساحة سطح قمة رأسك $100\ cm^2$، ما وزن الهواء فوق رأسك؟

3 - عندما تشرب سائل بواسطة ماصة، فإنك تقلل الضغط داخل فمك وتترك الهواء الجوي يحرك السائل. بين لماذا يحدث ذلك؟ هل تستطيع أن تستخدم الماصة لتشرب فوق سطح القمر؟

4 - بالون مملوء بالهيليوم يرتفع حتى تصبح كثافته مثل كثافة الهواء المحيط به. إذا بدأت غواصة تهبط في المحيط فهل يمكنها أن تواصل الهبوط حتى قاع المحيط؟ أم ستهبط حتى تصبح كثافتها مماثلة لكثافة الماء المحيط بها؟

5 - هل السفينة تطفو إلى مستوى أعلى على سطح بحيرة داخلية أم على سطح المحيط؟

6 - الرصاص أكبر كثافة من الحديد وكلاهما أعلى كثافة من الماء. هل قوة الطفو على الأجسام المصنوعة من الرصاص أكبر أو أقل من أو تساوي قوة الطفو على الأجسام المصنوعة من الحديد التي لها نفس الحجم.

7 8 مصادر المياه للمدن تكون عن طريق خزانات فوق ارتفاعات كبيرة ويسري الماء من الخزانات إلى الأنابيب ثم إلى المنازل. عندما تفتح صنبور الماء، لماذا يكون سريان الماء أسرع في صنابير الدور الأرضي من صنابير الأدوار التي تعلوه.

8 - يتصاعد الدخان من المدخنة أسرع عندما تكون الرياح سريعة عند نهاية المدخنه العليا مما لوكانت الرياح ساكنة. استخدم معادلة برنولي لتفسير هذه الظاهرة.

9 - إذا وضعت كرة بنج- بُنج فوق فتحة مجفف للشعر، يمكنها أن تحلق في عمود الهواء المتصاعد من مجفف الشعر. وضح ذلك.

10 - عندما يقذف شخص بنفسه من على منصه عالية ليحلق في الهواء فإنه يميل بجسمه إلى الأمام ويجعل يديه إلى جنبيه، كما في شكل (Q11.15) لماذا؟

شكل Q11.15

11 - وضح لماذا يمكن لزجاجة مقفولة ومملوءة جزئياً بسائل أن تطفو؟

12 - متى تكون قوة الطفو على سباح أكبر بعد الشهيق أم بعد الزفير؟

13 - قطعة من الخشب غير المطلي تطفو على سطح الماء في حوض مملوء جزئياً بالماء. إذا أغلق الحوض ثم رُفع الضغط بداخله فوق الضغط الجوي، هل سيرتفع اللوح أم يغرق أم يظل كما هو؟

14 - لوح مسطح غمر في سائل ساكن في أي وضع يكون الضغط على سطحه المسطح منتظماً.

15 - حيث إن الضغط الجوي يساوي حوالي 10^5 N/ M^2 ومتوسط مساحة سطح صدر أحد الأشخاص حوالي 0.13 m^2 القوة التي يضغط بها الغلاف الجوي على الصدر حوالي 13000 N-تحت تأثير هذه القوة الكبيرة لماذا لاتتحطم أجسامنا؟

16 - كيف تعين كثافة صخرة غير منتظمة الشكل؟

17 - لماذا يفضل الطيارون التحليق في الهواء عند وجود الرياح؟

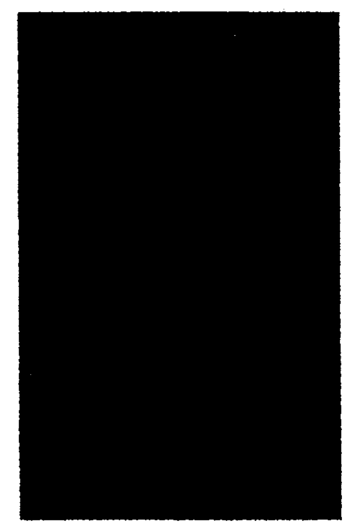
18 - إذا تركت كرة كانت في يدك وأنت داخل مصعد يهبط هبوطاً حراً فإنها ستظل أمامك دون أن تسقط إلى الأرض لأن الكرة والمصعد وأنت تتأثرون بنفس العجلة g إلى أسفل. ماذا يحدث لو كررت التجربة باستخدام بالون مملوء بغاز الهيليوم.

19 - باخرتان متماثلتان تحركتا في البحر على أحدهما شحنة من ستايروفوم والأخرى فارغة. أيهما ستغطس أكثر؟

20 - قطعة من الصلب مربوطة بقطعة من الخشب. عند غمر قطعة الخشب وقطعة الصلب فوقها في حوض به ماء فإنها تغمر إلى منتصفها. إذا عكس وضع قطعة الخشب بحيث أصبحت قطعة الحديد إلى أسفل ومغمورة في الماء، هل سيزداد الجزء المغمور في الماء أم يقل أم يظل كما هو؟ ماذا يحدث لسطح الماء في الحوض عندما تقلب قطعة الخشب؟

21 [23] علبة مقفولة بها كولا- دايت تعوم إذا وضعت في حوض به ماء، علبة من نفس النوع بها كولا- عادية تغطس في الحوض. كيف تفسر هذه الظاهرة؟

22 - شكل (Q 24.15) يبين أسطوانة زجاجية تحتوي على أربع سوائل كثافتها مختلفة من أعلى إلى أسفل هي زيت (برتقالي)، ماء (أصفر) ماء مالح (أخضر) وزئبق (فضي) والأسطوانة تحتوي كذلك من أعلى إلى أسفل كرة بنج- بونج وقطعة خشب وبيضة وكرة من الصلب (a) أي من هذه السوائل له أقل كثافة وأيها له أعلى كثافة؟ (b) ماذا تستنتج عن كثافة كل جسم؟



شكل Q24.15

23 - في شكل (Q25.15) تيار هواء يتحرك من اليمين إلى اليسار خلال أنبوبة بها اختناق من المنتصف. ثلاث كرات بنج بونج ارتفعت إلى أعلى فوق أعمدة الهواء التي تتسرب من الأنبوبة (a) لماذا ارتفعت الكرة اليمنى أكثر من الكرة التي في الوسط (b) لماذا الكرة في الجهة اليسرى قد ارتفعت أقل من الكرة التي في الجهة اليمنى على الرغم من أن الأنبوبة الأفقية لها نفس القطر عند هاتين النقطتين؟



شكل Q25.15

24 - إذا كنت مسافر في طائرة فمن أجل راحتك تكيف الطائرة من الداخل بحيث يكون الهواء مماثلاً للهواء على سطح الأرض. والطائرة تطير في جو مخلخل الهواء، يكاد الوسط المحيط بالطائرة من الخارج أن يكون مفرغاً من الهواء. وفجأة اصطدم نيزك بجسم الطائرة فأحدث فيها ثقباً أصغر من قبضة يدك بالقرب من المقعد الذي تجلس عليه. فهل هناك مايمكن أن تفعله حيال ذلك؟

مسائل PROBLEMS

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي

☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل

 = فيزياء تفاعلية

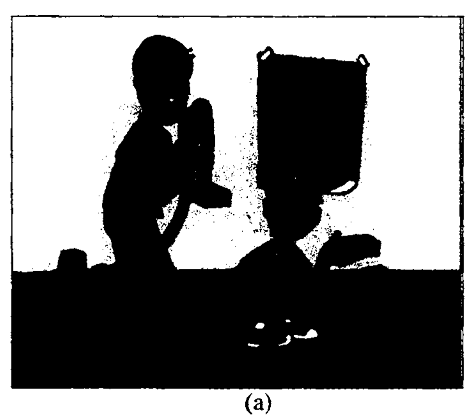
☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

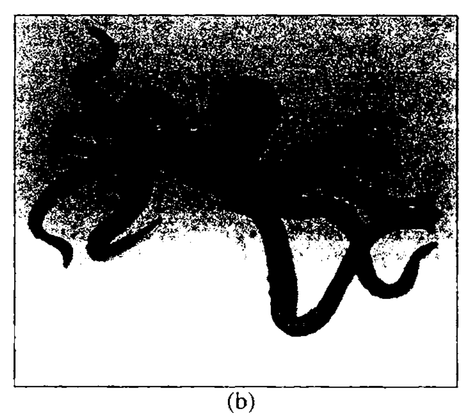
القسم 1.15- الضغط

[1] احسب كتلة كرة مصمته من الحديد قطرها 3.0 cm.

2 - إحسب كثافة نواة ذرة. ماذا تعني هذه النتيجة من حيث تركيب المادة (اعتبر النواة عبارة عن بروتونات ونيوترونات متراصة بجوار بعضها لكل منها كتلة مقدارها $1.67 x 10^{-27}$ Kg ونصف قطرها حوالي 10^{-15} m.

[3] إمرأة كتلتها 50 Kg تقف متزنة فوق كعب حذاء مرتفع فإذا كان الكعب مقطعه دائري ونصف قطره 0.5 cm ما هو الضغط الذي تؤثر به على الأرض؟


(a)


(b)

شكل P10.15

4 - الإطارات الأربعة لسيارة على كل منها ضغط يساوي 200 KPa. كل إطار مساحة الجزء الملامس للأرض منه $0.024\ m^2$. احسب كتلة السيارة؟

5 - ما هي الكتلة الكلية للغلاف الجوي للأرض (نصف قطر الأرض $6.37x\ 10^6\ m$ والضغط الجوي عند سطح الأرض $1.013\ x\ 10^5\ N/\ m^2$).

6 - (a) احسب الضغط المطلق على عمق 1000 m من مياه المحيط. اعتبر أن كثافة ماء البحر $1024\ Kg/\ m^3$ وأن الهواء يؤثر بضغط على سطح الماء مقداره 101.3 KPa (b) عند هذا العمق لو وجدت غواصة فما هي القوة التي يجب أن يؤثر بها الإطار المحيط بالكوّة الدائرية التي قطرها 30.0 cm في جسم غواصة لكي يعادل القوة المؤثرة بواسطة الماء.

[7] الزنبرك في مقياس الضغط المبين في شكل 15.2 له ثابت قوة 1000 N/m وقطر المكبس 2.0 cm. عندما يغمر المقياس في الماء. عند أي عمق يتحرك المكبس إلى الداخل بمقدار 0.5 cm؟

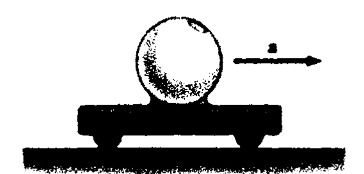
8 - مساحة مقطع المكبس الصغير في الرافعة الهيدروليكية $3.00\ cm^2$ والمكبس الكبير مساحة مقطعه $200\ cm^2$ (انظر شكل 15.15 a) ما مقدار القوة التي يجب استخدامها على المكبس الصغير لكي يرفع حمل قدره 15.0 KN؟ (في محطات خدمة السيارات هذه القوة تتولد عادة باستخدام ضغط الهواء).

9 - (a) مكنسة كهربائية تعمل بتفريغ الهواء لها قوة شفط عالية متصل بها خرطوم قطره 2.86 cm.ما أكبر وزن لقالب طوب يمكن أن ترفعه المكنسه؟ شكل (P10.15)؟ (b) أخطبوط قوي يستخدم شفاط قطره 2.86 cm على صدفتي محاره في محاولة لفتحها احسب أكبر قوة يمكن للأخطبوط أن يؤثر بها في الماء المالح على عمق 32.3 m شكل (P10.15 b)

10 - حمام سباحة أبعاده 30 m x 10 m وله قاع مسطح عندما يملؤ الحمام بالماء إلى عمق 2.0m ما هي القوة التي يؤثر بها الماء علي القاع؟ على كل جانب؟

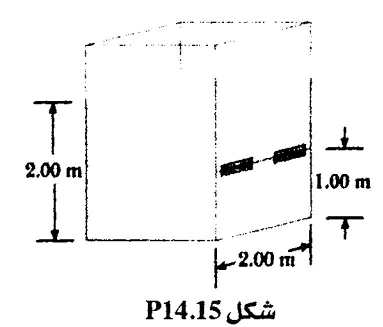
11 - وعاء على شكل كرة مغلقة قطرها d مثبتة فوق سيارة تسير أفقياً بعجلة تسارع (a) كما في شكل (P13.15). الكرة مملوءة تقريباً بسائل كثافتة ρ ويحتوي أيضاً على فقاعة هواء عند الضغط الجوي. أوجد علاقة

للضغط p في منتصف الكرة.



شكل P13.15

12 - خزان موضح في شكل (P14.15) مملوء بالماء لعمق 2.0m عند قاعدة أحد جدرانه الجانبية يوجد باب مستطيل إرتفاعه 1.0 m واتساعه 2.0 m ومثبت بمفصلات عند طرفه العلوي (a) احسب القوة المؤثرة التي يؤثر بها الماء على الباب (b) أوجد عزم الدوران المؤثر حول المفصلات.

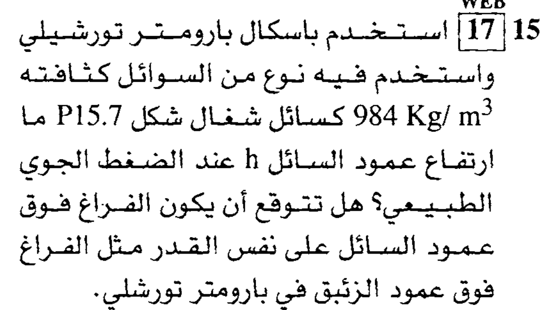


شكل P14.15

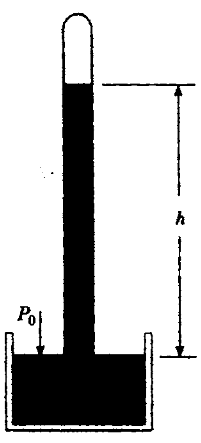
13 - **مسألة للإعادة:** كرة نحاسية مصمته قطرها 3.0 m عند مستوى سطح البحر. وضعت في قاع المحيط (على عمق 10.0 Km)، إذا كانت كثافة ماء البحر هي $1030\ Kg/m^3$ ما مقدار النقص في قطر الكرة عندما تصل إلى القاع، اعتبر معامل المرونة الحجمي للنحاس $14.0 \times 10^{10}\ N/m^2$.

القسم 3.15 قياس الضغط

14 - الضغط الجوي الطبيعي هو 1.013×10^5 pa عند قدوم العاصفة يهبط ارتفاع البارومتر الزئبقي بمقدار 20.0 mm من الإرتفاع الطبيعي. كم يكون الضغط الجوي؟ (كثافة الزئبق $13.59\ g/cm^3$)

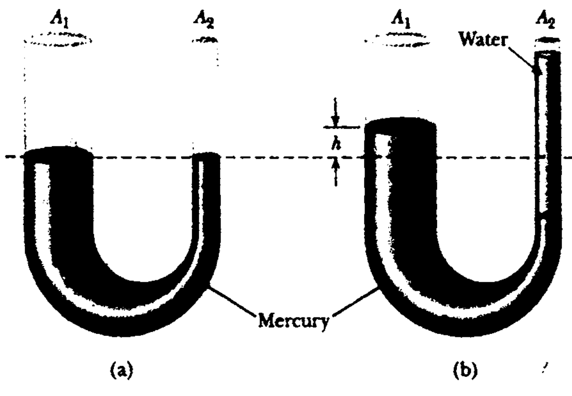


15 [17] WEB استخدم باسكال بارومتر تورشيلي واستخدم فيه نوع من السوائل كثافته $984\ Kg/m^3$ كسائل شغال شكل P15.7 ما ارتفاع عمود السائل h عند الضغط الجوي الطبيعي؟ هل تتوقع أن يكون الفراغ فوق عمود السائل على نفس القدر مثل الفراغ فوق عمود الزئبق في بارومتر تورشلي.



شكل P17.15

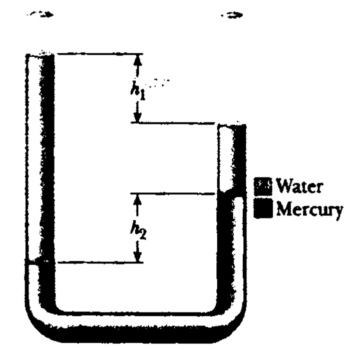
16 - سكبت كمية من الزئبق في أنبوبة على شكل حرف U كما في شكل P15.18 a الطرف الأيسر من الأنبوبة مساحة مقطعه A_1 يساوي $10.0cm^2$ والطرف الأيمن من الأنبوبة مساحة مقطعه A_2 تساوي $5.0\ cm^2$. سكب 100 g من الماء في الطرف الأيمن كما في



شكل P15.18

شكل (P18.15b) (a) عين طول عمود الماء في الطرف الأيمن من الأنبوبة حرف U (b) إذا علمت أن كثافة الزئبق $13.6\ g/cm^3$ ما طول عمود الزئبق h في الطرف الأيسر.

17 - أنبوبة على شكل حرف U مساحة مقطعها منتظم ومفتوحة للجو مملوءة جزئيا بالزئبق. وضع ماء في الطرفين. إذا كان الشكل في حالة الاتزان كما هو مبين في شكل (P19.15) حيث $h_2= 1.0\ cm$ عين مقدار h_1.



شكل P19.15

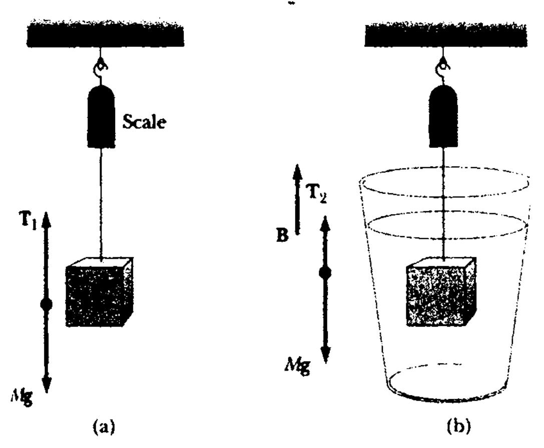
القسم 4.15 قوى الطفو وقاعدة ارشميدس.

18- (a) بالون خفيف به $400\ m^3$ من الهيليوم عند درجة حرارة الصفر سلسيوس ما هي الكتلة التي يستطيع البالون أن يرفعها؟ (b) في جدول (1.15) لاحظ أن كثافة الهيدروجين نصف كثافة الهيليوم تقريباً. ما مقدار الكتلة التي يستطيع البالون أن يرفعها إذا ملئ بالهيدروجين؟

19 - لوح من ستايروفوم سمكه 10.0 cm وكثافته $300\ Kg/m^3$. عندما يكون سباح كتلته 75.0 Kg فوق سطحه فإنه يطفو في الماء العذب وسطحه العلوي على مستوى سطح الماء. احسب مساحة اللوح.

20 - لوح من ستايروفوم سمكه h وكثافته ρ_s، ما مساحة اللوح إذا عام وسطحه العلوي على مستوى سطح الماء العذب عندما يكون سباح كتلته m فوق سطحه؟.

21 - قطعة من الألومنيوم كتلتها 1.0 Kg وكثافتها $2700\ kg/m^3$ معلقة من خيط ومغمورة كلياً في وعاء به ماء شكل P23.15 احسب الشد في الخيط (a) قبل غمر قطعة الألومنيوم (b) بعد غمرها في الماء.



شكل P23.15

22 - مكعب معدني كتلته 10.0 Kg أبعاده 12.0 cm x 10.0 cm x 10.0 cm معلق من كفة ميزان ومغمور في الماء كما في شكل P23.15.b بحيث أن الضلع الذي طوله 12 cm كان رأسياً والسطح العلوي للمكعب مغمور في الماء على عمق 5 cm. (a) ما هي القوة المؤثرة على سطح المكعب وقاعدته؟ اعتبر أن ($P_o= 1.013 \times 10^5\ N/m^2$). (b) ما هي قراءة ميزان الزنبرك؟ (c) بين أن قوة الطفو تساوي الفرق بين القوى على السطح العلوي والقوى على السطح السفلي.

23 WEB [25] مكعب من الخشب طول كل ضلع من أضلاعه 20.0 cm وكثافته $650\ Kg/m^3$ يطفو فوق سطح الماء (a) ما مقدار المسافة من السطح الأفقي العلوي للمكعب إلى سطح الماء؟ (b) ما مقدار كتلة من الرصاص توضع فوق سطح المكعب حتى يصبح السطح العلوي للمكعب مساوياً لسطح الماء تماماً.

24 - كرة بلاستيك تطفو فوق سطح الماء والجزء المغمور من حجمها يبلغ 50%. ونفس تلك الكرة تطفو فوق سطح الجلسرين والجزء المغمور من حجمها 40% عين كثافة الجلسرين والكرة.

25 - ضفدعة داخل وعاء نصف كروي، وجد أنه يطفو دون أن يغمر عندما تكون كثافة السائل $1.35\ g/cm^3$ شكل (P28.15). إذا كان الوعاء نصف الكروي ونصف قطره 6.0cm وكتلته مهمله ما هي كتلة الضفدعة؟

26 [29] كم متر مكعب من الهيليوم تلزم لكي يرفع البالون 400 Kg إلى ارتفاع 8000m؟ اعتبر كثافة الهيليوم ($\rho_{He}= 0.18\ Kg/m^3$). إفترض أن البالون يحتفظ بحجم ثابت وأن كثافة الهواء تقل بالارتفاع Z طبقاً للمعادلة $\rho_{air}= \rho_0 e^{-z/8000}$ حيث z بالأمتار هو كثافة الهواء عند $\rho_o= 1.25\ Kg/m^3$ سطح البحر.



شكل P28.15

27 - **مسألة للمراجعة:** أنبوبة إسطوانية طويلة نصف قطرها r علق في طرفها السفلي ثقل بحيث تطفو وهي في وضع رأسي في سائل كثافته ρ. دفعت إلى أسفل مسافة x من وضع الإتزان ثم تركت، بين أن الأنبوبة ستقوم بحركة توافقية بسيطة، إذا أهملنا مقاومة السائل واحسب الزمن الدوري للذبذبة.

28 - غواصة تستخدم في اكتشاف أعماق البحار نصف قطرها 1.5 m وكتلتها $1.2x\ 10^4$ Kg لكي تغوص في الماء تحمل الغواصة كمية من ماء البحر. احسب مقدار الكتلة التي يجب أن تحملها الغواصة لكي تهبط في الماء بسرعة ثابتة مقدارها 1.2 m/s عندما تكون القوة عليها إلى أعلى تساوي 1100 N. اعتبر كثافة ماء البحر $1.03x\ 10^3\ Kg/m^3$.

29 - تمتلك الولايات المتحدة 8 بوارج حربية هي الأكبر على مستوى العالم. افترض أن أحد حاملات الطائرات قفزت إلى أعلى بمقدار 11.0 cm من سطح الماء عندما انطلقت من فوق سطحها 50 طائرة مقاتلة في منطقة عجلة الجاذبية الأرضية فيها $g= 9.78\ m/S^2$ ومتوسط كتلة الطائرات 29000kg. احسب المساحة المسطحة المحاطة بخط الماء من حاملة الطائرات (للمقارنة مسطح الطيران مساحته $18000\ m^2$).

القسم 5.15 ديناميكا الموائع

6.15 الانسياب الخطي ومعادلة الاستمرارية

7.15 معادلة برنولي

30 - (a) خرطوم مياه قطره 2.0 cm استخدم في ملء دلو سعته 20.0L. إذا كان ملء الدلو يستغرق 1.0 min ما سرعة سريان الماء في الخرطوم υ (ملحوظة $1L= 1000\ cm^3$) (b) إذا كان للخرطوم فتحة قطرها 1.00 cm أوجد سرعة الماء عند الفتحة.

31 - أنبوبة أفقية قطرها 10.0 cm ويقل بشكل تدريجي حتى يصل قطرها 5.0 cm. إذا كان ضغط الماء في الأنبوبة الكبيرة $8.0x\ 10^4$ Pa والضغط في الأنبوبة الرفيعة $6.0x\ 10^4$ Pa. ما معدل سريان الماء في الأنبوبة؟

32 [35] خزان كبير مسطحه العلوي مفتوح ومملوء بالماء ويوجد ثقب في جانبه عند نقطة أسفل سطح الماء بمقدار 16.0 m وإذا كان معدل تسرب الماء من الثقب هو

(a) عين $2.5\times 10^{-3}\ m^3/min$ سرعة تسرب الماء من الثقب (b) قطر الثقب.

33 - يضخ الماء من نهر كلورادو إلى قرية جراند كانيون خلال أنبوبة قطرها 15.0 cm النهر على ارتفاع 545 m والقرية على ارتفاع 2096 m (a) احسب الضغط اللازم لضخ الماء حتى يصل إلى القرية (b) إذا كان حجم الماء الذي يضخ يومياً هو $4500\ m^3$ ما هي سرعة الماء في الأنبوبة (c) ما هو الضغط الإضافي اللازم لإعطاء هذا التيار. (ملحوظة يجب فرض أن عجلة الجاذبية وكثافة الهواء ثابتان على هذا الإرتفاع).

34 |37| ماء ينساب من خرطوم حريق قطره 6.35 cm بمعدل $0.012\ m^3/s$ وينتهي الخرطوم بفتحة ضيقة قطرها الداخلي 2.2 cm ما هي السرعة التي يخرج بها الماء من فتحة الخرطوم.

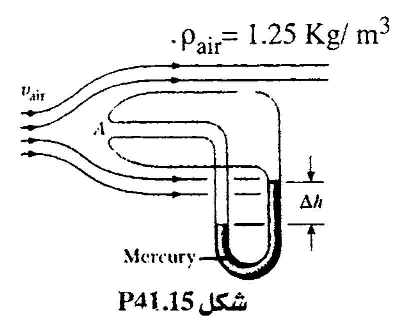
اختياري

قسم 8.15 استخدامات أخرى لمعادلة برنولي

35 - طائرة كتلتها 1.6×10^4 Kg وكل جناح مساحته $40.0\ m^2$ أثناء الطيران يكون الضغط على السطح السفلي للجناح 7.00×10^4 Pa احسب الضغط على سطح الجناح العلوي.

36 - أنبوبة فنتوري تستخدم كجهاز لقياس سرعة سريان الموائع (انظر شكل 21.15) إذا كان فرق الضغط $P_1 - P_2 = 21.0$ K Pa أوجد معدل سريان السائل بالمتر المكعب لكل ثانية، علماً بأن نصف قطر أنبوبة المخرج 1.0 cm ونصف قطر أنبوبة المدخل 2.0 cm والسائل هو الجازولين $\rho = 700\ Kg/m^3$.

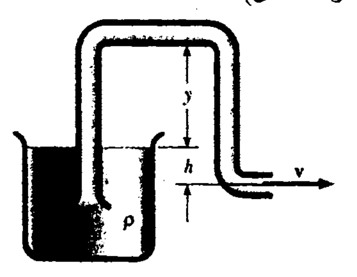
37 - أنبوبة بيوت Piot Tube يمكن استخدامها لقياس سرعة سريان الهواء عن طريق قياس الفرق بين الضغط الكلي والضغط الإستاتيكي شكل (P41.15) إذا كان السائل في الأنبوبة هو الزئبق وكثافته $\rho_{Hg} = 13600 Kg/m^3$ وإذا كان $\Delta h = 5.0$ cm احسب سرعة السريان (افترض أن الهواء ساكن عند نقطة A وكثافة الهواء $\rho_{air} = 1.25\ Kg/m^3$.



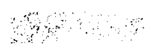
شكل P41.15

38 - طائرة على ارتفاع 10 Km والضغط خارج الطائرة 0.287 atm وداخل كبينة الطائرة يساوي 1.0 atm ودرجة الحرارة 20°c. حدث تسرب في أحد النوافذ بكابينة الطائرة. اعتبر الهواء كمائع مثالي واحسب سرعة تيار الهواء المتسرب من الثقب.

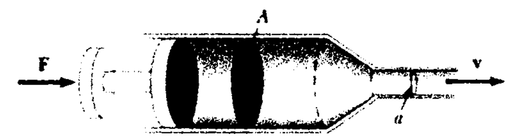
39 - سايفون Siphon يستخدم في تفريغ الماء من خزان كما في الشكل p15. 43، والسايفون له قطر منتظم. افترض أن السريان منتظم وبدون احتكاك (a) إذا كانت المسافة h= 1.0 m أوجد سرعة خروج السائل من نهاية السايفون (b) ما هو الإرتفاع المسموح به لقمة السايفون أعلى سطح الماء؟ (من أجل أن يكون سريان السائل مستمراً يجب ألا يقل الضغط عن ضغط بخار السائل).



شكل P43.15



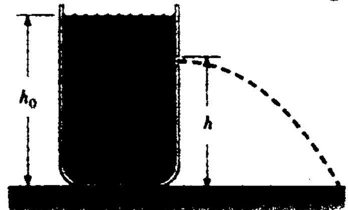
40 - حقنة تعطى تحت الجلد بها مادة طبية كثافتها كالماء شكل (P44.15) أسطوانة الحقنة مساحة مقطعها $A= 2.5x\ 10^{-5}\ m^2$ والإبرة مساحة مقطعها $\alpha= 1.0x\ 10^{-8}\ m^2$. في حالة عدم وجود قوة على المكبس يكون الضغط في كل مكان يساوي جو واحد. قوة F مقدارها 2.0 N أثرت على المكبس فجعلت السائل يخرج أفقياً من الإبرة احسب سرعة سائل الدواء عندما يترك طرف الإبرة.



شكل P44.15

WEB

41 [45] خزان كبير مملوء إلى ارتفاع h_0 وبالخزان فتحة على ارتفاع h فوق القاع شكل P45.15. أوجد علاقة تبين على أي بعد من الخزان يصل تيار السائل إلى سطح الأرض.



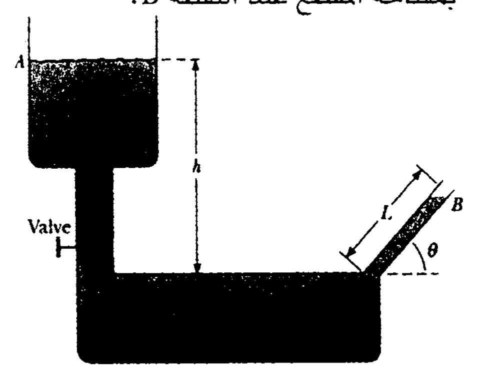
شكل P45.15

42 - ثقب في خزان على ارتفاع h في أحد جوانبه، وارتفاع الخزان ho. الخزان مملؤ بالماء كما في شكل (P45.15)، إذا كان المطلوب إندفاع الماء من الثقب إلى أقصى مسافة أفقية ممكنه (a) على أي مسافة من قاعدة الخزان يجب عمل الثقب (b) أهمل الفقد نتيجة الاحتكاك، على أي بعد من جانب الخزان يمكن أن يصل الماء إلى الأرض في البداية.

تمارين إضافية:

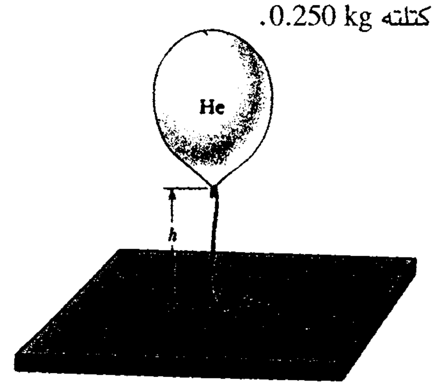
43 [47] كرة بنج بونج قطرها 3.8 cm وكثافتها $0.084\ g/cm^3$ ما هي القوة اللازمة لجعلها مغمورة تماماً تحت سطح الماء؟

44 - شكل (P48.15) يبين خزان به ماء وفي قاعدته صمام. إذا فتح هذا الصمام، ما هو أقصى ارتفاع يصل إليه تيار الماء في الجانب الأيمن من الخزان؟ إذا افترضنا أن h =10.0 m و L = 2.0 m و θ= 30° وأن مساحة المقطع عند النقطة A كبير بالمقارنة بمساحة المقطع عند النقطة B.



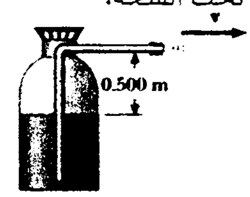
شكل P48.15

45 - بالون مملوء بالهيليوم مربوط في حبل منتظم طوله 2.0 m وكتلته 0.05 kg والبالون كروي الشكل نصف قطره 0.40 m عند إطلاقة يرفع البالون الحبل إلى ارتفاع h ثم يبقى في حالة اتزان كما هو واضح في شكل (P49.15). احسب مقدار h، غلاف البالون كتلته 0.250 kg.



شكل P49.15

46 -إندفع الماء من طفاية حريق تحت ضغط الهواء، كما هو موضح في شكل (P50.15) ما مقدار ضغط الهواء داخل المطفئة (فوق الضغط الجوي) اللازم لكي يجعل تيار الماء يخرج بسرعة 30.0m/s عندما يكون مستوى الماء 0.5m تحت الفتحة؟



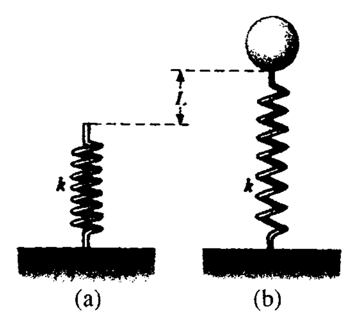
شكل P50.15

47 الوزن الحقيقي للجسم يعين في حالة وجود فراغ (في عدم وجود هواء جوي) حتى لا توجد قوى طفو. جسم حجمه V، ووزن في الهواء في ميزان باستخدام صنج كثافتها ρ . إذا كانت كثافة الهواء ρ_{air} والميزان يقرأ F_g' بين أن الوزن الحقيقي F_g يعطى بالمعادلة

$$F_g = F_g' + \left(V - \frac{F_g'}{\rho g}\right)\rho_{air} g$$

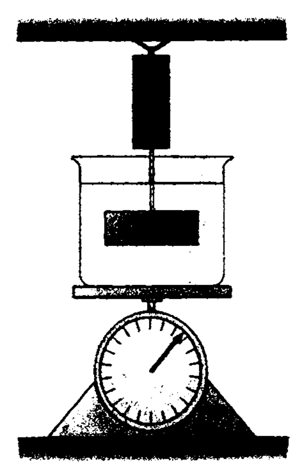
48 - كان تورشيلي أول من قال أننا نعيش في قاع محيط من الهواء . لقد ذكر أن ضغط الغلاف الجوي ناتج عن وزن الهواء. كثافة الهواء عند درجة 0°C على سطح الأرض هي$1.29\ kg/m^3$ والكثافة تقل بزيادة الأرتفاع، كلما قلت طبقة الهواء الجوي. من ناحية أخرى إذا فرضنا أن الكثافة ثابته ($1.29\ kg/m^3$) حتى ارتفاع h ثم تصبح صفر أعلى من ذلك الارتفاع، عندئذ تكونh هي سمك الغلاف الجوي. باستخدام هذا النموذج عين الأرتفاع h الذي يعطي ضغطا يساوي جوا واحدا عند سطح الأرض. هل قمة إفرست تعلو فوق سطح هذا الغلاف الجوي؟.

49 - زنبرك خفيف ثابته k=90.0N/m يرتكز عموديا على منظدة شكل (P54.15 a). فوق الزنبرك مثبت بالون به هليوم وزنه 2.0g وكثافة الهيليوم $0.18\ kg/m^3$ وحجمه $5.0m^3$ مما جعل الزنبرك يستطيل إلى أعلى كما في شكل P54.15b عين مقدار الاستطالة L عندما يكون البالون في حالة اتزان.



شكل P54.15

50 - كأس كتلته 1.0kg يحتوي على 2.0kg من الزيت كثافته تساوي $916.0\ kg/m^3$، موضوع على ميزان. كتلة من الحديد كتلتها 2.0kg معلقة من ميزان زنبرك ومغموره تماما في الزيت كما في شكل P55.15 قدر قراءتي الميزانين.



شكل P55.15

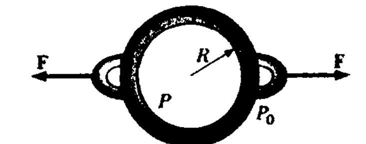
51 -كأس كتلته m_b يحتوي على زيت كتلته m_o وكثافته ρ_o موضوع على ميزان. كتلة من الحديد كتلتها m_{Fe} معلقة من ميزان ذو زنبرك ومغموسة تماما في الزيت كما هو

مبين في شكل P55.15 عين قراءة الميزانين عند حالة الاتزان.

WEB

52 [57] **مسألة للإعادة**: بالإشارة إلى شكل 15.7 بين أن عزم الدوران الكلي الذي يؤثر على خزان بواسطة الماء حول محور خلال O يساوي $\frac{1}{6}\rho g w H^3$. بين أن خط عمل القوة الكلية التي يؤثر بها الماء يقع على مسافة $\frac{1}{3}H$ فوق مستوى O.

53 - في عام 1657 تقريبا قام آتوفن جيرك Otto Von Guericke مخترع مضخة تفريغ الهواء، بتفريغ كرة عبارة عن نصفي كرة من النحاس الأصفر. استخدم مجموعتين من الخيول كل مجموعة بها ثماني خيول كل مجموعة تشد أحد نصفي الكرة. بعد عدة محاولات أمكن فصل نصفي الكرة شكل P15.58a بين أن القوة اللازمة لفصل نصفي الكرة المفرغة من الهواء تساوي $\pi R^2(P_0-P)$ حيث R هو نصف قطر نصفي الكرة، P هو الضغط داخل نصفي الكرة وهو أقل كثيرا من الضغط الجوي P_0 (b) احسب القوة إذا علم أن $P=0.10P_0$ و $R=0.30m$.



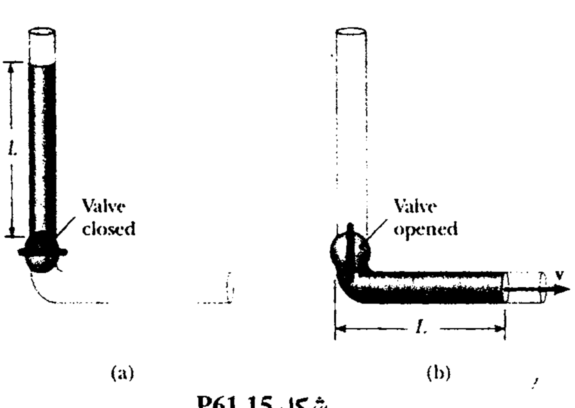


شكل (P58.15) ، صورة ملونة يرجع تاريخها إلى عام 1672 تبين تجربة أتوفن جيرك التي تبين القوة الناتجة عن ضغط الهواء. كما أجريت أمام الإمبراطور فردناند الثالث عام1657

54 [59] في عام 1983 صنعت الولايات المتحدة عملة السنت من سبيكة من النحاس والزنك بدلا من النحاس الخالص. كتلة السنت القديم المصنوع من النحاس هي 3.083g بينما كتلة السنت الجديد 2.517g احسب النسبة المئوية للزنك في العملة الجديدة (بالحجم) كثافة النحاس $8.96g/cm^3$ وكثافة الزنك هي $7.133g/cm^3$. والعملة القديمة والجديدة لهما نفس الحجم.

55 - قشرة كروية رقيقة كتلتها 4.0 kg وقطرها 0.20m مملوءة بالهيليوم وكثافته $0.18kg/m^3$ أطلقت من السكون عند قاع حوض ماء عمقه 4.0m (a) بين أن القشرة الكروية سترتفع بعجلة ثابتة وعين مقدار تلك العجلة، أهمل تأثيرات الاحتكاك (b) ما هو الزمن اللازم لكي يصل الجزء العلوي من القشرة إلى سطح الماء.

56 - مائع غير لزج وغير قابل للانضغاط في حالته الابتدائية كان مستقرا في الجزء الرأسي من الأنبوبة والمبين في شكل P61.15a حيث $L = 2.0m$ ، عندما يفتح الصمام، ينساب المائع في الجزء الأفقي من الأنبوبة. ما سرعة المائع عندما يصبح كله في الأنبوبة الأفقية كما هو واضح في شكل (P61.15b)؟. افترض أن مساحة مقطع الأنبوبة كلها ثابت.

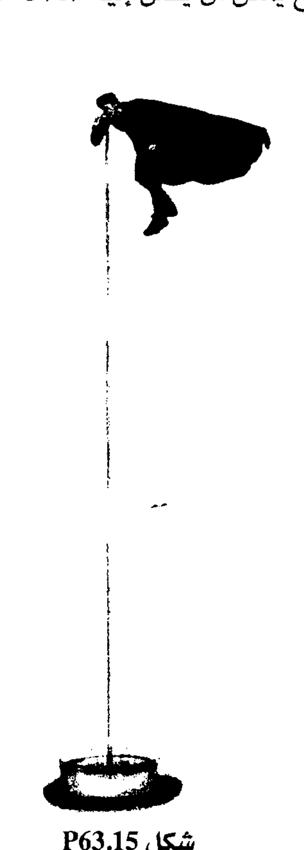


شكل P61.15

57 - **مسألة للمراجعة:**

قرص منتظم كتلته 10kg ونصف قطره 0.25m يلف 300 لفة في الدقيقة حول محور أملس، ومن الضروري إيقافه خلال دقيقة واحدة باستخدام فرامل عبارة عن وسادة تتلامس مع القرص على مسافة 0.22m من المحور. إذا كان معامل الاحتكاك بين الوسادة والقرص هو 0.50 ويستخدم مكبس داخل أسطوانة قطرها 5.0cm لضغط الفرامل على القرص. احسب الضغط الذي يجب أن يكون لسائل الفرامل في الأسطوانة.

58 - شكل P63.15 يبين سوبرمان يحاول أن يشرب ماء من خلال أنبوبة طويلة جدا ورفيعة، مستخدما كل قوته(a) أوجد أعلى ارتفاع يمكن أن يصل إليه الماء داخل الآنبوبة



شكل P63.15

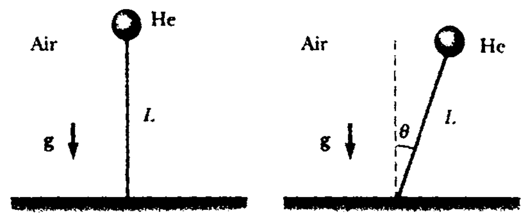
(b) لقد أعاد الرجل التجربة على القمر حيث لايوجد أي غلاف جوي. أوجد الفرق بين مستوى الماء خارج وداخل الأنبوبة الرفيعة.

59 - بين أن التغير في الضغط الجوي مع الارتفاع يعطى بالمعادلة $P=P_0\, e^{-\alpha h}$ حيث $\alpha = \rho_0 g/P_0$ ، P_0 هو الضغط الجوي عند مستوى مرجعي $y=0$ و ρ_0 كثافة الهواء عند هذا المستوى (مستوى سطح البحر). نفترض أن النقص في الضغط الجوي مع زيادة الارتفاع يعطى بمعادلة 15.4 بحيث إن $dP/dy =- \rho g$ وافترض أن كثافة الهواء تتناسب مع الضغط.

60 - مكعب من الجليد طول ضلعه 20.0mm يعوم في كوب من الماء البارد وأحد أوجهه موازيا لسطح الماء (a) على أي بعد من سطح الماء يوجد السطح السفلي لمكعب الجليد (b) كحول إثيلي بارد سكب برفق على سطح الماء مكونا طبقة سمكها 5.0mm فوق سطح الماء (الكحول لايمتزج بالماء). عندما اتزن مكعب الجليد من جديد ماهي المسافة من سطح الماء إلى السطح السفلي لمكعب الجليد؟ (c) أضيف المزيد من الكحول الإيثيلي البارد على سطح الماء حتى تساوى سطح الكحول مع السطح العلوي لمكعب الجليد، بعد الوصول لحالة الإتزان الهيدروستاتيكي، ما هو سمك طبقة الكحول الاثيلي.

61 - **مسألة للمراجعة.** بالون خفيف مملوء بالهيليوم كثافته $0.18 kg/m^3$ مربوط بخيط رفيع طوله L=3.0m والخيط مربوط في الأرض، فيكون بذلك بندول بسيط مقلوب كما هو مبين في شكل P66.15a إذا أزيح البالون قليلا من وضع الإتزان كما في شكل P66.15b (a) بين أن حركة البالون والخيط حركة توافقية بسيطة (b) عين الزمن الدوري

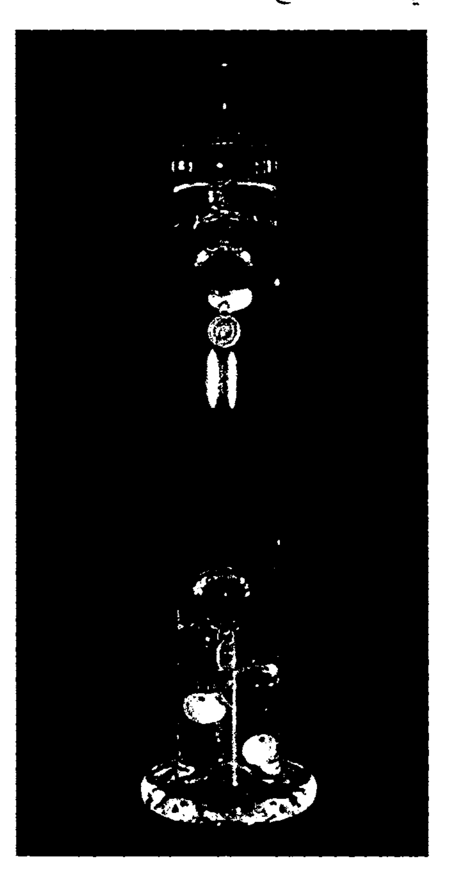
للذبذبة. اعتبر أن كثافة الهواء 1.29kg/m3 واهمل فقدان الطاقة عن طريق احتكاك الهواء.



شكل P66.15 (a&b)

62 - مبنى تصله المياه عن طريق أنبوبة رئيسية قطرها 6.0cm . صنبور قطره 2.0cm موضوع على ارتفاع 2.0m من الأنبوبة الرئيسية وجد أنه يملأ وعاء سعته 25.0L في 30.0s (a) ماهي سرعة سريان الماء عند فوهة الصنبور؟ (b) ما هو ضغط الماء في الأنبوبة الرئيسية الذي قطرها 6.0cm ؟. (افترض أن الصنبور هو الشئ الوحيد الذي ينساب منه الماء في المبنى)

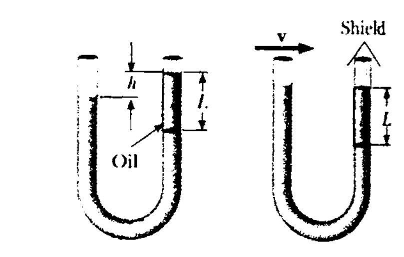
63 - في عام 1654 أخترع في فلورنسا ترمومتر كحولي في أنبوبة زجاجية وهو يتكون من أنبوية زجاجية بها سائل (كحولي) ويحتوي على عدد من الكرات الزجاجية المغمورة لها كتل مختلفة قليلا شكل (P68.15) عند درجة حرارة منخفضة تطفو جميع الكرات ولكن مع ارتفاع درجة الحرارة تنغمر الكرات في الكحول الواحدة بعد الأخرى. وهذا الجهاز يعتبر وسيلة تقريبية لمعرفة درجة الحرارة. نفترض أن الأنبوبة مملوءة بكحول إيثيلي كثافته $0.78945\ g/cm^3$ عند $20^o\ C$ وتقل حتى تصل إلى 0.78097 جرام/سم٣ عند درجة حرارة 30.0°C (a) إذا كان نصف قطر أحد الكرات 1.0cm وفي حالة اتزان عند منتصف طول الأنبوبة عند درجة حرارة 20.0°C عين كتلتها (b) عندما ترتفع درجة الحرارة إلى 30.0°C ماهي كتلة الكرة الثانية التي لها نفس نصف القطر وتكون في وضع الإتزان عند منتصف الأنبوبة؟ (c) عند درجة حرارة 30.0° C سقطت الكرة الأولى إلى قاع الأنبوبة، ما مقدار القوة إلى أعلى التي يؤثر بها قاع الأنبوبة على الكرة ؟.



شكل P68.15

64 - أنبوبة على شكل حرف U مفتوحة الطرفين مملوءة جزئيا بالماء شكل (P69.15 a) سكب بعض الزيت الذي كثافته $750kg/m^3$ على سطح الماء في الطرف الأيمن وكون عمودا طوله L=5.0 cm شكل (P69.15b) (a) احسب الفرق h في ارتفاع سطحي السائل (b) الطرف الأيمن معزول من أي تيارات هوائية بينما يوجد تيار من الهواء فوق

الطرف الأيسر فجعل سطحي السائلين عند نفس الإرتفاع شكل (P69.15c) عين سرعة تيار الهواء الذي يؤثر على الطرف الأيسر (افترض كثافة الهواء $1.29 kg/m^3$)




شكل P69.15(a&b)

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.15) ستكون أفضل حالا مع لاعب كرة السلة. فعلى الرغم من أن الوزن موزع على مساحة أكبر تساوي ما يقرب من نصف المساحة الكلية لنعل حذاء اللاعب إلا أن الضغط F/A المؤثر يكون أقل نسبيا، أما وزن السيدة على الرغم من أنه أقل إلا أنه موزع على مساحة أصغر وهي مساحة سطح كعب الحذاء. ولذلك نجد أن معظم المتاحف تمنع السيدات من السير على الأرض الخشبية للمتحف بالأحذية ذات الكعب المرتفع. وتعطيهم أحذية بدون كعب حتى لا تتلف الأرض الخشبية.

(2.15) إذا حاول الأستاذ أن يستقر بكل ثقله على مسمار واحد فأن الضغط الواقع على جلده سيكون وزنه الكلي مقسوما على مساحة سطح المسمار وهو ضغط عالي جدا سيجعل المسمار يخترق جسمه. إلا أنه إذا وزع ثقله على مئات المسامير كما هو مبين في الصورة الفوتوغرافية سيكون الضغط المؤثر على جلده أقل بكثير لأن مساحة السطح الذي يرتكز عليه جسمه هو المساحة الكلية لسطح جميع المسامير.

(3.15) نظرا لأن القوة الأفقية المؤثرة بالمائع الخارجي على عنصر من الأسطوانة يساوي في المقدار ويضاد في الإتجاه القوة الأفقية التي يؤثر بها المائع على عنصر آخر مواجه للأول وعلى الجانب الآخر من القطر المار بالعنصرين فإن محصلة القوة على الأسطوانة في الإتجاه الأفقي تساوي صفراً.

(4.15) إذا نظرت إلى الحبوب المخزونة داخل الصومعة على أنها مائع عند إذ سيكون الضغط الذي تحدثه على الحائط في أزدياد مع ازدياد العمق والمسافات بين النطاقات تكون أصغر في الأجزاء السفلية حتى يمكن التغلب على القوى الكبيرة المؤثرة نحو الخارج، والصومعه على اليمين تبين طريقة أخرى للوصول لنفس الغرض بجعل النطاقات مزدوجة عند القاعدة.

(5.15) حيث إن الماء أقل كثافة من الزئبق عمود الماء في البارومتر المائي يجب أن يكون $h=P_0/\rho g=10.3$ m ومثل هذا الإرتفاع غير مُناسب.

(6.15) جسم السفينة ممتلئ بالهواء وكثافة الهواء تساوي جزء من ألف من كثافة الماء. إذن الوزن الكلي للسفينة يساوي وزن حجم الماء الذي أزيح بالجزء من جسم السفينة الغاطس تحت سطح البحر.

(7.15) يبقى كما هو. ما يحدث هو أن الجليد يحدث ثغرة في الماء ووزن الماء الذي ازيح

من الثغرة يساوي كل وزن المكعب. عندما يتحول مكعب الثلج إلى ماء سيملأ الماء الثغرة فقط.

(8.15) يهبط إلى أسفل، لأن سلسلة التثبيت تزيح كمية أكبر من الماء عندما تكون فوق الزورق عما إذا كانت في البحيرة. فعندما تكون فوق ظهر القارب يمكن النظر إليها كجسم طاف يزيح حجما من الماء مساويا في الوزن لوزنه أما إذا ما ألقى من على سطح الزورق فإنه يهبط في الماء ويزيح قدرا من الماء مساويا لحجمه هو.

وحيث أن كثافة سلسلة تثبيت القارب (الهلب) أكبر من كثافة الماء فإن حجم الماء الذي يزن نفس وزن السلسلة أكبر من حجم السلسلة.

(9.15) عندما ينهمر الماء تزداد سرعته لأن معدل سريان الماء Av لابد وأن يظل مقدارا ثابتا لأي مساحة مقطع (إرجع إلى معادلة 7.15). المجرى لابد وأن يضيق كلما زادات السرعة.

(10.15) من أهم صفات التورنادو أن سرعة الريح تكون عالية والضغط أقل من الضغط الجوي. الهواء الساكن داخل المنزل يكون عند الضغط الجوي. والفرق في الضغط بين الداخل والخارج ينتج عنه قوة نحو الخارج. وهذه القوة قد تصل إلى حد أنها تنتزع سقف المنزل. فتح النوافذ في هذه الحالة يساعد على جعل الضغط داخل المنزل وخارجه متساويان.

الديناميكا الحرارية
Thermodynamics

الفصل السادس عشر : درجة الحرارة

الفصل السابع عشر : الحرارة والقانون الأول للديناميكا الحرارية

الفصل الثامن عشر : نظرية الحركة للغازات

الفصل التاسع عشر : الآلات الحرارية - الأنتروبى والقانوني الثاني للديناميكا الحرارية



صورة محيرة

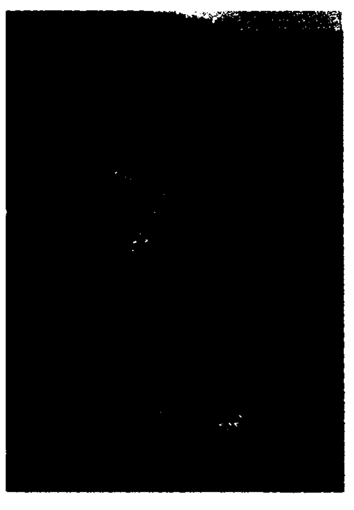
المياه الغازية هذه بعد أن رجت انطلقت سدادة الفلين وسالت المياه الغازية في كل مكان. على عكس الإعتقاد السائد أن رج زجاجة المياه الغازية قبل فتحها لايزيد ضغط غاز ثاني أكسيد الكربون بداخلها. لوأنك تعرف الحيلة سيمكنك فتح زجاجة المياه الغازية بعد رجها دون أن تسيل منها نقطة واحدة. فما هو السر؟ ولماذا لايزداد الضغط داخل الزجاجة بعد رجها؟

الفصل السادس عشر 16

درجة الحرارة
Temperature

ويتضمن هذا الفصل :

في دراستنا للميكانيكا عرفنا بدقة بعض المصطلحات مثل الكتلة والقوة وطاقة الحركة وذلك لتسهيل المدخل الكمي. بالمثل الدراسة الكمية للظواهر الحرارية تقتضي تعريفا دقيقا لبعض المصطلحات مثل درجة الحرارة والحرارة والطاقة الداخلية. وهذا الباب يقوم بتعريف تلك المصطلحات كما يتناول أحد قوانين الديناميكا الحرارية وهو القانون الصفري. بعد ذلك سنتناول مقاييس درجات الحرارة الثلاث الأكثر انتشارا وهي مقياس سلسيوس Celsius scale ومقياس فهرنهيت Fahrenheit scale ومقياس كلفن Kelvin scale.



حمم بركانية منصهرة تسيل إلى أسفل الجبل في كيلايو-هواي Ki-lauea Hawaii تنخفض درجة حرارة الحمم الساخنة التي تسيل من فوهة البركان حتى تصل إلى حالة الإتزان مع الجو المحيط بها. وعند إذ تتجمد الحمم البركانية لتكون الجبال.

ونواصل دراستنا فنتناول أهمية الربط بين تركيب المادة والظواهر الحرارية. فمثلا الغازات تتمدد بدرجة كبيرة عندما تسخن بينما السوائل والأجسام الجامدة تتمدد بدرجة أقل. إذا لم يكن الغاز حرَّ التمدد أثناء التسخين فإن ضغطه يرتفع. بعض المواد عند تسخينها تنصهر أو تغلي أو تحترق أو تنفجر وكل ذلك يعتمد علي تكوينها وتركيبها.

ونختتم هذا الباب بدراسة الغازات المثالية على المستوى الماكروسكوبي وسنهتم بالعلاقة بين بعض الكميات مثل الضغط والحجم ودرجة الحرارة. وفي الباب الثامن عشر سندرس الغازات على المستوى الميكروسكوبي باستخدام نموذج تمثل فيه جزيئات الغاز بجسيمات صغيرة.

1.16 درجة الحرارة والقانون الصفري للديناميكا الحرارية

TEMPERATURE AND THE ZEROTH LAW OF THERMODYNAMICS

10.3
10.4

تعودنا أن نربط دائما بين مفهوم درجة الحرارة ومدى شعورنا بسخونة أو برودة الأشياء عندما نتحسسها. ومن ثم فإن إحساسنا يعطينا مؤشرا تقريبيا عن درجة الحرارة، إلا أن إحساسنا لايمكن الإعتماد عليه في كثير من الأحيان فقد يخدعنا. على سبيل المثال عندما تخرج من الثلاجة صندوق معدني وعلبة من الكرتون ستشعر بأن الصندوق المعدني أبرد من علبة الكرتون على الرغم من أنهما عند درجة حرارة واحدة. وهذا الشعور ناتج عن أن الفلزات أكثر توصيلا للحرارة من الكرتون. إذن نحن نحتاج إلى مقياس يمكن الإعتماد عليه ويكون أكثر دقة عند تقدير درجة الحرارة أو البرودة النسبية للأجسام. لقد تمكن العلماء من إيجاد أنواع مختلفة من الترمومترات نستطيع باستخدامها من قياس درجة الحرارة بدقة عالية.

نحن نعرف الحقيقة أنه إذا وضع جسمان عند درجتي حرارة مختلفتين بحيث كانا متلامسين فإنهما سيصلا إلى درجة حرارة متوسطة. فمثلا إذا وضعنا ملعقة من الأيس كريم في كوب عند درجة حرارة الغرفة فإن الأيس كريم سينصهر ودرجة حرارة الكوب ستنخفض وبنفس الطريقة إذا وضعنا مكعب من الثلج في فنجان قهوة ساخن فإنه ينصهر وتنخفض درة حرارة الفنجان.

لإدراك مفهوم درجة الحرارة من الضروري أن نعرِّف مصطلحين شائعي الإستخدام هما التلامس الحراري والإتزان الحراري Thermal Contact و Thermal equilibrium . لكي نستوعب معنى التلامس الحراري سنفترض أن جسمين موضوعين في وعاء معزول بحيث أنهما يتأثران ببعضهما فقط دون أن يتأثرا بالوسط المحيط فإذا كانا عند درجتى حرارة مختلفتين سيحدث بينهما انتقال في الطاقة حتى وإن لم يكونا في البداية في حالة تلامس. والحرارة هي انتقال الطاقة من جسم لآخر نتيجة لاختلاف درجة حرارتيهما. وسوف نتناول مفهوم الحرارة بتعمق في الباب السابع عشر. أما حاليا فسنكتفي بالقول إن الجسمين يكون بينهما تلامس حراري إذا ما تم بينهما تبادل للطاقة. أما الإتزان الحراري فهو الوضع الذي يكون فيه الجسمان في حالة تلامس حراري ولايحدث بينهما تبادل للطاقة عن طريق الحرارة.

نفرض أن جسمين B, A ليس بينهما تلامس حراري وجسم ثالث، وهو الترمومتر، ونود أن نعرف ما إذا كان الجسمان B , A في حالة اتزان حراري فيما بينهما. أولا يوضع الترمومتر ليتلامس مع الجسم A حتى يصل إلى حالة اتزان حراري بعد ذلك ستظل درجة حرارة الترمومتر ثابته فندونها. نوضع الترمومتر بعد ذلك مع الجسم B بحيث يلامسه وبعد أن يصلا إلى حالة اتزان حراري نسجل درجة الحرارة. فإذا وجدنا أن درجتي الحرارة متساويتان إذن الجسم A والجسم B في حالة اتزان حراري فيما بينهما.

ويمكن تلخيص تلك النتائج في صورة قانون يسمى القانون الصفري للديناميكا الحرارية The zeroth Law of Thermodynamics ونصه كما يلي:-

> **إذا كان جسمان B , A كل منهما على حدة في حالة اتزان حراري مع جسم ثالث، فإن الجسمين B, A يكونان في حالة اتزان حراري فيما بينهما.**

وهذا القانون من السهل إثباته عمليا ، كما أنه على درجة كبيرة من الأهمية لأنه يمكننا من تعريف درجة الحرارة. فيمكننا أن نعرف درجة الحرارة على أنها الخاصية التي تحدد ما إذا كان جسم في حالة اتزان حراري مع آخر.

فالجسمان المتزنان حراريا مع بعضهما يكونان عند درجة حرارة واحدة أو على العكس إذا كان الجسمان عند درجتي حرارة مختلفتين فإنهما لا يكونان في حالة اتزان حراري فيما بينهما.

2.16 الترمومترات ومقياس سلسيوس لدرجات الحرارة
THERMOMETERS AND THE CELSIUS TEMPERATURE SCALE

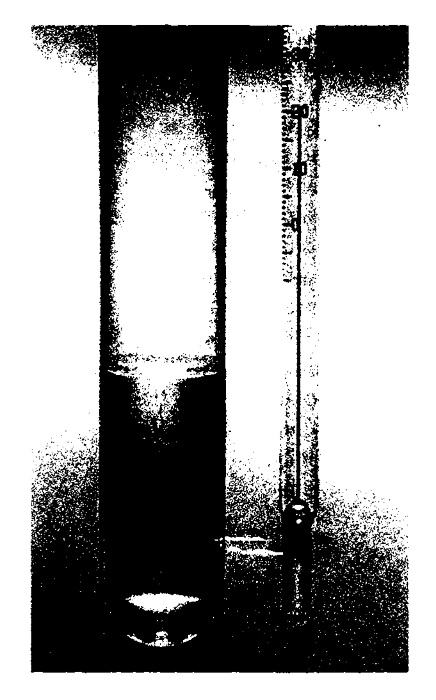
الترمومترات هي وسائل تستخدم في تعريف وقياس درجات الحرارة. وتقوم فكرة جميع الترمومترات على أساس أن أحد خواص مادة ما تتغير عندما تتغير درجة حرارتها. ومن بين الخواص التي تتغير بتغير درجة الحرارة

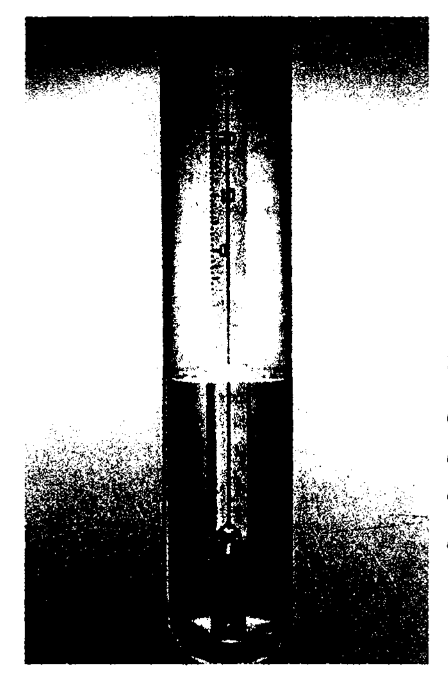
(1) حجم السائل (2) طول جسم صلب (3) ضغط غاز عند ثبات حجمه (4) حجم غاز عند ثبات ضغطه (5) المقاومة الكهربائية لموصل (6) لون جسم ما. ويمكن وضع مقياس لدرجات الحرارة يصلح لأي مدى على أساس أي من تلك الخواص الطبيعية

أحد الترمومترات شائعة الإستخدام يحتوي على كمية من السائل غالبا الزئبق أو الكحول. وهذا السائل يتمدد داخل أنبوبة شعرية من الزجاج عندما يسخَّن شكل (1.16) . الخاصة الطبيعية في هذه الحالة هي التغير في حجم السائل. وأي تغير في درجة الحرارة يمكن اعتبار أنه يتناسب مع التغير في طول عمود السائل. ويعاير الترمومتر بوضعه في حالة تلامس حراري مع نظام طبيعي تظل درجة حرارته ثابته. أحد تلك الأنظمة هي خليط من الجليد والماء في حالة اتزان تحت الضغط الجوي العادي. وتعرف درجة حرارة هذا الخليط على مقياس سلسيوس بأنها تساوي صفر درجة سلسيوس وتكتب على النحو التالي $0^{\circ}C$.ودرجة حرارة هذا الخليط المتزن تسمى نقطة تجمد الماء أو نقطة الجليد Ice Point. وهناك نظام آخر يستخدم كذلك في معايرة الترمومترات وهو خليط من الماء وبخاره في حالة اتزان حراري عند الضغط الجوي ودرجة حرارته تعرّف على أنها تساوي $100^{\circ}C$ وتسمى نقطة غليان الماء Steam Point . وبعد تحديد مستوى ارتفاع السائل في الترمومتر عند هاتين النقطتين تقسم المسافة بينهما إلى 100 قسم متساو وذلك لكي نحدد مقياس سلسيوس. إذن كل قسم يناظر تغيرا في درجة الحرارة مقداره درجة سلسيوس واحدة. وهذا المقياس كان يسمى في الماضي المقياس المئوي لدرجات الحرارة حيث إنه مقسم إلى 100 قسم بين نقطتي الجليد وبخار الماء. والترمومترات المعايره بهذه الطريقة قد تؤدي إلى بعض المشاكل عند استخدامها في القياسات الدقيقة. فمثلا سنجد أن القراءات التي يبينها ترمومتر كحولي معاير عند نقطتي الجليد وبخار الماء يحتمل أن تتفق مع القراءات التي يبينها ترمومتر زئبقي عند نقط المعايرة فقط حيث أن الزئبق والكحول لهما خواص مختلفة في التمدد الحراري فعندما يقرأ أحد الترمومترين $50^{\circ}C$ يحتمل أن يبين الترمومتر الآخر قيمة تختلف قليلا عن تلك الدرجة وهذا الإختلاف سيزداد عندما تكون درجات الحرارة المراد قياسها بعيدة عن درجات المعايرة[1].

---

(1) ترمومتران بهما نفس السائل قد يعطيان قراءات مختلفة ويُرجع ذلك إلى صعوبة تصنيع أنابيب شعرية زجاجية ذات قطر منتظم ليمر بها الزئبق.





شكل (1.16) نتيجة التمدد الحراري يرتفع مستوى الزئبق في الترمومتر كلما ارتفعت درجة حرارة الماء في انبوبة الإختبار .

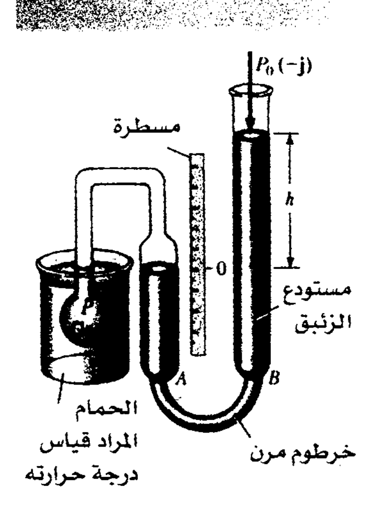
وهناك مشكلة عملية أخرى في أي ترمومتر وهي تتعلق بالمدى المحدد في درجات الحرارة التي يمكن استخدامه فيه. فالترمومتر الزئبقي على سبيل المثال لايمكن استخدامه تحت نقطة تجمد الزئبق وهي (-39°C) كما أن الترمومتر الكحولي لايمكن استخدامه في درجات الحرارة أعلى من (85°C) وهي نقطة غليان الكحول. لكي نتخطى تلك العقبة نحتاج إلى ترمومتر لاتتوقف قراءته على المادة المستخدمه فيه. والترمومتر الغازي الذي سيناقش في القسم التالي يقترب من تحقيق هذا المطلب

3.16 الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت والمقياس المطلق لدرجات الحرارة

THE CONSTANT VOLUME GAS THERMOMETER AND THE ABSOLUTE TEMPERATURE SCALE

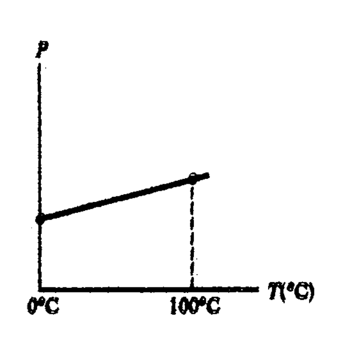
قراءات درجات الحرارة التي يعطيها الترمومتر الغازي لاتعتمد على المادة المستخدمة في الترمومتر الى حد كبير. واحد أنواع الترمومترات الغازية هو الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت الموضح في شكل (2.16).الخاصية الطبيعية المستخدمة لتحديد درجة الحرارة في هذا الجهاز هي تغير الضغط لحجم ثابت من الغاز مع تغير درجة الحرارة. في أول الأمر كان الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت يعاير باستخدام نقطتي الجليد وبخار الماء كما يلي: يغمر الدورق في حمام جليد ويرفع المستودع B أو يخفض حتى يصل سطح الزئبق في العمود A إلى نقطة الصفر على التدريج.الإرتفاع h وهو الفرق بين مستوى سطح الزئبق في المستودع B والعمود A يعين مقدار الضغط في القارورة عند درجة الحرارة صفر سيلسيوس 0°C . تغمر القارورة بعد ذلك في الماء عند نقطة بخار الماء ويعاد ضبط المستودع B حتى يصل سطح الزئبق في العمود A عند صفر التدريج من جديد. وهذا يدل على أن حجم الغاز صار نفس

الحجم كما كان في "حمام الجليد" ومن ثم يسمى الترمومتر "ثابت الحجم" ومستوى الزئبق في العمود B يعطي قيمة لضغط الغاز عند 100°C (هناك طريقة أخرى للمعايرة سوف نذكرها بعد ذلك وهي تستخدم حاليا). الرسم البياني في شكل (3.16) يوضح قيمتي الضغط ودرجة الحرارة والخط الواصل بين النقطتين يمثل منحنى المعايرة لتحديد درجات الحرارة المجهولة. فإذا ما أردنا تحديد درجة حرارة مادة، نضع القارورة التي بها الغاز في تلامس حراري مع المادة ونضبط مستوى المستودع B حتى يصل سطح الزئبق في العمود A عند نقطة الصفر من التدريج وارتفاع عمود الزئبق يحدد ضغط الغاز. وبمعرفة الضغط يمكن تحديد درجة حرارة المادة باستخدام الرسم البياني في شكل (3.16).

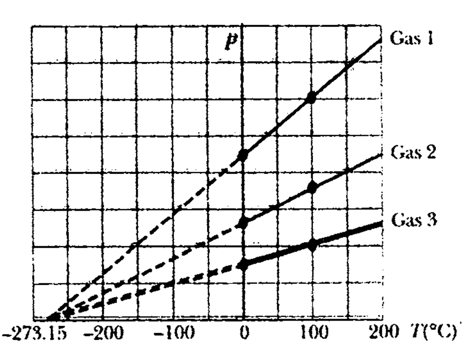


شكل (2.16) ترمومتر غازي ثابت الحجم يقيس ضغط الغاز الموجود في القارورة المغمورة في الحمام بينما يظل حجم الغاز في القارورة ثابتا ويتم ذلك برفع أو خفض المستودع B لكي يظل مستوى الزئبق في العمود A ثابتا.

10.3 الآن سنفترض أن درجات الحرارة تقاس بترمومترات غازية تحتوي على غازات مختلفة عند ضغوط ابتدائية مختلفة. لقد بينت النتائج أن قراءات الترمومترات لا تتوقف تقريبا على نوع الغاز المستخدم طالما كان ضغط الغاز منخفضا ودرجة الحرارة أعلى من الدرجة التي يسال عندها الغاز. ويزداد الإتفاق بين قراءات الترمومترات باستخدام غازات مختلفة كلما انخفض الضغط شكل (16.4).



شكل (3.16) خط بياني يبين الضغط ودرجة الحرارة مأخوذ بواسطة ترمومتر غازي ذو حجم ثابت.
النقطتان تمثلان درجتان عياريتان هما نقطة تجمد الجليد ونقطة بخار الماء.



شكل (4.16) العلاقة البيانية بين الضغط ودرجة الحرارة لثلاث غازات مختلفة لاحظ أنه في جميع الحالات بمد الخط على استقامته يصل إلى ضغط يساوي صفر عند درجة حرارة تساوي -273.15°C.

web

for more information about the temperature standard, visit the National Institute of Standards and Technology at **http://www.nist.gov**

بمد المنحنيات في شكل 4.16 نحو درجات الحرارة السالبة سنجد في جميع الحالات أن الضغط يصير صفرا عند درجة حرارة تساوي $-273.15^\circ C$. وهذه الدرجة المميزة تستخدم كأساس للمقياس المطلق لدرجات الحرارة الذي جعل الدرجة $-273.15^\circ C$ هي نقطة الصفر. ودرجة الحرارة هذه تسمى الصفر المطلق absolute Zero وحجم الدرجة على المقياس المطلق يساوي حجم الدرجة على مقياس سلسيوس. ومن ثم فإن التحويل بين هذه الدرجات يتم باستخدام العلاقة:

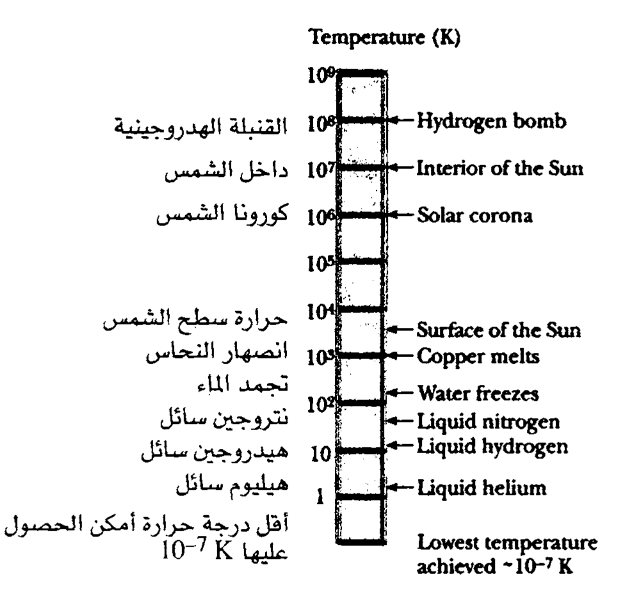
$$T_C = T - 273.15 \qquad \textbf{(1.16)}$$

حيث T_C هي الدرجة سلسيوس و T هي الدرجة المطلقة.

ونظرا لأن تجمد الجليد وبخار الماء من الصعب تكرارهما عمليا، فقد اتفق على تحقيق المقياس المطلق على أساس نقطة ثابتة واحدة. وتم هذا الإتفاق في عام 1954 بواسطة اللجنة الدولية للمقاييس والموازين. ومن بين قائمة النقط الثابتة الخاصة بالعديد من المواد جدول (1.16) أختيرت النقطة الثلاثية للماء كنقطة مرجعية لهذا المقياس. والنقطة الثلاثية للماء هي درجة الحرارة والضغط الذي عندهما يتواجد الماء السائل وبخار الماء والجليد معا في حالة اتزان. وهذه النقطة الثلاثية تحدث عند درجة حرارة تساوي $0.01^\circ C$ وضغط يساوي 4.58 مليمتر زئبق.

وعلى المقياس المطلق الذي تستخدم فيه الوحدة كلفن Kelvin ، درجة حرارة النقطة الثلاثية للماء تساوي 273.16 K (لاحظ عدم وجود علامة الدرجة عند استخدام الوحدة كلفن). وقد تم هذا الاختيار حتى ينطبق المقياس المطلق لدرجات الحرارة المبني على أساس نقطتي الجليد وبخار الماء والمقياس المطلق الجديد المبني على أساس النقطة الثلاثية للماء. والمقياس المطلق (يسمى أيضا مقياس كلفن Kelvin Scale) في النظام الدولي لوحدات القياس واختصاره SI يستخدم لوحدة درجة الحرارة المطلقة الدرجة كلفن.

ويعرف الكلفن على أنه 1/273.16 من الفرق بين الصفر المطلق ودرجة حرارة النقطة الثلاثية للماء.



شكل (5.16) درجات الحرارة المطلقة التي عندها تتم مختلف العمليات الفيزيائية مقياس الرسم لوغارتمي

جدول (1.16) درجات حرارة النقط الثابته*

النقطة الثابته	درجة الحرارة (°C)	درجة الحرارة (K)
النقطة الثلاثية للهيدروجين	−259.34	13.81
نقطة غليان الهيليوم	−268.93	4.215
نقطة غليان الهيدروجين عند ضغط 33.36KPa	−256.108	17.042
نقطة غليان الهيدروجين	−252.87	20.28
النقطة الثلاثية للنيون	−246.048	27.102
النقطة الثلاثية للأكسجين	−218.789	54.361
نقطة غليان الأكسجين	−182.962	90.188
النقطة الثلاثية للماء	0.01	273.16
نقطة غليان الماء	100.00	373.15
نقطة تجمد القصدير	231.968 1	505.118 1
نقطة تجمد الزنك	419.58	692.73
نقطة تجمد الفضة	961.93	1 235.08
نقطة تجمد الذهب	1 064.43	1 337.58

* جميع القيم المذكورة مأخوذة عن National Bureau of Standards Special Publication 420. May 1975.
جميع القيم عند ضغط جو واحد ما عدا النقط الثلاثية.

يبين شكل 5.16 درجة الحرارة المطلقة لمختلف العمليات الطبيعية ودرجة الصفر المطلق لايمكن الوصول إليها إلا أن بعض التجارب العملية باستخدام أشعة الليزر في تبريد الذرات مكنت من الوصول إلى درجات قريبة جدا من الصفر المطلق.

ماذا يحدث لغاز لو أن درجة حرارته وصلت إلى الصفر المطلق؟ كما يبين شكل (4.16) سيصبح الضغط على جدران الوعاء الذي يحتوي هذا الغاز مساويا صفراً وفي القسم 5.16 سوف نبين أن ضغط الغاز يتناسب مع متوسط طاقة الحركة لجزيئاته ومن ثم طبقاً للفيزياء الكلاسيكية تكون طاقة الحركة لجزئيات الغاز تساوي صفر عند الصفر المطلق، كما تتوقف حركة الجزيئات وتستقر في قاع الوعاء الذي يحتوي على الغاز. إلا أن نظرية الكم أعطت نموذجا محتلفا وبينت أن بعض الطاقة تظل متبقية عند الصفر المطلق وتسمى طاقة نقطة الصفر Zero Point energy.

مقياس سلسيوس وفهرنهيت وكلفن لدرجات الحرارة[2]

The celsius, Fahrenheit and Kelvin Temperature Scales

معادلة (1.16) تبين أن درجة الحرارة سلسيوس T_C مزاحة عن درجة الحرارة المطلقة (كلفن) بمقدار 273.15°C. وحيث أن حجم الدرجة واحد على المقياسين فإن فرقا في درجات الحرارة قدره

(2) سميت على أسماء واضعيها وهم Anders Celsius (1701-1744)
Gabriel Fahrenheit (1686-1736) - William Thomson, Lord Kelvin (1824-1907)

5°C يساوي فرقا في درجات الحرارة قدره 5 K. فالمقياسان يختلفان فقط في اختيار نقطة الصفر. ولذلك نجد أن درجة تجمد الجليد على مقياس كلفن 273.15K تناظر 0.00°C على مقياس سلسيوس ودرجة غليان الماء أي نقطة البخار على مقياس كلفن تساوي 373.15 K وتناظر 100.00°C على مقياس سلسيوس.

المقياس المستخدم في الحياة اليومية بالولايات المتحدة هو مقياس فاهرنهيت Fahrenheit Scale ونقطة تجمد الجليد على هذا المقياس 32°F ونقطة غليان الماء 212°F والعلاقة بين مقياس سلسيوس وفاهرنهيت هي:

$$T_F = \frac{9}{5}T_C + 32°F \qquad (2.16)$$

اختبار سريع 1.16

ما هو المدلول الفيزيائي للعامل $\frac{9}{5}$ في المعادلة (2.16)؟ ولماذا لا يوجد في المعادلة (1.16).

استطرادا للأفكار التي وردت في الإختبار السريع (1.16) سنستخدم معادلة (2.16) لإيجاد علاقة بين التغير في درجات الحرارة على مقاييس سلسيوس وكلفن وفاهرنهيت.

$$\Delta T_C = \Delta T = \frac{5}{9}\Delta T_F \qquad (3.16)$$

مثال (1.16) تحويل درجات الحرارة

درجة حرارة الجو في أحد الأيام 50°F كم تكون درجة الحرارة بالدرجة سلسيوس والدرجة كلفن.

الحل: بإحلال $T_F = 50°F$ في معادلة (2.16) نحصل على

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32) = \frac{5}{9}(50 - 32) = 10°C$$

ومن معادلة (1.16) نجد أن

$$T = T_C + 273.15 = 10 + 273.15 = 283.15\ K$$

هناك مجموعة من درجات الحرارة المتعلقة بالجو ونظائرها على المقاييس الأخرى سنذكرها فيما يلي:

درجة تجمد الماء 0°C وتعادل 32°F

درجة حرارة الجو عند 10°C تعادل 50F

درجة حرارة الجو في يوم حار 30°C وتعادل 86° F

مثال 16.2 تسخين وعاء به ماء:

وعاء به ماء، سُخن من 25°C إلى 80°C ما هو مقدار التغير في درجة حرارته على مقياس كلفن وفاهرنهيت.

الحل: من معادلة 3.16 نرى أن التغير في درجة الحرارة على مقياس سلسيوس يساوي التغير في درجة الحرارة على مقياس كلفن أي أن

$$\Delta T = \Delta T_C = 80^\circ C - 25^\circ C = 55^\circ C = 55\ K$$

ومن معادلة 16.3 نجد كذلك أن

$$\Delta T_F = \tfrac{9}{5}\Delta T_C = \tfrac{9}{5}(55^\circ C) = 99^\circ F$$

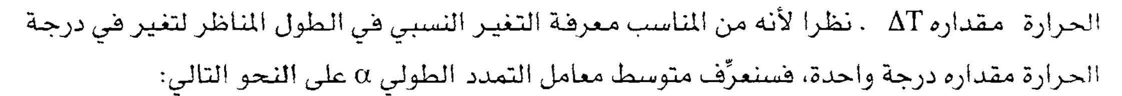
4.16 التمدد الحراري للأجسام الصلبة والسوائل
THERMAL EXPANSION OF SOLIDS AND LIQUIDS

في دراستنا للترمومترات الزجاجية وجدنا أنه قد تمت الإستفادة من إحدى الخواص الهامة للمواد وهي ازدياد الحجم بارتفاع درجة الحرارة (بعض المواد ينكمش حجمها مع ارتفاع درجة الحرارة كما سنرى بعد قليل). هذه الظاهره التي تسمى التمدد الحراري Thermal expansion تلعب دورا هاما في العديد من الاستخدامات الهندسية. على سبيل المثال الفواصل الخاصة بالتمدد الحراري مثل تلك التي نراها في شكل (6.16) لابد من وجودها في المباني والطرق السريعة الخرسانية وخطوط السكك الحديدية وحوائط الطوب الأحمر والكباري لكي تعادل التغيرات في الأبعاد الناتجة عن تغير درجات الحرارة.

التمدد الحراري ينتج عن التغير في الأبعاد بين ذرات الأجسام. ولكي نفهم ذلك سنتخيل أن الذرات في المواد مرتبطة ببعضها بواسطة زنبركات قوية كما نرى في شكل (7.16). في درجات الحرارة المعتادة تتذبذب الذرات في الأجسام الجامدة حول أوضاع الإتزان وسعة الذبذبة تكون في حدود 10^{-11}م والتردد في حدود 10^{13} هرتز. والمسافات بين الذرات تكون في المتوسط 10^{-10} م.

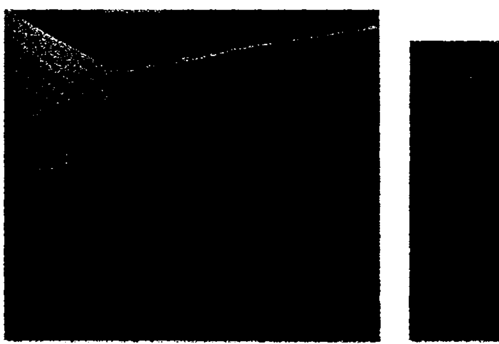
مع ازدياد درجة حرارة الجسم تزداد سعة ذبذبة الذرات ومن ثم تزداد المسافة الفاصلة بينها[3]. وينتج عن ذلك تمدد الأجسام. إذا كان التمدد الحراري صغيرا نسبيا بالمقارنة بأبعاد الجسم قبل التمدد فإن التغير في أي بعد من الأبعاد يتناسب مع التغير في درجة الحرارة تقريبا. نفترض أن جسما طول أحد أبعاده الابتدائية L_i في اتجاه ما عند درجة حرارة ما وازداد الطول بمقدار ΔL لارتفاع في درجة

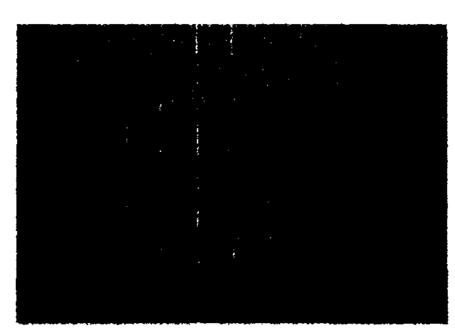
(3) بصورة أدق التمدد الحراري ينتج عن الطبيعة غير المتماثلة لمنحنى طاقة الوضع للذرات في الأجسام الجامدة. فإذا كان المتذبذب توافقي الحركة فعلاً، فإن المسافات بين الذرات لا تتغير بغض النظر عن سعة الذبذبة.



الحرارة مقداره ΔT . نظرا لأنه من المناسب معرفة التغير النسبي في الطول المناظر لتغير في درجة الحرارة مقداره درجة واحدة، فسنعرِّف متوسط معامل التمدد الطولي α على النحو التالي:

متوسط معامل التمدد الطولي
$$\alpha \equiv \frac{\Delta L / L_i}{\Delta T}$$





شكل (6.16) (a) فواصل للتمدد الحراري تستخدم في الطرق وفي الكباري بدون هذه الفواصل يحدث انحناء في السطح نتيجة للتمدد الحراري في الصيف أو تشتق نتيجة للإنكماش في الأيام الباردة (b) الفواصل الطولية في الحوائط تملؤ بمادة رخوة بحيث تسمح للحائط بالتمدد والإنكماش عندما تتغير درجة حرارة الحائط.

وقد بينت التجارب أن α مقدار ثابت في حالة التغيرات الصغيرة في درجة الحرارة ولتسهيل إجراء الحسابات نكتب تلك المعادلة بالصورة التالية:

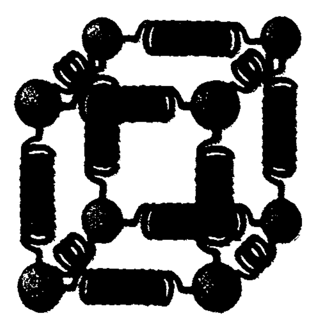
التغير في الطول لجسم ما يتناسب مع التغير في درجة الحرارة
$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T \qquad \textbf{(4.16)}$$

أو بالصورة

$$L_f - L_i = \alpha L_i (T_f - T_i) \qquad \textbf{(5.16)}$$

حيث L_f هو الطول النهائي، T_f , T_i هما درجتا الحرارة الابتدائية والنهائية على الترتيب، ثابت التناسب α هو متوسط معامل التمدد الطولي للمادة ووحدته $°C^{-1}$.

وقد يكون من المفيد أن نتصور التمدد الحراري كأنة تكبير لصورة فوترغرافية للجسم. على سبيل المثال بتسخين قرص مصنوع من الحديد شكل (8.16) تزداد جميع أبعاده بما في ذلك قطر الفتحة طبقا لمعادلة 4.16. جدول 2.16 يعطى متوسط معامل التمدد الطولي للمواد المختلفة لاحظ أن α موجبة لجميع المواد مما يعني ازدياد الطول بارتفاع درجة الحرارة إلا أن ذلك ليس في جميع الحالات فهناك بعض المواد



شكل (7.16) نموذج ميكانيكي يبين توزيع الذرات في مادة. الذرات مبينه على شكل كرات مرتبطة ببعضها بواسطة زنبركات لكي توضح الطبيعة المرنة للقوى بين الذرات.

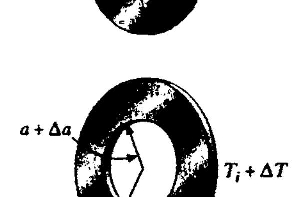
مثل الكالسيت $CaCO_3$ يتمدد أحد أبعاده (α موجبة) بينما ينكمش البعد الآخر (α سالبة) مع ارتفاع درجة الحرارة.

حيث إن الأبعاد الخطية للجسم تتغير بتغير درجة الحرارة فلابد أن يتغير الحجم ومساحة السطح كذلك. والتغير في الحجم مع ثبات الضغط يتناسب مع الحجم الابتدائي V_i ومع التغير في درجة الحرارة طبقا للمعادلة :



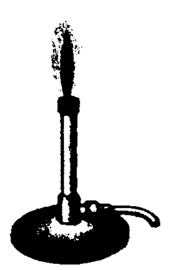
$$\Delta V = \beta V_i \Delta T \qquad (6.16)$$

حيث β هي متوسط معامل التمدد الحجمي للأجسام الصلبة وهو يساوي تقريبا ثلاث أمثال متوسط معامل التمدد الطولي أي أن $\beta = 3\alpha$ (هذا بفرض أن معامل التمدد الطولي واحد في جميع الإتجاهات)



ولكي نوضح كيف أن $\beta = 3\alpha$ للجسم الصلب، افترض صندوقا أبعاده هي ℓ, ω, h وحجمه عند درجة حرارة ما T_i هو V_i يساوي $\ell\omega h$ إذا تغيرت درجة الحرارة وصارت $T_i + \Delta T$ سيتغير الحجم ليصبح $V_i + \Delta V$ حيث إن كل بعد من أبعاد الصندوق سيتغير طبقا لمعادلة 4.16. إذن

$$\begin{aligned} V_i + \Delta V &= (\ell + \Delta\ell)(\omega + \Delta\omega)(h + \Delta h) \\ &= (\ell + \alpha\ell\Delta T)(\omega + \alpha\omega\Delta T)(h + \alpha h\Delta T) \\ &= \ell\omega h(1 + \alpha\Delta T)^3 \\ &= V_i[1 + 3\alpha\Delta T + 3(\alpha\Delta T)^2 + (\alpha\Delta T)^3] \end{aligned}$$



شكل (8.16) التمدد الحراري لقرص رفيع متجانس معدني. بتسخين القرص تزداد جميع الأبعاد

جدول (2.16) متوسط معامل التمدد الطولي لبعض المواد عند درجة حرارة الغرفة

المادة	متوسط معامل التمدد الطولي $\alpha\ (^\circ C^{-1})$	المادة	متوسط معامل التمدد الحجمي $\beta\ (^\circ C^{-1})$
ألمونيوم	24×10^{-6}	كحول إثيلي	1.12×10^{-4}
النحاس الأصفر والبرونز	19×10^{-6}	بنزين	1.24×10^{-4}
النحاس	17×10^{-6}	أسيتون	1.5×10^{-4}
الزجاج (العادي)	9×10^{-6}	جلسرين	4.85×10^{-4}
الزجاج (بيركس)	3.2×10^{-6}	زئبق	1.82×10^{-4}
الرصاص	29×10^{-6}	ترينتينه	9.0×10^{-4}
الصلب	11×10^{-6}	جازولين	9.6×10^{-4}
الإنفار(سبيكة Ni-Fe	0.9×10^{-6}	هواء عند درجة 0°C	3.67×10^{-3}
الخرسانة	12×10^{-6}	هليليوم	3.665×10^{-3}

إذا قسمنا طرفي المعادلة على V_i ثم نقلنا الحد $\frac{\Delta V}{V_i}$ في الطرف الأيسر من المعادلةوباقي الحدود من الطرف الأيمن سنحصل على التغير النسبي في الحجم

$$\frac{\Delta V}{V_i} = 3\alpha\Delta T + 3(\alpha\Delta T)^2 + (\alpha\Delta T)^3$$

وحيث إن $\alpha\Delta T << 1$ عندما تكون $\Delta T < 100^\circ C$ يمكننا اهمال الحدان $3(\alpha \Delta T)^2$ و$(\alpha \Delta T)^3$ بعد هذا التقريب سنحصل على المعادلة

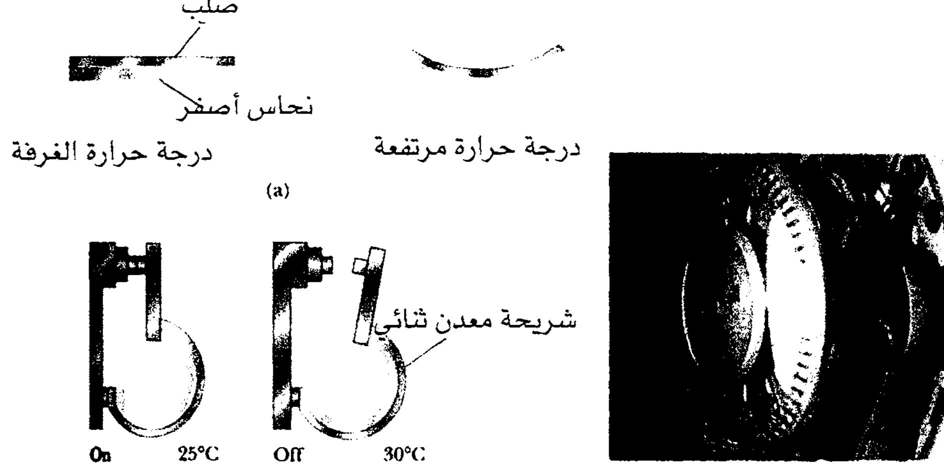
$$\frac{\Delta V}{V_i} = 3\alpha\Delta T$$

$$3\alpha = \frac{1}{V_i}\frac{\Delta V}{\Delta T}$$

والمعادلة (6.16) تبين أن الطرف الأيمن لهذه المعادلة يساوي β ومن ثم نجد أن $3\alpha = \beta$ وبنفس الطريقة يمكن أن نثبت أن التغير في المساحة لصفيحة مستطيلة يعطى بالمعادلة

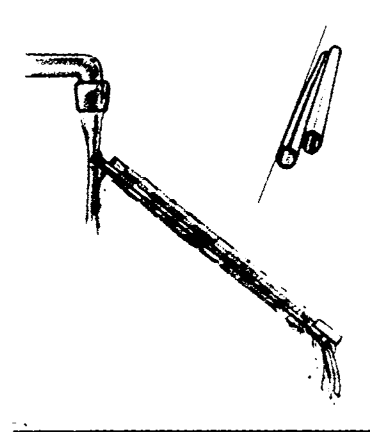
$$\Delta A = 3\alpha A_i \Delta T \qquad \text{(إرجع إلى مسألة 53)}$$

كما نرى من جدول (2.16) لكل مادة معامل تمدد طولي خاص بها فمثلا إذا زادت درجة حرارة قضيب من النحاس الأصفر وآخر من الصلب لهما نفس الطول الإبتدائي وبنفس المقدار وكانت درجة حرارتهما الابتدائية واحدة فإن قضيب النحاس الأصفر سيتمدد أكثر من قصيب الصلب. وقد استخدمت هذه الظاهرة في عمل وسيلة بسيطة تسمى شريحة المعدن الثنائي bimetallic strip وهي تستخدم كمنظم لدرجات الحرارة وهي تتكون من شريحتين رفيعتين من معدنين مختلفين ملتصقين ببعضهما وعندما ترتفع درجة حرارة هذه الشريحة يتمدد المعدنان بمقادير مختلفة فتتقوس الشريحة كما في شكل (9.16)



شكل (9.16) شريحة المعدن الثنائي (a) الشريحة تنحنى مع تغير درجة الحرارة لأن للمعدنين معاملين مختلفين للتمدد (b) شريحة المعدن الثنائي تستخدم كترموستات لقفل أو فتح دائرة كهربائية (c) التركيب الداخلي لترموستات يبين الثنائي المعدني ملفوف على بعضه. كيف تفسر السبب في جعل الشريحة ملفوفة على بعضها؟

معمل سريع



ضم مصاصتان ورقيتان مثل المصاصات المستخدم في شرب السوائل المرطبة مستخدما شريط لاصق كما في الشكل بحيث تكون إحداهما متقدمة عن الأخرى بمقدار 2 سنتيمتر تقريبا ضعها في تيار ماء ساخن يتدفق من صنبور بحيث يدخل الماء الساخن أحد الأنبوبتين دون الأخرى ضع الأنبوبتين في وضع رأسي بسرعة وانظر إليهما بتمعن ستلاحظ وجود تقوس بسيط على طول الشريط اللاصق ناتج من اختلاف التمدد في الأنبوبتين قد يكون التغير طفيفا. ضع ماء بارد في نفس الأنبوبة التي كان بها الماء الساخن ستلاحظ بوضوح تغير طفيف في الشكل.

اختبار موجز 2.16

إذا غمرت الترمومتر المستخدم في قياس درجة حرارة الغرفة بسرعة في ماء ساخن جدا. تلاحظ أن مستوى الزئبق سوف يهبط قليلا قبل أن يرتفع إلى درجة الحرارة النهائية لماذا؟

اختبار موجز 3.16

إذا كنت ستمنح جائزة إذا ما صنعت ترمومتر زجاجي ذو حساسية عالية باستخدام بعض المواد في جدول 2.16 فأي نوع من الزجاج وأي سائل شفاف سوف تختار؟

مثال 16.3 تمدد قضيب السكة الحديد

قضيب للسكة الحديد طوله 30.0m عندما كانت درجة الحرارة 0.0°C (a) كم يكون طوله عندما ترتفع درجة الحرارة إلى 40.0°C ؟

الحل: باستخدام جدول 2.16 وبمعرفة أن التغير في درجة الحرارة 40.0°C سنجد أن الزيادة في الطول هي:

$$\Delta L=\alpha L_i \Delta T=[11\times10^{-6}(^\circ C)^{-1}]\,(30.000\ m)(40.0^\circ C)$$

$$=0.013\ m$$

إذا كان طول القضيب 30.00 m عند 0°C سيكون طوله عند 40.0°C هو 30.013 m

(b) نفرض أن نهايات القضيب قد ثبتت في مكانها عند درجة 0°C حتى لايحدث التمدد فما هو مقدار



الحرارة المرتفعة في الصيف في أحدى المدن تسببت في انبعاج قضبان السكة الحديد وخروج القطار عن القضبان.



الإجهاد الحراري الذي يحدث في القضيب إذا ارتفعت درجة حرارته إلى 40.0°C

الحل:

من تعريف معامل ينج للأجسام الصلبة انظر معادلة (6.12) نجد أن الإجهاد الطولي يساوي

$$Y\frac{\Delta L}{L_i} = \frac{F}{A}$$

وبما أن y للصلب تساوي $20 \times 10^{10} N/m^2$ انظر جدول (12.1) نجد أن

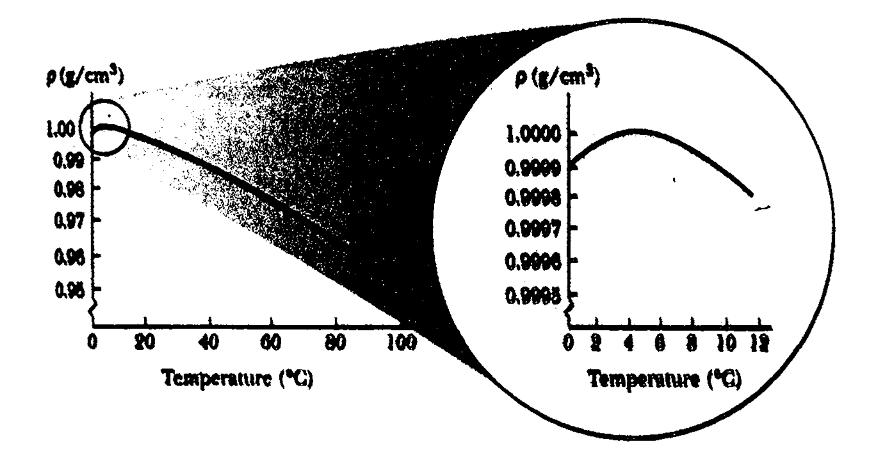
$$\frac{F}{A} = (20 \times 10^{10}\ N/m^2)\left(\frac{0.013\ m}{30.000\ m}\right) = 8.7 \times 10^7\ N/m^2$$

تمرين: إذا كانت مساحة مقطع القضيب هي $30.0\ cm^2$ فما مقدار قوة التضاغط في القضيب Force of Compression

الإجابة: 2.6×10^5 N

السلوك الشاذ للماء The unusual Behavior of Water

يزداد حجم السوائل بصفة عامة مع ارتفاع درجة الحرارة ومتوسط معامل تمددها الحجمي أكبر عشر مرات من معامل التمدد الحجمي للأجسام الصلبة إلا أن الماء يشذ عن هذه القاعدة، كما نرى من منحنى الكثافة مع درجة الحرارة في شكل (10.16). مع ارتفاع درجة الحرارة من صفر إلى 4.0°C ينكمش الماء ومن ثم تزداد كثافته، وأعلى من 4.0°C يتمدد الماء مع زيادة درجة الحرارة ومن ثم تقل كثافته. وكثافة الماء تصل إلى أعلى قيمة لها وهي $1000\ kg/m^3$ عند 4.0°C ويمكننا باستخدام التمدد الحراري غير المعتاد للماء أن نفسر تجمد مياه المستنقعات عند السطح وليس عند القاع. فعندما تهبط



شكل(10.16) رسم يبين كيف تتغير كثافة الماء مع تغير درجة الحرارة عند الضغط الجوي والدائرة التي على اليمين تبين أن كثافة الماء تصل إلى أعلى قيمة لها عند 4°C.

درجة حرارة الجو مثلا من $7^{\circ}C$ إلي $6^{\circ}C$ يبرد الماء عند السطح ومن ثم يقل حجمه. وهذا يعني أن الماء عند السطح أكبر كثافة من الماء الذي أسفله نظرا لأنه لم يبرد بعد ليقل حجمه. نتيجة لذلك يهبط الماء من السطح إلى أسفل ويرتفع الماء الدافئ من أسفل إلى السطح لكي يبرد. عندما تكون درجة حرارة الجو بين $4^{\circ}C$ و $0^{\circ}C$. يتمدد الماء كلما قلت درجة حرارته ليصبح أقل كثافة من الماء الذي أسفله. وتتوقف عملية الخلط بين طبقات الماء العلوية والسفلية. ومن الطبيعي أن يتجمد الماء عند السطح. وعندما يتجمد الماء يظل الجليد فوق السطح لأنه أقل كثافة من الماء. ويتراكم الجليد على السطح بينما يظل الماء قرب القاع عند درجة حرارة $4^{\circ}C$. ولو لم يكن الأمر كذلك لما استطاعت الأسماك وغيرها من أشكال الحياة المائية أن تعيش في البحار التي تتجمد مياهها في الشتاء.

5.16 وصف ماكروسكوبي للغاز المثالي
MACROSCOPIC DESCRIPTION OF AN IDEAL GAS

10.5 في هذا القسم ندرس خواص غاز كتلته m موجود داخل وعاء حجمه V عند ضغط P ودرجة حرارة T وكيف ترتبط هذه الكميات ببعضها وبصفة عامة المعادلة التي تربط بين تلك الكميات تسمى معادلة الحالة وهي معقدة جدا. إلا أنه إذا كان الغاز تحت ضغط منخفض جدا (أي منخفض الكثافة) تكون معادلة الحالة في غاية البساطة ويمكن إيجادها عمليا. وهذا الغاز منخفض الكثافة يسمى الغاز المثالي[4] من المناسب أن نعبر عن كمية الغاز في حجم ما بدلالة عدد المولات n. كما سبق أن عرفنا في القسم (3.1)، المول من أي مادة هو كمية المادة التي تحتوي على عدد أفوجادرو $N_A = 6.022 \times 10^{23}$ من الجسيمات المكونة له (ذرات أو جزيئات). العلاقة بين عدد المولات n من أي مادة وكتلتها m يعبر عنها بالعلاقة

$$n = \frac{m}{M} \qquad (7.16)$$

حيث M كتلة المول من المادة (أنظر قسم 3.1) ويعبر عنها بوحدات جرام/مول (g/mol) فمثلا الكتلة المولية للأكسجين (O_2) تساوي 32.0 g/mol. أي أن كتلة المول الواحد من الأكسجين O_2 هي 32.0 g.

نفرض أن غازا مثاليا داخل وعاء أسطواني ويمكن تغيير حجمه بواسطة مكبس متحرك كما هو

(4) لكي نكون أكثر تحديداً، المفروض من أن درجة حرارة الغاز لا تكون منخفضة جداً (بحيث لا يتكثف الغاز إلى سائل) ولا أن تكون مرتفعة جداً، وأن الضغط يكون منخفضاً. في الواقع أن الغاز المثالي لا وجود له. إلا أن مفهوم الغاز المثالي مفيد جداً من منطلق أن الغاز الحقيقي عند الضغوط المنخفضة يسلك كغاز مثالي. ومفهوم الغاز المثالي يعنى أن جزيئات الغاز لا تؤثر في بعضها البعض ما عدا في حالة التصادم وأن حجم الجزيئات صغير جداً بالمقارنة بحجم الوعاء المحتوى على الغاز ومن ثم يمكن إهماله.

مبين في شكل (11.16) فإذا افترضنا أن المكبس piston لا يحدث تسربا للغاز فإن كتلة الغاز أي عدد مولاته تظل ثابته.

ولمثل هذا النظام بينت التجارب العملية المعلومات التالية:

عند ما يظل الغاز عند درجة حرارة ثابته فإن ضغطه يتناسب عكسيا مع حجمه، قانون بويل (Boyle's Law) ثانيا: عند ما يظل ضغط الغاز ثابتا فإن حجمه يتناسب طرديا مع درجة حرارته

(قانون شارل وجاي لوساك (the law of Charle's and Gay-Lussak) وهذه المشاهدات يمكن التعبير عنها بمعادلة الحالة للغاز المثالي

$$PV = nRT \qquad (8.16)$$

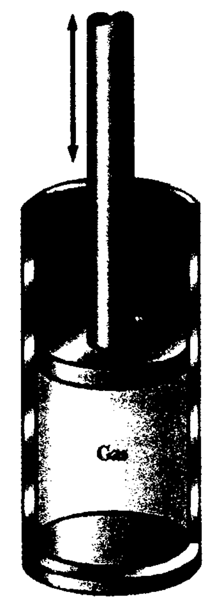
في هذه المعادلة التي تسمى قانون الغاز المثالي ideal gas law، R هو ثابت عام أي أن قيمته واحدة لجميع الغازات و T هي درجة الحرارة المطلقة بالكلفن. وقد بينت التجارب على العديد من الغازات أنه إذا اقترب الضغط من الصفر فإن PV/nT تقترب من نفس القيمة R لجميع الغازات ولذلك تسمى R الثابت العام للغازات. وفي النظام الدولي لوحدات القياسSI الذي يعبر فيه عن الضغط بالباسكال ($1\ Pa = 1\ N/m^2$) والحجم بالمتر المكعب فإن حاصل ضرب PV تكون وحدته نيوتن.متر أو جول، R قيمتها

$$R = 8.315\ j/mol{\cdot}k \qquad (9.16)$$

وإذا عبرنا عن الضغط بالجو والحجم باللتر ($1\ L = 10^3\ cm^3 = 10^{-3}\ m^3$)

عند إذ تكون قيمة R Universal gas cinstant هي

$$R = 0.082\ 14\ L{\cdot}atm/mol{\cdot}k$$



شكل (11.16) غاز مثالي داخل اسطوانة يمكن تغيير حجمه بواسطة مكبس (بستن) متحرك.

تجربة معملية سريعة

رج زجاجة صودا ثم إطرق على قاعدتها وجوانبها لكي تطرد كل فقاعات الغاز المحبوسة في تلك الأماكن. يمكن فتح الزجاجة بعد ذلك دون أن تفقد نقطة من السائل

باستخدام قيمة R هذه في معادلة (8.16) سنجد أن الحجم الذي يشغله مول واحد من أي غاز عند الضغط الجوي ودرجة حرارة 0°C أي 273 K هو 22.4 L. الآن بعد أن عرفنا معادلة الحالة يمكننا تعريف الغاز المثالي كما يلي:

الغاز المثالي هو الغاز الذي تكون له قيمة (PV/nT) ثابته عند قيم الضغوط المختلفة.

ينص قانون الغاز المثالي على أنه مع ثبات الحجم ودرجة الحرارة لكمية محدده من الغاز فإن الضغط كذلك يظل ثابتا. فإذا أخذنا حالة زجاجة المياه الغازية المرسومة في بداية هذا الباب. بما أن درجة حرارة الزجاجة ومحتوياتها ظلت ثابته فإن الضغط كذلك سيظل ثابتا ويمكن التأكد من ذلك باستخدام مقياس للضغط بدلا من السداده الفلين. مع رج الزجاجة بعض ثاني أكسيد الكربون الموجود أعلى السائل في الزجاجة قرب عنقها يصنع فقاقيع في السائل وهذه الفقاقيع تظل محبوسة داخل الزجاجة. عند فتح الزجاجة ينخفض الضغط داخل الزجاجة وهذا يجعل حجم الفقاقيع تزداد فجأه. فإذا كانت الفقاقيع ملاصقة للزجاج تحت سطح السائل فإن تمددها الفجائي سيطرد السائل من الزجاجة. إذا قمت بطرق جوانب وقاع الزجاجة حتى لاتبقى أي فقاقيع تحت سطح السائل قبل فتح الزجاجة فإنه عند فتح الزجاجة، هبوط الضغط الحادث لن يؤدي إلي دفع السائل من داخل الزجاجة. حاول في تجربة سريعة أن تفعل ذلك .



يعبر عن قانون الغاز المثالي في كثير من الأحيان بدلالة العدد الكلي للجزيئات N . وحيث إن العدد الكلي للجزيئات يساوي حاصل ضرب عدد المولات n في عدد أفوجادرو N_A يمكن كتابة معادلة (8.16) على النحو التالي:

$$PV = nRT = \frac{N}{N_A} RT$$

$$PV = Nk_B T \qquad \textbf{(10.16)}$$

حيث k_B هو ثابت بولتزمان Boltzman's constant

ثابت بولتزمان **(11.16)**

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \text{J/K}$$

من المعتاد أن تسمى الكميات مثل P, V ,T المتغيرات الثرموديناميكية Thermodynamic Variables للغاز المثالي. إذا عرفنا معادلة الحالة. عند إذ يمكن التعبير عن أحد المتغيرات كدالة في المتغيرين الآخرين.

مثال 4.16 كم عدد جزيئات الغاز في وعاء ؟

غاز مثالي يشغل حجما قدره $100 cm^3$ عند درجة حرارة 20°C وضغط 100 Pa . أوجد عدد مولات الغاز في الوعاء

الحل: الكميات المعطاه هي الحجم والضغط ودرجة الحرارة

$$V = 100\ cm^3 = 1.00 \times 10^{-4} m^3\ ,\ P = 100\ pa\ ,\ T = 20°C = 293\ k$$

باستخدام المعادلة (8.16) نجد أن

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{(100\ Pa)\ (10^{-4}\ m^3)}{(8.315\ J/mol \cdot K)\ (293\ K)} = 4.10 \times 10^{-6}\ mol$$

تمرين : كم عدد جزيئات الغاز في الوعاء

الإجابة: 2.47×10^{18} جزئ.

مثال 5.16 امتلاء خزان غاز

خزان مصمم ليتسع $66\ ft^3$ من الهواء عند ما يكون تحت الضغط الجوي وفي درجة حرارة 22°C. ضغط هذا الحجم من الغاز الى أن وصل ضغطه لضغط مطلق قدره $3\ 000\ 1b/in^2$ وخزن في خزان سعته 10 L ($0.35\ ft^3$) فارتفعت درجة حرارة الغاز وأصبح من الضروري تبريد الخزان قبل الإستخدام. فإذا لم يتم تبريد الغاز فكم ستكون درجة حرارته بفرض أن الغاز مثالي.

الحل: إذا لم يتسرب أي قدر من الغاز أثناء ملء الخزان فسيظل عدد المولات هو n وباستخدام القانون العام للغازات $PV = nRT$ وحيث إن R,n مقداران ثابتان سنحصل على القيم الابتدائية والنهائية

$$\frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f}$$

الضغط الابتدائي للغاز هو $3000\ lb\ /in^2$ والضغط النهائي $14.7\ lb\ /in^2$ وحجم الغاز الابتدائي $66ft^3$ وحجمه النهائي قدره $0.35\ ft^3$. درجة الحرارة الابتدائية حولت إلى وحدات SI هي 295K لإيجاد T_f. باستخدام المعادلة السابقة

$$T_f = \left(\frac{P_f V_f}{P_i V_i}\right) T_i = \frac{(3\ 000\ lb/in.^2)(0.35\ ft^3)}{(14.7\ lb/in.^2)(66\ ft^3)}(295\ K)$$

$$= 319\ K$$

تمرين: كم تكون درجة الحرارة على مقياس سلسيوس وعلى مقياس فهرنهيت.

الحل: 45.9° C , 115° F

اختبار سريع (4.16)

في المثال السابق استخدمت الوحدات الدولية SI لحساب درجات الحرارة فقط ولم نستخدم في حالتي الضغط والحجم. عند استخدام قوانين الغاز المثالي كيف تقرر متى يصبح من الضروري استخدام الوحدات الدولية SI ومتى يمكن استخدام نظم الوحدات الأخرى.

مثال 16.6 تسخين عبوة أيروسول Spray can

عبوة أيروسول تحتوي على غاز قاذف تحت ضغط يساوي ضعف الضغط الجوي (202 kPa) وحجمها $135\ cm^3$ عند درجة حرارة 22°C . قذف بها في موقد فإذا كانت درجة حرارتها قد ارتفعت إلى 195°C فكم يكون الضغط داخل العبوة؟ اعتبر أن أي تغير في الحجم يمكن إهماله.

الحل: سنتبع نفس الخطوات كما حدث في المثال 16.5 مبتدئين بالعلاقة $\frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f}$

بما أن الحجم الإبتدائي والحجم النهائي متساويان يمكن اختصار المعادلة لتصبح $\frac{P_i}{T_i} = \frac{P_f}{T_f}$

$$P_f = \left(\frac{T_f}{T_i}\right)(P_i) = \left(\frac{468\ K}{295\ K}\right)(202\ kPa) = 320\ kPa$$

من الواضح أنه كلما زادت درجة الحرارة زاد ضغط الغاز المحبوس وإذا ما وصل الضغط إلى حد معين ستنفجر العبوة. ولذلك يجب عدم قذف العبوات الفارغة في النار.

ملخص SUMMARY

- أي جسمين يكونان في حالة اتزان حراري إذا كانت درجة حرارتهما واحدة.
- القانون الصفري للديناميكا الحرارية ينص على أنه إذا كان جسمان B, A كل منهما على حدة في حالة اتزان حراري مع جسم ثالث C ، عند إذ يكون الجسمان A ,B في حالة اتزان حراري مع بعضهما.
- الوحدة الدولية SI لدرجة الحرارة المطلقة هي الكلفن Kelvin وتعرف على أنها 1/273.16 من درجة حرارة النقطة الثلاثية للماء.
- إذا تغيرت درجة حرارة جسم بمقدار ΔT فإن طوله يتغير بمقدار ΔL الذي يتناسب مع ΔT ومع طوله الأصلي L_i

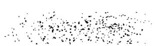
$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T \qquad \textbf{(4.16)}$$

حيث الثابت α هو متوسط معامل التمدد الطولي average coefficient of linear expansion . ومعامل التمدد الحجمي β للأجسام الجامدة يساوي 3α تقريبا.

- الغاز المثالي هو الغاز الذي تكون قيمة PV/nT له تساوي مقدارا ثابتا عند جميع الضغوط. والغاز المثالي يخضع لمعادلة الحالة equation of State.

$$PV = nRT \qquad \textbf{(8.16)}$$

حيث n عدد مولات الغاز، V حجم الغاز ، R الثابت العام للغازات ويساوي (8.315 j/mol·k) ،T هي درجة الحرارة المطلقة والغاز الحقيقي يسلك مسلك الغاز المثالي إذا كان بعيدا عن حالة الإسالة.



QUESTIONS اسئلة

1 - هل من الممكن أن يكون جسمان في حالة اتزان حراري إذا لم يكونا في حالة اتصال حراري مع بعضهما؟

2 ألقيت قطعة من النحاس في كأس به ماء. فإذا ارتفعت درجة حرارة الماء، فماذا يحدث لدرجة حرارة النحاس ؟ ما هي الشروط لأن يكون النحاس والماء في حالة اتزان حراري ؟

3 - من الممكن من حيث المبدأ استخدام أي غاز في الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت. لماذا لايمكن استخدام الأكسجين عند قياس درجات حرارة منخفضة تصل إلى 15k . ما هو الغاز الذي يمكن استخدامه لقياس تلك الدرجة ؟ (ارجع إلى البيانات في جدول 1.16)

4 - متوسط معامل التمدد الطولي للكاوتشوك كمية سالبة. ماذا يحدث لحجم قطعة من الكاوتشوك عندما ترتفع درجة حرارتها ؟

5 - معامل التمدد الحراري للمادة المستخدمة في حشو الأسنان لابد وأن تكون مماثلة لمعامل التمدد الحراري للأسنان لماذا ؟ وماذا يحدث لوأنهما غير متماثلين ؟

6 - وضح كيف أن التمدد الحراري لقشرة كروية (كرة مجوفة) مصنوعة من مادة جامدة متجانسة يعادل التمدد الحراري لكرة مصمته مصنوعة من نفس المادة؟

7 - حلقة تحميل من الصلب Steel ring bearing قطرها الداخلي يقل عن قطر المحور بمقدار 0.1mm كيف يمكن تثبيتها في المحور دون إزالة أي معدن؟

8 - تم تدريج شريط صلب لقياس الأطوال في غرفة عند درجة حرارة 22°C فهل ستكون القياسات التي تتم بهذا الشريط في يوم درجة حرارته 27°C أكبر أم أقل أم تساوي طول الجسم المقاس؟ اثبت صحة إجابتك.

9 - احسب عدد الجرامات في مول واحد في كل من الغازات التالية (a) الهيدروجين (b) الهيليوم (c) أول أكسيد الكربون.

10 - بالونة من الكاوتشوك منفوخة بالهواء، غمرت في وعاء به نتروجين سائل عند درجة حرارة77k. صف ما سيحدث للبالونة.

بفرض أنها ستظل محتفظة بمرونتها أثناء التبريد في النتروجين السائل.

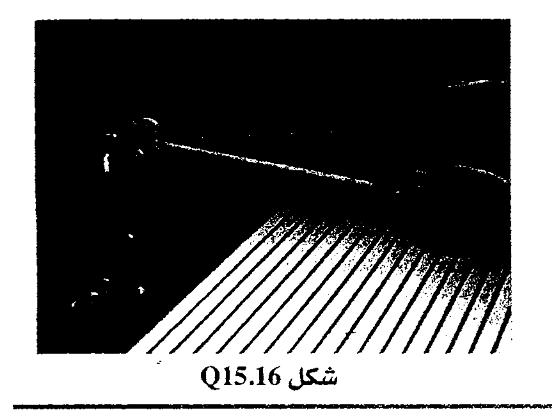
11 - اسطوانتان متماثلتان عند نفس درجة الحرارة وفي كل منهما نفس النوع من الغاز ونفس عدد المولات. إذا كان حجم الأسطوانة A أكبر ثلاث مرات من حجم الأسطوانة B ، ماذا نقول عن الضغط النسبي في الأسطوانتين؟

12 - ساعة ذات بندول مصنوع من النحاس الأصفر brass عندما ترتفع درجة الحرارة في الغرفة هل ستزداد سرعة الساعة أم ستقل أم ستظل دون تغير؟ اشرح ما تقول؟

13 - ملئ نظام التبريد radiator في سيارة بالماء إلى حافته عندما كانت السيارة متوقفة والموتور لايعمل. ماذا يحدث للماء عندما تعمل ماكينة السيارة وترتفع درجة حرارة الماء؟ ماذا يوجد في أجهزة التبريد بالسيارات الحديثة لمنع فقدان السائل المبرد؟

14 - الأغطية المعدنية فوق الأوعية الزجاجية يمكن فتحها بسهولة بوضعها تحت تيار من الماء الساخن. لماذا يحدث ذلك؟

15 عندما كانت الحلقة المعدنية والكرة المعدنية في شكل (Q15.16) عند درجة حرارة الغرفة. كانت الكرة المعدنية تسقط من الحلقة. بعد تسخين الكرة اصبح من غير الممكن اسقاطها من الحلقة، إشرح لماذا؟



شكل Q15.16

مسائل PROBLEMS

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي

☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل

= فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

قسم 1.16 درجة الحرارة والقانون الصفري للديناميكا الحرارية

قسم 2.16 الترمومترات ومقياس سلسيوس لدرجات الحراره

قسم 3.16 الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت والمقياس المطلق لدرجات الحرارة.

ملحوظات:

واحد جو = 1.013×10^5 Pa = 101.3 kPa

1 - حول مايأتي إلى درجات الحرارة على مقياسى سلسيوس وكلفن.

(a) درجة حرارة جسم الإنسان الطبيعي هي 98.6°F (b) درجة حرارة الهواء في يوم بارد هي -5.00°F

2 - في الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت كان الضغط عند درجة حرارة 20.0°C هو 0.980 atm. (a) كم يكون الضغط عند درجة حرارة 45.0°C (b) كم تكون درجة الحرارة إذا كان الضغط 0.500 atm

WEB 3 ترمو متر غازي ذو حجم ثابت عوير في الثلج الجاف (ثاني أكسيد الكربون في حالته الصلبة ودرجة حرارته -80.0°C) وفي درجة غليان الكحول الإيثيلي 78.0°C وكان مقدار الضغط في الحالتين 1.635 atm , 0.90 atm (a) ما مقدار الصفر المطلق على مقياس سلسيوس الذي تعطيه هذه النتائج؟ (b) كم يكون الضغط عند نقطة تجمد الماء؟ (c) كم يكون الضغط عند نقطة غليان الماء؟

4 - توجد درجة حرارة قيمتها العددية واحدة على كل من مقياس سلسيوس وفهرنهيت. ما هي هذه الدرجة؟

5 نتروجين سائل درجة غليانه $-195.81^{\circ}C$ عند الضغط الجوي كم تكون هذه الدرجة (a) بالدرجات الفهرنهيتية (b) بالكلفن.

6 - على أحد المقاييس غير المعروفة درجة تجمد الجليد -15.055° ودرجة غليان الماء $+60.0^{\circ}$ أوجد معادلة خطية للتحويل من هذا المقياس إلى مقياس سلسيوس.

7 - الفرق بين درجتي الحرارة داخل وخارج موتور سيارة يساوي $45o^{\circ}C$ عبر عن هذا الفرق على (a) مقياس فاهرنهيت (b) مقياس كلفن.

8 - درجة انصهار الذهب $1064^{\circ}C$ ودرجة الغليان $2660^{\circ}C$ (a) عبر عن هاتين الدرجتين بالكلفن (b) احسب الفرق بين هاتين الدرجتين بالسلسيوس وبالكلفن.

قسم 4.16 التمدد الحراري للأجسام الصلبة والسوائل

ملحوظة: عند حل المسائل في هذا القسم استخدم البيانات الواردة في جدول (2.16)

9 سلك تليفون من النحاس طوله 35m وليس به أي ارتخاء في فصل الشتاء عندما تكون درجة الحرارة $-20.0^{\circ}C$ فكم تكون زيادة طول هذا السلك أثناء الصيف عندما تكون درجة الحرارة $Tc=35.0^{\circ}C$.

10 - صممت المقاطع الخرسانية لأحد الطرق السريعة بحيث يكون طول كل مقطع 25.0m وقد صبت المقاطع وجففت عند درجة حرارة $10.0^{\circ}C$ ما هي أقل مسافة يجب تركها بين تلك المقاطع لمنع التقوس إذا وصلت درجة حرارتها إلى $50.0^{\circ}C$؟

11 - أنبوبة من الألمونيوم طولها 3.00m عند درجة حرارة $20.0^{\circ}C$ فكم يكون طولها عند (a) $100.0^{\circ}C$ (b) عند $0^{\circ}C$ ؟

12 - حلقة من النحاس الأصفر brass قطرها 10.00cm عند $20.0^{\circ}C$ سخنت وأدخلت حول قضيب من الألمونيوم قطره 10.01cm عند درجة حرارة $20.0^{\circ}C$. افترض أن معامل التمدد الطولي ثابت (a) إلى أي درجة حرارة يجب تبريد هذه المجموعة حتى يمكن إخراج الحلقة من القضيب؟ هل هذه الدرجة يمكن توفيرها؟ إذا كان قطر قضيب الألمونيوم 10.02 cm فكم ستكون درجة الحرارة المطلوبة؟

13 - شنبر نظارة مصنوع من الإبوكس بلاستك. نصف قطر الإطار الذي تثبت فيه العدسة هو 2.20cm عند درجة حرارة $20.0^{\circ}C$ إلى أي درجة حرارة يجب تسخين الإطار حتى يمكن تثبيت العدسة فيه، إذا كان نصف قطرها 2.21cm؟ ومتوسط معامل التمدد الطولي لمادة الإبوكس هو $1.30x10^{-4}(^{\circ}C)^{-1}$.

14 - كوبري نهر جورج في غرب فرجينيا على شكل قوس من الصلب طوله 518m . ما مقدار التغير في طوله بين درجتي الحرارة العظمى والصغرى وهما $35.0^{\circ}C$, $20.0^{\circ}C$.

15 - فجوة مربعة الشكل في لوح النحاس طول كل ضلع من أضلاعها 8.00cm (a) احسب مقدار التغير في مساحة تلك الفجوة إذا زادت درجة حرارة لوح النحاس بمقدار 50.0k (b) هل النتيجة تبين زيادة أم نقص في مساحة الفجوة؟

16 - معامل التمدد الحجمي لسائل رابع كلوريد الكربون هو $5.8 \times 10^{-4}(^{\circ}C)^{-1}$ إذا ملأنا وعاء سعته 50.0gal مصنوع من الصلب بهذا السائل عند درجة حرارة $10.0^{\circ}C$ فما حجم السائل الذي سينسكب منه إذا ارتفعت درجة حرارته إلى $30.0^{\circ}C$

WEB

17 العنصر الفعال لأحد أنواع الليزر عبارة عن قضيب من الزجاج طوله 30.0 cm وقطره 1.50cm. إذا ارتفعت درجة حرارة القضيب

بمقدار $65.0^{\circ}C$ (a) كم تكون الزيادة في l؛ كم تكون الزيادة في طوله ؟ (b) كم تكون الزيادة في قطره ؟ (c) كم تكون الزيادة في حجمه؟ افترض أن
$\alpha = 9.00 \times 10^{-6}(^{\circ}C)^{-1}$

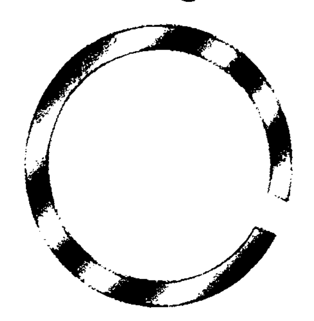
18 - قارورة لقياس الحجوم مصنوعة من زجاج البيركس مدرجة عند $20.0^{\circ}C$ ملئت حتى علامة 100.0ml بأسيتون درجة حرارته $35.0^{\circ}C$ وأصبح سريعا في حالة اتزان حراري مع القارورة (a) كم يكون حجم الأسيتون عند درجة حرارة $20.0^{\circ}C$ ؟ (b) ما هي درجة تأثير التغير في حجم القارورة

19 - ممشى خرساني صب في يوم كانت فيه درجة الحرارة $20.0^{\circ}C$ وثبتت نهاياته بحيث أصبحت غير قابلة للحركة (a) كم يكون مقدار الإجهاد على الخرسانة في يوم درجة حرارته $50.0^{\circ}C$

(b) هل يحدث تشقق للخرسانة؟ اعتبر أن معامل ينج للخرسانة $7 \times 10^{9}\ N/m^2$ والشد الطولي $2 \times 10^{9}\ N/m^2$.

20 - الشكل (P20.16) يبين حلقة بها فجوة والحلقة مصنوعة من الصلب فإذا سخنت الحلقة (a) هل سيزداد اتساع الفجوة أم سينقص؟

(b) إذا كان اتساع الفجوة 1.60cm عندما تكون درجة الحرارة $30.0^{\circ}C$ احسب اتساع الفجوة عندما تصبح الدرجة $190^{\circ}C$.



شكل P20.16

21 - قضيب من الصلب مساحة مقطعه $2.00cm^2$ تعرض لقوة شد مقدارها 500N احسب مقدار التغير في درجة الحرارة الذي يحدث نفس الاستطالة في القضيب كالتي تحدثها القوة المذكورة وهي 500N . (ملحوظة ارجع إلي الجدول 12.1 , 16.2).

22 - قضيب من الصلب قطره 4.00cm سخن حتى ارتفعت درجة حرارته بمقدار 70.0° ثم ثبت بعد ذلك بين ماسكين جامدين. برّد القضيب إلى درجة حرارته الأولى. إذا افترضنا أن معامل ينج للصلب $20.6 \times 10^{10} N/m^2$ وأن متوسط معامل تمدده الطولي هو $11.0 \times 10^{-6}(^{\circ}C)^{-1}$ احسب مقدار الشد في القضيب.

23 أسطوانة مجوفة من الألمونيوم عمقها 20.0cm وسعتها الداخلية 2.0L عند درجة حرارة $20.0^{\circ}C$ ملئت إلى حافتها بسائل التربنتينه ثم سخنت إلى درجة حرارة $80.0^{\circ}C$ (a) ما مقدار التربنتينه التي ستنسكب منها؟ (b) إذا برّدَت الأسطوانة بعد ذلك إلى درجة حرارة $20.0^{\circ}C$ إلى أي مسافة أسفل سطح الاسطوانة سيصل سطح السائل.

24 - حلقة من الألمونيوم قطرها الداخلي 5.00cm عند درجة $20.0^{\circ}C$ وقضيب من النحاس الأصفر قطره 5.05cm (a) إلى أي درجة حرارة يجب تسخين الحلقة بحيث يمكنها أن تنزلق بالكاد فوق القضيب؟ (b) إلى أي درجة يجب أن يسخن الإثنان معا بحيث أن الحلقة يمكنها بالكاد أن تنزلق فوق القضيب؟ هل هذه الطريقة ممكنة؟

قسم 5.16 وصف ماكروسكوبي للغازات المثالية:

25 - وعاء حجمه 8.0L يحتوي على غاز درجة حرارته $20.0^{\circ}C$ وضغطه يساوي 9.0atm (a) احسب عدد مولات الغاز في الوعاء (b) كم عدد جزيئات الغاز في الوعاء.

26 - خزان حجمه $0.10m^3$ يحتوي على غاز الهيليوم عند ضغط 150 atm . كم عدد البالونات التي يمكن نفخها بهذا الهيليوم إذا كانت كل بالونه عبارة عن كرة قطرها 0.30m عند ضغط مطلق قدره 1.20 atm.

27 قاعة أبعادها 30.0m x 20.0m x 10.0m كم عدد جزيئات الغاز في هذه القاعة عند درجة حرارة 20.0°C وضغط 101 kPa.

28 - تسع جرامات من الماء وضعت داخل إحدى أواني الضغط المستخدمه لطهي الطعام حجمها 2.00L وسخنت إلى 500°C كم يكون الضغط داخلها إذا لم يتسرب منها أي غاز.

WEB

29 بالون يعمل بالهواء الساخن كتلته مع حمولته (دون الهواء بداخله) 200kg ودرجة حرارة الهواء خارج البالون 10.0°C وضغطه 101KPa وحجم البالون $400m^3$. إلى أي درجة حرارة يجب تسخين الهواء داخل البالون قبل أن يبدأ في الارتفاع ؟ كثافة الهواء عند 10.0°C هي $1.25kg/m^3$.

30 - مول واحد من الأكسجين عند ضغط 6.00atm ودرجة حرارة 27.0°C (a) إذا سخن الغاز مع ثبات الضغط حتى وصل إلى ثلاث أمثاله، كم تكون درجة الحرارة النهائية؟ (b) إذا سخن الغاز حتى ازداد الحجم والضغط معا إلى الضعف، كم تكون درجة الحرارة النهائية؟

31 - (a) احسب عدد المولات في $1.00m^3$ من الهواء باعتباره غازا مثاليا عند درجة حرارة 20.0°C والضغط الجوي المعتاد (b) كتلة المول من الهواء 28.9g احسب كتلة $1m^3$ من الهواء. قارن النتيجة مع كثافة الهواء المذكورة بالجدول.

32 - مكعب طول كل ضلع من أضلاعه 10.0cm يحتوي على هواء (مكافئ كتلة المول له 28.9 g/mol) عند الضغط الجوي المعتاد ودرجة حرارة 300k أوجد (a) كتلة الغاز (b) وزن الغاز (c) القوة التي يؤثر بها على كل وجه من أوجه المكعب (d) علق على السبب الفيزيائي لما يلي. لماذا تؤثر عينة صغيرة من الغاز كهذه بمثل تلك القوة الكبيرة.

33 إطار سيارة نفخ بالهواء عند درجة حرارة 10.0°C والضغط الجوي العادي. في تلك العملية إنضغط الهواء إلى 28.0% من حجمه الأصلي وارتفعت درجة حرارته إلى 40.0°C (a) احسب الضغط داخل الإطار (b) بعد قيادة السيارة بسرعة عالية ارتفعت درجة حرارة الهواء داخل الإطار إلى 85.0°C وازداد الحجم الداخلي للإطار بمقدار 2.00% . ما هو الضغط (المطلق) داخل الإطار بالباسكال؟

34 - بالون من بالونات الطقس كروي الشكل مصمم بحيث يكون نصف قطره عند الحد الأقصى لتمدده يساوي 20.0m وذلك عندما يطير على الارتفاع المخصص له حيث يكون الضغط المحيط 0.030 atm ودرجة الحرارة 200k فإذا كان البالون قد ملئ بالهواء عند الضغط الجوي العادي ودرجة حرارة 300k فكم يكون نصف قطره لحظة الإنطلاق.

35 - حجرة حجمها $80.0m^3$ بها هواء مكافئ كتلة المول له 28.9g/mol. إذا ارتفعت درجة حرارة الغرفة من 18.0°C إلى 25.0°c فما كتلة الهواء بالكيلو جرام التي ستترك الحجرة؟ افترض أن الضغط داخل الحجرة ظل ثابتا ومقداره 101 kPa .

36 - حجرة حجمها V بها هواء مكافئ كتلة المول له M(g/mol). إذا ارتفعت درجة حرارة

الحجرة من T_1 إلى T_2 فما كتلة الهواء الذي سيترك الحجرة؟ افترض أن ضغط الهواء في الحجرة ظل ثابتا عند P_0.

37 - على عمق 25.0m تحت سطح البحر (الكثافة= $1025kg/m^3$) حيث درجة الحرارة 5.00°C . أخرج غواص في هواء الزفير فقاعة هوائية حجمها $1.00cm^3$. فإذا كانت درجة الحرارة عند سطح البحر 20.0°C فكم يكون حجم تلك الفقاعة قبل أن تغادر سطح الماء مباشرة.

38 - قدر كتلة الهواء في غرفة نومك. إذكر الكميات التي استخدمتها كمدخلات والقيم التي تقدرها أو تقيسها لكل منها.

39 أسطوانة للغاز المضغوط مثبت عليها مقياس ضغط يسجل الفرق بين الضغط الداخلي والخارجي. عند ما تكون الأسطوانة مملوءة بالأكسجين O_2 فإنها تحتوي على 12.0kg من الغاز عند الضغط الذي يبينه المقياس وهو 40.0 atm إحسب كتلة الأكسجين التي يتم سحبها من الأسطوانة عندما تصبح قراءة الضغط 25.0 atm. افترض أن درجة حرارة الأسطوانة ثابتة.

40 - في أجهزة تفريغ الغازات الحديثة يمكن الحصول على ضغوط منخفضة جدا تصل إلى 10^{-9} pa احسب عدد الجزيئات عند هذا الضغط في وعاء حجمه $1.00m^3$ إذا كانت درجة حرارته 27°C

41 - بين أن مول واحد من أي غاز (يفترض أنه غاز مثالي) عند الضغط الجوي (101.3 kPa) ودرجة الحرارة العيارية (273k) يشغل حجما قدره 22.4L.

42 - ناقوس يستخدم في الغطس على شكل أسطوانة طولها 2.5 m مقفوله من نهايتا العليا ومفتوحة من أسفلها أنزل الناقوس في ماء البحر الذي كثافته $\rho=1.025g/cm^3$. درجة حرارة الهواء في الناقوس ساعة إنزاله في الماء كانت تساوي 20.0°C . أنزل الناقوس إلى عمق 82.3m (مقاسة حتى قاع الناقوس) على هذا العمق درجة حرارة الماء 4.00°C والهواء داخل الناقوس في اتزان حراري مع الماء (a) كم سيكون ارتفاع ماء البحر داخل الناقوس؟ (b) ماهو الحد الأدنى الذي يجب أن يصل إليه ضغط الهواء داخل الناقوس حتى يستطيع طرد الماء الذي دخل في الناقوس؟

مسائل إضافية

43 - قاس طالب طول قضيب من النحاس مستخدما شريط من الصلب عند درجة حرارة 20.0°C وكانت القراءة 95.00cm كم سيبين الشريط عندما يكون هو والقضيب عند درجة حرارة (a) -15°C و (b) عند 55°C ؟

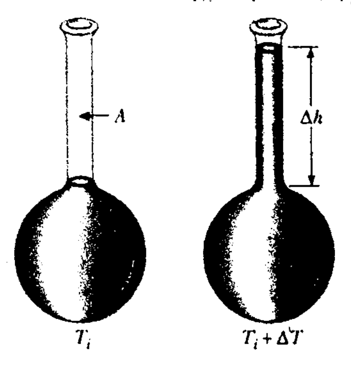
44 - كثافة الجازولين عند درجة 0°C هي $730kg/m^3$ ومتوسط معامل تمدده الحجمي هو $9.6x10^{-4}(°C)^{-1}$. إذا كان جالون واحد من الجازولين يشغل حجما قدره $0.00380m^3$ فكم كيلوجرام إضافي يمكن أن تحصل عليه إذا اشتريت 10.0gal من الجازولين عند درجة حرارة 0°C وليس عند 20.0°C من مضخة ليس بها معدّل لدرجات الحرارة.

45 - حامل كريات ball bearing (رومان بلي) من الصلب قطره 4.00cm عند درجة حرارة 20.0°C ولوح من البرونز به فجوة قطرها 3.994cm عند درجة حرارة 20.0°C ما هي درجة الحرارة المشتركة التي يجب أن يسخن إليها كل من اللوح وحامل الكريات (رومان

البلي) بحيث أن حامل الكريات يحشر بالكاد داخل الفجوة.

46 - **مسألة للمراجعة:** أنبوبة من الألمونيوم طولها 0.655m عند 20.0°C مفتوحة الطرفين تستخدم كمزمار flute. بردّت الأنبوبة عند درجة حرارة منخفضة إلا أنه بمجرد العزف عليها صارت درجة حرارة الهواء بداخلها 20.0°C . ما مقدار التغير في التردد الأساسي عندما يسخن المعدن من 5.0°C إلى 20.0°C ؟.

47 ترمومتر زئبقي صنع كما هو مبين بالشكل (P47.16) أنبوبة الترمومتر الشعرية قطرها 0.0040cm وقطر مستودع الزئبق 0.250cm احسب التغير في طول عمود الزئبق الحادث نتيجة لتغير قدره 30.0°C في درجة الحرارة (اهمل تمدد الزجاج).



شكل P47.16

48 - سائل معامل تمدده الحجمي β يملأ قارورة حجمها V_i عند درجة حرارة T_i كما في شكل (P16.47) القارورة مصنوعة من مادة متوسط معامل تمددها الطولي α. والسائل حر التمدد في الأنبوبة الشعرية التي مساحتها A والمتصلة بأعلى القارورة (a) إذا زادت درجة الحرارة بمقدار ΔT أثبت أن السائل سيرتفع في الأنبوبة الشعرية بمقدار Δh طبقا للمعادلة

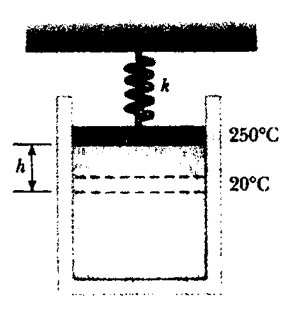
$$\Delta h = (V_i / A)(\beta - 3\alpha)\Delta T$$

(b) في نظام عملي مثل الترمومتر الزئبقي لماذا يمكن عمل تقريب بإهمال تمدد مستودع الزئبق.

WEB **49** سائل كثافته ρ (a) اثبت أن التغير النسبي في الكثافة نتيجة لتغير في درجة الحرارة قدره ΔT هو $\Delta\rho/\rho = -\beta\Delta T$ ماذا تعني الإشارة السالبة ؟

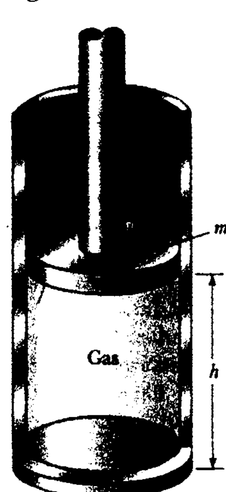
(b) الماء النقي الحد الأعلى لكثافته $1.00 g/cm^3$ عند درجة حرارة 4°C وتكون كثافته $0.9997\ g/cm^3$ عند درجة 10.0°C كم يكون مقدار β للماء في هذا المدى من درجات الحرارة.

50 - اسطوانة مثبت عليها مكبس. piston ومثبت على المكبس زنبرك ثابته 2.00×10^3 N/m كما في شكل (P50.16). عندما كان الزنبرك مرتخيا كانت الأسطوانة مملوءة بخمس لترات من الغاز (5.00L) عند ضغط يساوي 1.00 atm ودرجة حرارة تساوي 20.0°C (a) إذا كانت مساحة مقطع المكبس هي $0.010\ m^3$ وكتلته مهملة. ما مقدار الإرتفاع الذي يصل إليه المكبس إذا ارتفعت درجة الحرارة إلى 250°C ؟ (b) كم يكون ضغط الغاز عند 250°C ؟



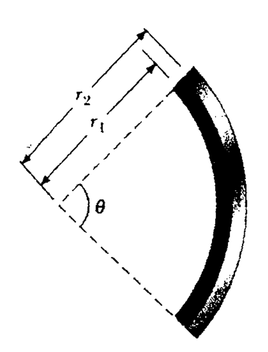
شكل P50.16

WEB
51 أسطوانة رأسية مساحة مقطعها A عليها مكبس محكم عديم الإحتكاك كتلته m شكل (P51.16) (a) إذا كان بالأسطوانة عدد n من المولات لغاز مثالي عند درجة حرارة T. فما هو الإرتفاع h الذي يكون عنده المكبس في حالة اتزان تحت تأثير ثقله ؟ (b) ما مقدار h إذا كانت قيمة n=0.200 mol، T= 400k ، A=0.0080m^2، m=20.0kg ؟



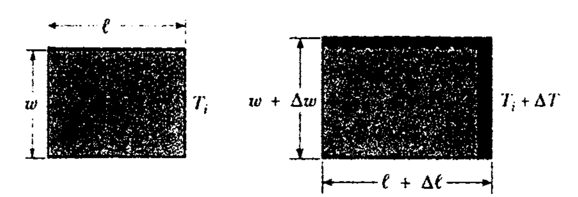
شكل P51.16

52 - ثنائي معدني على شكل قضيب مصنوع من شريحتين رقيقتين من معدنين مختلفين ملتصقين معا شكل (P52.16) . عندما ترتفع درجة حرارتيهما تتمدد الشريحة التي متوسط معامل تمددها أكبر من الأخرى فتضغط على القضيب وتجعله يتقوس ويكون نصف قطر محيطه الخارجي أكبر (a) استنتج معادلة لزاوية الإنحناء θ angle of bending كدالة في الطول الإبتدائي للشريحتين، ومتوسط معامل التمدد الطولي لكل منهما والتغير في درجة الحرارة والمسافة الفاصلة بين مركزي الشريحتين ($\Delta r=r_2-r_1$) (b) بين أن زاوية الإنحناء θ تقل إلى الصفر عندما تقل T إلى الصفر، أو عندما يصبح معامل تمدد كل من المعدنين مساويا للآخر. (c) ماذا يحدث إذا انخفضت درجة حرارة القضيب.



شكل P52.16

53 اللوح المستطيل في شكل (P53.16) مساحته A_i تساوي $\ell\omega$. إذا زادت درجة الحرارة بمقدار ΔT أثبت أن الزيادة في المساحة ΔA تساوي $\Delta A=2\alpha A_i\Delta T$ حيث α، متوسط معامل التمدد الطولي. ما هو التقريب الذي يفترضه هذا التعبير الرياضي. (ملحوظة. لاحظ أن كل بعد يزداد طبقا للمعادلة ($\Delta L = \alpha L_i \Delta T$)



شكل P53.16

54 - لقياس درجات الحرارة بدقة عالية تجري القياسات على أساس تغير المقاومة الكهربائية لمعدن مع درجة الحرارة. وتتغير المقاومة بدرجة الحرارة طبقا للمعادلة التالية مع بعض التقريب $R=R_0(1+AT_C)$

حيث A ،R_0 ثابتان. فإذا كانت مقاومة عنصر ما هي 50.0Ω عند درجة حرارة الصفر سلسيوس ومقاومته $71.5\ \Omega$ عند نقطة تجمد القصدير وهي $231.97^\circ C$ (a) عين قيمة كل من A، R_0 (b) عند أي درجة حرارة تصبح المقاومة تساوي $89.0\ \Omega$ ؟

55 - **مسألة للمراجعة:** ساعة لها بندول مصنوع من النحاس الأصفر brass زمنه الدوري $1.00S$ عند $20.0^\circ C$. إذا ارتفعت درجة الحرارة لتصل إلى $30.0^\circ C$ (a) فما هو مقدار التغير في الزمن الدوري (b) ما مقدار الزمن الذي تقدمه الساعة أو تؤخر في الأسبوع.

56 - **مسألة للمراجعة:** تصور جسما له أحد الأشكال الموضحة في جدول(2.10) .كم تكون الزيادة النسبية في عزم القصور الذاتي للجسم إذا ما سخن من درجة حرارة $0^\circ C$ إلي $100^\circ C$ إذا كان مصنوعا من (a) النحاس (b) الألمونيوم. (ارجع إلى جدول 16.2) واعتبر أن متوسط معامل التمدد الطولي لايتغير بين $0^\circ C$ ، $100^\circ C$.

57 - **مسألة للمراجعة:** (a) استنتج علاقة رياضية لقوة الطفو على بالون كروي غمر في الماء كدالة في العمق تحت سطح الماء وحجم البالون Vi عند سطح الماء والضغط P_0 عند السطح وكثافة الماء (افترض أن درجة حرارة الماء لاتتغير مع العمق) (b) هل تزداد قوة الطفو أم تقل كلما ازداد غمر البالون ؟ (c) على أي عمق تصل قيمة قوة الطفو إلى النصف من قيمتها عند سطح الماء

58 - بين أن كثافة الغاز المثالي الذي يشغل حجما V تعطى بالعلاقة $\rho = PM/RT$ حيث M هي كتلة المول من الغاز و (b) احسب كثافة الأكسجين عند الضغط الجوي ودرجة حرارة $20.0^\circ C$.

59 مبتدئا بمعادلة (10.16) استنتج أن الضغط الكلي P في وعاء مملوء بخليط من الغازات المثالية هو... $P= P_1+P_2+P_3$ حيث P_2,P_1.... هي الضغوط التي يؤثر بها كل من تلك الغازات إذا وجد وحده في الوعاء (وهذه الضغوط تسمى الضغوط الجزئية لكل من تلك الغازات) وهوما يعرف بقانون دالتون للضغوط الجزئيةDalton's law of Partial Pressure

60 - عينة من الهواء الجاف كتلتها $100.0g$. أخذت من عند مستوى سطح البحر وتم تحليلها ووجد أنها تحتوي على الغازات التالية

نتروجين $N_2 = 75.52\ g$

أكسجين $O_2 = 23.15\ g$

أرجون $Ar = 1.28\ g$

ثاني أكسيد الكربون $CO_2 = 0.05\ g$

بالإضافة إلى ذلك وجدت كميات صغيرة من النيون والهيليوم والميثان والغازات الأخرى (a) احسب الضغط الجزئي (إرجع إلى التمرين 59) لكل من تلك الغازات عندما يكون الضغط الكلي (الضغط الجوي) $101.3kPa$ (b) احسب الحجم الذي تشغله عينه كتلتها $100g$ عند درجة حرارة $15.00^\circ C$ وضغط $1.013 \times 10^5\ Pa$

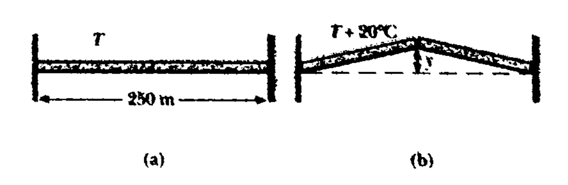
ماهي كثافة الغاز تحت تلك الظروف؟ (c) ما مقدار كتلة المول الفعاله لعينة الغاز.

61 - قضبان للسكك الحديدية من الصلب تستخدم في نظام للنقل السريع بين المدن تمثل مسارا مغلقا مثبت في مكانه بالخرسانة (a) إذا كانت القضبان الحديدية قد تم مدها عندما كانت درجة الحرارة 0°C. كم يكون الإجهاد على القضبان في يوم دافئ عندما تكون درجة الحرارة 25.0°C ؟ (b) كم تكون النسبة بين هذا الإجهاد ومقاومة الخضوع التي مقدارها $52.2 \times 10^7\ N/m^2$

62 - (a) استخدم معادلة الحالة للغاز المثالي وتعريف متوسط معامل التمدد الحجمي في صورته $\beta = (1/V)\ dV/dT$ لكي تثبت أن معامل التمدد الحجمي للغاز المثالي عند ضغط ثابت يعطى بالعلاقة $\beta = 1/T$ حيث T درجة الحرارة المطلقة (b) ما مقدار β باستخدام هذه العلاقة عند درجة حرارة 0°C ؟ قارن النتيجة بقيمة التجارب العملية للهيليوم والهواء في جدول (16.2) .

63 - بلاطتان من الخرسانة Concrete Spans في كوبري طولهما 250m موضوعتان. بحيث أن نهايتهما متلاصقتان ولم تترك أي مسافة بينهما لتسمح بالتمدد شكل (P36.16a). إذا ارتفعت درجة الحرارة بمقدار 20.0°C فكم يكون ارتفاع البلاطتين y عندما يحدث لهما انبعاج شكل (P16.63b).

64 - بلاطتان من الخرسانة في كوبري طولهما L موضوعتان بحيث أن نهايتهما متلاصقتان ولم تترك أي مسافة لتسمح بالتمدد شكل (P63.16) إذا ارتفعت درجة الحرارة بمقدار ΔT فما مقدار الإرتفاع y عندما يحدث ابنعاج للبلاطتين شكل (P63.16b)



شكل P63.16

65 - سخن قضيبان أحدهما من الصلب والآخر من النحاس. عند درجة 0°C كان طول القضيب النحاسي L_c وطول القضيب الصلب L_s . عندما يسخن القضيبان أو يبردان يظل الفرق بين طوليهما ثابت ومقداره 5.00cm . احسب قيمة L_c , L_s.

66 - أسطوانة نصف قطرها 40.0 cm وعمقها 50.0cm مملوءة بالهواء عند درجة حرارة 20.0°C وضغط 1.00atm شكل (P66.16a). أنزل مكبس piston داخل الأسطوانة كتلته 20.0 kg فضغط على الغاز المحبوس بها شكل (P16.66b). أخيرا وقف رجل وزنه 75.0 kg فوق المكبس فزاد من ضغط الهواء داخل الأسطوانة بينما ظلت درجة الحرارة ثابتة عند 20.0°C شكل (P66.16c) (a) إلى أي مسافة إلى أسفل Δh سيصل المكبس عندما يقف الرجل فوقه (b) إلي أي درجةحرارة يمكن أن يسخّن الغاز حتى يرتفع المكبس وفوقه الرجل إلى وضعه الأول عند ارتفاع h_i.

67 - العلاقة $L_f = L_i(1 + \alpha\ \Delta T)$ هي علاقة تقريبية تصلح للإستخدام في الحالات التي

50.0 cm

(a)

h_i Δh

(b) (c)

شكل P66.16

يكون فيها متوسط معامل التمدد صغيرا. إذا كان مقدار α كبيرا يجب أن نوجد تكامل العلاقة $dL/dT = \alpha L$ لكي نوجد الطول النهائي (a) إذا اعتبرنا أن متوسط معامل التمدد الطولي مقدارا ثابتا بينما تتغير قيمة L. أوجد علاقة عامة للطول النهائي (b) إذا كان لدينا قضيب طوله 1.00m تغيرت درجة حرارته بمقدار 100.0°C احسب مقدار الخطأ الناتج عن التقريب عندما يكون مقدار $\alpha = 2.00 \times 10^{-5} (°C)^{-1}$ (القيمة الفعلية للمعادن) وعندما يكون مقدار $\alpha = 0.02 (°C)^{-1}$ (وهي قيمة غير فعلية لمجرد المقارنة).

68 سلك من الصلب وآخر من النحاس قطر كل منهما 2.00mm ربطا معا من طرفيهما عند درجة حرارة 40.0°C كان طول كل منهما دون شد 2.00m ، تم توصيلهما بين ماسكين ثابتين المسافة بينهما 4.00m فوق سطح لوحة بحيث أن سلك الصلب يمتد من $x = -2.00m$ إلى $x = 0$ وسلك النحاس يمتد من $x = 0$ إلى $x = 2.00m$ (اعتبر أن الشد مهمل). نقصت درجة الحرارة بعد ذلك إلى 20.0°C عند هذه الدرجة ، احسب مقدار الشد في السلك والإحداثي x لنقطة الربط بين السلكين (استخدم جداول 1.12 , 2.16).

69 مسألة للمراجعة: سلك جيتار من الصلب قطره 1.00mm شُد بين ماسكين المسافة بينهما 80.0cm وكانت درجة الحرارة 0°C (a) احسب كتلة وحدة الأطوال لهذا السلك (اعتبر كثافة السلك $7.86 \times 10^3 \, kg/m^3$) (b) التردد الأساسي للذبذبات المستعرضة للسلك هو 200HZ . كم يكون مقدار الشد في السلك ؟ (c) إذا ارتفعت درجة الحرارة إلى 30°C إحسب مقدار الشد والتردد الأساسي. افترض أن معامل ينج (جدول 12.1) ومتوسط التمدد الطولي (جدول 16.2) لهما قيم ثابتة بين درجتي الحرارة 30.0°C , 0°C .

70 - قضيب سكة حديد مصنوع من الصلب طوله 1.00km مثبت جيدا من الطرفين عندما كانت درجة الحرارة 20.0°C . مع ازدياد درجة الحرارة بدأت القضبان في الإنبعاج. إذا كان هذا الإنبعاج على شكل قوس من دائرة رأسية.احسب الإرتفاع h لمركز الإنبعاج عندما تكون درجة الحرارة 25.0°C . (ستحتاج لحل transcedental equation)

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.16) حجم الدرجة على مقياس فاهرنهيت 5/9 من حجم الدرجة على مقياس سلسيوس. وهذا صحيح حيث أن مدى المقياس الفهرنهيتي من 32°F إلى 212°F يعادل مدى مقياس سلسيوس من 0°C إلى 100°C . والعامل $\frac{9}{5}$ في معادلة 16.2 يصحح لهذا الفرق. معادلة (1.16) لاتحتاج لهذا التصحيح لأن حجم الدرجة سلسيوس تساوي حجم الدرجة كلفن.

(2.16) نظرا لأن المستودع الزجاجي المحتوي على الزئبق يلامس الماء الساخن مباشرة فإنه يسخن أولا فيتمدد بعض الشيء ومن ثم يزداد حجمه. وهذا يؤدي إلى هبوط مستوى سطح الزئبق في الأنبوبة الشعرية. عندما يسخن الزئبق في مستودع الترمومتر بعد ذلك فإنه يتمدد. من الواضح أن زيادة حجمه تكون كافية لكي يرتفع الزئبق في الأنبوبة الشعرية.

(3.16) بالنسبة للزجاج نختار زجاج البيركس حيث إن متوسط معامل تمدده الطولي أقل من الزجاج العادي. وبالنسبة للسائل الترمومتري نختار الجازولين حيث إن له أكبر معامل تمدد حجمي.

(4.16) ليس هناك حاجة لتحويل الوحدات الخاصة بالضغط والحجم إلى الوحدات الدولية SI حيث إن نفس الوحدات تظهر في كل من البسط والمقام. وهذا لاينطبق على حالة النسبة بين وحدات درجة الحرارة، فكما ترى بمقارنة النسبة /300k 200k والنسبة (26.8°C / (-73.15°C نجد أنهما غير متساويتين. إذن يجب استخدام درجات الحرارة المطلقة (كلفن) عند استخدام قوانين الغازات المثالية.



قضم قطعة من البيتزا Pizza قد تكون تجربة سارة أو تجربة مؤلمة. يتوقف ذلك على كيف تتم العملية. فإذا أكلت قطعة من على السطح فلن يحدث شئ مؤلم. أما إذا ملأت فمك بقطعة كبيرة من الجبن الساخن المحشوة به البيتزا فقد يتسبب ذلك في التهاب حلقك. فلماذا ذلك الفرق بين أكل قطعة من الجبن المحشوة به البيتزا وأكل قطعة من البيتزا إذا كان الاثنان عند نفس درجة الحرارة؟

الفصل السابع عشر 17 الحرارة والقانون الأول للديناميكا الحرارية

Heat and The First Law of Thermodynamics

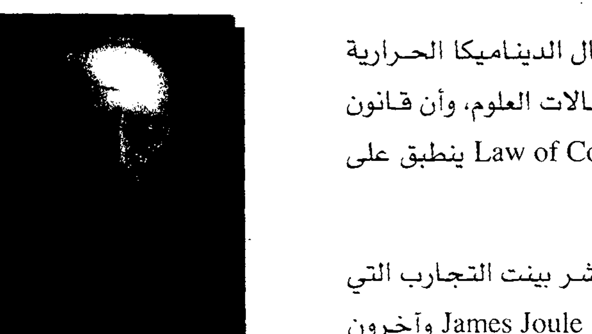
ويتضمن هذا الفصل :

حتى عام 1850 كان ينظر إلى مجال الديناميكا الحرارية والميكانيكا كمجالين مختلفين من مجالات العلوم، وأن قانون حفظ الطاقة Law of Conservation of energy ينطبق على بعض الأنظمة الميكانيكية فحسب.

إلا أنه في منتصف القرن التاسع عشر بينت التجارب التي أجراها العالم الإنجليزي جيمس جول James Joule وآخرون أن الطاقة يمكن أن تضاف إلى أو تؤخذ من نظام ما إما بواسطة الحرارة أو ببذل شغل على هذا النظام (أو بجعل النظام يبذل شغلا)

في الوقت الحالي أصبح معروفا أن الطاقة الداخلية inter-nal energy التي سنتناولها في هذا الباب، يمكن أن تتحول إلى طاقة ميكانيكية. وبمجرد أن اتسع مفهوم الطاقة لكي يشمل الطاقة الداخلية ، أصبح قانون حفظ الطاقة أحد القوانين العامة في الطبيعة.

في هذا الباب سنركز على مفهوم الطاقة الداخلية، وطرق انتقال الطاقة، والقانون الأول للديناميكا الحرارية وبعض تطبيقاته.



جيمس برسكوت جول فيزيائي بريطاني (1889 - 1818). تلقى جول تعليمه الرسمي في الرياضيات والفلسفة والكيمياء إلا أن الجزء الأكبر من تعلمه كان ذاتيا. لقد أدت بحوثه إلى وضع مبادئ حفظ الطاقة كما أدت دراسته الكمية للعلاقة بين التأثيرات الكهربائية والميكانيكية والكيميائية والتأثيرات الحرارية إلى اكتشافه في عام 1843 لكمية الشغل اللازمة لإنتاج وحدة طاقة والتي تسمى المكافئ الميكانيكي للحرارة mechamical equivalent of heat

والقانون الأول للديناميكا الحرارية هو قانون حفظ الطاقة. وهو يصف النظم التي يكون التغير الوحيد فيها هو تغير الطاقة الداخلية الناتج عن انتقال الطاقة بواسطة الحرارة أو الشغل بالإضافة إلى ذلك، القانون الأول لايميز بين نتائج الحرارة ونتائج الشغل. وطبقا للقانون الأول، الطاقة الداخلية لنظام ما يمكن أن تتغير إما بواسطة الحرارة من النظام أو إليه، أو بواسطة الشغل work الذي يبذله النظام أو يبذل عليه.

1.17 الحرارة والطاقة الداخلية HEAT AND INTERNAL ENERGY

18.3 يجب أن نميز من البداية بين الطاقة الداخلية والحرارة. والطاقة الداخلية هي كل الطاقة التي يحتوي عليها النظام والمرتبطة بمكوناته الميكروسكوبية من ذرات وجزيئات عندما ينظر إليها من إطار مرجعي reference frame ساكن بالنسبة للجسم. والجزء الأخير من تلك العبارة يعني أن طاقة الحركة للنظام نتيجة حركته في الفضاء لا تدخل ضمن الطاقة الداخلية. الطاقة الداخلية تشمل طاقة الحركة والطاقة الانتقالية translation والطاقة الدورانية rotation وطاقة التذبذب vibration

للجزيئات. وطاقة الوضع داخل الجزيئات وبين الجزيئات. وقد يكون من المفيد أن نربط بين الطاقة الداخلية ودرجة حرارة الجسم إلا أن هذه العلاقة محدودة. سنرى في القسم 3.17 أن الطاقة الداخلية يمكن أن تتغير كذلك دون حدوث تغير في درجة الحرارة.

كما سنرى في الباب الواحد والعشرين ان الطاقة الداخلية للغاز المثالي أحادي الذرة monoatomic ideal gas مرتبطه بالحركة الانتقالية لذراته. وهذا هو النوع الوحيد للطاقة المتاحة للمكونات الميكروسكوبية لهذا النظام. في هذه الحالة الخاصة تمثل طاقة الحركة الكلية لذرات الغاز طاقته الداخلية. وكلما زادت درجة حرارة الغاز كلما زاد متوسط طاقة الحركة للذرات وزادت تبعا لذلك طاقته الداخلية.وبصفة عامة في الأجسام الجامدة والسوائل والغازات الجزيئية، تشمل الطاقة الداخلية أنواع أخرى من الطاقات الجزيئية فمثلا الغاز ثنائي الذرة يمكن أن يكون به طاقة حركية دورانية وكذلك طاقة حركة ترددية وطاقة وضع.

الحرارة: **تعرَّف الحرارة على أنها انتقال الطاقة عبر حدود نظام ما نتيجة لفرق درجات الحرارة بين هذا النظام والوسط المحيط به.**

فعندما تسخن مادة ما فأنت تنقل إليها طاقة بوضعها في حالة تلامس مع وسط درجة حرارته أعلى منها. وهذا ما يحدث عندما نضع وعاء به ماء بارد فوق سخان، فالسخان درجة حرارته أعلى من الماء ومن ثم يكتسب الماء طاقة. وسنستخدم أيضا مصطلح حرارة ليعبر عن مقدار الطاقة التي انتقلت بهذه الطريقة.

في الماضي اعتبر العلماء الحرارة على أنها مائع يسمى كالوريك Caloric واعتقدوا أنه ينتقل بين الأجسام. ومن ثم عرفوا الحرارة بدلالة التغيرات في درجة الحرارة التي تحدث في الأجسام أثناء التسخين. في الوقت الحالي أصبح واضحا أن هناك فرق بين الطاقة الداخلية والحرارة. إلا أننا نشير إلى كميات باستخدام أسماء لا تُعرِّف تلك الكميات بدقة. إلا أنها صارت متداولة في الفيزياء على أساس تلك الأفكار القديمة. من أمثلة تلك الكميات الحرارة الكامنة والسعة الحرارية.

يجب أن نعرف كذلك أن الطاقة الداخلية لنظام ما يمكن أن تتغير حتى إن لم تنتقل إليه طاقة عن طريق الحرارة. فمثلا عند ضغط غاز بواسطة مكبس، فإن الغاز يسخن وتزداد طاقته الداخلية دون أن يحدث انتقال للطاقة على شكل حرارة من الوسط المحيط إلى النظام. إذا تمدد الغاز بعد ذلك بسرعة، فإنه يبرد وتنخفض طاقته الداخلية.دون أن يحدث انتقال للطاقة على شكل حرارة منه إلى الوسط المحيط والتغير في درجة حرارة الغاز ليست ناتجة عن فرق في درجات الحرارة بين الغاز والوسط المحيط بل ناتجة عن التضاغط والتمدد. في كل من الحالتين تنتقل الطاقة من الغاز أو إليه عن طريق الشغل. والتغير في الطاقة داخل النظام تكون زيادة أو نقصا في الطاقة الداخلية. وما يؤكد التغير في الطاقة الداخلية للغاز في هذه الأمثلة هو التغير الناتج في درجة حرارة الغاز.

وحدات الحرارة: Units of heat

كما ذكرنا سابقا. الدرسات الأولى في الحرارة كانت تركز على الارتفاع في درجة الحرارة لمادة ما وغالبا ماكانت الماء. وهناك وحدة طاقة لها علاقة بالعمليات الحرارية وهي الكالوري Calori وتختصر (Cal) ويعرف الكالوري على أساس أنه كمية الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة واحد جرام من الماء من درجة حرارة 14.5°C إلى 15.5°C [1] (لاحظ أن الكلوري يكتب باستخدام C كبيرة وهو يستخدم للتعبير عن محتوى الطاقة في المواد الغذائية ويستخدم لهذا الغرض وحدة كيلو كالوري) ووحدة الطاقة في النظام الإنجليزي هي وحدة حرارة بريطانية British Thermal Unit (BTU) وتعرف على أنها كمية الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة واحد Ib من 63°F إلى 64°F .

وفي الوقت الحالي يستخدم العلماء النظام الدولي للوحدات SI في تحديد وحدة الطاقة وهي الجول Joule وهي تستخدم كوحدة للطاقة الحرارية والطاقة الداخلية والشغل (لاحظ أن الحرارة والشغل تقاس بوحدات طاقة لكن لاتخلط بين هذه الوسائل لنقل الطاقة والطاقة ذاتها التي تقاس أيضا بالجول).

المكافئ الميكانيكي للحرارة

في البابين السابع والثامن وجدنا أنه أينما يوجد احتكاك في النظم الميكانيكية يحدث فقد لبعض الطاقة وذلك يعني أن الطاقة الميكانيكية غير محفوظة مع وجود قوى غير محافظة nonconservative forces. بينت العديد من التجارب أن الطاقة الميكانيكية المفقودة لاتختفي ببساطة لكنها تتحول إلى طاقة داخلية. ويمكننا أن نجري مثل هذه التجربة بالمنزل بالطرق على رأس مسمار فوق قطعة من الخشب بواسطة مطرقة. ماذا حدث لطاقة حركة المطرقة بمجرد أن تنتهي عملية طرق المسمار؟

لقد انتقل بعضها إلى المسمار كطاقة داخلية ويتضح ذلك من ارتفاع درجة حرارة المسمار. لقد بين بنيامين طومسون تلك العلاقة بين الطاقة الميكانيكية والطاقة الداخلية، إلا أن جول هو الذي أثبت التكافؤ بين نوعي الطاقة.

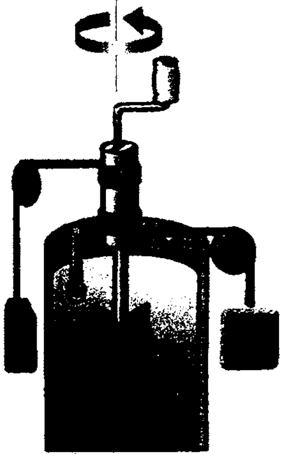
ويبين شكل 1.17 شكلا توضيحيا لتجربة جول الشهيرة. والنظام تحت الدراسة هو الماء الموجود في وعاء معزول حراريا. والشغل المبذول على الماء يتم بواسطة مقلّب ذو ريش يدور في الماء ويتحرك بواسطة كتل ثقيلة تهبط بسرعة ثابتة يسخن الماء الذي يقلب بواسطة المقلّب نتيجة للاحتكاك بينه وبين ريش المقلب. إذا أهملنا الحرارة المفقودة خلال جدران الإناء المحتوى على الماء ومن خلال المقلب عندئذ

---

(1) في الماضي كان الكلوري يعرف على أنه كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة جرام واحد من الماء درجة واحدة مئوية 1°C . إلا أنه قد اتضح بعد ذلك أن كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة جرام من الماء درجة واحدة تختلف باختلاف درجة الحرارة الابتدائية.



بنيامين طومسون Benjamin Thompson (1753 – 1814). *(North Wind Picture Archives)*



شكل (1.17) تجربة جول لتعيين المكافئ الميكانيكي للحرارة. الكتلة الهابطة تدير المقلب ذا الريش مما يؤدي لارتفاع درجة حرارة الماء.

يصبح النقص في طاقة الوضع للكتل الهابطة مساويا للشغل المبذول بواسطة المقلب على الماء فإذا هبطت الكتلتان مسافة قدرها h فإن النقص في طاقة الوضع يكون $2mgh$ حيث m هي مقدار الكتلة وهذه الطاقة هي التي أدت إلى ارتفاع درجة حرارة الماء. وبتغيير ظروف التجربة وجد جول أن مقدار الفقد في الطاقة الميكانيكية $2mgh$ يتناسب مع مقدار الارتفاع في درجة حرارة الماء ΔT وقد وجد أن ثابت التناسب يساوي 4.18 J/g·°C ومن ثم فإن 4.18J من الطاقة الميكانيكية قد رفعت درجة حرارة جرام واحد من الماء بمقدار 1°C. وقد بينت القياسات الدقيقة التي أجريت بعد ذلك أن ثابت التناسب هو 4.186 J/g·°C عندما ترتفع درجة حرارة الماء من 14.5 °C إلى 15.5°C. ولقد تم اعتبار قيمة الكالوري عند درجة 15°C مكافئا للقيمة التالية.

المكافئ الميكانيكي للحرارة **(1.17)** $$1\ \text{cal} \equiv 4.186\text{J}$$

مثال 1.17 الطريق الشاق لإنقاص الوزن

طالب يتناول غذاء قيمته الحرارية 2000 Kilocalory ولكي لا يزداد وزنه قرر أن يبذل شغلا مكافئا في الملعب عن طريق رفع أثقال كتلتها 50.0kg بواسطة قضيب. كم مرة يجب أن يرفع تلك الأثقال لكي يفقد هذا القدر من الطاقة؟ افترض أنه يرفع الأثقال إلى ارتفاع 2.00m كل مرة وأنه لا يكتسب أي طاقة عندما ينزلها إلى الأرض.

الحل: لكي نحول 2000k.calory إلى وحدات شغل بالجول سنجد أن الشغل الكلي المطلوب بذله هو

$$W = (2.000 \times 10^6\ \text{cal})\ (4.186\text{J/cal}) = 8.37 \times 10^6\ \text{J}$$

الشغل المبذول عند رفع الأثقال مسافة قدرها h يساوي mgh والشغل الكلي المبذول عند رفع الأثقال عدد n من المرات هو $nmgh$ نساوي بين هذه الكمية وكمية الشغل المطلوب

$$W = nmgh = 8.37 \times 10^6 \text{ J}$$

$$n = \frac{8.37 \times 10^6 \text{ J}}{(50.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(2.00 \text{ m})} = 8.54 \times 10^3 \text{ مرة}$$

فإذا كان الطالب بصحة جيدة وسيرفع الأثقال مرة كل 5 ثواني سيستغرق 12 ساعة ليقوم بهذا التمرين. من الواضح أن الأفضل لهذا الطالب أن ينقص وزنه عن طريق التغذية المناسبة.

2.17 السعة الحرارية والحرارة النوعية HEAT CAPACITY AND SPECIFIC HEAT

10.3 عند إضافة طاقة لمادة ما ولم تقم تلك المادة ببذل شغل فإن درجة حرارتها ترتفع (هناك استثناء من ذلك وهو في حالة ما إذا حدث تغير في حالة المادة مثل التغير في الطور Phase change كما سنذكر في القسم التالي). كمية الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة كمية معينة من المادة بمقدار ما تختلف من مادة لأخرى فمثلا كمية الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة كيلو جرام من الماء بمقدار درجة سلسيوس واحدة تساوي 4186 J بينما كمية الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة كيلوجرام واحد من النحاس بمقدار درجة سلسيوس واحدة تساوي 387 J فقط. في دراستنا التالية سوف نستخدم الحرارة كمثل لانتقال الطاقة، ولكن يجب أن يظل في أذهاننا أننا نستطيع تغيير درجة حرارة نظام ما ببذل شغل عليه.

السعة الحرارية C heat capacity لعينة من مادة ما تعرف على أنها كمية الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة تلك العينة بمقدار درجة سلسيوس واحدة. من هذا التعريف نجد أنه إذا أحدثت كمية من الحرارة Q ارتفاعا في درجة حرارة المادة قدره ΔT . عندئذ

$$Q = C\,\Delta T \qquad \text{السعة الحرارية} \qquad (2.17)$$

الحرارة النوعية Specific heat C لمادة ما هي السعة الحرارية لوحدة الكتلة ومن ثم فإن كمية الطاقة Q المنتقلة بالحرارة إلى كتلة من المادة m لتغير من درجة حرارتها بمقدار ΔT. عندئذ تكون الحرارة النوعية للمادة هي:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T} \qquad \text{الحرارة النوعية} \qquad (3.17)$$

والحرارة النوعية هي مقياس لمدى حساسية المادة للطاقة المضافة فكلما زادت الحرارة النوعية للمادة كلما زاد مقدار الطاقة الواجب إضافتها إليها لإحداث التغير المطلوب في درجة الحرارة. جدول (17.1) يعطى الحرارة النوعية لبعض المواد.

من هذا التعريف يمكن أن نعبر عن الطاقة Q المنتقلة كحرارة بين عينة كتلتها m والوسط المحيط بها والناتج عنها تغير في درجة الحرارة قدره ΔT كما يلي.

$$Q = mc\,\Delta T \qquad (4.17)$$

فمثلا الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة 0.500kg من الماء ثلاث درجات سلسيوس هي:

$$(0.500\ kg)\ (4186\ J/kg\cdot{}^\circ C)(3.00^\circ C)= 6.28 \times 10^3 J$$

يجب ملاحظة أنه عند اعتبار قيم Q، ΔT قيما موجبة فإن الطاقة تنتقل إلى النظام وعندما تكون قيم Q، ΔT سالبة فإن الطاقة تكون منتقلة إلى خارج النظام (أي أن النظام في الحالة الأولى يكتسب طاقة وفي الحالة الثانية يفقد طاقة).والحرارة النوعية تتغير بدرجة الحرارة. إلا أنه لوكان مدى التغير في درجة الحرارة ليس كبيرا فإنه من الممكن إهمال هذا التغير واعتبار C مقدار ثابتا[2]. على سبيل المثال الحرارة النوعية للماء تتغير بمقدار 1% عندما تتغير درجة حرارته من 1°C إلي 100°C عند الضغط الجوي المعتاد. وسوف نهمل هذا التغير إلا إذا ذكر غير ذلك.

جدول (1.17) الحرارة النوعية لبعض المواد عند درجة حرارة 25°C وعند الضغط الجوي

المادة	الحرارة النوعية J/kg·°C	الحرارة النوعية cal/g·°C	المادة	الحرارة النوعية J/kg·°C	الحرارة النوعية cal/g·°C
المواد الجامدة الفلزية			**مواد صلبة أخرى**		
الألمونيوم	900	0.215	نحاس أصفر	380	0.092
البرليوم	1830	0.436	زجاج	837	0.200
كادميوم	230	0.055	جليد (-5°C)	2090	0.50
نحاس	387	0.0924	رخام	860	0.21
جرمانيوم	322	0.077	خشب	1700	0.41
ذهب	129	0.0308	**السوائل**		
حديد	448	0.0107	كحول إيثيلي	2400	0.58
رصاص	128	0.0305	زئبق	140	0.033
سليكون	703	0.168	ماء (15°C)	4186	1.00
فضه	234	0.056	**غاز**		
			بخار ماء (100°C)	2010	0.48

وقد وجد أن القيم المقاسة للحرارة النوعية تعتمد على ظروف إجراء القياسات.وبصفة عامة القياسات التي تتم تحت ضغط ثابت تختلف عن تلك التي تتم تحت حجم ثابت. إلا أن الفرق بين النوعين بالنسبة للأجسام الصلبة والسوائل يكون قليل ولا يتجاوز نسبة مئوية بسيطة وغالبا ما يهمل

(2) التعريف المعطى في المعادلة 3.17 يفترض أن الحرارة النوعية لاتتغير بتغير درجة الحرارة في المدى $\Delta T=T_f-T_i$ وبصفة عامة لو أن c تتغير بتغير درجة الحرارة من T_i إلى T_f فإن معادلة 3.17 تصبح كما يلي

$$Q = m\int_{T_i}^{T_f} c\,dT$$

هذا الفرق. ومعظم القيم المعطاه في جدول (1.17) تم قياسها عند الضغط الجوي المعتاد. وكما سنرى في باب 18 قيم الحرارة النوعية للغازات المقاسة تحت ضغط ثابت تختلف تماما عن القيم المقاسة تحت حجم ثابت.

اختبار سريع 1.17

افترض أن لديك كيلو جراماً واحداً من كل من المواد التالية:

الحديد، الزجاج، الماء وجميعها عند درجة حرارة 10°C (a) رتب هذه المواد من الأقل إلي الأكبر في درجة الحرارة بعد إضافة 100J من الطاقة لكل منها (b) رتب تلك المواد من الأقل إلى الأكبر في الطاقة المنقولة إليها بالحرارة إذا ارتفعت درجة حرارة كل منها إلى 20°C.

من الملاحظ في جدول (1.17) أن الحرارة النوعية للماء أعلى من الحرارة النوعية لباقي المواد التي بالجدول. وهذه الحرارة النوعية الكبيرة هي التي تؤدي إلى الطقس المعتدل بالقرب من المسطحات المائية الكبيرة. ففي فصل الشتاء عندما تأخذ مياه تلك المسطحات في الانخفاض تنتقل الطاقة من تلك المياه إلى الهواء بواسطة الحرارة، فتزداد الطاقة الداخلية للهواء. وبسبب الحرارة النوعية الكبيرة للماء، ينتقل قدر كبير من الطاقة إلى الهواء بسبب الانخفاض في درجة حرارة الماء حتى ولوكان طفيفا ويقوم الهواء بنقل تلك الطاقة الداخلية في اتجاه سطح الأرض عندما يكون اتجاه الريح مواتيا. فمثلا اتجاه الرياح عند الشاطئ الغربي للولايات المتحدة يكون نحو سطح الأرض (في اتجاه الشرق) لذلك نجدأن الطاقة المتصاعدة من مياه المحيط الباسفيكي عندما يبرد ماؤه تجعل المنطقة الساحلية أكثر دفئا من المناطق الأخرى المجاورة وهذا هو السبب في كون الشاطئ الغربي للولايات المتحدة أكثر دفئا في فصل الشتاء من المناطق الساحلية الشرقية حيث اتجاه الريح لايجعلها تحمل الطاقة نحو الشاطئ.

الفرق بين الحرارتين النوعيتين للجبن والخبز هو الذي يجعل الجبنة التي بالبيتزا تلهب الفم أكثر من الخبز الذي تصنع منه البيتزا على الرغم من أنهما في درجة حرارة واحدة. فالخبز والجبن يتغيران في درجة الحرارة بصورة واحدة منذ أن تخرج البيتزا من الفرن حتى تصل إلى فمك ودرجة حرارته 37°C بما أن الجبن يحدث التهابا في فمك أكثر من باقي البيتزا فلابد أن مقدار الطاقة التي تنبعث من الجبن عندما يبرد أكبر من الطاقة الحرارية التي تنبعث من باقي البيتزا. فلو أخذنا قطعتين متساويتين الوزن من الجبن والبيتزا. فإن المعادلة (3.17) تبين أن الحرارة النوعية للجبن وهو معظمه من الماء أكبر من الحرارة النوعية لباقي البيتزا التي تحتوي على نسبة كبيرة من الهواء.

حفظ الطاقة: الكالوريمترية Conservation of energy: Calorimetry

أحد طرق قياس الحرارة النوعية هي عن طريق تسخين عينة إلى درجة حرارة معروفة T_x ثم وضعها في وعاء يحتوي على كمية من الماء لها وزن معروف ودرجة حرارة معروفة T_ω بحيث أن $T_\omega < T_x$ ثم تقاس درجة حرارة الماء بعد أن يحدث اتزان حراري. حيث إن الشغل الميكانيكي الذي حدث

أثناء هذه العملية ضئيل جدا ويمكن اهمالة. وطبقا لقانون حفظ الطاقة، كمية الطاقة التي تترك العينة (التي حرارتها النوعية مجهولة) تساوي كمية الطاقة التي تذهب إلى الماء[3]. وهذه الطريقة تسمى بالطريقة الكالوريمترية. والجهاز الذي يتم فيه انتقال الطاقة يسمى كالوريمتر (مسعر).

وقانون حفظ الطاقة يمكننا من كتابة المعادلة

$$Q_{\text{cold}} = -Q_{\text{hot}} \qquad \textbf{(5.17)}$$

وهو ينص على أن الطاقة التي تترك الجزء الساخن من النظام بواسطة الحرارة تساوي مقدار الطاقة التي تذهب إلى الجزء البارد من النظام.

والإشارة في المعادلة لها أهمية لكي نحافظ على قاعدة الإشارات، فالحرارة Q_{hot} مقدارها سالب لأن الطاقة التي تترك العينة الساخنة قيمتها سالبة، والإشارة السالبة في المعادلة تؤكد على أن الحد الأيمن موجب. ومن ثم فهو يتفق مع الحد الأيسر لأن Q_{cold} تدخل الماء البارد ومن ثم فقيمتها موجبة.

نفرض أن m_x هي كتلة عينة من مادة ما نرغب في تعين حرارتها النوعية. سنعتبر حرارتها النوعية هي C_x ودرجة حرارتها الابتدائية T_x وبالمثل سنفترض أن m_ω , C_ω , T_ω تمثل مقادير الكميات المماثلة للماء. لو أن T_f هي درجة الحرارة النهائية بعد حدوث الاتزان الحراري باختلاط الماء مع المادة، من معادلة 17.4 سنجد أن الطاقة المنتقلة إلى الماء هي $m_\omega C_\omega (T_f\text{-}T_\omega)$ وهي كمية موجبة لأن $T_f > T_\omega$ وأن الطاقة المنتقلة من العينة التي نجهل حرارتها النوعية هي $m_x c_x (T_f\text{-}T_x)$ وهي سالبة لأن $T_x > T_f$. بإحلال هذه الكميات في معادلة 17.5 نحصل على الآتي :

$$m_\omega c_\omega (T_f - T_\omega) = -m_x c_x (T_f - T_x)$$

ومنها نوجد c_x

$$c_x = \frac{m_\omega c_\omega (T_f - T_\omega)}{m_x (T_x - T_f)}$$

تجربة معملية سريعة

في مكان مفتوح مثل موقف سيارات استخدم لهب عود ثقاب لكي تفجر بالونة مملوءة بالهواء. الآن حاول الشئ نفسه مع بالونة ملوءة بالماء. لماذا لا تنفجر البالونة المملوءة بالماء؟

---

(3) في القياسات الدقيقة يجب إدخال الوعاء الذي يحتوي على الماء في حسابنا حيث إنه كذلك يتبادل الطاقة مع العينة. إلا إنه للقيام بذلك يجب أن نعرف كتلة ونوع العنصر المصنوع منه. فإذا كانت كتلة الماء أكبر بكثير من كتلة الوعاء. يمكن اهمال تأثير الوعاء.

مثال 2.17 تبريد كتلة معدنية ساخنة

كتلة معدنية كتلتها 0.05kg سخنت لدرجة حرارة 200.0°C ثم أسقطت في كأس به 0.40kg من الماء عند درجة حرارة ابتدائية 20.0°C فإذا كانت درجة الحرارة عند الاتزان الحراري للمجموعة هي 22,4°C احسب الحرارة النوعية للمعدن.

الحل: طبقا للمعادلة (5.17) نجد أن

$$m_\omega c_\omega (T_f - T_\omega) = - m_x c_x (T_f - T_x)$$

$$(0.40\text{kg})(4186\ \text{J/kg.°C})(22.4°\text{C} - 20.0°\text{C}) = -(0.050\text{kg})(C_x)(22.4°\text{C} - 200.0°\text{C}) =$$

$$c_x = 453\ \text{J/kg°C}$$

وأغلب الظن أن هذه الكتلة هي حديد كما يتضح من مقارنة هذه النتيجة بالنتائج المدونة في جدول (1.17). لاحظ أن درجة حرارة كتلة الحديد أعلى من نقطة البخار ومن ثم فمن المحتمل أن يتبخر بعض الماء عند إلقاء كتلة الحديد. افترض أن لدينا نظاما مغلقا حتى لايسمح بهروب البخار. وبما أن درجة حرارة الإتزان النهائية أقل من نقطة البخار فأي بخار سوف يتكثف مرة أخرى إلى ماء.

مثال 3.17 وقت اللعب لراعي البقر

أطلق راعي البقر طلقة من الفضة كتلتها 2.0g وسرعة انطلاق 200m/s على حائط من الخشب. فإذا فرضنا أن كل الطاقة الداخلية الناتجة عن التصادم بقيت في الطلقة. فكم يكون مقدار التغير في درجة حرارة الطلقة.

الحل: طاقة الحركة للطلقة تساوي

$$\tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}(2.00 \times 10^{-3}\ \text{kg})(200\ \text{m/s})^2 = 40.0\ \text{J}$$

حيث إن الوسط المحيط أسخن من الطلقة فإن الطلقة لم تكتسب أي طاقة بالحرارة. لقد زادت درجة حرارتها لأن طاقة الحركة ومقدارها 40.0 J قد تحولت إلى طاقة داخلية إضافية لها نفس المقدار. أما التغير في درجة الحرارة فهو نفسه الذي كان سيحدث لوأن 40.0J من الطاقة إنتقلت بالحرارة من فرن إلى الطلقة. لو تخيلنا أن تلك العملية الأخيرة هي التي قد حدثت يمكننا حساب مقدار T من معادلة (4.17) باستخدام 234J/kg.°C للحرارة النوعية للفضة انظر جدول (1.17). إذن

$$\Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{40.0\ \text{J}}{(2.00 \times 10^{-3}\ \text{kg})(234\ \text{J/kg}\cdot°\text{C})} = 85.5°\text{C}$$

نفرض أن راعي البقر قد نفد ما معه من طلقات فضية وبدأ يستخدم طلقات من الرصاص لها نفس الكتلة ونفس السرعة عند الإطلاق نحو الحائط. ما مقدار التغير في درجة حرارة الطلقة.

الإجابة: 156°C.

3.17 الحرارة الكامنة LATENT HEAT

من المعتاد أن يحدث تغير في درجة الحرارة لأي مادة عندما يحدث تبادل للطاقة بينها وبين الوسط المحيط بها. إلا أن هناك حالات لا يحدث فيها تغير في درجة الحرارة عند تبادل الطاقة. هذه هي الحالة التي تتغير فيها المادة من صورة لأخرى. مثل هذا التغير يسمى بتغير الطور Phase Change . وهناك تغيران طوريان معروفان جيدا هما التغير من الطور الجامد إلى الطور السائل (إنصهار) ومن الطور السائل إلى الطور الغازي (غليان)، وهناك تغير آخر في التركيب البلوري للمادة الجامدة. والتغيرات الطورية من هذا النوع تكون جميعها مصحوبة بتغير في الطاقة الداخلية دون أن يحدث تغير في درجة الحرارة. على سبيل المثال الزيادة في الطاقة الداخلية عند الغليان تمثل تحطم الروابط بين الجزيئات في الحالة السائلة. وتحطم تلك الروابط يسمح للجزيئات أن تتحرك مبتعدة عن بعضها في الحالة الغازية، وينتج عن ذلك زيادة في طاقة الوضع بين الجزيئات مناظره للزيادة في الطاقة الداخلية.

وكما نتوقع تستجيب المواد المختلفة بشكل مختلف لإضافة أو سحب طاقة عندما يحدث تغير في الطور لأن التنظيم الداخلي للجزيئات يختلف من مادة لأخرى. أضف إلي ذلك أن كمية الطاقة المنتقلة أثناء التغير الطوري تعتمد على كمية المادة (فلكي تصهر مكعبا من الثلج تحتاج لطاقة أقل مما تحتاجه لكي تذيب الجليد في بحيرة متجمدة.). إذا كانت كمية الطاقة المنتقلة Q لإحداث تغير طوري لكتلة قدرها m من مادة ما فإن النسبة $L \equiv Q/m$ تعبر عن صفه حرارية هامة للمادة ونظرا لأن هذه الطاقة المضافة أو المأخوذة لاتؤدي إلي تغير في درجة الحرارة، فإن الكمية L تسمى الحرارة الكامنة للمادة Latent heat (أي الحرارة المختبئة) ومقدار L لمادة ما يعتمد على طبيعة التغير الطوري وعلى خواص المادة.

جدول (2.17) الحرارة الكامنة للانصهار والتبخر

المادة	نقطة الإنصهار °C	الحرارة الكامنة للإنصهار J/kg	نقطة الغليان °C	الحرارة الكامنة للتبخير
هيليوم	−269.65	5.23×10^{3}	−268.93	2.09×10^{4}
نتروجين	−209.97	2.55×10^{4}	−195.81	2.01×10^{5}
أكسجين	−218.79	1.38×10^{4}	−182.87	2.13×10^{5}
كحول إيثيلي	−114	1.04×10^{5}	78	8.54×10^{5}
ماء	0.00	3.33×10^{5}	100.00	2.26×10^{6}
كبريت	119	3.81×10^{4}	444.60	3.26×10^{5}
رصاص	327.3	2.45×10^{4}	1 750	8.70×10^{5}
ألمونيوم	660	3.97×10^{5}	2 450	1.14×10^{7}
فضة	960.80	8.82×10^{4}	2 193	2.33×10^{6}
ذهب	1 063.00	6.44×10^{4}	2 660	1.58×10^{6}
نحاس	1 083	1.34×10^{5}	1 187	5.06×10^{6}

ومن تعريف الحرارة الكامنة. مرة أخرى سنستخدم الحرارة كوسيلة لنقل الطاقة، سنجد أن الطاقة اللازمة لتغير الطور لكمية محددة m من مادة نقية هي:

$$Q = mL \qquad (6.17)$$

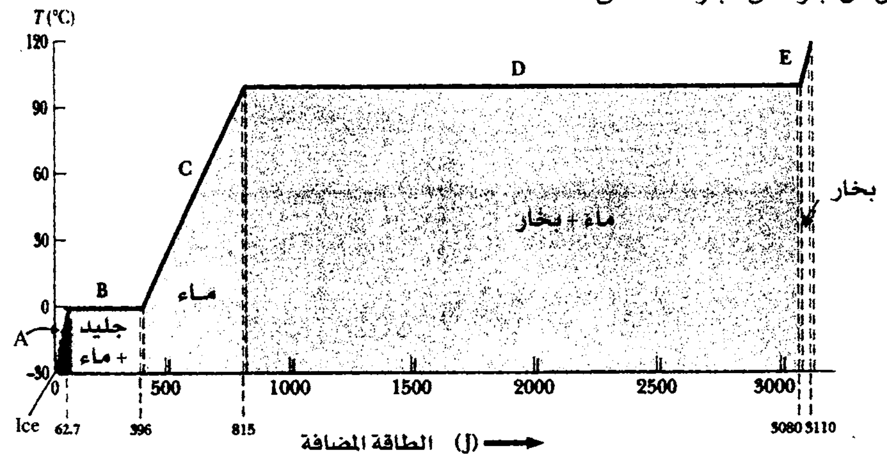
الحرارة الكامنة للانصهار Latent heat of fusion L_f

هو المصطلح المستخدم عندما يتغير الطور من الحالة الصلبة إلي الحالة السائلة، والحرارة الكامنة للتبخير L_v Latent heat of Vaporization هو المصطلح المستخدم عندما يتغير الطور من الحالة السائلة إلي الحالة الغازية[4]. والحرارة الكامنة للعديد من المواد تختلف اختلافا كبيرا كما يتضح من القيم المعطاه في جدول (2.17).

اختبار سريع 2.17

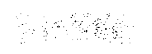
مائة جرام من الماء عند درجة حرارة 100°C ومائة جرام من بخار الماء عند نفس الدرجة أي منهما يحدث حروقا أشد خطورة.

لكي نفهم دور الحرارة الكامنة في التغيرالطوري. خذ كمثال الطاقة اللازمة لتحويل مكعب من الجليد وزنه 1.00g ودرجة حرارته -30.0°C إلى بخار ماء عند درجة حرارة 120°C . والشكل البياني (2.17) يبين النتائج العملية التي تم الحصول عليها عندما أضيفت الطاقة بالتدريج إلى الجليد. وسندرس كل جزء من أجزاء المنحنى.



شكل (2.17) رسم بياني يبين درجة الحرارة والطاقة المضافة لجرام من الجليد عند درجة حرارة -30.0°C وقد تحول إلى بخار عند درجة حرارة 120.0°C.

(4) عندما يبرد الغاز فإنه يتكثف أي إنه يعود إلى الطور السائل. الطاقة التي تتصاعد في هذه العملية لوحدة الكتلة تسمى الحرارة الكامنة للتكثيف وهي عدديا تساوي الحرارة الكامنة للتبخير. وبالمثل عندما يبرد السائل فإنه يتجمد والحرارة الكامنة للتجمد تساوي عدديا الحرارة الكامنة للانصهار.



الجزء A: في هذا الجزء من المنحنى درجة حرارة الجليد تتغير من 30.0°C- إلى درجة الصفر 0.0°C . حيث إن الحرارة النوعية للجليد هي 2090 J/kg·°C . يمكننا أن نحسب كمية الطاقة المضافة باستخدام معادلة (4.17).

$$Q = m_i c_i \ \Delta T = (1.00 \times 10^{-3}\text{kg})\ (2090\text{J/kg}\cdot{}^\circ\text{C})\ (30.0^\circ\text{C}) = 62.7\ \text{J}$$

الجزء B : عندما تصل درجة حرارة الجليد إلى صفر سلسيوس يبقى خليط الجليد والماء عند هذه الدرجة على الرغم من إضافة طاقة حتى ينصهر الجليد كله. الطاقة اللازمة لصهر جرام واحد من الجليد عند درجة 0°C من معادلة (17.6) هي:

$$Q = mL_f = (1.00 \times 10^{-3}\text{kg})\ (3.33 \times 10^5\text{J/kg}) = 333\ \text{J}$$

إذن وقد وصلنا إلى مجموع طاقة قدره: 62.7 J + 333J = 396J على المحور السيني للشكل البياني.

الجزء C من درجة حرارة 0°C إلى 100°C لايحدث تغير طوري والطاقة المضافة للماء تستغل في رفع درجة حرارته. كمية الطاقة اللازمة لكي ترتفع درجة حرارة الماء من 0°C إلى 100°C هي :

$$Q = m_\omega c_\omega\, \Delta T = (1.00 \times 10^{-3}\ \text{kg})(4.19 \times 10^3\ \text{J/kg}\cdot{}^\circ\text{C})(100^\circ\text{C}) = 419\ \text{J}$$

الجزء D : عند درجة حرارة 100°C يحدث تغير طوري آخر عندما يتحول الماء من الطور السائل عند 100°C إلى الطور الغازي عند نفس الدجة. وكما حدث لخليط الجليد والماء في الجزء B يظل خليط الماء والبخار عند درجة 100°C على الرغم من إضافة طاقة حتى يتحول كل الماء إلى بخار والطاقة اللازمة لكي يتحول 1.oog من الماء إلى بخار عند درجة 100.0°C هي:

$$Q = mL_\upsilon = (1.00 \times 10^{-3}\ \text{kg})(2.26 \times 10^6\text{J/kg}) = 2.26 \times 10^3\text{J}$$

الجزء E : في هذا الجزء من المنحنى كما في الجزئين C ,A لا يحدث تغير طوري ولذلك فإن الطاقة المضافة تستغل كلها لرفع درجة حرارة البخار. الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة البخار من 100.0°C إلى 120.0°C هي

$$Q = m_s\, c_s \Delta T = (1.00 \times 10^{-3}\text{kg})(2.01 \times 10^3\ \text{j/kg}\cdot{}^\circ\text{c})(20^\circ\text{C}) = 40.2\text{J}$$

مما سبق نجد أن الطاقة الواجب إضافتها لتحويل جرام من الجليد عند درجة حرارة 30.0°C– إلى بخار عند 120.0°C هو مجموع النتائج من الأجزاء الخمسة للمنحنى وهي 3.11×10^3J وعلى العكس لكي نحول جراماً من بخار الماء عند درجة 120°C إلى جليد عند درجة 30°C- يجب أن ننقص طاقته بمقدار 3.11×10^3J.



ميكانيكية التغير الطوري:

يمكننا أن نصف ميكانيكية التغير الطوري على أساس إعادة ترتيب الجزيئات عند إضافة أو سحب الطاقة من مادة ما .(في حالة المواد التي على شكل عناصر تكون مكونة من ذرات غير متحده في صورة جزيئات إلا أن مصطلح الجزيئات هو مصطلح عام يستخدم للإشارة إلى كل من المواد الجزيئية والعناصر المكونة من ذرات غير متحدة في صورة جزيئات) سنأخذ أولا حالة التغير من الطور السائل إلى الطور الغازي.

الجزيئات في السائل متقاربة من بعضها والقوى بينها أكبر من القوى الموجودة بين جزيئات الغاز المتباعدة عن بعضها . ومن ثم لابد من بذل شغل على السائل مضاد لقوى التجاذب حتى يمكن فصل تلك الجزيئات. والحرارة الكامنة للتبخر هي كمية الطاقة لوحدة الكتلة التي يجب إضافتها للسائل لكي يتم هذاالانفصال بين الجزيئات.

بالمثل بالنسبة للأجسام الصلبة يمكن أن نتصور أن إضافة الطاقة تؤدي إلى زيادة سعة الذبذبة للجزيئات حول وضع الاتزان الخاص بها كلما ارتفعت درجة الحرارة. عند درجة انصهار المادة الصلبة تصبح سعة الذبذبة كبيرة بالقدر الكافي لكسر الروابط بين الجزيئات والسماح للجزيئات بالحركة إلى مواقع جديدة. والجزيئات في السوائل مرتبطة مع بعضها البعض إلا أن قوة تلك الروابط أقل من قوة الروابط في الطور الصلب. الحرارة الكامنة للانصهار هي الطاقة المطلوبة لوحدة الكتلة لتحويل الروابط بين جميع الجزيئات في الجسم الجامد إلي روابط بين تلك الجزيئات في الحالة السائلة.

كما يلاحظ من جدول (2.17) الحرارة الكامنة للتبخير لمادة ما غالبا ماتكون أكبر من الحرارة الكامنة للانصهار. وهذا متوقع إذا أخذنا في الاعتبار أن متوسط المسافة بين الجزيئات في الطور الغازي أكبر بكثير من تلك الموجودة بين الجزيئات في الطورين الصلب والسائل. وفي حالة التحول من الطور الصلب إلى الطور السائل تتحول الروابط من روابط الأجسام الصلبة بين الجزيئات إلى روابط السوائل التي هي أقل قوة بقليل. في حالة التغير من الطور السائل إلى الطور الغازي تتحطم الروابط بين جزيئات السائل ويوجد وضع تكون فيه جزيئات الغاز غير مرتبطة ببعضها ومن ثم فمن المتوقع أن يلزم قدر من الطاقة لتبخير كتلة ما من المادة أكبر من القدر اللازم لتحويلها إلى سائل.

اختبار سريع 3.17

احسب ميل الأجزاء E, C, A من الرسم البياني في شكل 2.17 ورتبها من الأقل إلى الأكبر ووضح ماذا يعني هذا الترتيب.

بعض الملاحظات عند حل المسائل:-

مسائل الكالوريمترية

إذا وجدت صعوبة في مسائل الكالوريمترية خذ في الاعتبار النقاط التالية:

- وحدات القياس يجب أن تكون متطابقة فمثلا إذا استخدمت قيمة للحرارة النوعية بوحدات Cal/g·°C تأكد من أن الكتلة بالجرامات ودرجات الحرارة بالسلسيوس.
- تحويل الطاقة يتم بالمعادلة $Q = mc\,\Delta T$ للعمليات التي لايحدث فيها تغير طوري فقط. واستخدم المعادلة $Q = mL_\upsilon$, $Q = mL_f$ عندما يحدث تغير طوري فقط
- غالبا ما يحدث استخدام المعادلة $Q_{\text{cold}} = -Q_{\text{hot}}$

تأكد من أنك تستخدم الإشارة السالبة في المعادلة وتذكر أن ΔT هي دائما درجة الحرارة النهائية ناقص درجة الحرارة الابتدائية.

مثال 4.17 تبريد البخار

ما هي كتلة البخار الذي درجة حرارته 130°C اللازم لتسخين 200g من الماء في وعاء زجاجي كتلته 100g من درجة 20.0°C إلى 50.0°C.

الحل: البخار يفقد الطاقة على ثلاث مراحل. في المرحلة الأولى يبرد البخار إلى 100°C. الطاقة المنتقلة في هذه العملية تساوي $Q_1 = m_s c_s\,\Delta T = m_s(2.01 \times 10^3 \text{J/kg}\cdot°\text{C})\ (-30.0°\text{C})$

$$= -m_s(6.03 \times 10^4 \text{J/kg})$$

حيث m_s كتلة البخار المجهولة

في المرحلة الثانية: يتحول البخار إلى ماء .لحساب الطاقة المنتقلة في هذه العملية تستخدم العلاقة $Q = -mL_\upsilon$ الإشارة السالبة تدل على أن الطاقة تخرج من البخار

$$Q_2 = -m_s(2.26 \times 10^6 \text{J/kg})$$

في المرحلة الثالثة. الماء الناتج عن تكثف البخار تنخفض درجة حرارته إلى 50.0°C وهذا التغير يحتاج إلي انتقال الطاقة طبقا للمعادلة

$$Q_3 = m_s c_\omega\,\Delta T = m_s(4.19 \times 10^3 \text{J/kg}\cdot°\text{C})\ (-50.0°\text{C})$$

$$= -m_s\,(2.09 \times 10^5 \text{J/kg})$$

بإيجاد مجموع الطاقة المنتقلة من البخار في العمليات الثلاث نحصل على الآتي

$$Q_{hot} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$
$$= -m_s(6.03 \times 10^4 J/kg + 2.26 \times 10^6 J/kg + 2.09 \times 10^5 J/kg)$$
$$= -m_s(2.53 \times 10^6 J/kg)$$

الآن نتجه نحوالزيادة في درجة حرارة الماء والوعاء الزجاجي باستخدام المعادلة (17.4) نحصل على

$$Q_{cold} = (0.200\ kg)\ (4.19 \times 10^3 J/kg\cdot°C)\ (30.0°C)$$
$$+ (0.100\ kg)\ (837 J/kg\cdot°C)\ (30.0°C) = 2.77 \times 10^4 J$$

باستخدام المعادلة 1.17 يمكننا أيجاد كتلة البخار المجهولة m_s

$$Q_{cold} = -Q_{hot}$$
$$2.77 \times 10^4 J = -[-m_s(2.53 \times 10^6 J/kg)]$$
$$m_s = 1.09 \times 10^{-2}\ kg = 10.9\ g$$

مثال 5.17 غليان الهليوم السائل

الهيليوم السائل درجة غليانه منخفضة جدا تصل إلي 4.2k والحرارة الكامنة للتبخير له صغيرة فهي $2.09x10^4 J/kg$. فإذا انتقلت كمية من الطاقة إلى وعاء به هيليوم سائل من سخان كهربائي مغموس فيه بمعدل 10.0W فكم من الوقت يستغرق تبخر 1.00kg من الهيليوم السائل.

الحل: حيث إن الحرارة الكامنة للتبخر $L_v = 2.09x10^4 J/kg$ فلابد من إضافة طاقة بهذا القدر لتبخير كيلوجراما واحدا من الهيليوم وحيث إن 10 W= 10.0J/s. إذن الزمن اللازم لأضافة $2.09x10^4 J/kg$ من الطاقة هو

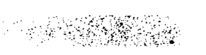
$$t = \frac{2.09 \times 10^4\ J}{10.0\ J/s} = 2.09 \times 10^3 s \approx 35\ min$$

تمرين : إذا أردنا تبخير 1.0 kg من الماء عند درجة 100.°C باستخدام سخان كهربائي قدرته 10W . فكم من الوقت يستغرق تبخير هذه الكمية ؟

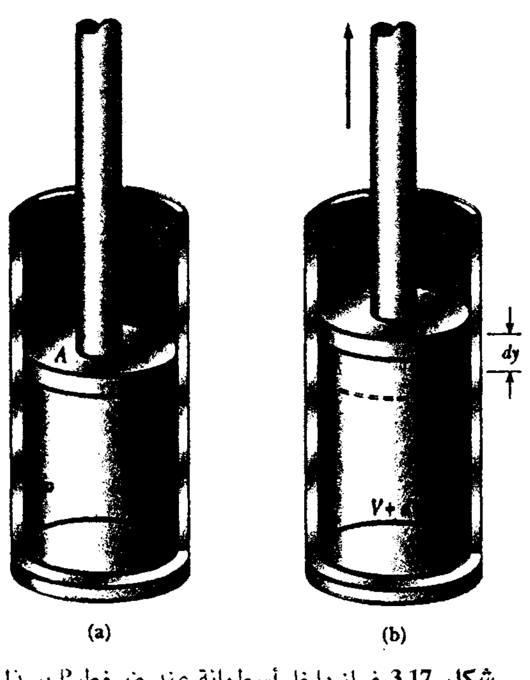
الإجابة 62.8 h

4.17 الشغل والحرارة في عمليات الديناميكا الحرارية
WORK AND HEAT IN THERMODYNAMIC PROCESSES

10.6 في المعالجة الماكروسكوبية للديناميكا الحرارية، توصف حالة النظام باستخدام بعض المتغيرات مثل الضغط والحجم ودرجة الحرارة والطاقة الداخلية وعدد المتغيرات الماكروسكوبية اللازمة لوصف نظام تعتمد على طبيعة هذا النظام.لنظام متجانس مثل غاز يحتوي على نوع واحد فقط من الجزيئات نحتاج غالبا إلى متغيرين. ومن الأمور الهامة ملاحظة أن الحالة الماكروسكوبية لنظام معزول



يمكن تحديدها فقط عندما يكون النظام في حالة اتزان حراري داخلي. ففي حالة غاز داخل وعاء يقتضي الاتزان الحراري الداخلي أن يكون كل جزء من أجزاء الغاز عند نفس الضغط ودرجة الحرارة . نفرض غازا داخل أسطوانة مثبت عليها مكبس piston متحرك شكل (3.17) في حالة اتزان. يشغل الغاز حجما V ويحدث ضغطا منتظما قدره P على جدار الأسطوانة وعلى المكبس. فإذا كانت مساحة مقطع المكبس A فتكون القوة التي يؤثر بها الغاز على المكبس هي $F = PA$. الآن نفترض أن الغاز قد تمدد بطريقة شبه استاتيكية quasi Statically وهذا يعني أن عملية التمدد تتم ببطئ شديد بحيث يسمح للنظام أن يظل في حالة اتزان حراري في جميع الأوقات. فاذا ما تحرك المكبس إلى أعلى مسافة قدرها dy فإن الشغل الذي يبذله الغاز على المكبس هو $dW = F\,dy = PA\,dy$



شكل 3.17 غاز داخل أسطوانة عند ضغط P يبذل شغلا على مكبس متحرك يتمدد النظام من الحجم V إلى V+ dV

بما أن $A\,dy$ هي الزيادة في حجم الغاز dV، يمكننا أن نعبر عن الشغل المبذول بواسطة الغاز كما يأتي:

$$dW = P\,dV \qquad (7.17)$$

عندما يتمدد الغاز تكون قيمة dV موجبة ومن ثم يكون الشغل الذي يبذله الغاز موجبا أما اذا ضغط الغاز وقل حجمه تكون قيمة dV سالبة ومن ثم يكون الشغل سالبا. ونقص الحجم يعني أن شغلا قد بذل على الغاز من الخارج.

في تمرينات الديناميكا الحرارية التي سنتناولها سنعتبر أن النظام تحت الاختبار مادة تتبادل الطاقة مع الوسط المحيط. في العديد من التمرينات سيكون النظام الثرموديناميكي thermodynamic system عبارة عن غاز داخل وعاء، إلا أننا سنتعرض كذلك إلي تمرينات تتضمن سوائل وأجسام صلبة. ونود أن نشير إلى حقيقة نتجت عن أن علم الديناميكا الحرارية كان منفصلا عن علم الميكانيكا في المراحل الأولى لنموهما. هذه الحقيقة هي أن الشغل الموجب في نظم الديناميكا الحرارية يعرف عادة كشغل يبذل بواسطة النظام وليس الشغل الذي يبذل على النظام. وهو عكس الحالة عند دراسة الشغل

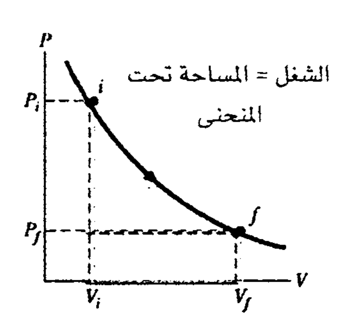
في علم الميكانيكا. إذن في الديناميكا الحرارية الشغل الموجب يعني انتقال الطاقة إلى خارج النظام. وسوف نتفق عى ذلك في المعالجات العامة في الديناميكا الحرارية.

الشغل الكلي المبذول بواسطة الغاز عندما يتغير حجمه من V_i إلى V_f يعين بتكامل المعادلة 7.17 كما يلي

$$W = \int_{V_i}^{V_f} P\,dV \qquad \textbf{(8.17)}$$

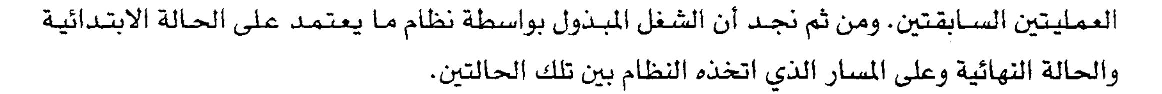
لكي نحسب هذا التكامل لايكفي أن نعرف فقط القيمتين الابتدائية والنهائية للضغط بل لابد من معرفة قيمة الضغط عند كل لحظة أثناء عملية التمدد. ويمكن معرفة ذلك إذا كان لدينا دالة لتغير P بالنسبة للحجمV وهذه النقطة هامة لأي عملية سواء التمدد الذي نناقشه الآن أو أي عملية أخرى. ولكي نعرِّف أي عملية بدقة كاملة يجب أن نعلم المتغيرات الترموديناميكية Thermodynamic Variables عند كل حالة يمر بها النظام بين الحالتين الإبتدائية والنهائية. في حالة التمدد التي ندرسها الآن يمكننا أن نرسم العلاقة بين V, P عند كل لحظة لكي نرسم المنحنى PV كما هو مبين في شكل (4.17) والمساحة المحصورة أسفل هذا المنحنى تعطى قيمة التكامل في معادلة (8.17) ومن ثم يتم حساب الشغل.

إذن الشغل الذي يبذله الغاز في عملية التمدد من حالة ابتدائية إلي حالة نهائية يساوي المساحة تحت المنحنى الذي يربط بين الحالات على منحنى *PV*.

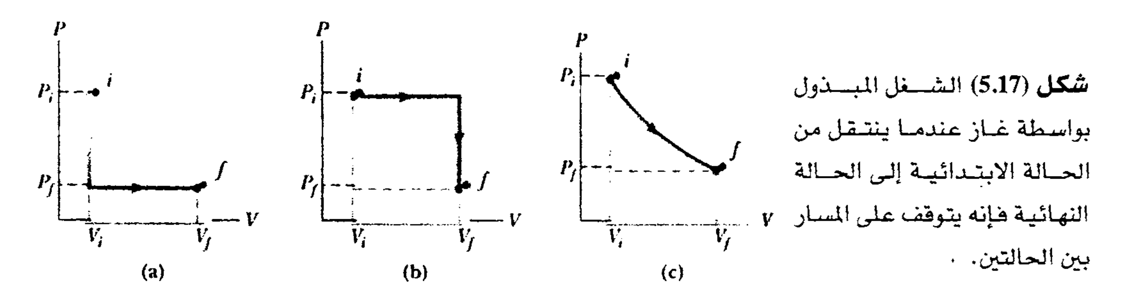


شكل (4.17) غاز يتمدد بطريقة شبه استاتيكية (ببطئ) من الحالة i إلى الحالة f . الشغل المبذول بواسطة الغاز يساوي المساحة تحت منحنى *PV*.

يتضح من شكل 4.17 أن الشغل المبذول في عملية التمدد من الحالة الابتدائية i إلى الحالة النهائية f يعتمد على المسار الذي يسلكه النظام الثرموديناميكي بين الحالتين.حيث إن المسار على منحنى *PV* هو وصف لهذه العملية الثرموديناميكية التي أثرت على النظام. لكي نوضح هذه النقطة الهامة، افترض عدة مسارات تصل الحالةi بالحالة *f* شكل (5.17). في العملية الموضحة في شكل (5.17)a إنخفض ضغط الغاز من P_i إلى P_f بالتبريد مع ثبات الحجم V_i ثم تمدد الغاز في الخطوة التالية من V_i إلي V_f مع ثبات الضغط P_f. مقدار الشغل المبذول في هذا المسار يساوي مساحة المستطيل المظلل والذي يساوي $P_f(V_f - V_i)$. في شكل 5.17b يتمدد الغاز أولا من V_i إلى V_f عند ضغط ثابت Pi ثم ينخفض الضغط إلى P_f مع ثبات الحجم V_f. الشغل المبذول خلال هذا المسار هو $P_i(V_f - V_i)$ وهو أكبر من المسار الموضح في شكل 5.17a. وأخيرا بالنسبة للعملية الموضحة في شكل 5.17c حيث يتغير V, P معا على طول المسار c في هذه الحالة تكون قيمة مقدار الشغل هي قيمة متوسطة بين مقداريهما في



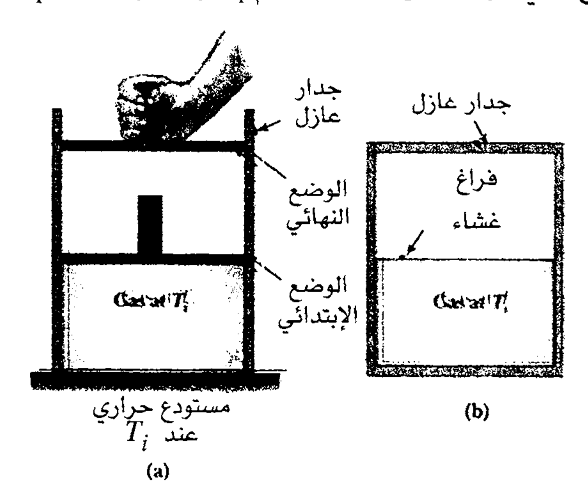
العمليتين السابقتين. ومن ثم نجد أن الشغل المبذول بواسطة نظام ما يعتمد على الحالة الابتدائية والحالة النهائية وعلى المسار الذي اتخذه النظام بين تلك الحالتين.



شكل (5.17) الشغل المبذول بواسطة غاز عندما ينتقل من الحالة الابتدائية إلى الحالة النهائية فإنه يتوقف على المسار بين الحالتين. .

الطاقة المنتقلة إلى أو من نظام ثرموديناميكي بالحرارة Q تعتمد أيضا على العملية الثرموديناميكية التي انتقلت بواسطتها تلك الطاقة ولتوضيح ذلك خذ الحالة الممثلة في شكل (6.17) في الأسطوانة الموضحة والمثبت عليها مكبس piston حر الحركة يوجد غاز مثالي. في كل حالة للغاز نفس قيم الحجم الابتدائي والضغط ودرجة الحرارة. في شكل 6.17a الغاز معزول حراريا عن الوسط المحيط ماعدا عند قاع الأسطوانة حيث يكون في تلامس حراري مع مستودع للطاقة energy reservoir **ومستودع الطاقة هو مصطلح يعبر عن مصدر للطاقة يعتبر كبيرا جدا بحيث إن أي مقدار محدود من الطاقة يسحب منه لايغير من درجة حرارته.** يظل المكبس عند وضعه الابتدائي بمساعدة عامل خارجي باليد مثلا. عند تخفيض القوة المثبته للمكبس قليلا، يرتفع المكبس ببطئ شديد إلي وضعه النهائي.

حيث إن المكبس يتحرك إلى أعلى فإن الغاز يبذل شغلا على المكبس خلال عملية التمدد هذه حتى يصل حجم الغاز النهائي إلى V_f. تنتقل الطاقة بواسطة الحرارة من مستودع الطاقة إلى الغاز لتثبيت درجة الحرارة عند T_i. والآن سندرس حالة النظام المعزول حراريا عزلا تاما كالموضح في شكل (6.17b) عند قطع الغشاء يتمدد الغاز بسرعة في الفراغ الذي فوقه حتى يشغل الحجم V_f ويصير ضغطه P_f.



شكل (6.17) (a) غاز عند درجة حرارة T_i يتمدد ببطئ بينما يمتص طاقة من المستودع لكي يظل عند درجة حرارة ثابتة. (b) غاز يتمدد بسرعة إلى منطقة مفرغة بعد قطع الغشاء

في هذه الحالة لم يقم الغاز ببذل شغل حيث إنه لايوجد مكبس متحرك يؤثر عليه الغاز بقوة بالإضافة إلى أنه لم تنتقل طاقة بواسطة الحرارة خلال الجدران المعزولة للإناء المحتوي على الغاز.

الحالتان الابتدائية والنهائية للغاز المثالي في شكل (6.17a) مشابهتان للحالتين الابتدائية والنهائية في شكل (6.17b) إلا أن المسارين مختلفان. في الحالة الأولى الغاز بذل شغلا على المكبس وانتقلت طاقة ببطئ إلى الغاز. في الحالة الثانية لايوجد انتقال للطاقة. والشغل المبذول يساوي صفراً. ومن ذلك نستنتج **أن الطاقة المنتقلة بواسطة الحرارة، مثل الشغل المبذول كلاهما يعتمد على الحالة الابتدائية والنهائية والحالات التي بينهما للنظام.** مما سبق نستنتج أن كلا من الشغل والحرارة يعتمد على المسار ولا يمكن تعيين أي منهما بواسطة النقطتين الابتدائية والنهائية فقط.

5.17 القانون الأول للديناميكا الحرارية

THE FIRST LAW OF THERMODYNAMICS

10.6 عندما تناولنا قانون حفظ الطاقة الميكانيكية في الباب الثامن ذكرنا أن الطاقة الميكانيكية لنظام ما ثابتة في حالة غياب قوى غير محافظة مثل الاحتكاك أي أننا لم ندخل التغيرات في الطاقة الداخلية للنظام في هذا النموذج الميكانيكي. القانون الأول للديناميكا الحرارية هو تعميم لقانون الطاقة ويأخذ في الاعتبار التغيرات في الطاقة الداخلية. وهو قانون عام يمكن تطبيقه على العديد من الحالات ويعتبر حلقة وصل بين العالم الميكروسكوبي والعالم الماكروسكوبي.

ذكرنا طريقتين لانتقال الطاقة بين نظام ثرموديناميكي والوسط المحيط به أحدهما بواسطة الشغل المبذول بواسطة النظام والذي يقتضي وجود إزاحة ماكروسكوبية لنقطة عمل القوة (أو الضغط) والطريقة الأخرى هي الحرارة التي تحدث عن طريق التصادمات العشوائية بين الجزيئات في النظام. وفي الطريقتين يحدث تغير في الطاقة الداخلية للنظام ومن ثم يحدث تغير في البارامترات الماكروسكوبية للنظام مثل الضغط ودرجة الحرارة والحجم لغاز ما.

ولكي يتم فهم تلك الأفكار على أسس كمية . نفترض أن نظاما ما انتقل من حالة ابتدائية إلى حالة نهائية. خلال هذا الانتقال حدث انتقال للطاقة بواسطة الحرارة مقدارها Q وقام النظام ببذل شغل W .نفرض أن هذا النظام هو عبارة عن غاز مثالي تغير فيه الضغط والحجم من V_i, P_i إلى V_f, P_f إذا كانت الكمية $(Q\text{-}W)$ وهي الفرق بين الطاقة انتقلت إلى النظام بواسطة الحرارة والشغل الذي بذله النظام قد قيست لمختلف المسارات التي تربط بين حالات الاتزان الابتدائية والنهائية ، سنجد أنها متساوية لجميع المسارات التي تربط بين الحالتين ومن ثم نستنتج أن الكمية $(Q\text{-}W)$ تحدد قيمتها بواسطة الحالتين الابتدائية والنهائية للنظام فقط أي دون أخذ المسار في الاعتبار، وتسمى هذه الكمية التغير في الطاقة الداخلية للنظام. فبينما W,Q يتوقفان على المسار نجد أن الفرق بينهما $Q\text{-}W$ لاتتوقف على المسار إذا استخدمنا الرمز E_{int} ليُرمز للطاقة الداخلية. إذن التغير في الطاقة

الداخلية ΔE_{int} يمكن أن نعبر عنه كمايلي: [5]

معادلة القانون الأول **(9.17)** $\Delta E_{int} = Q - W$

ويجب أن تكون لكل الكميات نفس وحدات قياس الطاقة[6] ومعادلة (9.17) تسمى القانون الأول للديناميكا الحرارية. وهو قانون رئيسي وله العديد من الاستخدمات، ويجب أن نتذكر دائما ما اتفق عليه وهو أن تكون Q موجبة عندما يكتسب النظام طاقة وسالبة القيمة عند ما يفقد النظام طاقة وأن W تكون موجبة عندما يبذل النظام شغلا على الوسط المحيط وسالبة عندما يبذل شغل على النظام. عندما يقوم نظام بعمل تغيير متناهي الصغر في حالته تم فيه انتقال كمية صغيرة من الطاقة dQ بواسطة الحرارة وبذل قدرا صغيرا من الشغل dW. في العمليات متناهية الصغر يمكن التعبير عن القانون[7] الأول كما يلي:

القانون الأول للتغيرات متناهية الصغر $dE_{int} = dQ - dW$

ومعادلة القانون الأول هي معادلة من معادلات حفظ الطاقة، تؤكد على أن النوع الوحيد للطاقة الذي يتغير في نظام ما هو الطاقة الداخلية Eint . دعنا نتناول بعض الحالات الخاصة التي يتحقق فيها هذا الشرط. (أولا). سنأخذ حالة نظام معزول، أي نظام لا يتأثر بالوسط المحيط. في هذه الحالة لايحدث انتقال للطاقة بواسطة الحرارة ومقدار الشغل الذي يبذله النظام يساوي صفراً ومن ثم يظل مقدار الطاقة الداخلية ثابتا أي بما أن $Q = W = 0$ إذن $\Delta E_{int} = 0$ ومن ثم $E_{int(i)} = E_{int(f)}$

ومن ذلك نستنتج أن E_{int} لنظام معزول مقدارثابت

ثانيا: سنأخذ حالة نظام ليس معزولا عن الوسط المحيط قام بعملية دورية cyclic Process إي عملية تبدأ وتنتهي عند نفس الحالة. في هذه الحالة أيضا التغير في الطاقة الداخلية يكون أيضا صفراً أي أن الطاقة المضافة إلى النظام لابد وأن تساوي الشغل W الذي بذله النظام خلال الدورة.

في العملية الدورية $\Delta E_{int} = 0 \quad , Q = W$

---

(5) من المعروف أن الرمز المستخدم للطاقة الداخلية هو الرمز U. وهو أيضا الرمز المستخدم لطاقة الوضع كما رأينا في الباب الثامن. ولكي لا يحدث التباس بين الطاقة الداخلية وطاقة الوضع سنستخدم الرمز E_{int} للدلالة على الطاقة الداخلية في هذا الكتاب. مع مراعاة أن الكتب الأخرى قد تستخدم الرمز U.

(6) من تعريف الشغل في دراستنا للميكانيكا كان من الضروري كتابة القانون الأول على النحو التالي $\Delta E_{int} = Q + W$ حيث إن الطاقة المنقولة إلى النظام سواء عن طريق شغل أو حرارة لابد أن تزيد الطاقة الداخلية للنظام. وبسبب عكس تعريف الشغل الموجب الذي نوقش في القسم 4.17 لابد من كتابة القانون الأول كما هو ظاهر في معادلة 9.17 وفيه علامه سالبة.

(7) لاحظ أن dQ وdW ليسا كميات تفاضلية تامه inexact differential (بينما dE_{int} كمية تفاضلية تامه: exact differential). ولذلك يعبر عنها بالرمز dW,dQ ولمزيد من التفاصيل حول هذا الموضوع. ارجع إلى مرجع متقدم في الديناميكا الحرارية مثل

Heat and Thermodynamics, M. W. Zemansky and R. H. Dittman New York. Mc Graw Hill, 1981.

في الرسم البياني بين V, P تظهر العملية الدورية كمنحنى مقفل (العمليات الممثلة في شكل (5.17) ممثلة بمنحنيات مفتوحة لأن الحالة الإبتدائية تختلف عن الحالة النهائية). ويمكن أن نثبت أنه في العمليات الدورية،محصلة الشغل المبذول بواسطة النظام في كل دورة يساوي المساحة المحصورة داخل المسار الذي يمثل العملية على الرسم البياني بين V, P . وإذا كان الشغل المبذول بواسطة النظام في إحدى العمليات يساوي صفراً. حينئذ يكون مقدار التغير في الطاقة الداخلية ΔE_{int} يساوي الطاقة المنتقلة من أو إلى النظام

$$\Delta E_{int} = Q$$

إذا اكتسب النظام طاقة عندئذ تكون قيمة Q موجبة وتزداد الطاقة الداخلية للنظام. بالنسبة للنظم الغازية يمكننا أن نربط بين تلك الزيادة في الطاقة الداخلية والزيادة في طاقة الحركة Kinetic energy للجزيئات.

من ناحية أخرى إذا لم يحدث انتقال للطاقة خلال إحدى العمليات، ولكن بذل النظام شغلا. عندئذ يكون التغير في الطاقة الداخلية يساوي القيمة السالبة للشغل الذي بذله النظام

$$\Delta E_{int} = -W$$

6.17 تطبيقات على القانون الأول للديناميكا الحرارية
SOME APPLICATIONS OF THE FIRST LAW OF THERMODYAMICS

قبل أن نستخدم القانون الأول للديناميكا الحرارية في نظم معينة من الضروري أن نبدأ أولا بتعريف بعض **العمليات الثرموديناميكية** **Thermodynamic Process** .

العملية الأديباتيه adiabatic Process: هي العملية التي لايحدث فيها انتقال للطاقة من أو إلى النظام بواسطة الحرارة، أي أن في العملية الأديباتيه $Q = 0$

في العملية الأديباتيه يتم عزل النظام عن الوسط المحيط (كما هو واضح في شكل 6.17b) أو بأداء العملية بسرعة حتى لايكون هناك وقت كاف لكي تنتقل الطاقة بواسطة الحرارة. باستخدام القانون الأول للديناميكا الحرارية للعمليات الأديباتيه نجد أن

القانون الأول للعملية الأديباتيه **(10.17)** $\Delta E_{int} = -W$

من هذه النتيجة نلاحظ أنه إذا تمدد الغاز أديباتيا بحيث أن W كانت موجبة عندئذ ΔE_{int} تكون سالبة وتنخفض درجة حرارة الغاز. وبالعكس ترتفع درجة حرارة الغاز إذا ضغط أديباتيا.

والعمليات الأديباتيه لها أهمية كبيرة في الأعمال الهندسية. ومن الأمثلة المعروفة تمدد الغازات الساخنة في آلة الإحتراق الداخلي، وإسالة الغازات في نظم التبريد، وشوط الانضغاط في آلة ديزل.

العملية الموضحة في شكل (6.17b) تسمى تمدد أديباتي طليق adiabatic free expansion وهي حالة فريدة. فالعملية أدياباتيه لأنها تتم في نظام معزول حراريا. وحيث إن الغاز يتمدد في وسط مفرغ فهو لا يؤثر بقوة على مكبس كما هو موضح في شكل (6.17a) ومن ثم فلايبذل شغل على الغاز أو بواسطة الغاز. إذن في هذه العملية كل من W, Q يساوي صفر وبذلك يكون مقدار $\Delta E_{int} = 0$ لهذه العملية كما يتضح من القانون الأول.

إذن الطاقة الداخلية الابتدائية والنهائية في العمليات الأدياباتيه الطليقة لغاز متساويتان.

العملية التي تتم تحت ضغط ثابت تسمى عملية أيزوبارية Isobaric Process في هذه العملية قيم كل من الحرارة والشغل غالبا لايساويان صفراً والشغل الذي يبذله الغاز يعطى بالعلاقة

$$W = P(V_f - V_i) \qquad (11.17) \qquad \text{عملية أيزوبارية}$$

حيث P هو الضغط الثابت في تلك العملية.

العملية التي تتم تحت حجم ثابت تسمى عملية أيزو فُليومية Isovolumetric Process. في هذه العملية الشغل المبذول من الواضح أنه يساوي صفرا لأن الحجم لم يتغير. ومن القانون الأول نستنتج أنه في العمليات ثابتة الحجم حيث $W = 0$

$$\Delta E_{int} = Q \qquad (12.17) \qquad \text{عملية ثابتة الحجم}$$

وهذه العلاقة توضح أن الطاقة المضافة بواسطة الحرارة لنظام تحت حجم ثابت تظل في النظام كزيادة في الطاقة الداخلية له.

على سبيل المثال إذا ألقينا بعلبة لرش الطلاء (سبريي) فازغة في النار. ستدخل طاقة إلي الغاز داخل العلبة بواسطة الحرارة من خلال الجدار المعدني. ومن ثم ترتفع درجة حرارة الغاز وكذلك ضغطه داخل العلبة مما قد يجعلها تنفجر.

العملية التي تتم تحت درجة حرارة ثابتة تسمى عملية أيزوثرمالية Isothermal Process. لو رسمنا الضغط P والحجم V عند ثبات درجة الحرارة لغاز مثالي سنحصل على منحنى على شكل قطع زائد hyperbolic Curve يسمى أيزوثيرم Isotherm الطاقة الداخلية للغاز المثالي هي دالة في درجة الحرارة فقط. إذن التغير في الطاقة الداخلية للغاز المثالي في العمليات الأيزوثرمالية يساوي صفراً

$$\Delta E_{int} = 0 \qquad \text{في العمليات الأيزوثرمالية}$$

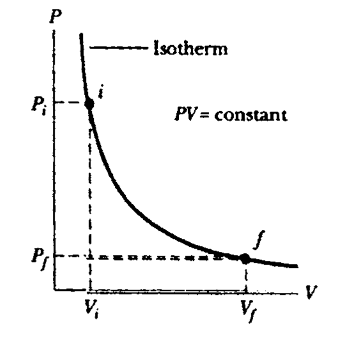
ونستنتج من القانون الأول أنه في العمليات الأيزوثرمالية أي انتقال للطاقة Q يساوي الشغل الذي يقوم به الغاز أي إن $Q = W$ وأي طاقة تدخل للنظام بواسطة الحرارة تنتقل إلي خارج النظام بواسطة الشغل وبذلك لاتحدث أي زيادة في الطاقة الداخلية.

اختبار سريع 4.17

املأ الخانات الثلاث الأخيرة من هذا الجدول بعلامات +و - أو 0 لكل حالة يمثلها النظام.

الحالة	النظام	Q	W	ΔE
(a) نفخ سريع لإطار دراجة	الهواء في المنفاخ			
(b) إناء عند درجة حرارة الغرفة فوق سخان	ماء في إناء			
(c) هواء يتسرب بسرعة من بالون	الهواء داخل البالون			

التمدد الأيزوثرمالي للغاز المثالي Isothermal Expansion of Ideal Gas



شكل (7.17) المنحنى PV للتمدد الأيزوثرمالي لغاز مثالي من الحالة الابتدائية إلى الحالة النهائية والمنحنى عبارة عن قطع زائد

نفرض أن غازا مثاليا يسمح له بالتمدد شبه استاتيكيا (يعني ببطئ شديد) مع ثبات درجة الحرارة كما هو موضح في الرسم البياني $P.V$ شكل (7.17) والمنحنى عبارة عن قطع زائد hyperbola (انظر ملحق B معادلة B23) ومعادلة الحالة للغاز المثالي عند ماتكون T ثابتة تبين أن معادلة هذا المنحنى هي $PV = \text{constant}$ وتمدد الغاز أيزوثرماليا يمكن أن يتم بوضع الغاز في اتصال حراري مع مستودع للطاقة عند نفس درجة الحرارة كما هو موضح في شكل (6.17a).

لحساب الشغل المبذول بواسطة الغاز في عملية التمدد من الحالة i إلى الحالة f تستخدم المعادلة 8.17. إلا أنه نظرا لأن الغاز مثاليا والعملية شبه استاتيكية يمكننا استخدام العلاقة $PV = nRT$ لكل نقطة على المسار. ومن ثم نحصل على الآتي:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} P\,dV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V}\,dV$$

حيث أن $T = \text{constant}$ في هذه الحالة يمكننا أن نخرجها من التكامل مع R, n لنحصل على المعادلة التالية

$$W = nRT\int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nRT \ln V\Big|_{V_i}^{V_f}$$

لكي نقيم التكامل تستخدم المعادلة العامة $\int (dx/x) = \ln x$. وبأخذ التكامل عند القيمتين الابتدائية والنهائية نحصل على المعادلة:

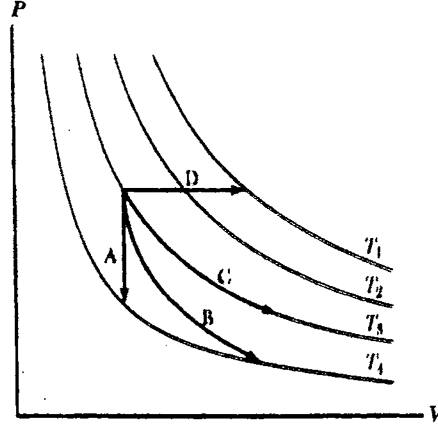
الشغل المبذول بواسطة غاز مثالي في عملية أيزوثرماليه

$$W = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \quad (13.17)$$

معادلة (13.17) هي معادلة الشغل الذي يبذله غاز مثالي في عملية أيزوثرماليه. وعدديا هذا الشغل W يساوي المساحة المظللة تحت منحنى PV في شكل (7.17) وحيث إن الغاز يتمدد $V_f > V_i$ وقيمة الشغل الذي يبذله الغاز موجبة. وكما نتوقع إذا ضغط الغاز عندئذ $V_f < V_i$ والشغل الذي يبذله الغاز يكون سالبا .

اختبار سريع 5.17

إوصف طبيعة المسارات في شكل (8.17) كمسار أيزوباري- أيزوفليومي-أيزوثرمالي - أديباتي. لاحظ أن $Q = 0$ للمسار B



شكل (8.17) حدد طبيعة المسارات D,C,B,A على منحنى PV

مثال 6.17

عينة من غاز مثالي مقدارها 1.0 mol بقيت عند درجة حرارة 0°C وتمددت من حجم قدره 3.0L إلى حجم 10.0L (a) مامقدار الشغل الذي بذله الغاز في عملية التمدد؟

الحل: بالتعويض بالقيم المذكورة في معادلة 13.17 نحصل على الآتي

$$W = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

$$W = (1.0\ \text{mol})\ (8.31\ \text{J/mol}\cdot\text{K})\ (273\ \text{K}) \ln\left(\frac{10.0}{3.0}\right)$$

$$= 2.7 \times 10^3\ \text{J}$$

(b) ما مقدار الطاقة المنتقلة بواسطة الحرارة إلى النظام من الوسط المحيط في هذه العملية

الحل: من القانون الأول للديناميكا الحرارية نجد أن

$$\Delta E_{int} = Q - W$$
$$0 = Q - W$$
$$Q = W = 2.7 \times 10^3 J$$

(c) إذا عاد الغاز لحجمه الأول بواسطة عملية أيزوبارية. ما مقدار الشغل الذي يبذله الغاز.

الحل:

الشغل المبذول في العمليات الأيزوبارية يعطي بالمعادلة 11.17 وحيث أن الضغط غير معروف في هذه المسألة. ولذلك سوف نستخدم قانون الغازات المثالية

$$W = P(V_f - V_i) = \frac{nRT_i}{V_i}(V_f - V_i)$$
$$= \frac{(1.0\ mol)\ (8.31\ J/mol \cdot K)\ (273\ K)}{10.0 \times 10^{-3} m^3}$$
$$\times (3.0 \times 10^{-3} m^3 - 10.0 \times 10^{-3} m^3)$$
$$= -1.6 \times 10^3 J$$

لاحظ أننا قد استخدمنا الحرارة الابتدائية والحجم الابتدائي لنعرف مقدار الضغط الثابت لأننا لانعرف درجة الحرارة النهائية. الشغل الذي بذله الغاز بالسالب لأن الغاز قد تم انضغاطه.

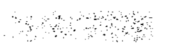
مثال 7.17 الماء المغلي

تم تبخير 1.0g من الماء في عملية أيزوبارية عند الضغط الجوي ($1.013 \times 10^5 Pa$). فإذا كان حجم الماء في الحالة السائلة هو $V_i = V_{liq} = 1.0\ cm^3$ وحجمه في حالة البخار $V_f = V_{vap} = 1.671\ cm^3$ احسب الشغل المبذول في عملية التمدد والتغير في الطاقة الداخلية للنظام. اهمل أي اختلاط بين البخار والهواء المحيط تصور أن البخار يدفع الهواء بعيدا عن طريقه.

الحل: حيث أن التمدد يحدث مع ثبات الضغط. الشغل المبذول بواسطة النظام لدفع الهواء الجوي بعيدا هو معادلة (11.17).

$$W = P(V_f - V_i)$$
$$= (1.013 \times 10^5\ Pa)\ (1.671 \times 10^{-6} m^3 - 1.00 \times 10^{-6} m^3)$$
$$= 169\ J$$

لتعيين التغير في الطاقة الداخلية يجب أن نعرف مقدار الطاقة المنتقلة Q المطلوبة لتبخير الماء باستخدام معادلة (6.17) والحرارة الكامنة اتبخير الماء نجد أن



$$Q = mL_{\upsilon} = (1.00 \times 10^{-3}\ kg)(2.26 \times 10^{6} J/kg) = 2\ 260 J$$

من القانون الأول التغير في الطاقة الداخلية هو:

$$\Delta E_{int} = Q - W = 2\ 260 J - 169 J = 2.09\ kJ$$

والأشارة الموجبة لقيمة ΔE تدل على أن الطاقة الداخلية للنظام قد زادت. لاحظ أن 93% من الطاقة الداخلة للنظام قد استخدمت في زيادة الطاقة الداخلية للماء وفقط 7% استخدمت في الشغل الذي بذله البخار على الهواء الجوي أي أنها طاقة خرجت من النظام على شكل شغل.

مثال 8.17 تسخين جسم صلب

سخن قضيب من النحاس وزنه 1.0 kg تحت الضغط الجوي فإذا ارتفعت درجة حرارته من 20°C إلى 50°C (a) ما مقدار الشغل الذي بذله قضيب النحاس على الوسط المحيط.

الحل:

نظرا لأن العملية أيزوبارية يمكننا تعيين الشغل الذي بذله القضيب باستخدام معادلة (11.17)

$$W = P(V_f - V_i)$$

يمكننا حساب التغير في حجم النحاس من معادلة (6.17) باستخدام متوسط معامل التمدد الطولي للنحاس من جداول (2.17) ومع الأخذ في الاعتبار أن $\beta = 3\alpha$ نحصل على الآتي

$$\Delta V = \beta V_i \Delta T$$

$$= [5.1 \times 10^{-5} (^\circ C)^{-1}](50^\circ C - 20^\circ C) V_i = 1.5 \times 10^{-3} V_i$$

الحجم V_i يساوي m/ρ وجدول (15.1) يعطي كثافة النحاس وتساوي $8.92 \times 10^3\ kg/m^3$ إذن

$$\Delta V = (1.5 \times 10^{-3})\left(\frac{1.0\ kg}{8.92 \times 10^3\ kg/m^3}\right) = 1.7 \times 10^{-7} m^3$$

الشغل المبذول يساوي

$$W = P\Delta V = (1.013 \times 10^5\ N/m^2)(1.7 \times 10^{-7} m^3) = 1.7 \times 10^{-2} J$$

(b) ما مقدار الطاقة التي انتقلت إلي النحاس بواسطة الحرارة.

الحل:

نأخذ قيمة الحرارة النوعية للنحاس من جدول 1.17 وباستخدام معادلة 4.17 نجد أن الطاقة المنقولة بواسطة الحرارة هي

$$Q = mc\Delta T = (1.0\text{kg})\ (387\text{J/kg°C})\ (30.°\text{C}) = 1.2 \times 10^4\ \text{J}$$

(c) مامقدار الزيادة في الطاقة الداخلية للنحاس.

الحل: من القانون الأول للديناميكا الحرارية نجد أن

$$\Delta E_{int} = Q - W = 1.2 \times 10^4\text{J} - 1.7 \times 10^{-2}\text{J} = 1.2 \times 10^4\text{J}$$

لاحظ أن كل الطاقة تقريبا التي انتقلت إلى النظام بواسطة الحرارة ذهبت في زيادة الطاقة الداخلية. والجزء من الطاقة الذي استغل في عمل شغل على الجو المحيط لايتعدى 10^{-6}. ومن ثم عند تحليل التمدد الحراري للأجسام الصلبة أو السوائل فإن المقدار الضئيل للشغل المبذول بواسطة النظام غالبا ما يهمل.

7.17 طرق انتقال الطاقة ENERGY TRANSFER MECHANISMS

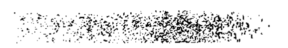
من الضروري أن نتعرف على معدل انتقال الطاقة بين نظام ما والوسط المحيط والطرق التي يتم بها هذا الإنتقال. وهناك ثلاث طرق لانتقال الطاقة يمكن بواسطتها حدوث تغير في الطاقة الداخلية للنظام.

التوصيل الحراري Thermal Conduction

التوصيل الحراري هو عملية انتقال للطاقة وثيق الارتباط بالفرق بين درجات الحرارة.

في هذه العملية يمكن وصف انتقال الطاقة على المستوى الذري كتبادل لطاقة الحركة بين جسيمات ميكروسكوبيه مثل الجزيئات والذرات والإلكترونات. بحيث إن الجسيمات ذات الطاقة الأقل تكتسب طاقة عن طريق تصادمها بجسيمات أكثر طاقة. على سبيل المثال، إذا أمسكت بطرف قضيب معدني طويل وعرضت الطرف الآخر للهب موقد ، ستجد أن درجة حرارة الطرف الذي تمسكه في يدك سرعان ما ترتفع. لقد وصلت الطاقة إلى يدك بالتوصيل. ويمكننا التعرف على عملية التوصيل الحراري بالتعرف على ما يحدث للجسيمات الميكروسكوبية في المعدن. قبل أن يوضع طرف القضيب في النار كانت الجسيمات الميكروسكوبية تتذبذب حول وضع الاتزان. وبعد وضعه في النار سخّن اللهب القضيب فبدأت الجسيمات القريبة من اللهب تسخن وتزداد سعة ذبذبتها مما يؤدي إلى تصادمها بالجسيمات القريبة منها فتنتقل إليها بعض طاقتها في عملية التصادم هذه.

وببطئ تأخذ سعة ذبذبة باقي جزيئات وذرات والكترونات القضيب في الزيادة تدريجيا وبالطبع ستتأثر الجزيئات القريبة من الطرف الآخر للقضيب الذي تمسك به. وهذه الزيادة في سعة الذبذبات تمثل زيادة في درجة حرارة القضيب الذي بدأت تشعر بأنه يلسع يدك من شدة الحرارة.



معدل التوصيل الحراري يعتمد على خواص المادة التي تسخّن. فمثلا يمكننا أن نضع قطعة من الأسبستوس على اللهب لمدة طويلة. وهذا يدل على أن الطاقة المنتقلة خلال مادة الأسبستوس قليلة.

وبصفة عامة، الفلزات جيدة التوصيل للحرارة، أما المواد الأخرى مثل الأسبستوس والفلين والورق مواد رديئة التوصيل الحرارة.

الغازات كذلك رديئة التوصيل للحرارة لأن المسافة بين الجزيئات كبيرة. الفلزات جيدة التوصيل للحرارة لأن بها عدد كبير من الإلكترونات حرة الحركة خلال الفلز، ومن ثم تستطيع نقل الطاقة لمسافات طويلة.

إذن في الموصلات الجيدة مثل النحاس يتم التوصيل عن طريق تذبذب الذرات وكذلك عن طريق حركة الإلكترونات الحرة.



شكل لثلج منصهر فوق موقف للسيارات الجزء الأسود يبين وجود أنبوبة للماء الساخن أسفل السطح لتساعد على ذوبان الثلج. الطاقة تنتقل من الأنابيب الساخنة إلى الأرض فتصهر الثلج.

ويحدث التوصيل فقط عند وجود فرق في درجة الحرارة بين جزئين في الوسط الموصل. نفرض لوح من مادة ما سمكه Δx ومساحة مقطعة A. أحد وجهي اللوح عند درجة حرارة T_1 والوجه الآخر عند درجة حرارة T_2 بحيث أن $T_2 > T_1$ شكل 9.17. وجد عمليا أن الطاقة Q المنتقلة خلال فترة زمنية Δt تنتقل من السطح الساخن إلى السطح البارد. والمعدل $Q/\Delta t$ لانسياب الطاقة يتناسب مع مساحة المقطع وفرق درجتي الحرارة $\Delta T = T_2 - T_1$ ويتناسب عكسيا مع السمك

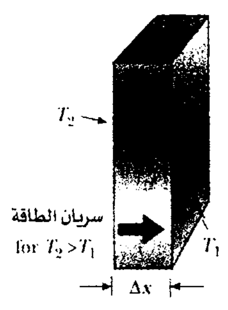
$$\frac{Q}{\Delta t} \propto A\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

وسوف نستخدم الرمز $\mathscr{P}$ للتعبير عن معدل انتقال الحرارة $\mathscr{P} = Q/\Delta t$ ووحدات $\mathscr{P}$ هي الوات عندما تكون وحدات Q هي الجول، Δt بالثواني، لشريحة سمكها متناهي الصغر dx وفرق درجات الحرارة dt، يمكننا أن نكتب قانون التوصيل الحراري على النحو التالي:

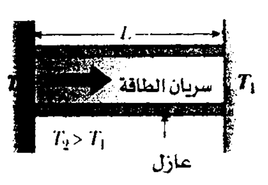
$$\mathscr{P} = kA\left|\frac{dT}{dx}\right| \qquad \text{(14.17)}$$

(قانون التوصيل الحراري)

وثابت التناسب k هو التوصيل الحراري للمادة ، (dT/dx) هو مقدار الانحدار في درجة الحرارة (تغير درجة الحرارة مع المسافة) temperature gradient. نفرض أن قضيب طويل منتظم طوله L معزول حراريا بحيث لاتتسرب الحرارة من سطحه ما عدا عند أطرافه كما في شكل (10.17) أحد أطرافه متصل حراريا بمستودع للطاقة عند درجة حرارة T_1 والطرف الآخر متصل حراريا مع مستودع عند درجة حرارة T_2 بحيث أن $T_2 > T_1$. عندما يصل القضيب إلى حالة استقرار حراري steady state



شكل (9.17) انتقال الطاقة خلال لوح موصل مساحة مقطعه A وسمكه Δx والوجهان المتعاكسان عند درجتي حرارة T_1 , T_2.



شكل (10.17) توصيل الطاقة خلال قضيب منتظم معزول طوله L وطرفاه متلامسان مع مستودعين حراريين عند درجات حرارة مختلفة.

تصبح كل نقطة على سطحه درجة حرارتها ثابته مع الزمن. في هذه الحالة إذا اعتبرنا أن K ليست دالة في درجة الحرارة . سنجد أن الإنحدار الحراري واحد على طول القضيب ويساوي

$$\left|\frac{dT}{dx}\right| = \frac{T_2 - T_1}{L}$$

من ذلك نجد أن معدل انتقال الطاقة بالتوصيل خلال القضيب هو

$$\mathscr{P} = kA\frac{(T_2 - T_1)}{L} \qquad (15.17)$$

المواد جيدة التوصيل للحرارة لها قيم عالية للتوصيل الحراري، بينما المواد جيدة العزل لها توصيل حراري منخفض القيمة. الجدول (3.17) يعطى قيما للتوصيل الحراري للعديد من المواد. يلاحظ أن الفلزات موصلات حرارية أفضل من اللافلزات.

جـــدول (3.17) التوصيل الحراري

المـــادة	معامل التوصل الحراري W/m°C	المـــادة	معامل التوصل الحراري W/m°C
ألمونيوم	238	جليد	2
نحاس	397	كاوتشوك	0.2
ذهب	314	ماء	0.6
حديد	79.5	خشب	0.08
رصاص	34.7	**غازات** (20°C)	–
فضة	427	هواء	0.0234
لافلزات	–	هيليوم	0.138
اسبستوس	0.08	هيدروجين	0.172
خرسانة	0.8	نتروجين	0.0234
الزجاج	0.8	أكسجين	0.0238



أختبار سريع 6.17

هل مكعب من الثلج ملفوف في قطعة قماش من الصوف يظل متجمدا (a) لفترة أقصر من الوقت (b) نفس الفترة الزمنية (c) فترة أطول من الوقت بالمقارنة بمكعب مشابه من الثلج معرض للجو عند درجة حرارة الغرفة.

في حالة لوح مركب من عدة طبقات سمكها L_2, L_1، ... وتوصيلها الحراري k_2, k_1،.. معدل انتقال الحرارة خلال هذا اللوح المركب من طبقات مختلفة المواد عند حالة الاستقرار هي

$$\mathscr{P} = \frac{A(T_2 - T_1)}{\sum_i (L_i / k_i)}$$

حيث T_2, T_1 ، هما درجتا حرارة السطحين الخارجيين (باعتبار أنهما ثابتان) وعلامة المجموع تضم جميع الألواح.المثال التالي يوضح ما تعطيه تلك المعادلة عند استخدامها للوح مكوَّن من مادتين مختلفتين.

مثال 9.17 الطاقة المنتقلة خلال لوحين:

لوحان سمكهما L_2, L_1 وتوصيلهما الحراري k_2, k_1 متصلان حراريا كما يتضح من شكل(11.17) درجة حرارة سطحيهما الخارجين T_2, T_1 على الترتيب ،مقدار $T_2 > T_1$. عين درجة الحرارة عند سطح التماس بين اللوحين ومعدل انتقال الطاقة بالتوصيل خلال اللوحين عند حالة الاستقرار الحراري

الحل: إذا كانت T هي درجة الحر عند سطح التماس بين اللوحين. إذن معدل انتقال الطاقة خلال اللوح 1 هو:

$$\mathscr{P}_1 = \frac{k_1 A(T - T_1)}{L_1} \qquad (1)$$

ومعدل انتقال الحرارة خلال اللوح (2) هو

$$\mathscr{P}_2 = \frac{k_2 A(T_2 - T)}{L_2}$$

عند الاستقرار الحراري يتساوى المعدلان إذن

$$\frac{k_1 A(T - T_1)}{L_1} = \frac{k_2 A(T_2 - T)}{L_2}$$

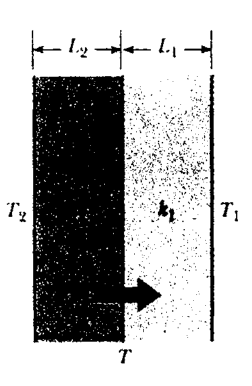
لإيجاد T من المعادلتين نحصل على

$$T = \frac{k_1 L_2 T_1 + k_2 L_1 T_2}{k_1 L_2 + k_2 L_1} \qquad (3)$$

بإحلال المعادلة (3) في أي من (1) أو (2) نحصل على

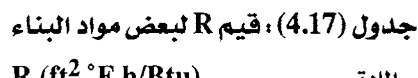
$$\mathscr{P} = \frac{A(T_2 - T_1)}{(L_1 / k_1) + (L_2 / k_2)}$$

باستخدام هذه المعادلة لعدة ألواح نصل إلى المعادلة (16.17).



شكل (11.17) انتقال الحرارة بالتوصيل خلال لوحين ملاصقين لبعضهما في حالة اتزان حراري معدل الطاقة المارة خلال اللوح الأول تساوي معدل انتقال الطاقة خلال اللوح الثاني.

عزل المنازل Home Insulation



جدول (4.17) : قيم R لبعض مواد البناء

المادة	R (ft^2.°F.h/Btu)
خشب	0.91
الطوب الأحمر (سمك ٤ بوصة)	4.00
بلاطات الخرسانة	1.93
بطانة فيبرجلاس (سمك 3.5 بوصه)	10.90
بطانة فيبرجلاس (سمك 6 بوصه)	18.80
خيوط سليولوز (سمك بوصه)	3.70
زجاج مسطح (سمك 0.125 بوصه)	0.89
فراغ هواء (3.5بوصه)	1.01
حائط جاف (سمك 0.5 بوصه)	0.45
غلاف الحوائط (سمك 0.5 بوصه)	1.32

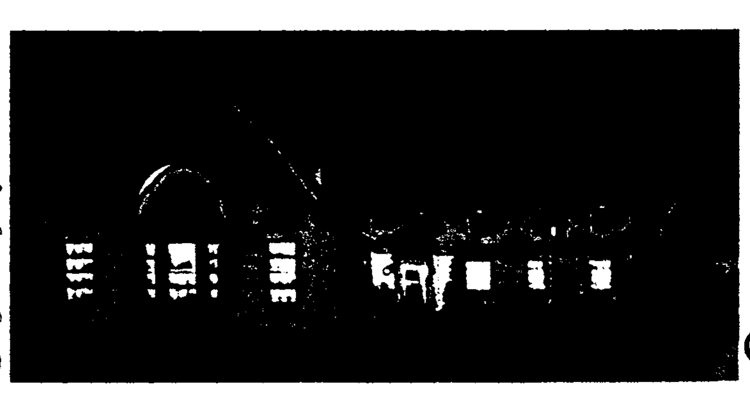


تنتقل الطاقة من داخل المنزل إلى الخارج بسرعة من سطح المنزل غير المغطى بالجليد (لأن الجليد قد انصهر) بينما النتوء فوق الناقذه مغطى بالجليد مما يدل على أن عزله جيد. أما سقف المنزل فهو غير معزول جيدا.

في أعمال الهندسة المدنية يطلق على النسبة L/K لأي مادة القيمة R للمادة (R value) ومن ثم يمكن كتابة المعادلة (16.17) على النحو التالي:

$$\mathscr{P} = \frac{A(T_2 - T_1)}{\sum_i R_i} \qquad (17.17)$$

حيث $R_i = L_i/K_i$ والمقدار R للمواد شائعة الاستخدام في المباني معطاه في جدول (4.17). بالوحدات الشائعة الاستخدام في الأعمال الهندسية بالولايات المتحده وليس بوحدات النظام الدولي SI. عند أي سطح قائم معرض للهواء توجد طبقة رقيقة من الهواء الساكن ملاصقة لهذا السطح ويجب أخذ هذه الطبقة في الاعتبار عند تحديد القيمة R للحائط. وسمك تلك الطبقة الساكنة على أي جدار خارجي تعتمد على سرعة الريح. وفقد الطاقة من منزل في يوم عاصف أكبر من الفاقد في يوم الهواء فيه ساكنا.



صورة حرارية "ثرموجرام" لمنزل مأخوذه في يوم بارد. تبين ألونا من الأبيض إلى البرتقالي (المناطق الأكثر فقد للطاقة) إلى الأرزق والأرجواني (المناطق الأقل فقدا للطاقة).

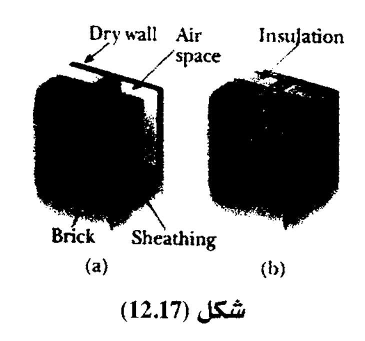
مثال 10.17 القيمة R لحائط فعلي

احسب القيمة R الكلية لحائط مبنى كما هو موضح في شكل (12.17a) مبتدئا من خارج المنزل (نحو الأمام في الرسم) إلى داخله.

الحائط يتكون من قالب طوب 4 in، طبقة غلاف 0.5 in فراغ به هواء سمك 3.5 in وحائط جاف 0.5 in. ولا تنس طبقتي الهواء الساكن من الداخل ومن الخارج.

الحل: بالإشارة إلى جدول 4.17 نجد أن

R_1 طبقة الهواء الساكن من الخارج	$0.17 ft^2 \cdot °F \cdot h/Btu$
R_2 للطوب الأحمر	$4.00 ft^2 \cdot °F \cdot h/Btu$
R_3 لطبقة الغلاف	$1.32 ft^2 \cdot °F \cdot h/Btu$
R_4 الفراغ الهوائي	$1.01 ft^2 \cdot °F \cdot h/Btu$
R_5 الحائط الجاف	$0.45 ft^2 \cdot °F \cdot h/Btu$
R_6 طبقة الهواء الساكن من الداخل	$0.17 ft^2 \cdot °F \cdot h/Btu$
R الكلية	$7.12 ft^2 \cdot °F \cdot h/Btu$



شكل (12.17)

تمرين: إذا وضعت طبقة عازلة من الفيبر جلاس سمكها 3.5in داخل الحائط لتحل محل الفراغ الهوائي كما هو موضح في شكل (12.17b) ما هي قيمة R الكلية؟ ما هو معامل نقص الطاقة المفقودة؟

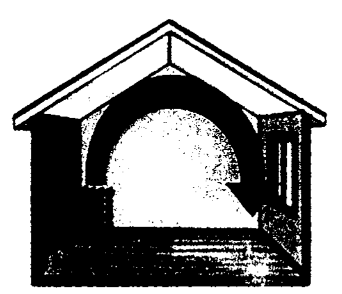
الحل: $R = 17\ ft^2 \cdot °F \cdot h/Btu$; معامل نقص الطاقة المفقودة 2.4.

الحمل Convection

لعلك في يوم من الأيام قد دفأت يديك فوق لهب موقد في هذه الحالة يسخن الهواء الملامس للهب الموقد ويتمدد فتقل كثافته ويصعد الهواء إلى أعلى. وهذه الكتلة الساخنة من الهواء تدفئ يديك عندما ...تعد قريبا منها. الطاقة المنقولة نتيجة لحركة مادة ساخنة يقال عنها أنها انتقلت بواسطة الحمل. ...عندما تكون الحركة ناتجة عن فرق في الكثافة، كحالة الهواء القريب من النار، يسمى الحمل في هذه الحالة حمل طبيعي natural Convection. وحركة الهواء على الشاطئ تعتبر مثالا للحمل الطبيعي. (وهي تشبه حركة الماء على سطح البحيرة عندما يبرد فيهبط إلي أسفل، ارجع إلى الباب السادس ...) عندما تتحرك الكتلة الساخنة بفعل قوة ما مثل مروحة أومضخة كما يحدث في نظم التدفئة بالهواء الساخن أو الماء الساخن في هذه الحالة يسمى الحمل حملا قسريا Forced Convection.

ولولا تيارات الحمل لما أمكننا أن نغلي الماء. فعندما يسخن الماء في غلاي الشاي تسخن الطبقة السفلى من الماء أولا ثم يرتفع الماء الساخن إلى أعلى لأن كثافته أقل. وفي نفس الوقت الماء الأعلى كثافة ... السطح يهبط إلى أسفل الغلاي ليسخن وهكذا.

نفس الظاهرة تحدث عندما تدفئ الحجرة بواسطة دفاية. فالدفاية تسخن الهواء في الجزء الأسفل من الحجرة فيتمدد الهواء الدافئ ويرتفع إلى أعلى نظرا لأن كثافته قد قلت، والهواء البارد الأكبر كثافة قرب سقف الحجرة يهبط إلى أسفل وتستمر تيارات الحمل هذه في الصعود والهبوط كما هو موضح في شكل (13.17)



شكل (17.13) تيارات الحمل في حجرة تسخن بواسطة سخان

الإشعاع: Radiation

الطريقة الثالثة لانتقال الطاقة هي الإشعاع radiation كل الأجسام تشع طاقة بصفة مستمرة على شكل موجات كهرومغنطيسية (انظر الباب 34) ناتجة عن التذبذبات الحرارية للجزيئات.

ولعلك تعرف الاشعاعات الكهرومغنطيسية التي تصدر من فرن كهربائي على شكل وهج برتقالي أو من سخان دفاية أوغير ذلك من أجهزة التسخين المنزلية التي تعمل بالكهرباء.

معدل إشعاع أي جسم للطاقة يتناسب مع درجة حرارته المطلقة مرفوعة للأس الرابع. والقانون الذي يحدد تلك العلاقة يسمى قانون ستيفان Stefan's Law وهو كما يلي

$$\mathscr{P} = \sigma A e T^4 \qquad (18.17)$$

حيث $\mathscr{P}$ هي القدرة بالوات التي يشعها الجسم، σ ثابت يساوي $\sigma = 5.669\,6 \times 10^{-8} W/m^2 \cdot K^4$ و A مساحة المقطع بالأمتار المربعة للجسم و e هو ثابت الإشعاعية emissivity constant و T درجة حرارة السطح بالكلفن. ومقدار ثابت الإشعاعية e تتغير قيمته من صفر إلى واحد،ويعتمد ذلك على نوع سطح الجسم المشع. والإشعاعية تمثل الجزء من الطاقة الساقطة على الجسم التي يمتصها السطح.

تقدر الطاقة المصاحبة للإشعاعات الكهرومغنطيسية الآتيه عموديا من الشمس إلى الأرض بمقدار 1340 J لكل متر مربع من الغلاف الجوي فوق سطح الأرض لكل ثانية. وهذا الإشعاع يقع أساسا في المنطقة المرئية من الطيف الكهرومغنطيسي وبعضه في المنطقة تحت الحمراء وقدر ليس بقليل من الأشعة فوق البنفسيجية.

وسوف ندرس هذه الإشعاعات بالتفصيل في الباب 34. بعض تلك الإشعاعات تنعكس ثانيا إلى الفضاء الجوي. وبعضه يمتص في الغلاف الجوي. إلا أن جزءً كبيراً من الطاقة يصل إلى سطح الأرض في كل يوم ليمدنا بكل ما نحتاج إليه من طاقة بل وأكثر مما نحتاج بمئات المرات، إذا ما أمكننا تجميعها واستخدامها بكفائة.

ا١٠١ ، تزايد المنازل في الولايات المتحدة التي تستغل الطاقة الشمسية يبين الجهد المتزايد لاستغلال تلك الطاقة الضخمة . والطاقة الشمسية الإشعاعية تؤثر على حياتنا اليومية بطرق مختلفة منها التأثير على متوسط درجة حرارة سطح الأرض، التيارات المائية في المحيطات، والزراعة، وأنماط تساقط الأمطار .

أما ما يحدث لدرجة حرارة الجو أثناء الليل فهو مثال آخر لتأثير انتقال الطاقة بواسطة الإشعاع. فإذا كان الليل غائماً فإن الماء الذي في الغمام يمتص الإشعاعات تحت الحمراء المنبعثة من الأرض ويعيد إشعاعها مرة أخرى للأرض. ومن ثم تظل درجة الحرارة عند سطح الأرض مقبولة. في حالة عدم وجود تلك السحب لايوجد ما يمنع تلك الإشعاعات من الضياع في الفضاء الخارجي ولذلك تنخفض درجة الحرارة قرب سطح الأرض في الليالي الصافية ويكون الجو أكثر برودة من الليالي الغائمة.

وكما أن الأجسام تشع طاقة بالمعدل الذي تعطيه معادلة (18.17) فهي أيضا تمتص الإشعاعات الكهرومغنطيسية. وإذا لم تحدث العملية الأخيرة فإن الجسم سيفقد كل طاقته بالإشعاع وتصل درجة حرارته إلى الصفر المطلق. والطاقة التي يمتصها الجسم تأتي من الوسط المحيط به والذي يحتوي على أجسام أخرى تشع طاقة. فإذا كانت درجة حرارة الجسم هي T والوسط المحيط به عند درجة حرارة T_0 عندئذ سيكون مقدار الطاقة المكتسبة أو المفقودة في كل ثانية بواسطة الجسم عن طريق الإشعاع هي:

$$\mathscr{P}_{net} = \sigma A e(T^4 - T_0^4) \qquad (19.17)$$

عندما يكون جسم في حالة اتزان مع الوسط المحيط فإنه يشع ويمتص طاقة بنفس المعدل ومن ثم تظل درجة حرارته ثابته. عندما يكون الجسم أسخن من الوسط المحيط فإنه يشع طاقة أكثر مما يمتص فتهبط درجة حرارته. والسطح الماص المثالي ideal absorber يعرَّف على أنه الجسم الذي يمتص كل الطاقة الساقطة عليه ومقدار e لمثل هذه الأجسام تساوي واحد صحيح $e = 1$. ومثل هذا الجسم يسمى عادة الجسم الأسود black body. والماص المثالي هو أيضا مشع مثالي. وعلى النقيض الجسم الذي له $e=0$ لايمتص أي طاقة ساقطة عليه، مثل هذا الجسم يعكس كل الطاقة الساقطة عليه ولذلك يسمى عاكساً مثاليا ideal reflector.

وعاء ديوَر The Dewar Flask

وعاء ديور[8] هو وعاء مصمم لكي يقلل من مقدار الفقد في الطاقة بالإشعاع والحمل والتوصيل.وهذا الوعاء يستخدم لحفظ السوائل الساخنة أو الباردة لمدد كبيرة. والتُّرمس المستخدم في المنازل Thermos هو أحد أنواع أوعية ديور. وتركيب وعاء ديور كما هو موضح في شكل(14.17) عبارة عن وعاء يتكون جداره من طبقتين من زجاج البَيركس مغطى بطبقة من الفضة. والفراغ بين الجدارين

(8) اخترعه سير جيمس ديور Sir James Dewar (1842- 1923).

مفرغ من الهواء للإقلال من انتقال الحرارة بالتوصيل أو الحمل. أما السطح المفضض فإنه يقلل من انتقال الحرارة بالإشعاع حيث إن الفضة عاكس جيد ،مقدار ثابت الإشعاع له صغير. وللمزيد من الإقلال من الطاقة المفقودة يقلل حجم الرقبة.



مقطع في وعاء ديور يستخدم في حفظ السوائل ساخنة أو باردة

وتستخدم أوعية ديور لحفظ النتروجين السائل (درجة غليانه 77K) والأكسجين السائل (درجة غليانه 90k).

ولحفظ الهيليوم السائل (درجة غليانه 4.2K) وحرارة تبخيره صغيرة جدا من الضروري استخدام نظام يتكون من أوعية ديور مزدوجة بحيث أن الديور الذي يحتوي على الهيليوم السائل يحيط به ديور آخر يحتوي على نتروجين سائل.

وهناك تصميمات حديثة لأوعية ديور الخاصة بحفظ الهيليوم السائل بها مادة عالية العزل تتكون من عدة طبقات من المواد العاكسة مفصولة عن بعضها بفيبر جلاس fiberglass وكل هذا محفوظ في وعاء مفرغ من الهواء. في هذه الحالة لايستخدم النتروجين السائل.

مثال 11.17 من خفَّض الترموستات ؟

طالب يريد أن يقرر ماذا يلبس. إذا كانت درجة حرارة الحجرة 20°C. فإذا كانت درجة حرارة سطح جسم الطالب 35°C. مامقدار الطاقة المفقودة من جسمه في 10.0 min بالإشعاع ؟ سنفرض أن ثابت الإشعاع للجسم البشري 0.900 وأن مساحة سطح جسم الطالب $1.5m^2$.

الحل: باستخدام معادلة 19.17 نجد أن معدل فقد الطاقة من جلد الطالب هي

$$\mathscr{P}_{net} = \sigma Ae(T^4 - T_0^4)$$

$$= (5.67 \times 10^{-8}\ W/m^2\cdot k^4)\ (1.50\ m^2)$$

$$\times (0.900)\ [\ (308\ k)^4 - (293\ k)^4] = 125\ W$$

لهذا المعدل تكون الطاقة المفقودة في عشر دقائق هي

$$Q = \mathscr{P}_{net} \times \Delta t = (125\ W)\ (600\ s) = 7.5 \times 10^4 J$$

لاحظ أن الطاقة التي يشعها جسم الطالب تعادل تقريبا الطاقة التي يشعها مصباحان قدرة كل منهما 60 W.

ملخص SUMMARY

الطاقة الداخلية: هي الطاقة الكامنة للنظام وهي تتضمن طاقة الحركة الانتقالية والدورانية والتذبذبية الجزيئات وطاقة الوضع بين الجزيئات وفي داخل الجزيئات.

الحرارة : هي انتقال الطاقة عبر حدود النظام نتيجة لاختلاف درجات الحرارة بين النظام والوسط المحيط. ويستخدم الرمز Q للدلالة على كمية الطاقة المنتقلة بهذه العملية.

الكالوري: هو كمية الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة جرام واحد من الماء من درجة حرارة 14.5°C إلى 15.5°C والمكافئ الميكانيكي للحراة هو 1 cal = 4.186 J

السعة الحرارية C لأي عينة هي كمية الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة عينة بمقدار 1°C. والطاقة Q اللازمة لتغيير درجة حرارة كتلة m من المادة بمقدار ΔT هي

$$Q = mc\Delta T \qquad (4.17)$$

حيث c الحرارة النوعية للمادة .

الطاقة اللازمة لتغير الطور لمادة نقية كتلتها m هي

$$Q = mL \qquad (6.17)$$

حيث L هي الحرارة الكامنة للمادة وهي تعتمد على طبيعة التغير الطوري وخواص المادة.

الشغل المبذول بواسطة الغاز عندما يزداد حجمه من قيمته الابتدائية V_i إلى قيمته النهائية V_f هي

$$W = \int_{V_i}^{V_f} P\, dV \qquad (8.17)$$

حيث P هو الضغط الذي قد يتغير أثناء العملية. ولكي نعين قيمة W لابد من توصيف العملية توصيفا كاملا، أي لابد من معرفة مقداري V, P في كل مرحلة. أي أن الشغل المبذول يتوقف على المسار الذي يسلكه النظام بين الحالتين الابتدائية والنهائية.

القانون الأول للديناميكا الحرارية: ينص على أنه عندما ينتقل نظام من حالة إلي أخرى. التغير في طاقته الداخلية هي:

$$\Delta E_{int} = Q - W \qquad (9.17)$$

حيث Q هي الطاقة المنتقلة إلى النظام بواسطة الحرارة، W هو الشغل الذي يبذله النظام. بالرغم من أن كل من W، Q يعتمد على المسار الذي يسلكه النظام لينتقل من الحالة الابتدائية إلى الحالة النهائية إلا أن ΔE_{int} كمية لاتعتمد على المسار. وهذه المعادلة الرئيسية هي أحد قوانين حفظ الطاقة التي تتضمن التغيرات في الطاقة الداخلية للنظام.

في **العملية الدورية** (العملية التي تبدأ وتعود عند نفس الحالة) $\Delta E_{int} = 0$ ومن ثم $Q = W$ أي أن الطاقة المنتقلة إلى النظام بواسطة الحرارة تساوي الشغل المبذول بواسطة النظام أثناء العملية الدورية.

في **العملية الأديباتيه:** لا يوجد انتقال للطاقة بواسطة الحرارة بين النظام والوسط المحيط $(Q=0)$ في هذه الحالة يصبح القانون الأول كما يلي $\Delta E_{int} = -W$ أي أن التغير في الطاقة الداخلية يكون نتيجة للشغل الذي يبذله النظام. في حالة التمدد الأديباتي الطليق للغازات $Q=0$ و $W = 0$ ومن ثم $\Delta E_{int} = 0$ أي إن الطاقة الداخلية للغاز لاتتغير في تلك العملية.

العملية الأيزوبارية: هي عملية تحدث تحت ضغط ثابت والشغل المبذول في هذه العملية هو

$$W = P(V_f - V_i)$$

العملية الأيزوفليوميه : أي التي تتم مع ثبات الحجم لايبذل فيها شغل ومن ثم $W=0$ و $\Delta E_{int} = Q$

العملية الأيزوثرمالية: هي عملية تتم مع ثبات درجة الحرارة . الشغل المبذول بواسطة غاز مثالي في عملية أيزوثرمالية هو

$$W = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \qquad (13.17)$$

الطاقة من الممكن أن تنتقل على شكل شغل كما ذكرنا في الباب السابع أو بالتوصيل والحمل والإشعاع. والتوصيل يمكن أن نعتبره تبادل لطاقة الحركة بين الجزيئات المتصادمة أو الإلكترونات، ومعدل سريان الطاقة بالتوصيل خلال شريحه مساحتها A هي :

$$\mathscr{P} = kA\left|\frac{dT}{dx}\right| \qquad (14.17)$$

حيث k هو التوصيل الحراري للمادة المصنوع منها الشريحة و $|dT/dx|$ هو الإنحدار الحراري Temperature gradient. وهذه المعادلة يمكن استخدامها في العديد من الأحوال التي يهم فيها انتقال الطاقة خلال المواد.

في الحمل: المادة الساخنة تنتقل من مكان لآخر.

في الإشعاع: جميع الأجسام تصدر إشعاعات على شكل موجات كهرومغنطيسية بمعدل

$$\mathscr{P} = \sigma A e T^4 \qquad (18.17)$$

والجسم الأكثر سخونة من الوسط المحيط به يشع طاقة أكثر مما يمتص بينما الجسم الأبرد من الوسط المحيط به يمتص طاقة أكثر مما يشع.

QUESTIONS أسئلة

1 - الحرارة النوعية للماء ضعف الحرارة النوعية للكحول الإثيلي تقريبا. كتلتان متساويتان من الكحول والماء في كأسين أعطيا نفس القدر من الطاقة. قارن بين درجتي حرارة السائلين.

2 - لماذا الأماكن الساحلية جوها أكثر اعتدالا من المناطق الداخلية (القارية) اعط سببا واحدا.

3 - بوتقة صغيرة من المعدن أخذت من فرن عند درجة حرارة 200°C وغمست في حوض به ماء عند درجة حرارة الغرفة (هذه العملية تسمى عملية إطفاء (quenching) كم تكون درجة الحرارة النهائية.

4 - ماهي أكبر مشكلة يمكن أن تنتج عند قياس الحرارات النوعية. إذا كانت درجة حرارة العينة أكبر من 100°C ووضعت في الماء.

5 - في أحدى تجارب المشاهدة العملية "demonestration" غمس المعيد أصابعه المبللة في رصاص منصهر 327°C ثم رفعها بسرعة دون أن يحدث لها ضرر. كيف أمكن ذلك ؟ (لاتحاول أن تفعل ذلك لأنها تجربة خطرة).

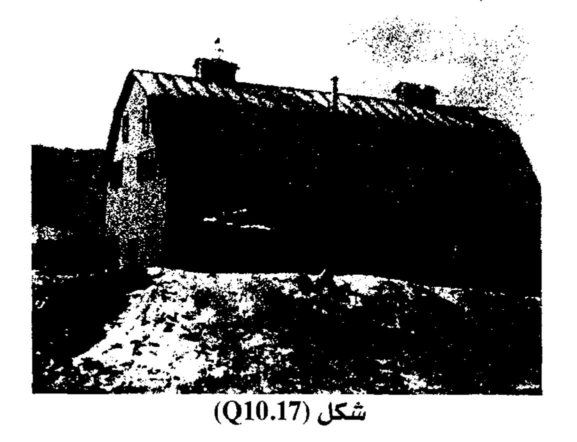
6 - وجد الرواد الأوائل أن وضع حوض كبير به ماء في مكان خزن المواد الغذائية يمنع الطعام من التجمد في الليالي شديدة البرودة. فسر لماذا؟

7 - ما هو الخطأ في هذه العبارة " إذا أُعطيت جسمين فالجسم الأعلى في درجة الحرارة يحتوي على كمية أكبر من الحرارة".

8 - لماذا تستطيع أن تمسك بعود ثقاب مشتعل حتى يحترق معظمه ولايبقى منه إلا بضع مليمترات عن أطراف أصابعك ؟

9 - من الأيسر أن تمسك فنجان شاي ساخناً من مقبضه ولا تقبض على سطح الفنجان بيدك. لماذا ؟.

10 - في شكل (Q10.17) يوجد نموذج مكون بواسطة الجليد على سقف مخزن ماذا يسبب هذا النموذج المتغير بين غطاء جليدي ثم سقف عار وهكذا ؟



شكل (Q10.17)

11 - لماذا يمكن لشخص أن يخرج قطعة من رقائق الألمونيوم من الفرن عندما تكون جافة بأصابع يده دون أن يضرها ولكن لايستطيع عمل ذلك إذا كانت قطعة الألمونيوم عليها بخار ماء ؟

12 - الأرض المغطاة بالبلاط في الحمام تشعر بها باردة إذا كانت قدماك عاريتين بينما الأرض المغطاة بالسجاد في حجرة مجاورة تشعر بأنها أكثر دفئا على قدميك علما بأنها عند نفس درجة الحرارة مثل أرض الحمام لماذا ؟

13 - لماذا يتم طهي البطاطس بشكل أسرع عندما تسوى على أسياخ ؟

14 - لماذا يُفضض السطح الخارجي للتُرْمس Thermos ويحاط بغلاف مفرغ من الهواء ؟

15 - قطعة ورق تلف حول قضيب مصنوع نصفه من الخشب والنصف الآخر من معدن إذا وضع فوق لهب فإن الورق حول الجزء الخشبي يحترق بينما لايحترق الورق الملفوف حول القضيب المعدني. فسر ذلك .

16 - لماذا يحفظ النتروجين السائل والأكسجين السائل في أوعية ديوَر خاصة مفضضة من الخارج وتحاط بغلاف مفرغ من الهواء أو بغلاف من مادة عازلة مثل البوليسترين.؟

17 - الستائر السميكة المعلقة فوق النوافذ تساعد على الحفاظ على هواء الحجرات دافئا في الشتاء وباردا في الصيف لماذا ؟

18 - إذا أردت أن تسوي قطعة من اللحم جيدا على نار مكشوفة لماذا لايفضل استخدام نار شديدة (ملحوظة: الكربون مادة عازلة للحرارة).

19 - عندما تريد أن تعزل جدران منزل ذات إطار خشبي هل من الأفضل أن تضع المادة العازلة على السطح الخارجي البارد للجدران أم على السطح الداخلي الدافئ (في الحالتين يجب وجود حاجز هوائي)

20 - في أحد المنازل التجريبية تضخ حبيبات من البوليستيرين في الفراغ الهوائي الموجود بين ضلفتي الشبابيك الزجاجية المزدوجة أثناء الليل في فصل الشتاء ويتم إخراجها من النوافذ أثناء النهار. إلى أي مدى تساعد هذه الطريقة في حفظ الطاقة داخل المنزل ؟

21 - كان الناس في الماضي يخزنون الفواكه والخضروات في مخازن تحت الأرض. ما هي مميزات هذه الطريقة ؟

22 - الحرارة النوعية للخرسانة أكبر من الحرارة النوعية للتربة .إستخدم هذه الحقيقة لتفسير السبب في أن متوسط درجة الحرارة بالليل في المدن أعلى من درجة حرارة القرى المجاورة. هل تتوقع أن يهب النسيم من المدينة إلى القرى أم العكس. وضح ؟

23 - تيارات الهواء الصاعدة ظاهرة معروفة للطيارين وتستخدم في رفع الطائرات التي ليس بها محرك. ما هو السبب في هذه التيارات ؟

24 - إذا كان الماء ردئ التوصيل للحرارة لماذا يسخن بسرعة عند وضعه فوق لهب.؟

25 - البنس Penny في الولايات المتحدة يصنع الآن من الزنك المطلى بالنحاس. هل يمكن عمل تجربة كالوريمترية لاختبار نسبة الفلز في مجموعة من البنسات؟. إذا كان ذلك ممكنا صف هذه التجربة.

26 - إذا وضعت ماءً في كوب من الورق ثم سخنته فوق لهب حتى يغلي فإن الكوب لايحترق كيف يمكن ذلك ؟

27 - إذا رجَّ تُرمس مغلق يحتوي على قهوة ساخنة ما هي التغيرات إن وجدت في (a) درجة حرارة القهوة (b) الطاقة الداخلية للقهوة.؟

28 [29] باستخدام القانون الأول للديناميكا الحرارية، وضح لماذا الطاقة الكلية لنظام معزول دائما مقدار ثابت.

29 - هل من الممكن تحويل الطاقة الداخلية إلى طاقة ميكانيكية؟ وضح بالأمثلة.

30 - نفرض أنك أفرغت القهوة في فنجان وفضلت أن تشربها بعد أن تبقى في الفنجان لبضع دقائق. فلكي تكون القهوة أكثر دفئا هل تضع الكريمة بمجرد صب القهوة أم قبل أن تشربها؟ وضح.

31 - نفرض أنك قد ملأت فنجانين متشابهين عند درجة حرارة الغرفة ببعض القهوة الساخنة. وكان في أحد الفنجانين ملعقة بعد فترة زمنية قصيرة أي منهما تكون درجة حرارته أقل. وأي نوع من أنواع انتقال الحرارة يكون مسئولا عن ذلك ؟

32 - على الطريق يلاحظ وجود تحذير يوضع قبل بداية الكباري نصه " سطح الكوبري يتجمد قبل سطح الطريق" أي من طرق انتقال الحرارة الثلاثة مسئول عن تجمد سطح الكباري قبل سطح الطرق في الأيام شديدة البرودة.

PROBLEMS مسائل

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي   □ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل   = فيزياء تفاعلية

[ ] = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

قسم 1.17 الحرارة والطاقة الداخلية

1 - الماء عند قمة شلالات نياجرا درجة حرارته 10.0°C وهو يهبط من ارتفاع 50m فلو كانت كل مابه من طاقة وضع قد استخدمت في رفع درجة حرارة الماء. احسب درجة حرارة الماء عند أسفل الشلالات.

2 - في جهاز جول في شكل (1.17) كان مقدار كل من الكتلتين 1.50kg، والوعاء يحتوي على 200g من الماء. ما مقدار الزيادة في درجة حرارة الماء بعد أن تهبط الكتلتان لمسافة 3.00 m.

قسم 2.17 السعة الحرارية والحرارة النوعية

3 - درجة حرارة قضيب من الفضة 10.0°C عندما يمتص مقدارا من الطاقة بواسطة الحرارة تساوي 1.23kJ ، كتلة القضيب 525 g عين الحرارة النوعية للفضة.

4 - عينة من النحاس كتلتها 50.0g عند درجة حرارة 25.0°C إذا امتصت طاقة قدرها 1200J بواسطة الحرارة ما مقدار درجة حرارتها النهائية.

5 - WEB حدوة حصان كتلتها 1.5kg عند درجة حرارة ابتدائية 60.0°C سقطت في وعاء به ماء كتلته 20.0kg عند درجة 25°C. ما هي درجة الحرارة النهائية ؟ (أهمل السعة الحرارية للوعاء. وافترض أن كمية قليلة من الماء قد تبخرت)

6 - فنجان من الألمونيوم كتلته 200g يحتوي على 800g من الماء في حالة اتزان عند درجة حرارة 80.0°C. برد الفنجان والماء معا بانتظام بحيث إن معدل انخفاض درجة الحرارة كان 1.50°C/min ، فما هو معدل انخفاض الطاقة ؟ اكتب النتيجة بالواط.

7 - كالوريمتر من الألمونيوم كتلته 100g يحتوي على 250g من الماء والكالوريمتر والماء في حالة اتزان حراري عند درجة 10.0°C. وضعت كتلتين معدنيتين في الماء كتلة إحداهما 50.0g من النحاس عند درجة حرارة 80.0°C والكتلة الأخرى 70.0g عند درجة حرارة 100°C وقد استقرت درجة حرارة النظام كله عند درجة حرارة 20°C (a) عين الحرارة النوعية للعينة المجهولة (b) ما هو نوع المعدن المصنوعة منه الكتلة الثانية كما تتوقع من استخدام البيانات الواردة في جدول 1.17 ؟

8 - بحيرة تحتوي على $4.00 \times 10^{11}\ m^3$ من الماء (a) ما مقدار الطاقة اللازمة لكي ترفع درجة حرارة هذا الحجم من الماء من 11.0°C إلى 12.0°C (b) كم عدد السنين بالتقريب تلزم لإمداد هذا القدر من الطاقة إذا أمكننا استخدام الطاقة الفائضة من محطة طاقة كهربائية وهو 1000MW.

9 - بنس (عمله معدنية من النحاس) وزنه 3.00g عند رجة حرارة 25°C سقط من أرتفاع 50.0m إلى سطح الأرض (a) إذا كان 60.0% من التغير في طاقة وضعه ذهبت في زيادة طاقته الداخلية ما هي درجة حرارته النهائية ؟ (b) هل النتيجة التي حصلت عليها في (a) تعتمد على كتلة البنس ؟ وضح ذلك.

10 - كتلة من الماء m_h عند درجة حرارة T_h سكبت في فنجان من الألمونيوم كتلته m_{Al} به كتلة m_c من الماء عند درجة حرارة T_c حيث $T_h > T_c$ ما هي درجة حرارة اتزان هذا النظام.

11 - سخان ماء يعمل بالطاقة الشمسية. إذا كانت مساحة المجمع الشمسي $6.00m^2$ والقدرة التي يعطيها ضوء الشمس $550W/m^2$. كم من الزمن يلزم لرفع درجة حرارة $1.00m^3$ من الماء من 20.0°C إلى 60.0°C ؟

قسم 3.17 الحرارة الكامنة

12 - ما مقدار الطاقة اللازمة لتحويل 40.0g من الجليد عند درجة -10.0°C إلى بخار عند 110.0°C.

13 طلقة من الرصاص كتلتها 3.0g عند درجة حرارة 30.0°C. أطلقت بسرعة 240m/s على كتلة كبيرة من الجليد عند درجة حرارة 0°C فغاصت فيها. ما مقدار كتلة الجليد الذي انصهر نتيجة لذلك ؟

14 - بخار ماء عند درجة حرارة 100°C أضيف إلى جليد عند درجة 0°C (a) أوجد كمية الجليد الذي انصهر ودرجة الحرارة النهائية إذا كانت كتلة البخار 10.0g، وكتلة الجليد 50.0g. (b) كرر تلك الحسابات باعتبار أن كتلة البخار، 1.0g، كتلة الجليد 50.0g .

15 - كتلة من النحاس كتلتها 1.00kg عند درجة حرارة 20.0°C غمرت في وعاء كبير للنتروجين السائل عند درجة حرارة 77.3K. كم كتلة النتروجين الذي يتبخر في الزمن الذي يستغرقه النحاس ليصل إلى 77.3K (الحرارة النوعية للنحاس 0.092 cal /g.°C والحرارة الكامنة لتبخير النتروجين 48.0 cal/g.

16 - كالوريمتر نحاس كتلته 50.0g يحتوي على 250g من الماء عند درجة حرارة 20.0°C ما مقدار البخار الذي يتكثف في الماء إذا كنا نريد أن نرفع درجة حرارة الكالوريمتر ومحتوياته إلى 50.0°C.

WEB **17** في وعاء معزول أضيف 250g من الجليد عند درجة الصفر سلسيوس إلى 600g من الماء عند درجة حرارة 18.0°C (a) ما هي درجة الحرارة النهائية للنظام (b) ما مقدار الجليد المتبقي عندما يصل النظام إلى حالة الاتزان ؟

18 - **مسألة للمراجعة**: طلقتان من الرصاص كتلة كل منهما 5.00g ودرجة حرارتها 20.°C وسرعتها 500m/s اصطدمتا تصادما مباشرا مع بعضهما. إذا كان التصادم غير مرن ولايوجد فقد في الطاقة للغلاف الجوي. صف الحالة النهائية للنظام المكون من الطلقتين.

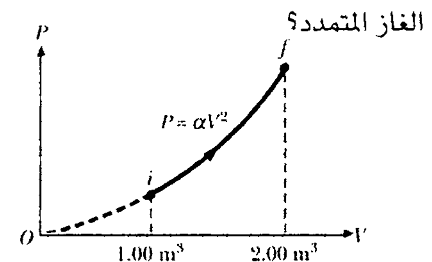
19 - رصاص منصهر كتلته 90 g عند درجة حرارة 327.3°C صب في قالب من الحديد كتلته 300g ودرجة حرارته الابتدائية 20.0°C ما هي درجة الحرارة النهائية للنظام؟ افترض أن النظام لم يفقد طاقة إلى الوسط المحيط.

قسم 4.17 الشغل والحرارة في العمليات الثرموديناميكية:

20 - غاز في وعاء عند ضغط 1.5 atm وحجمه $4.00m^3$ ما مقدار الشغل الذي يبذله الغاز (a) إذا تمدد عند ضغط ثابت إلى ضعف حجمه الابتدائي (b) إذا انكمش إلى ربع حجمه الأول عند ضغط ثابت.

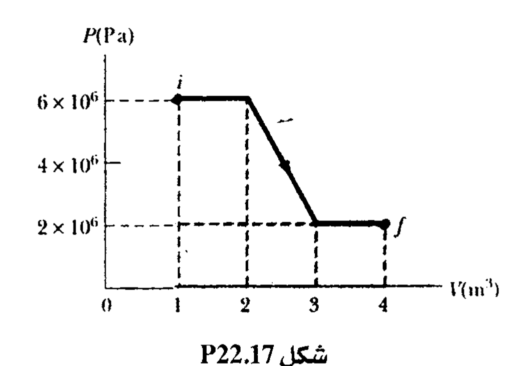
WEB

21 عينة من الغاز المثالي تمددت إلى ضعف حجمها الابتدائي وهو $1.00m^3$. في عملية شبه استاتيكية حيث $P = \alpha V^2$ ومقدار $\alpha=5.00atm/m^6$ كما هو مبين في شكل (17.21) ما مقدار الشغل المبذول بواسطة الغاز المتمدد؟



شكل P21.17

22 - (a) عين الشغل المبذول بواسطة مائع يتمدد من i إلى f كما هو مبين في شكل (P22.17) (b) ما مقدار الشغل الذي يبذله المائع إذا ضغط من f إلى i على امتداد نفس المسار ؟



شكل P22.17

23 - مول واحد من الغاز المثالي . سخن تدريجيا بحيث إنه انتقل من الحالة PV إلى الحالة (P_i, V_i) ثم إلى الحالة $(3P_i,3V_i)$ بطريقة ما، بحيث إن ضغط الغاز يتناسب مباشرة مع الحجم.

(a) ما مقدار الشغل المبذول في هذه العملية؟ ما هي العلاقة بين درجة حرارة الغاز وحجمه خلال هذه العملية ؟

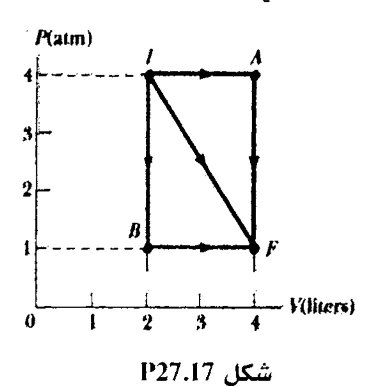
24 - عينة من الهيليوم يمكن اعتبارها غازا مثاليا عند إضافة طاقة إليها عن طريق الحرارة مع ثبات الضغط من 273K إلى 373K. إذا بذل الغاز شغلا قدره 20.0J ما مقدار كتلة الهيليوم.

WEB

25 غاز مثالي داخل اسطوانة مثبت عليها مكبس متحرك كتلته 8000g ومساحة سطحه $5.00cm^2$. والمكبس حر الحركة لينزلق إلى أعلى وأسفل مع ثبات ضغط الغاز. ما مقدار الشغل المبذول عند ازدياد درجة حرارة 0.20 mol من الغاز من 20.0°C إلى 30.0°C .

26 - غاز مثالي داخل اسطوانة مركب عليها مكبس متحرك كتلته m ومساحة سطحه A ، حر الحركة لأعلى وأسفل. مع ثبات ضغط الغاز ما مقدار الشغل الذي يبذله n مول من الغاز عندما ترتفع درجة حرارته من T_1 إلى T_2 ؟

27 - غاز يتمدد من I إلى F على امتداد ثلاث مسارات ممكنة كما هو موضح في شكل (P27.17) احسب الشغل بالجول الذي يبذله الغاز في المسار IAF, IF , IBF.



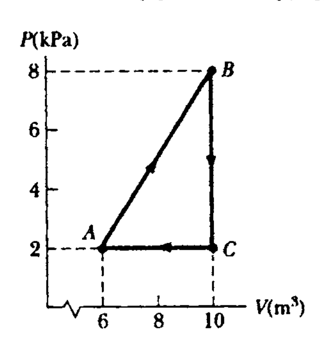
شكل P27.17

القسم 5.17. القانون الأول للديناميكا الحرارية

28 - غاز انكمش حجمه من 9.0L إلى 2.0L تحت ضغط ثابت مقداره 0.80atm في هذه العملية فقد النظام قدرا من الطاقة يساوي 400J بواسطة الحرارة (a) ما مقدار الشغل المبذول بواسطة الغاز ؟ (b) ما مقدار التغير في طاقته الداخلية ؟

[29] نظام ثرموديناميكي يقوم بعملية انخفضت فيها طاقته الداخلية بمقدار 500 J في نفس الوقت بذل على النظام شغلا قدره 220J. ما مقدار الطاقة التي انتقلت منه أو إليه بواسطة الحرارة.

30 - مر غاز بعملية دورية كما في شكل (P30.17a) (a) أوجد صافي الطاقة المنقولة للنظام بواسطة الحرارة خلال دورة كاملة (b) إذا عكست الدورة واتبعت المسار ACBA ما مقدار صافي الطاقة التي يكتسبها النظام في دورة بواسطة الحرارة.

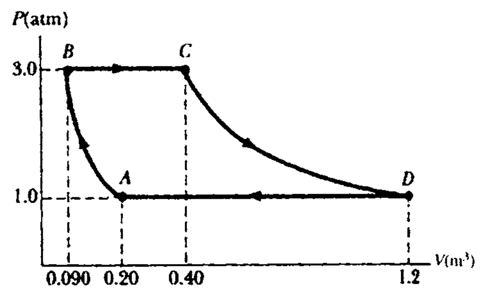


شكل P30.17

31 - في العملية الدورية المبينة في شكل (P30.17) إذا كانت Q كمية سالبة للعملية BC وإذا كانت ΔE_{int} سالبة للعملية CA ما هي إشارةQوWوΔE_{int} المصاحبة لكل عملية؟

32 - عينة من غاز مثالي تقوم بالعملية الموضحة في شكل (P32.17) من A إلى B العملية أدياباتيه ومن B إلى C العملية أيزوبارية،وقد اكتسب النظام طاقة قدرها 100kJ بواسطة الحرارة. من C إلى D العملية أيزوثرماليه ومن D إلى A العملية أيزوبارية وفيها فقد النظام 150KJ من الطاقة بواسطة الحرارة. عين الفرق في الطاقة الداخلية

$$E_{int.B} - E_{int.A}$$



شكل P32.17

قسم 6.17 بعض استعمالات القانون الأول للديناميكا الحرارية:-

[33] غاز مثالي عند درجة حرارة 300K قام بعملية تمدد أيزوبارية عند 2.5KPa إذا زاد الحجم من $1.00m^3$ إلى $3.00m^3$ وإذا انتقلت طاقة قدرها 12.5KJ إلى الغاز بواسطة الحرارة. أوجد (a) التغير في طاقته الداخلية (b) درجة الحرارة النهائية ؟

34 - مول واحد من غاز مثالي قام بشغل قدره 3.00J على الوسط المحيط عندما تمدد أيزوثرماليا إلى ضغط نهائي قدره 1.00atm وحجم 25.0L عين (a) الحجم الابتدائي. (b) درجة حرارة الغاز.

35 - ما مقدار الشغل الذي يبذله البخار عندما يغلي 1.00 مول من الماء عند درجة 100.0°C ويصبح 1.00 مول من بخار الماء عند درجة 100°C وضغط P=1.0atm. بفرض أن بخار الماء غاز مثالي، احسب التغير في الطاقة الداخلية للبخار عندما يأخذ في التبخر.

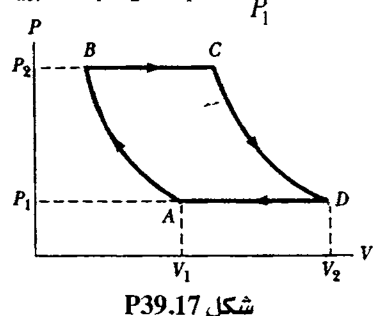
36 - قطعة من الألمونيوم كتلتها 1.0Kg سخنت عند درجة حرارة الغرفة والضغط الجوي المعتاد فارتفعت درجة حرارتها لتصل إلى 40.0°C أوجد (a) الشغل الذي يبذله الألمونيوم (b) الطاقة المضافة إلي الكتلة عن طريق الحرارة (c) التغير في طاقته الداخلية.

37 - 2.00 مول من غاز الهيليوم درجة حرارته الابتدائية 300k وضغطه 0.40 atm، ضُغط أيزوثرماليا إلى 1.2 atm. بفرض أن الهيليوم غازا مثاليا أوجد (a) الحجم النهائي للغاز (b) الشغل المبذول بواسطة الغاز (c) الطاقة المنقولة بواسطة الحرارة.

38 - مول واحد من بخار الماء عند درجة حرارة 373K والطاقة التي يفقدها عندما يبرد يمتصها 10.0 مول من غاز مثالي فتجعله يتمدد تحت درجة حرارة ثابتة مقدارها 273K. إذا كان الحجم النهائي للغاز المثالي 20.0L ما مقدار الحجم الابتدائي للغاز ؟

39 - غاز مثالي يقوم بدورة ثرموديناميكية تتكون من عمليتين أيزوباريتين وعمليتين أيزوثرماليتين كما في شكل (P39.17) بين أن صافي الشغل المبذول في الدورة كلها يعطى بالمعادلة:

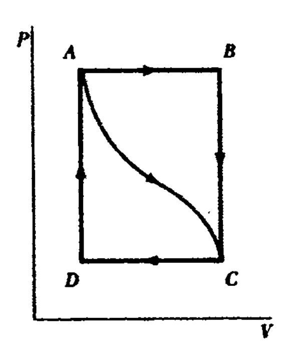
$$W_{net} = P_1(V_2 - V_1) \ln \frac{P_2}{P_1}$$



شكل P39.17

40 - في شكل (P40.17) التغير في الطاقة الداخلية لغاز انتقل من الحالة A إلى الحالة C هو 800J+. الشغل المبذول على طول المسار ABC هو 500J+ (a) ما مقدار الطاقة التي يجب اضافتها إلى النظام بواسطة الحرارة عندما ينتقل من الحالة A خلال B إلى C ؟ (b) إذا كان الضغط عند النقطة A يساوي خَمسة أمثال الضغط عند C، ما مقدار الشغل المبذول بواسطة النظام لينتقل من الحالة C إلى الحالة D ؟ (c) ما مقدا الطاقة التي يتبادلها مع الوسط المحيط بواسطة الحرارة عندما ينتقل الغاز من الحالة C إلى الحالة A خلال المسار الأخضر ؟

(d) إذا كان التغير في الطاقة الداخلية عندما ينتقل النظام من الحالة D إلى الحالة A يساوي 500J+، ما مقدار الطاقة التي يجب إضافتها للنظام بواسطة الحرارة عندما ينتقل من النقطة C إلى النقطة D.



شكل P40.17

قسم 7.17 طرق انتقال الحرارة:-

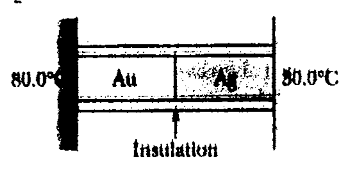
41 - أنبوبة تحمل بخار مغطاه بمادة عازلة سمكها 1.5cm ومعامل توصيلها الحراري 0.20 cal/cm.°C.S . ما مقدار الطاقة المفقودة كل ثانية بواسطة الحرارة إذا كانت درجة حرارة البخار 200°C والهواء المحيط عند 20.0°C ومحيط الأنبوبة 20.0cm وطولها 50.0cm ؟ يمكن اهمال الفاقد من أطراف الأنبوبة.

42 - صندوقا مساحة سطحه الكليُة $1.20m^2$ وسمكه 4.0cm مصنوع من مادة عازلة داخل الصندوق يوجد سخان كهربائي قدرته 10.0W . يبقى على درجة الحرارة داخل الصندوق عند 15.0°C أعلى من درجة الحرارة الخارجية. احسب التوصيل الحراري K للمادة العازلة.

43 - لوح من زجاج النوفذ مساحته $3.00m^2$ وسمكه 0,60cm إذا كان فرق درجات الحرارة بين سطحيه 25.0°C ، ما هو معدل انتقال الحرارة بالتوصسل خلال النافذة التي بها هذا اللوح.

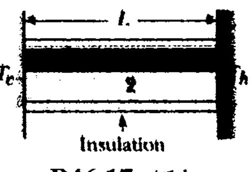
44 - نافذة حرارية مساحتها $6.00m^2$ مصنوعة من طبقتين من الزجاج سمك كل منهما 4.0mm مفصولتين عن بعضهما بمسافة بها هواء سمكها 5 mm . إذا كان السطح الداخلي عند 20.0°C والخارجي عند 30.0°C - ما هو معدل انتقال الطاقة بالتوصيل خلال النافذة.

45 قضيب من الذهب متصل حراريا بقضيب من الفضة له نفس الطول والمساحة شكل (P45.17). أحد طرفي القضيب المزدوج عند درجة حرارة 80°C والآخر عند 30.0°C . ما مقدار درجة الحرارة عند نقطة اتصال القضيبين عندما يصل معدل انتقال الطاقة بالتوصيل إلى حالة الاستقرار الحراري.



شكل P45.17

46 - قضيبان لهما نفس الطول ومصنوعان من مادتين مختلفتين ومساحة مقطعهما مختلفان. وضعا جنبا لجنب كما في شكل (P46.17) عين معدل انتقال الطاقة بالتوصيل بدلالة التوصيل الحراري ومساحة كلٍ قضيب. وعمم نتائجك لحالة نظام يتكون من مجموعة من القضبان.



شكل P46.17

47 - احسب المقدار R لكل من (a) نافذة مصنوعة من لوح مفرد من الزجاج سمكه 1/ 8 بوصه (b) نافذة حرارية مكونة من لوحين منفصلين سمك كل منها 1/8 بوصه ويفصل بينهما طبقة هوائية سمكها 1/4 بوصه (c) ما هو عامل خفض التوصيل الحراري عند إحلال النافذة الحرارية محل النافذة الزجاجية ذات اللوح الواحد ؟

48 - درجة حرارة سطح الشمس 5800K ونصف قطر الشمس 6.96×10^8 m . احسب الطاقة الكلية التي تشعها الشمس في الثانية (افترض إن $e= 0.965$)

49 - بيتزا كبيرة الحجم معلقة في الفضاء ما هو تقديرك لما يأتي (a) معدل فقدها للطاقة ؟ (b) معدل تغير درجة حرارتها ؟. اذكر الكميات التي قدرتها ومقدار تلك الكميات.

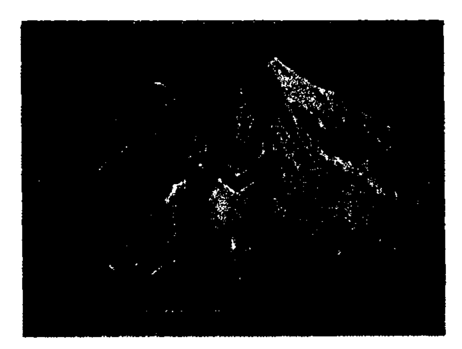
50 - فتيلة من التنجستين لمصباح قدرته 100W ويشع2.0W على هيئة ضوء (والباقي وهو98W تنقل بالحمل والإشعاع). مساحة سطح الفتيلة $0.25mm^2$ وإشعاعيته 0.90. أوجد درجة حرارة الفتيله (نقطة انصهار التنجستين 3683K)

51 - عند الظهيرة تسقط طاقة شمسية قدرها 1000W على كل متر مربع من الطريق المغطى بالأسفلت (لونه أسود). إذا كان هذا الطريق يفقد طاقته بالإشعاع فقط. ما مقدار درجة حرارة سطحه عند الاتزان الحراري.

مسائل إضافية

52 - مائة جرام من النتروجين السائل عند درجة حرارة 77.5K أضيفت إلى 200g من الماء في كأس عند درجة حرارة 5.0°C. إذا كان النتروجين السائل يتحول إلى بخار ويترك الكأس. ما مقدار الماء الذي سيتجمد؟ (الحرارة الكامنة لتبخير النتروجين 79.6 كالوري/جرام).

53 - متزلج على الجليد كتلته 75 kg يتزلج على الجليد شكل (P54.17). معامل الإحتكاك بين الزلاجة والجليد 0.20. نفرض أن الجليد الذي تحت الزلاجة عند درجة حرارة 0°C وأن الطاقة الداخلية الناتجة عن الإحتكاك قد أضيفت للجليد الذي التصق بزلاجته. ما هي المسافة التي ينزلج عبرها لكي يذيب 1.0kg من الجليد؟



شكل **P54.17**

54 قضيب من الألمونيوم طوله 0.5m ومساحة مقطعه $2.50cm^2$ غمس في وعاء معزول حراريا به هيليوم سائل عند درجة حرارة 4.2 k . القضيب كان عند درجة حرارة ابتدائية مقدارها 300k (a) إذا كان نصف القضيب مغموساً في الهيليوم. ما حجم الهيليوم الذي يتبخر باللتر حتى تصبح درجة حرارة نصف القضيب المغموس في الهيليوم مساويا 4.2k (افترض أن الجزء العلوي لايبرد) (b) إذا بقى النصف العلوي للقضيب عند درجة 300k ما هو معدل تبخر الهيليوم السائل بعد أن يصل النصف السفلي من القضيب إلى درجة حرارة 4.2K. (التوصيل الحراري للألمونيوم 31.0J/s·cm·K عند 4.2k اهمل التغيير مع درجة حرارته، الحرارة النوعية للألمونيوم 0.21cal/g.°C وكثافته $2.70g/cm^3$ وكثافة الهيليوم السائل $0.125g/cm^3$.

55 كالوريمتر الإنسياب هو جهاز يستخدم لقياس الحرارة النوعية للسوائل وطريقة استخدامه عبارة عن قياس فرق درجات الحرارة بين الماء الداخل والماء الخارج من الجهاز بينما تضاف طاقة بواسطة الحرارة بمعدل معلوم. في أحد التجارب، سائل كثافته $0.780g/cm^3$ ينساب خلال الكالوريمتر بمعدل $4.00cm^3/s$. عند حالة الاستقرار كان الفرق بين درجتي حرارة الماء الداخل والخارج 4.80°C ومعدل إمداد الطاقة عن طريق الحرارة هو30.0J/S ما هي الحرارة النوعية للسائل؟

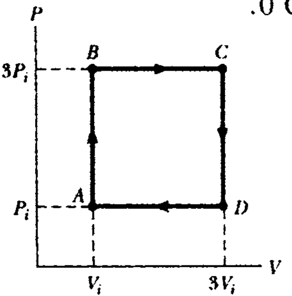
56 - كالوريمتر الإنسياب هو جهاز يستخدم لتعين الحرارة النوعية للسوائل وطريقة عمله عبارة عن قياس فرق درجات الحرارة بين السائل الداخل والسائل الخارج من الكالوريمتر بينما تضاف طاقة عن طريق الحرارة بمعدل معين. في أحد التجارب سائل كثافته ρ ينساب خلال الكالوريمتر، معدل السريان R. عند حالة الاستقرار كان الفرق بين درجتي حرارة السائل الداخل والخارج هو ΔT وكان معدل دخول الطاقة بواسطة الحرارة هو $\mathscr{P}$. ما هي الحرارة النوعية للسائل.

57 - مول واحد من غاز مثالي درجة حرارته الابتدائية 300K برد مع ثبات الحجم بحيث أن ضغطه النهائي أصبح ربع ضغطه الابتدائي. تمدد الغاز بعد ذلك مع ثبات

الحجم حتى وصل إلى درجة حرارته الأولى. عين الشغل المبذول بواسطة الغاز.

58 - مول واحد من غاز مثالي موضوع في أسطوانة عليها مكبس متحرك ودرجة الحرارة والضغط والحجم الابتدائي هي V_i, P_i, T_i على الترتيب. أوجد الشغل المبذول بواسطة الغاز في العمليات التالية. وبين كل عملية على الرسم البياني PV (a) انكماش أيزوباري في الحجم صار فيه الحجم النهائي 1/2 الحجم الابتدائي. (b) انضغاط أيزوثرمالي صار فيه الضغط النهائي أربع أمثال الضغط الابتدائي (c) عملية أيزوفيلومترية صار فيها الضغط النهائي ثلاث أمثال الضغط الابتدائي.

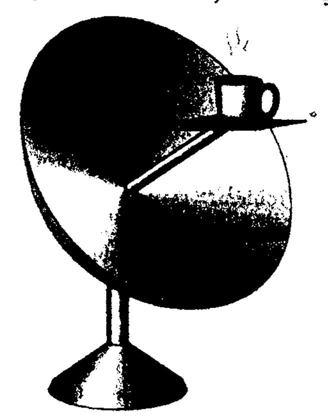
59 - غاز مثالي عند T_i, V_i, P_i في حالته الابتدائية قام بدورة كما في الشكل (P61.17) (a) أوجد صافي الشغل المبذول بالغاز في كل دورة (b) ما مقدار الطاقة المضافة بالحرارة للنظام خلال الدورة (c) أوجد قيمة عددية لصافي الشغل لكل دورة لواحد مول من الغاز عند درجة حرارة ابتدائية0°C.



شكل P61.17

60 - **مسألة للمراجعة:** لوح من الحديد موضوع على عجلة من الحديد بحيث إن قوة الإحتكاك الناتج عن الانزلاق بين سطح اللوح وسطح العجلة مقدارها 50N. إذا كانت السرعة النسبية التي ينزلق بها السطحين على بعضهما هي 40.0m/s (a) احسب معدل تحول الطاقة الميكانيكية إلى طاقة داخلية (b) كتلة لوح الحديد تساوي كتلة العجلة تساوي 5.0kg. وكل منهما يكتسب 50% من الطاقة الداخلية. إذا جرى النظام كما ذكرنا لمدة 10.0s وترك كل جسم بعد ذلك ليصل إلى درجة حرارة منتظمة ما هو مقدار محصلة الزيادة في درجة الحرارة.

61 WEB 63 فرن شمس للطهي يتكون من مرآة مقعرة عاكسة تركز أشعة الشمس على الجسم المراد تسخينه شكل (P63.17) القدرة لشمسية التي تصل إلي الأرض في هذا الموقع على وحدة المساحات هي $600W/m^2$ وقطر السخان 0.60m بفرض أن 40.0% من الطاقة الساقطة تنتقل إلى الماء. ما هي المدة اللازمة لكي يتم غليان وتبخر 0.50L من الماء تماما علما بأن درجة حرارته الابتدائية هي 20.0°C (اهمل السعة الحرارية للوعاء)



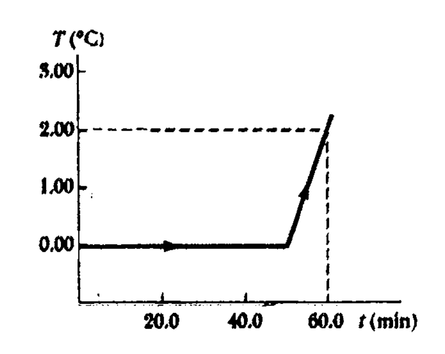
شكل P63.17

62 - ماء يغلي في غلاي للشاي. القدرة الممتصة بواسطة الماء 1.00kw بفرض أن ضغط البخار داخل الغلاي هو الضغط الجوي عين سرعة تسرب البخار من صنبور الغلاي إذا كانت مساحة مقطعه $2.00cm^2$.

63 - الماء السائل يتبخر ويغلي عند درجات غير 100°C وذلك يعتمد على الضغط المحيط به.

نفرض أن الحرارة الكامنة للتبخير في جدول 2.17 تصلح للتحويل من السائل إلى بخار عند جميع درجات الحرارة. أسطوانة تحتوي على 1.0kg من الماء عند درجة 0°C ومثبت فوقها مكبس وهو يلامس سطح الماء. رفع المكبس بسرعة بحيث أن جزءا من الماء قد تبخر والجزء الآخر تجمد (ولم يتبق ماء سائل) بفرض أن درجة الحرارة ظلت ثابتة عند درجة 0°C احسب مقدار كتلة الجليد التي تكونت في الأسطوانة.

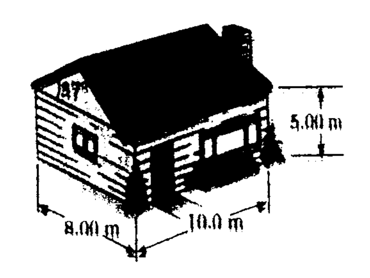
64 - إناء لطهى الطعام على موقد بطئ به10.0kg من الماء وكتله من الجليد في حالة اتزان عند درجة حرارة 0°C عند الزمن t=0. قيست درجة حرارة الخليط بعد أوقات مختلفة. ورسمت النتيجة في شكل (P66.17) في أول 50.0min ظل الخليط عند درجة الصفر سلسيوس ومن 50.0min إلى 60.0min زادت درجة الحرارة إلى 2.0°C (اهمل السعة الحرارية للإناء). احسب الكتلة الابتدائية للجليد.



شكل P66.17

65 - **مسألة للمراجعة**: (a) كتلة من النحاس وزنها 1.6kg ودرجة حرارتها صفر ودرجة حرارة الهواء المحيط صفر تركت تنزلق على طبقة من الجليد عند درجة حرارة صفر بسرعة 2.5m/s وبسبب الاحتكاك توقفت الكتله. احسب كتلة الجليد التي انصهرت.لكي تصف عملية تباطؤ كتلة النحاس حدد الطاقة الداخلة Q والشغل الخارج W والتغير في الطاقة الداخلية ΔE_{int} والتغير في الطاقة الميكانيكيةΔK لكل من مكعب النحاس وطبقة الجليد (b) مكعب من الجليد وزنه 1.6kg عند درجة الصفر ترك لينزلق بسرعة2.5m/s على طبقة من النحاس عند درجة الصفر. توقف المكعب بسبب الاحتكاك بينه وبين طبقة النحاس، احسب كتلة الجليد التي انصهرت حدد $\Delta K , \Delta E_{int} , W, Q$ لمكعب الجليد وطبقة النحاس خلال هذه العملية (c) شريحه رفيعة من النحاس كتلتها 1.6kg عند درجة حرارة 20.°C تركت تنزلق بس ة 2.5m/s على شريحة أخرى مماثـ ـا وساكنة وعند نفس درجة الحرارة. ـبب الاحتكاك في توقف الحركة. إذا لم تُفقد أي طاقة للوسط المحيط بواسطة الحرارة. أوجد التغير في درجة الحرارة للجسمين وحدد $\Delta K , \Delta E_{int} , W, Q$ لكل جسم خلال العملية.

66 - متوسط التوصيل الحراري لجدران (بما في ذلك النوافذ) وسقف منزل كالمبين في الرسم (P68.17) هو 0.480W/m.°C ومتوسط السمك للجدران والسقف 21.0cm. المنزل يدفأ بالغاز الطبيعي وحرارة احتراقة (الطاقة التي يعطيها لكل متر مكعب من الغاز المحترق) $9300K\ cal/m^3$. ما عدد الأمتار المكعبة من الغاز يجب استهلاكها كل يوم للحصول على درجة حرارة داخل المنزل تساوي 25.0°C. اذا كانت درجة الحرارة خارج المنزل 0.0°C ؟ اهمل الإشعاع الحراري والحرارة المفقودة بواسطة سطح الأرض.



شكل P68.17

67 - بركة ماء عند درجة الصفر مغطاة بطبقة من الجليد سمكها 4.0cm إذا ظلت درجة حرارة الهواء ثابتة وتساوي −10.0°C، ما مقدار الزمن اللازم لكي يزداد سمك الجليد إلى 8.0cm؟ (ملحوظة. لحل هذه المسألة استخدم معادلة 14.17 في الصورة التالية)

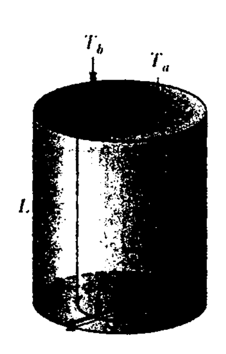
$$\frac{dQ}{dt} = kA\frac{\Delta T}{x}$$

ولاحظ أن الزيادة في الطاقة المستخلصة من الماء dQ خلال طبقة الجليد التي سمكها X هي الطاقة المطلوبة لتجميد طبقة سمكها dx من الجليد أي أن $dQ=L\rho Adx$ حيث ρ هي كثافة الماء، A المساحة و L هي الحرارة الكامنة للإنصهار.

68 - أسطوانة مفرغة، سطحها الداخلي عند درجة حرارة T_a والسطح الخارجي عند درجة حرارة أقل وهي T_b شكل (P70.17). جدران الأسطوانة توصيلها الحراري K. بإهمال التأثيرات الطرفية بين أن معدل التوصيل الحراري من السطح الداخلي إلى السطح الخارجي في اتجاه نصف القطر هو:

$$\frac{dQ}{dt} = 2\pi Lk\left[\frac{T_a - T_b}{\ln(b/a)}\right]$$

(ملحوظة: الانحدار الحراري هو dT/dr. لاحظ أن السريان في اتجاه نصف القطر للطاقة يحدث من خلالا أسطوانة متحدة المركز مساحتها $2\pi rL$)



شكل P70.17

69 [71] كابينة الركاب في الطائرات النفاثة لها شكل أنبوبة أسطوانية طولها 35.0m ونصف قطرها الداخلي 2.5m وجدرانها مبطنة بمادة عازلة سمكها 6.00cm وتوصيلها الحراري 4.0×10^{-5} cal/S.cm·°C. ويستخدم سخان للحفاظ على درجة الحرارة داخل الكابينة عند درجة 25.0°C بينما درجة الحرارة الخارجية عند 35.0°C - ما مقدار القدرة التي تغذي السخان للحفاظ على هذا الفرق في درجة الحرارة. (استخدم النتائج التي توصلت إليها في مسألة 68)

70 - طالب حصل على النتائج التالية في تجربة كالوريمترية صممت لقياس الحرارة النوعية للألمونيوم.

درجة الحرارة الابتدائية للماء والكالوريمتر	70°C
كتلة الماء	0.400kg
كتلة الكلوريمتر	0.040kg
الحرارة النوعية للكالوريمتر	0.63kJ/kg°C
درجة الحرارة الابتدائية للألمونيوم	27°C
كتلة الألمونيوم	0.200kg
درجة الحرارة النهائية للخليط	66.3°C

استخدم هذه القيم لحساب الحرارة النوعية للألمونيوم (القيمة التي تحصل عليها يجب أن تكون في حدود 15% من القيمة المدونة في جدول 1.17.

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.17): (a) الماء ، الزجاج، الحديد. لأن الماء أعلى حرارة نوعية (4186J/kg·°C) سيكون تغيره أقل في درجة الحرارة ثم يتبعه الزجاج (837J/kg·°C) ثم الحديد في النهاية (448J/kg·°C) (b) الحديد ،الزجاج ، الماء. لرفع درجة الحرارة بقدر ما، الطاقة المنتقلة بواسطة الحرارة تتناسب مع الحرارة النوعية.

(2.17) طبقا لجدول 2.17 كيلوجرام من البخار عند درجة حرارة 100°C يفقد 2.26×10^6J من الطاقة لكى يتكثف على شكل ماء عند درجة حرارة 100°C. بعد أن يفقد كل هذا القدر من الطاقة إلى جلدك يصبح مشابها للماء عند درجة حرارة 100°C وسيستمر يلهب جلدك.

(3.17) C, A, E ، الميل هو النسبة بين التغير في درجة الحرارة وكمية الطاقة المضافة. إذن الميل يتناسب مع مقلوب الحرارة النوعية. الماء الذي له أكبر حرارة نوعية سيكون له أقل ميل.

الحالات	النظام	Q	W	ΔE
(a) نفخ عجلة دراجة بسرعة	الهواء في المنفاخ	0	–	+
(b) حوض به ماء عند درجة حرارة الغرفة موضوع فوق موقد.	الماء في الحوض	+	0	+
(c) هواء يتسرب بسرعة من بالون	الهواء في البالون	0	+	–

(4.17) (a) حيث إن نفخ عجلة الدراجة يتم بسرعة لايحدث انتقال للطاقة من أو إلى النظام بواسطة الحرارة إذن $Q=0$. حيث إن الشغل قد بذل على النظام إذن الشغل سالب ومن ثَمَّ $\Delta E_{int}=Q-W$ يجب أن يكون مقدارها موجباً. إذن الهواء في المنفاخ تزداد درجة حرارته (b)لايوجد شغل مبذول على النظام أو من النظام لكن الطاقة تنتقل إلى الماء بواسطة الحرارة من السخان ومن ثمQ،ΔE_{int} كميتان موجبتان (c) حيث إن التسرب سريع لايحدث انتقال للطاقة من أو إلى النظام إذن $Q=0$. جزيئات الهواء التي تخرج من البالون تبذل شغلا على جزيئات الهواء المحيط لتدفعها بعيداً عن طريقها. إذن W كمية موجبة وΔE_{int} كمية سالبة. النقص في الطاقة الداخلية يتأكد بكون الهواء المتسرب يصير بارداً

(5.17) A .عملية أيزوفليوميه، B عملية أدياباتيه، (c) عملية أيزوثرمالية D، عملية أيزوبارية

(6.17) (c) القماش يعمل كعازل حراري يقلل انتقال الطاقة بواسطة الحرارة من الجو إلى المكعب.



✱ صورة محيرة

عند بذل جهد عنيف تتولد في أجسامنا طاقة داخلية زائدة لابد من أن يتخلص الجسم منها . ولتسهيل تلك العملية تفرز أجسامنا العرق. أما الكلاب والحيوانات الأخرى فإنها تلهث لكي تصل إلى نفس النتيجة وفي العمليتين يحدث تبخر للسائل فكيف تساعد تلك العمليات في تبريد الجسم

الفصل الثامن عشر 18

نظرية الحركة للغازات
The Kinetic Theory of Gases

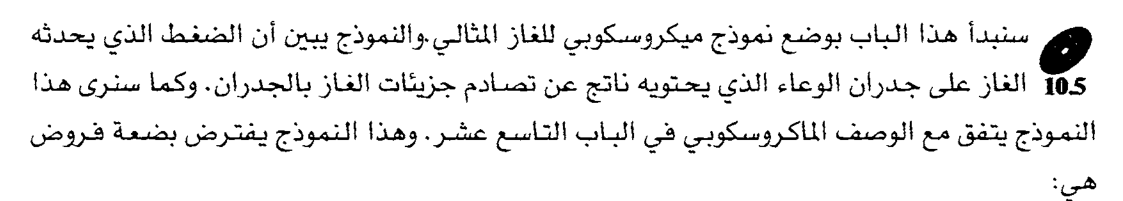
ويتضمن هذا الفصل :

في الباب التاسع عشر درسنا خواص الغازات المثالية، مستخدمين في ذلك المتغيرات الماكروسكوبية مثل الحجم والضغط ودرجة الحرارة.

وسنبين الآن أن تلك الخواص يمكن وصفها كذلك على مستوى ميكروسكوبي، حيث سنعتبر أن المادة هي تجمعات لجزيئات. لقد أمكننا عن طريق استخدام قوانين نيوتن للحركة عند استخدامها بطريقة استاتيكية لمجموعة من الجسيمات أن نصف العمليات الثرموديناميكية بشكل مرض. ولكي نبقي على بساطة المعالجات الرياضية سوف ندرس السلوك الجزيئي للغازات فقط حيث إن التآثر interactions بين الجزيئات في الحالة الغازية أضعف بكثير مما هو عليه في حالة السوائل والأجسام الجامدة.

طبقا للنظرية الحالية بشأن سلوك الغازات والمسماه نظرية الحركة للغازات Kinetic Theory of gases تتحرك جزيئات الغاز بشكل عشوائي وتتصادم مع جدران الوعاء الذي يحتويها كما تتصادم مع بعضها البعض. لعل من أهم خصائص هذه النظرية أنها توضح أن طاقة الحركة للجزيئات والطاقة الداخلية للنظام الغازي متكافئتان. أضف إلي ذلك أن نظرية الحركة تعطينا أساسا فيزيائيا لمفهومنا عن درجة الحرارة. في أبسط النماذج للغازات يعتبر كل جزئ كرة صلبة تتصادم بمرونة بالجزيئات الأخرى ومع جدران الوعاء. ونموذج الكرة الصلبة hard sphere model يفترض أن الجزيئات لاتتأثر ببعضها إلا أثناء التصادم وأن شكلها لايتأثر بالتصادم. وهذا النموذج كاف فقط للغازات أحادية الذرة التي تعتبر طاقتها طاقة حركة انتقالية فقط. ولابد من تطوير النظرية لتشمل الجزيئات الأكثر تعقيداً مثل الأكسجين (O_2) وثاني أكسيد الكربون CO_2. لكي تشمل الطاقة الداخلية المرتبطة بالحركة الدورانية والحركة التذبذبية بين الجزيئات.

النموذج الجزيئي للغاز المثالي MOLECULER MODEL OF AN IDEAL GAS



10.5 سنبدأ هذا الباب بوضع نموذج ميكروسكوبي للغاز المثالي.والنموذج يبين أن الضغط الذي يحدثه الغاز على جدران الوعاء الذي يحتويه ناتج عن تصادم جزيئات الغاز بالجدران. وكما سنرى هذا النموذج يتفق مع الوصف الماكروسكوبي في الباب التاسع عشر. وهذا النموذج يفترض بضعة فروض هي:

- عدد الجزيئات كبير، ومتوسط المسافة بين الجزيئات كبير جدا بالنسبة لأبعادها.وهذا يعني أن حجم الجزيئات مهمل بالمقارنة بحجم الوعاء الذي يحتويه .
- الجزيئات تخضع لقوانين نيوتن للحركة. ولكنها تتحرك بصورة عشوائية ونقصد بكلمة "عشوائية" أن الجزئ يستطيع أن يتحرك في أي اتجاه باحتمالات متساوية Equal Probability. ويفترض كذلك أن توزع السرعات لايختلف مع الزمن على الرغم من التصادمات التي تحدث بين الجزيئات. أي أن في لحظة ما تتحرك نسبة معينة من الجزيئات بسرعة كبيرة ونسبة أخرى بسرعة قليلة ونسبة ثالثة تتحرك بسرعة متوسطة بين الاثنين.

- تتصادم الجزيئات مع بعضها البعض ومع جدار الوعاء الذي يحتويها. أثناء ذلك تظل طاقة الحركة وكمية الحركة ثابتة.
- القوى بين الجزيئات ضئيلة ويمكن إهمالها ما عدا أثناء التصادم. والقوى بين الجزيئات صغيرة المدى ومن ثم فالجزيئآت تتأثر ببعضها أثناء التصادم فقط.
- الغاز المقصود هو غاز نقي أي أن جميع جزيئاته متماثلة تماماً. على الرغم من أننا نصور الغاز المثالي على أنه يتكون من ذرات مفرده يمكننا أن نفترض أن سلوك الغاز الجزيئي يقترب من الغاز المثالي بشكل جيد عند الضغوط المنخفضة. والحركة الدورانية والتذبذبية للغاز ليس لها أثر على الحركة التي سنتناولها هنا.

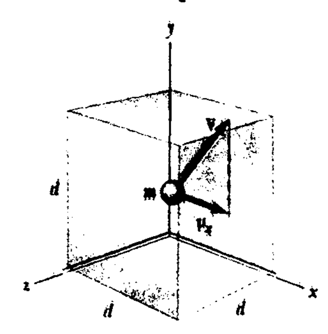
والآن سنستنتج علاقة لضغط الغاز المثالي الذي يتكون من عدد N من الجزيئآت داخل وعاء حجمه V. والوعاء مكعب الشكل طول كل ضلع من أضلاعه d شكل (1.18). سنتناول تصادم جزئ واحد يتحرك بسرعة **v** نحو الوجه الذي في اتجاه اليمين للصندوق. ومركبات سرعة الجزئ هي υ_x و υ_y وυ_z في هذا الباب سنرمز لكتلة الجزئ بالرمز m. عندما يصطدم الجزئ بجدار الوعاء تصادماً مرناً ينعكس اتجاه مركبة السرعة υ_x بينما لايتغير اتجاه سرعة المركبات z, y شكل (2.18). حيث إن المركبة x لكمية حركة الجزئ هي $(-m\upsilon_x)$ بعد التصادم، إذن التغير في كمية حركة الجزئ هي:

$$\Delta p_x = -m\upsilon_x - (m\upsilon_x) = -2m\upsilon_x$$

باستخدام نظرية الدفع- كمية الحركة الزاوية (معادلة 9.9) للجزئ نجد أن:

$$F_1 \Delta t = \Delta p_x = -2m\upsilon_x$$

حيث F_1 هو مقدار القوة التي يؤثر بها جدار الوعاء على الجزئ في زمن قدرة Δt والرمز السفلي (1) يعني أننا نتعامل مع جزئ واحد. ولكي يصطدم نفس الجزئ مرة ثانية مع نفس الجدار لابد أن يقطع مسافة قدرها 2d في اتجاه المحور x. إذن الفترة الزمنية بين تصادمين مع نفس السطح هو: $\Delta t = 2d/\upsilon_x$



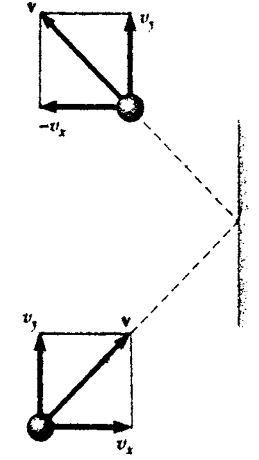
شكل 18.1 صندوق مكعب الشكل طول ضلعه d يحتوي على غاز مثالي والجزئ المبين يتحرك بسرعة **v** .

وعلى فترة زمنية أطول من الفترة Δt متوسط القوة المؤثرة على الجزئ لكل تصادم هو:

$$F_1 = \frac{-2m\upsilon_x}{\Delta t} = \frac{-2m\upsilon_x}{2d/\upsilon_x} = \frac{-2m\upsilon_x^2}{d} \qquad \textbf{(1.18)}$$

طبقاً لقانون نيوتن الثالث متوسط القوة التي يؤثر بها الجزئ على الجدار تساوي مقدار القوة في معادلة (1.18) وتضادها في الاتجاه

$$F_{1\,(\text{على الجدار})} = -F_1 = -\left(\frac{-m\upsilon_x^2}{d}\right) = \frac{m\upsilon_x^2}{d}$$



شكل 2.18 جزئ يتصادم تصادماً مرناً مع جدران الوعاء. المركبة x لكمية حركته ينعكس اتجاهها بعد التصادم بينما المركبة y لايحدث لها تغير. في هذا النموذج الجزئ يتحرك في المستوى xy.

وكل جزئ من جزيئات الغاز يؤثر بقوة F_1 على الجدار. سنجد أن القوة الكلية F المؤثرة على الجدار بواسطة الجزيئات هي مجموع القوى التي يؤثر بها كل جزئ على حده على الجدار.

$$F = \frac{m}{d}(v_{x1}{}^2 + v_{x2}{}^2 + ...)$$

في هذه المعادلة v_{x1} هي المركبة في اتجاه المحور x لسرعة الجزئ (1)، v_{x2} هي مركبة السرعة في اتجاه المحور x للجزئ 2 وهكذا. وينتهي الجمع عندما نصل إلى الجزئ N حيث إنه يوجد عدد N من الجزيئات للغاز. مما سبق نجد أن متوسط مقدار مربع السرعة في اتجاه المحور x لعدد N من الجزيئات هو:

$$\overline{v_x^2} = \frac{v_{x1}{}^2 + v_{x2}{}^2 + ... + v_{xN}{}^2}{N}$$

إذن القوة الكلية المؤثرة على الجدار هي:

$$F = \frac{Nm}{d}\overline{v_x^2}$$

الآن سنركز على جزئ واحد في الوعاء مركبات سرعته هي v_x , v_y, v_z ومعادلة pythagorean theorem تربط بين مربع السرعات لهذا الجزئ ومربع المركبات على النحوالتالى:

$$v^2 = v_x{}^2 + v_y{}^2 + v_z{}^2$$

ومن ثَمَّ فإن متوسط قيمة v^2 لجميع الجزيئات في الوعاء ترتبط بمتوسط قيم $v_x{}^2$, $v_y{}^2$, $v_z{}^2$ طبقا للعلاقة :

$$\overline{v^2} = \overline{v_x{}^2} + \overline{v_y{}^2} + \overline{v_z{}^2}$$

وحيث إن الحركة عشوائية فإن القيم المتوسطة لمربع المركبات الثلاثة: $\overline{v_x^2}$, $\overline{v_y^2}$, $\overline{v_z^2}$ متساوية وباستخدام هذا المفهوم في العلاقة السابقة نجد أن: $\overline{v^2} = 3\overline{v_x{}^2}$

إذن القوة الكلية المؤثرة على جدار الوعاء المحتوى على الغاز هي

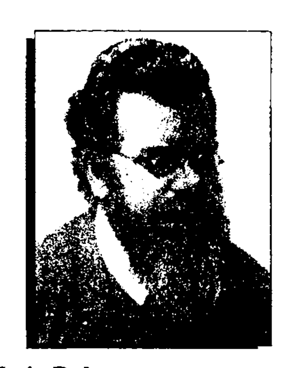
$$F = \frac{N}{3}\left(\frac{m\overline{v^2}}{d}\right)$$

وباستخدام تلك العلاقة يمكننا إيجاد الضغط الكلي المؤثر على الجدار

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F}{d^2} = \frac{1}{3}\left(\frac{N}{d^3}m\overline{v^2}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{N}{V}\right)m\overline{v^2}$$

$$P = \frac{2}{3}\left(\frac{N}{V}\right)\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right) \qquad (2.18)$$

وهذه النتيجة تبين أن الضغط يتناسب مع عدد الجزيئات بوحدة الحجوم ومع متوسط طاقة الحركة الانتقالية للجزيئات $1/2mV^2$. وفي اشتقاق هذا النموذج المبسط للغاز المثالي. قد حصلنا على نتائج هامة تربط بين كمية ماكروسكوبيه مثل الضغط وبين كمية ذرية هي متوسط مربع السرعة الجزيئية. ومن ثم فقد أوجدنا علاقة أساسية بين عالم الذرات والعالم الماكروسكوبي ذي المقاييس الكبيرة.



Ludwig Boltzmann Austrian theoretical physicist (1844 -1906)
لودفج بولتزمان عالم نمساوي (1844- 1906) له اسهامات عديدة في نظرية الحركة للغازات والديناميكا الحرارية والكهرومغناطيسية. وقد أدت إسهاماته في نظرية الحركة للغازات إلى تطور علم الميكانيكا الإحصائية.

يمكنك أن تلاحظ من المعادلة 2.18 أنها تحقق بعض خواص الضغط التي نعرفها. فأحد طرق زيادة الضغط داخل وعاء أن تزيد عدد الجزيئات بوحدة الحجوم وهو ما تقوم به عند تزويد إطار السياره بالهواء. ويمكن أن يرتفع الضغط داخل الإطار بزيادة طاقة الحركة الانتقالية لجزيئات الهواء في الإطار كما سنرى بعد قليل، ويتم ذلك عن طريق رفع درجة حرارة هذا الهواء. وهذا هو السبب في أن الضغط داخل الإطار يزداد عندما يسخن الإطار أثناء رحلة طويلة. فالتضاغطات المستمرة التي تحدث في الإطار أثناء دورانه فوق سطح الطريق ينتج عنها بذل شغل ناتج عن تغير شكل الإطار. مما يزيد الطاقة الداخلية للمطاط. وارتفاع درجة حرارة المطاط ينتج عنه انتقال طاقة بالحرارة إلى الهواء داخل الإطار مما يزيد من درجة حرارته. وهذا الارتفاع في درجة الحرارة يؤدي إلى ارتفاع الضغط.

التفسير الجزيئي لدرجة الحرارة Molecular Interpretation of Temperature

يمكننا أن نفهم بعمق معنى درجة الحرارة بكتابة المعادلة 2.18 بالطريقة المألوفه

$$PV = \frac{2}{3}N\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right)$$

دعنا نقارن هذه المعادلة بمعادلة الحالة للغاز المثالي (معادلة 10.16)

$$PV = Nk_BT$$

ونتذكر أن معادلة الحالة مبنية على أساس الحقائق العملية المتعلقة بالسلوك الماكروسكوبي للغازات. بمساواة الحد الأيمن في كل من العلاقتين نحصل على العلاقة التالية:

$$T = \frac{2}{3k_B}\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right) \qquad (3.18)$$

أي أن درجة الحرارة هي مقياس مباشر لمتوسط طاقة الحركة الجزيئية.

بإعادة ترتيب معادلة 3.18 يمكننا أن نوجد علاقة تربط بين طاقة الحركة الجزيئية الانتقالية ودرجة الحرارة

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}k_B T \qquad (4.18)$$

أي أن متوسط طاقة الحركة الانتقالية للجزئ تساوي $\frac{3}{2}k_B T$ حيث أن $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$ نستنتج أن:

$$\frac{1}{2}m\overline{v_x^2} = \frac{1}{2}k_B T \qquad (5.18)$$

وبطريقة مشابهة يمكننا أن نستنتج أن حركة الجزئ في محوري z , y هي

$$\frac{1}{2}m\overline{v_y^2} = \frac{1}{2}k_B T \quad \text{و} \quad \frac{1}{2}m\overline{v_z^2} = \frac{1}{2}k_B T$$

إذن كل درجة حرية انتقالية تضيف قدراً متساوياً من الطاقة للغاز قدره $\frac{1}{2}k_B T$ (بصفة عامة درجات الحرية تعني عدد الطرق التي يستطيع الجزئ عن طريقها أن يكتسب طاقة) ويمكننا أن نعمم تلك النتيجة في نظرية تسمى **نظرية (التجزؤ المتساوي للطاقة** Theorem of equipartition of energy) وهي تنص على الآتي.

كل درجة من درجات الحرية تضيف $\frac{1}{2}k_B T$ إلى طاقة النظام

طاقة الحركة الانتقالية الكلية لعدد N من الجزيئات لغاز هي متوسط الطاقة لكل جزئ المعطاة بمعادلة 18.4 في عدد N من الجزيئات

$$E_{\text{trans}} = N\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right) = \frac{3}{2}Nk_B T = \frac{3}{2}nRT \qquad (6.18)$$

حيث استخدمنا $k_B = R/N_A$ لثابت بولتزمان و $n = N/N_A$ لعدد مولات الغاز. فإذا اعتبرنا غازاً له نوع واحد فقط من أنواع الطاقة للجزئ وهي طاقة الحركة الانتقالية يمكننا أن نستخدم العلاقة 18.6 للتعبير عن الطاقة الداخلية للغاز. وهذا يعني أن الطاقة الداخلية للغاز المثالي تعتمد فقط على درجة الحرارة.

والجذرالتربيعي لمربع متوسط السرعة $\overline{v^2}$ يسمى الجذر التربيعي لمربع السرعة المتوسطة (ويختصر root mean square speed rms) للجزئ. ومن معادلة (4.18) نحصل على **الجذر التربيعي لمربع السرعة المتوسطه للجزئ كما يلي:**

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \qquad (7.18)$$

حيث M هي الكتلة المولية بالكيلوجرام/مول (كتلة المول من الغاز المثالي المستخدم). والعلاقة (7.18) تؤكد أن عند أي درجة حرارة تتحرك الجزيئات الخفيفة في المتوسط أسرع من الجزيئات الثقيلة.

فمثلا عند درجة حرارة ما جزيئات الهيدروجين التي كتلتها الجزيئية $2x10^{-3}$ Kg/mol تكون

متوسط سرعتها أربع مرات قدر متوسط سرعة جزئ الأكسجين الذي كتلته $32x10^{-3}$Kg/mol. وجدول (1.18) يعطي قيم الجذر التربيعي لمربع السرعة المتوسطة لمختلف الجزيئات عند درجة حرارة 20°C .

جدول 1.18 الجذر التربيعي لمربع السرعة المتوسطة لبعض الغازات

الغـــاز	كتلة المول g/mol	v_{rms} عند 20°C m/s	الغـــاز	كتلة المول g/mol	v_{rms} عند 20°C m/s
هيدروجين	4.02	1904	نتروجين أو C0	28.0	511
هيليوم	4.00	1352	NO	30.0	494
ماء	18.0	637	CO_2	44.0	408
نيون	20.2	602	SO_3	64.1	338

مثال 1.18 أسطوانة هيليوم

أسطوانة هيليوم تستخدم في ملئ البالونات حجمها $0.30m^3$ وتحتوي على 2.0mol من غاز الهيليوم عند درجة حرارة 20.0° c. بافتراض أن الهيليوم يسلك كغاز مثالي (a) ما مقدار طاقة الحركة الانتقالية الكلية لجزيئات الغاز

الحل: باستخدام معادلة (6.18) حيث T=293k , n=2.0 mol

$$E_{\text{trans}} = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2}(2.00 \text{ mol})(8.31 \text{ J/mol}\cdot\text{K})(293 \text{ K})$$
$$= 7.30 \times 10^3 \text{J}$$

(b) ما مقدار متوسط الحركة للجزئ

الحل: باستخدام معادلة (4.18) نجد أن متوسط طاقة الحركة للجزئ هي

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}k_B T = \frac{3}{2}(1.38 \times 10^{-23} \text{J/K})(293 \text{ K})$$
$$= 6.07 \times 10^{-21} \text{J}$$

تمرين: إذا علم أن كتلة المول للهيليوم هي $4.00x10^{-3}$ kg/mol عين الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة rms للذرات عند 20°C.

الإجابة: $1.35 x10^3$ m/s

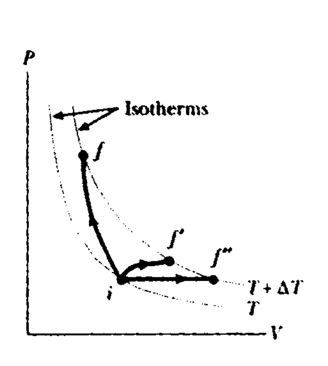
اختبار سريع 1.18

عند درجة حرارة الحجرة متوسط سرعة جزيئات الهواء تصل إلى بضع مئات الأمتار في الثانية. الجزئ الذي يتحرك بهذه السرعة يعبر الحجرة في جزء من الثانية. إذا أخذنا ذلك في الاعتبار فلماذا تستغرق رائحة العطور أو أي أيروسول بضع دقائق لتنتقل عبر الحجرة.

2.18 الحرارة النوعية المولية للغاز المثالي: MOLAR SPECIFIC HEAT OF AN IDEAL GAS

10.5

الطاقة اللازمة لرفع درجة حرارة عدد n من المولات لغاز من درجة الحرارة T_i إلى درجة الحرارة T_f تعتمد على المسار الذي يسلكه الغاز من الحالة الإبتدائية إلى الحالة النهائية. لفهم ذلك سنعتبر غازاً مثالياً يقوم بعدة عمليات بحيث إن التغير في درجة الحرارة $(\Delta T = T_f - T_i)$ لجميع العمليات له نفس المقدار. نفس التغير في درجة الحرارة يمكن الوصول إليه باتخاذ مسارات عديدة من أيزوثرم إلى آخر (أيزوثرم يعني منحنى أيزوثرمالي) كما هو مبين في شكل (3.18) حيث أن ΔT لها نفس القيمة لكل المسارات و ΔE_{int} التغير في الطاقة الداخلية له نفس المقدار في كل من المسارات كذلك. من القانون الأول للديناميكا الحرارية نعلم أن $Q = \Delta E_{int} + W$ ومقدار Q يختلف باختلاف المسار، W هي المساحة تحت المنحنى تختلف أيضا باختلاف المسار إذن الطاقة اللازمة لأحداث تغير معين في درجة الحرارة ليس لها قيمة واحدة بل تختلف قيمتها تبعاً لاختلاف المسار. لهذا سوف نُعرِّف الحرارة النوعية للعمليتين الأكثر شيوعاً وهما التغير مع ثبات الحجم والتغير مع ثبات الضغط.وحيث إن عدد المولات هي مقياس مناسب لكمية الغاز. سوف نعرف الحرارة النوعية المولية المرتبطة بهاتين العمليتين بالعلاقتين التاليتين.



شكل (3.18) غاز مثالي انتقل من أيزوثرم عند درجة حرارة T إلى آخر عند درجة حرارة T+ ΔT من خلال ثلاث طرق مختلفة.

$$Q = nC_v \Delta T \qquad \text{حجم ثابت} \qquad (8.18)$$

$$Q = nC_p \Delta T \qquad \text{ضغط ثابت} \qquad (9.18)$$

حيث C_v الحرارة النوعية المولية عند ثبات الحجم و C_p هي الحرارة النوعية المولية عند ثبات الضغط.عندما نسخِّن غاز مع ثبات الضغط لاتزداد طاقته الداخلية فقط ولكن الغاز أيضا يبذل شغلاً نتيجة لتغير الحجم. إذن الحرارة $Q_{(\text{مع ثبات}P)}$ لابد وأن تشمل مقدار الزيادة في الطاقة الداخلية ومقدار الطاقة المنتقلة خارج النظام عن طريق الشغل الذي يبذله الغاز على الوسط المحيط ولذلك فمقدار $Q_{(\text{مع ثبات}P)}$ أكبر من $Q_{(\text{مع ثبات}V)}$ ومن ثم C_p أكبر من C_v.

في الجزء السابق وجدنا أن درجة الحرارة للغاز هي مقياس لطاقة الحركة الانتقالية لجزيئات الغاز. وهذه الطاقة الحركية مرتبطة بحركة مركز الكتلة لكل جزئ وهي لاتتضمن الطاقة المرتبطة بحركة الجزئ الداخلية وعلى وجه الخصوص الحركة الدورانية والحركة التذبذبية حول مركز الكتلة. وهذا ليس بغريب لأن النموذج المبسط لنظرية الحركة يفترض أن الجزئ غير مركب.

ومن وجهة النظر هذه سنتناول أولاً أبسط حالة لغاز مثالي وحيد الذرة. أي يحتوي على ذرة واحدة لكل جزئ مثل الهيليوم والنيون والأرجون. عند إضافة قدر من الطاقة إلى غاز أحادي الذرة في مستودع ذو حجم ثابت عن طريق التسخين مثلاً كل الطاقة المضافة تذهب في زيادة طاقة الحركة الانتقالية للذرات. وليس هناك طريقة أخرى لحفظ الطاقة في غاز أحادي الذرة. إذن من معادلة (6.18) نجد أن الطاقة الداخلية الكلية E_{int} لعدد N من الجزيئات (أو n مول) من غاز مثالي وحيد الذرة هي

$$E_{int} = \frac{3}{2} N k_B T = \tfrac{3}{2} nRT \qquad (10.18)$$

لاحظ أنه للغاز المثالي وحيد الذرة E_{int} دالة في درجة الحرارة T فقط والعلاقة بينهما ممثلة بالمعادلة (10.18). وبصفة عامة الطاقة الداخلية لغاز مثالي دالة في درجة الحرارة T فقط. والعلاقة المضبوطة تعتمد على نوع الغاز كما سنرى بعد قليل.

اختبار سريع 2.18

كيف تتغير الطاقة الداخلية للغاز عندما ينقص الضغط بينما يزداد الحجم بحيث إن العملية تتبع منحنى الأيزوثرم ذي الرمز T في شكل 4.18 ؟.(a) تزداد E_{int} (b) تقل E_{int} (c) تظل E_{int} كما هي (d) لا توجد معلومات كافية لتعيين ΔE_{int} .

إذا انتقلت طاقة إلى نظام ما بواسطة الحرارة مع ثبات الحجم، في هذه الحالة لايبذل شغل بواسطة النظام. أي أن $W = \int P\, dV = 0$

ومن ثَمَّ من القانون الأول للديناميكا الحرارية نجد أن

$$Q = \Delta E_{int} \qquad (11.18)$$

أي أن كل الطاقة المنتقلة بواسطة الحرارة تذهب في زيادة الطاقةالداخلية ودرجة حرارة النظام. في شكل (4.18) موضح عملية تتم تحت حجم ثابت من الحالة الإبتدائية i إلى الحالة النهائية f و ΔT هو فرق درجات الحرارة بين المنحنيين الأيزوثرميين. وبإحلال مقدار Q من العلاقة 8.18 في المعادلة 11.18 نحصل على مايأتي:

$$\Delta E_{int} = nC_v dT \qquad (12.18)$$

إذا كانت الحرارة النوعية المولية ثابتة يمكننا التعبير عن الطاقة الداخلية للغاز كما يلي

$$E_{int} = nC_v T$$

وهذه المعادلة تستخدم لجميع الغازات المثالية سواء أحادية الذرة أو عديدة الذرة.

في التغيرات متناهية الصغر. يمكننا استخدام معادلة 12.18 للتعبير عن الحرارة النوعية المولية مع ثبات الحجم. كما يلي

$$C_V = \frac{1}{n}\frac{dE_{int}}{dt} \qquad \mathbf{(13.18)}$$

الآن سوف نستخدم النتائج التي توصلنا إليها للغاز أحادي الذرة الذي كنا بصدد دراسته بإحلال الطاقة الداخلية من معادلة 10.18 في معادلة 13.18 نجد أن

$$C_V = \tfrac{3}{2}R \qquad \mathbf{(14.18)}$$

وهذه المعادلة تعطي قيمة لمقدار الحرارة النوعية المولية C_V

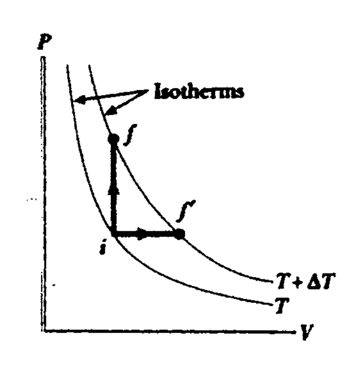
$C_V = \frac{3}{2}R = 12.5$ J/mol.k لجميع الغازات أحادية الذرة وهي تتفق تماماً مع القيم المقاسة للحرارة النوعية المولية للغازات مثل الهيليوم والنيون والأرجون والزينون في مدى كبير من درجات الحرارة (جدول 2.18).

نفرض أن الغاز أخذ مساراً $i{\rightarrow}f'$ فيه الضغط ثابت كما هو موضح في شكل 4.18. على طول هذا المسار ترتفع درجة الحرارة ثانياً بمقدار ΔT.

الطاقة التي يجب أن تنتقل بواسطة الحرارة إلى الغاز في هذه العملية هي $Q = nC_p\,\Delta T$. بما أن الحجم يزداد في هذه العملية، إذن الشغل الذي يبذله الغاز هو $W = P\,\Delta V$ حيث P هو مقدا الضغط الثابت الذي حدثت عنده العملية.

باستخدام القانون الأول لهذه العملية نجد أن

$$\Delta E_{int} = Q - W = nC_p\,\Delta T - P\,\Delta V \qquad \mathbf{(15.18)}$$



شكل 4.18 تنتقل الطاقة بالحرارة إلى الغاز المثالي بطريقتين. للمسار تحت حجم ثابت $i{\rightarrow}f$ تذهب كل الطاقة في رفع الطاقة الداخلية للغاز لأنه لايبذل شغلاً.

في هذه الحالة الطاقة التي تضاف إلى الغاز بواسطة الحرارة جزء منها يبذل شغلاً خارجياً (أي يستخدم في تحريك المكبس المثبت فوق أسطوانة الغاز) والباقي يعمل على زيادة الطاقة الداخلية للغاز. لكن التغير في الطاقة الداخلي $i{\rightarrow}f'$ يساوي التغير في الطاقة الداخلية في العملية $i{\rightarrow}f$ لأن ΔE_{int} تعتمد فقط على درجة الحرارة في الغاز المثالي ونظرا لأن ΔT لها نفس المقدار في العمليتين بالإضافة إلى ذلك حيث إن $PV = nRT$ نلاحظ أنه في العمليات التي تتم مع ثبات الضغط $P\,\Delta V = nR\Delta T$. بإحلال هذا المقدار محل $P\,\Delta\,V$ في معادلة 15.18 مع $\Delta E_{int} = nC_V\,\Delta T$ (12.18) نحصل على

$$nC_V\Delta T = nC_P\,\Delta T - nR\,\Delta T$$

$$C_P - C_V = R \qquad (16.18)$$

وهذه المعادلة تستخدم لأي غاز مثالي. وهي تبين أن الحرارة النوعية المولية تحت ضغط ثابت أكبر من الحرارة النوعية المولية تحت حجم ثابت بمقدار R وهو الثابت العام للغازات.

(وقيمته 8.31J/mol·k) وهذه المعادلة تصلح للغازات الحقيقية كما تبين القيم المعطاه في جدول 18.8 حيث أن $C_V = \frac{3}{2}R$ للغاز المثالي أحادي الذرة معادلة (16.18) تعطي قيمة لـ C_P كما يلي.

$$C_P = \tfrac{5}{2}R = 20.8\ \text{J/mol}\cdot\text{K}$$

C_P الحرارة النوعية المولية للغاز أحادي الذرة تحت ضغط ثابت.

النسبة بين هاتين السعتين الحراريتين تساوي كمية لا أبعاد لها dimensionless يرمز لها بالرمز γ

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{(5/2)R}{(3/2)R} = \frac{5}{3} = 1.67 \qquad (17.18)$$

جدول (2.18) الحرارة النوعية المولية للغازات المختلفة

Gas	الحرارة النوعية المولية (J/mol·K)* C_P	C_V	$C_P - C_V$	$\gamma = C_P / C_V$
Monatomic Gases				
He	20.8	12.5	8.33	1.67
Ar	20.8	12.5	8.33	1.67
Ne	20.8	12.7	8.12	1.64
Ke	20.8	12.3	8.49	1.69
Diatomic Gases				
H_2	28.8	20.4	8.33	1.41
N_2	29.1	20.8	8.33	1.40
O_2	29.4	21.1	8.33	1.40
CO	29.3	21.0	8.33	1.40
Cl_2	34.7	25.7	8.96	1.35
Monatomic Gases				
CO_2	37.0	28.5	8.50	1.30
SO_2	40.4	31.4	9.00	1.29
H_2O	35.4	27.0	8.37	1.30
CH_4	35.5	27.1	8.41	1.31

(*) جميع القيم ماعدا الماء مأخوذة عند 300k

والقيم النظرية للكميتين Cp , γ يتفقان جيداً مع القيم العملية للغازات أحادية الذرة، إلا أنها لاتتفق بشدة مع الغازات الأكثر تعقيداً انظر جدول (2.18) وهذا متوقع حيث إن القيمة $C_V = \frac{3}{2}R$ اشتقت للغاز المثالي أحادي الذرة. ونتوقع بعض الإضافات للحرارة النوعية المولية من التركيب الداخلي للجزيئات الأكثر تعقيداً. في القسم 4.18 سنوضح تأثير التركيب الجزيئي على الحرارة النوعية المولية للغازات. سوف نجد أن الطاقة الداخلية وتبعاً لذلك الحرارة النوعية المولية للغازات عديدة الذرة لابد وأن تتضمن إضافات نتيجة للحركة الدورانية والحركة التذبذبية للجزيئات.

وجدنا أن الحرارة النوعية المولية للغازات تحت ضغط ثابت أكبر من الحرارة النوعية المولية تحت حجم ثابت. وهذا الفرق ناتج عن أنه في العمليات التي تتم تحت حجم ثابت لايُبذل شغل وكل الطاقة المنتقلة بواسطة الحرارة تستغل في زيادة الطاقة الداخلية (ودرجة الحرارة) للغاز،بينما في العمليات التي تتم تحت ضغط ثابت يتحول جزء من الطاقة المنتقلة بواسطة الحرارة إلى شغل يبذله النظام أثناء عملية التمدد ومن ثم يفقد جزءاً من تلك الطاقة. في حالة الأجسام الجامدة والسوائل التي تسخن تحت ضغط ثابت، مقدار الشغل الذي يبذله النظام يكون صغيراً جداً لأن التمدد الحراري صغير ومن ثَمَّ C_V, C_P متساويان للأجسام الجامدة والسوائل.

مثال 2.18 تسخين أسطوانة هيليوم

أسطوانة تحتوي على 3.0mol من غاز الهيليوم عند درجة حرارة 300k (a) إذا سخن الغاز تحت حجم ثابت. كم مقدار الطاقة المنتقلة بواسطة الحرارة إلى الغاز لكي ترتفع درجة حرارته إلى 500k.

الحل: للعملية تحت حجم ثابت

$$Q_1 = n\, C_V\, \Delta T$$

بما أن C_V لغاز الهيليوم هي $\Delta T = 200\ K,\ 12.5\ J/mol \cdot K$

$$Q_1 = (3.0\ mol)\ (12.5\ J/mol \cdot K)\ (200K) = 7.5 \times 10^3\ J$$

(b) ما مقدار الطاقة التي يجب أن تنتقل إلى الغاز بواسطة الحرارة تحت ضغط ثابت لكي ترتفع درجة حرارتة إلى 500 K.

الحل: باستخدام جدول 18.2 نجد أن $C_P = 20.8 J/mol \cdot k$

$$Q_2 = nC_P\, \Delta T = (3.0 mol)\ (20.8 J/mol \cdot k)\ (200k) = 12.5 \times 10^3 J$$

تمرين: مامقدار الشغل المبذول بواسطة الغاز في هذه العملية الأيزوبارية

الجواب: $W = Q_2 - Q_1 = 5.0 \times 10^3\ J$

3.18 العمليات الأديباتيه للغاز المثالي
ADIABATIC PROCESSES FOR AN IDEAL GAS

كما وجدنا في القسم 6.20 العملية الأديباتيه هي عملية لا يتم فيها انتقال للطاقة عن طريق الحرارة بين النظام والوسط المحيط به فمثلاً إذا إنكمش الغاز أو تمدد بسرعة كبيرة فإن مقدار الطاقة المنتقلة إلي الخارج أو إلى النظام بواسطة الحرارة يكون صغيراً جداً. ومن ثم تكون العملية أديباتيه تقريباً (يجب أن نعلم أن درجة حرارة النظام تتغير في العملية الأديباتيه على الرغم من أنه لاتوجد طاقة منقوله بواسطة الحرارة) مثل هذه العملية تحدث في دورة آلة الجازولين التي سنتناولها بالتفصيل في الفصل التالي.

مثال آخر للعملية الأديباتيه، التمدد البطئ جداً لغاز معزول حرارياً عن الوسط المحيط. وبصفة عامة. العملية الأديباتيه هي عملية لايتم فيها تبادل للطاقة بواسطة الحرارة بين نظام والوسط المحيط.

نفرض أن غازاً مثالياً قام بعملية تمدد أيباتي. في أي لحظة خلال العملية سنفترض أن الغاز في حالة اتزان، بحيث إن معادلة الحالة $PV = nRT$ تكون صحيحة. كما سنرى، العلاقة بين الضغط والحجم في أي لحظة خلال العملية الأديباتيه تعطى بالمعادلة.

$$PV^{\gamma} = \text{constant} \qquad \textbf{(18.18)}$$

حيث $\gamma = Cp/Cv$ يفترض أنها ثابتة خلال العملية. ومن ثم نجد أن المتغيرات الثلاثة في قانون الغازات المثالية وهي T,V,P تتغير أثناء العملية الأديباتيه.

إثبات أن PV^{γ} =constant في العمليات الأديباتيه:-

عندما يتمدد الغاز أدياباتيا في أسطوانة معزولة حرارياً، لا يحدث انتقال للطاقة بواسطة الحرارة بين الغاز والوسط المحيط أي أن $Q = 0$.

نفرض أن التغير المتناهي الصغر في الحجم هو dV، والتغير المتناهي الصغر في درجة الحرارة هو dT. الشغل الذي بذله الغاز هو Pdv. حيث إن الطاقة الداخلية للغاز المثالي تتوقف على درجة الحرارة فقط. التغير في الطاقة الداخلية في عملية التمدد الأدبياتي مماثل للتغير في العملية الأيزوفليومية بين نفس درجتي الحرارة.، $dE_{int}= nC_V dT$ (12.18)

ومن ثم نجد أن القانون الأول للديناميكا الحرارية $\Delta E_{int}=Q - W$ وحيث أن $Q = 0$ يصبح في الصورة التالية:

$$dE_{int} = nC_V\, dT = -P\, dV \qquad (1)$$

بأخذ التفاضل الكلي لمعادلة الحالة للغاز المثالي $PV = nRT$ نجد

$$PdV + VdP = nRdT \qquad (2)$$

بالتعويض عن dT في المعادلة (2) بقيمتها من المعادلة (1) نجد أن

$$P\,dV + V\,dP = -\frac{R}{C_V}P\,dV$$

وبما أن $C_P - C_V = R$ وبقسمة طرفي المعادلة على PV نحصل على

$$\frac{dV}{V}+\frac{dP}{P}=-\left(\frac{C_P-C_V}{C_V}\right)\frac{dV}{V}=(1-\gamma)\frac{dV}{V}$$

$$\frac{dP}{P}+\gamma\frac{dV}{V}=0$$

وبتكامل هذه العلاقة نحصل على الآتي:

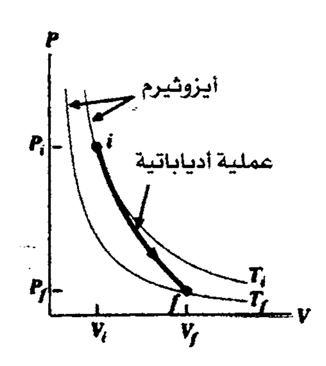
$$\text{Ln}\,P + \gamma\,\text{Ln}\,V = \text{constant}$$

وهي تكافئ العلاقة (18.18) أي أن

$$PV^{\gamma} = \text{constant}$$

تجربة سريعة

أنفخ في إطار دراجة بسرعة ثم تحسس طرف المنفاخ المتصل بالخرطوم. لماذا أصبح ساخناً؟



شكل (5.18) رسم PV لعملية تمدد أدياباتيه لاحظ $T_f < T_i$ في هذه العملية

منحنى PV لعملية التمدد الأيباتي موضح في شكل (5.18) نظراً لأن $\gamma > 1$ منحنى PV أكثر انحدارا من منحنى التمدد الأيزوثرمالي. من تعريف العمليةالأدياباتيه لايتبادل النظام طاقة على شكل حرارة مع الوسط المحيط. إذن من القانون نجد أن ΔE_{int} كمية سالبة (الغاز يبذل شغلا، وتقل تبعا لذلك طاقته الداخلية) وكذلك ΔT أيضا كمية سالبة أي أن الغاز يبرد $T_f < T_i$ أثناء العملية الأدياباتيه.

على العكس من ذلك، تزداد درجة الحرارة إذا ضغط الغاز أدياباتيا.

باستخدام معادلة (18.18) للحالتين الإبتدائية والنهائية نجد أن:

$$P_i V_i^{\gamma} = P_f V_f^{\gamma} \qquad \textbf{(19.18)}$$

باستخدام قانون الغازات المثالية يمكننا أن نعبر عن معادلة (19.18) على النحو التالي:

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1} \qquad \textbf{(20.18)}$$

مثال 3.18 أسطوانة آلة الديزل

هواء عند درجة حرارة 20.0°C في أسطوانة آلة ديزل ضغطه الإبتدائي 1 .0 atm وحجمه 800.0cm^3. ضغط فصار حجمه النهائي 60.0cm^3. فإذا فرضنا أن الغاز يسلك كغاز مثالي وقيمة γ له تساوي $\gamma = 1.4$ وأن عملية الانضغاط تمت أدياباتيا.

أوجد قيمة الضغط النهائي ودرجة الحرارة النهائية للهواء.

الحل: باستخدام المعادلة 19.18 نجد أن

$$P_f = P_i\left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma} = (1.00\text{ atm})\left(\frac{800.0\text{ cm}^3}{60.0\text{ cm}^3}\right)^{1.40} = 37.6\text{ atm}$$

وحيث إن $PV = nRT$ تصلح لأي عملية ولم يتسرب أي غاز

$$\frac{P_iV_i}{T_i} = \frac{P_fV_f}{T_f}$$

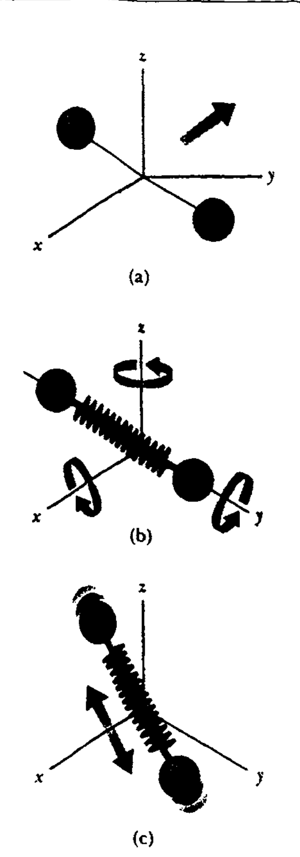
$$T_f = \frac{P_fV_f}{P_iV_i}T_i = \frac{(37.6\text{ atm})\,(60.0\text{ cm}^3)}{(1.00\text{ atm})\,(800.0\text{ cm}^3)}(293\text{ K}) = 826\text{ K} = 553°\text{C}$$

والضغط المرتفع في آلة الديزل يرفع درجة حرارة الوقود بشكل كاف بحيث يشتعل دون حاجة لشموع احتراق Spark Plugs

4.18 التجزؤ المتساوي للطاقة
THE EQUIPARTITION OF ENERGY

وجدنا فيما سبق أن الإستنتاجات المبنية على أساس نموذج الحرارة النوعية المولية تتفق مع سلوك الغازات وحيدة الذرة وليس مع سلوك الجزيئات عديدة الذرة (انظر جدول 2.18)، بالإضافة إلى ذلك وجدنا أن القيمة المستنتجة باستخدام هذا النموذج لكمية $C_P - C_V = R$ متساوية لجميع الغازات. وهذا أمر متوقع حيث إن هذا الفرق ناتج عن الشغل المبذول بواسطة الغاز وهو مالا يعتمد على تركيبه الجزيئ.

لكي تتعرف على الفروق في قيم C_V ,C_P في الغازات الأكثر تعقيداً من الغازات أحادية الذرة. يجب أن نعرف أولاً مصدر الحرارة النوعية المولية. حتى الآن قد اعتبرنا أن الإضافة الوحيدة للطاقة الداخلية للغاز ناتجة عن طاقة الحركة الانتقالية للجزيئات. إلا أن الطاقة الداخلية للغاز تتضمن إضافات من الحركة الانتقالية والتذبذبية والدورانية للجزيئات. والحركات الدورانية والتذبذبية الجزيئات يمكن أن تضاف مع الحركة الإنتقالية لها.



شكل 6.18 . الحركات الممكنه لجزئ ثنائي الذرة (a) حركة دورانية انتقالية (b) حركة دورانية حول المحاور المختلفة (c) حركة تذبذبية حول المحور الجزيئ.

ولقد تبين من الميكانيكا الإحصائية statistical mechanics أن عدداً كبيراً من الجسيمات يخضع لقوانين نيوتن للحركة، والطاقة المتاحة توزع بالتساوي على كل درجة من درجات الحرية .

نتذكر من قسم 18.1 أن نظرية التجزؤ equipartition theorem تنص على أنه في حالة الاتزان كل درجة من درجات الحرية تضيف قدراً من الطاقة مساوياً $\frac{1}{2}k_BT$ لكل جزئ.

سنأخذ حالة غاز ثنائي الذرة شكل جزيئاته تشبه الدمبلز Dumbell المستخدم في التدريبات الرياضية لبناء الأجسام (كما في شكل 18.6) في هذا النموذج، مركز الثقل للجزئ يمكنه أن ينتقل في الإتجاهات z, y, x شكل (18.6a).

بالإضافة إلى ذلك يستطيع الجزئ أن يدور حول ثلاث محاور متعامدة على بعضها شكل (16.18b). يمكننا أن نهمل الدوران حول محورy. لأن عزم القصور الذاتي I وطاقة الدوران $\frac{1}{2}I_y\omega^2$ حول هذا المحور كميات يمكن إهمالها بالمقارنة بالطاقة الدورانية حول محوري z,x. إذا اعتبرنا أن الذرتين على شكل نقط. عندئذ مقدار I_y يساوي صفراً.

إذن يوجد خمس درجات حرية: ثلاثة للحركات الانتقالية واثنان للحركة الدورانية. حيث إن كل درجة من درجات الحرية تضيف في المتوسط $\frac{1}{2}k_BT$ من الطاقة لكل جزئ. إذن الطاقة الداخلية الكلية لنظام يتكون من عدد N من الجزيئات هو:

$$E_{int} = 3N(\tfrac{1}{2}k_BT) + 2N(\tfrac{1}{2}k_BT) = \tfrac{5}{2}Nk_BT = \tfrac{5}{2}nRT$$

ويمكننا أن نستخدم هذه النتيجة ومعادلة 13.18 لحساب الحرارة النوعية المولية مع ثبات الحجم.

$$C_V = \frac{1}{n}\frac{dE_{int}}{dT} = \frac{1}{n}\frac{d}{dT}\left(\frac{5}{2}nRT\right) = \frac{5}{2}R$$

من معادلتي 16.18, 17.18 نحصل على $C_P = C_V + R = \frac{7}{2}R$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{7}{2}R}{\frac{5}{2}R} = \frac{7}{5} = 1.40$$

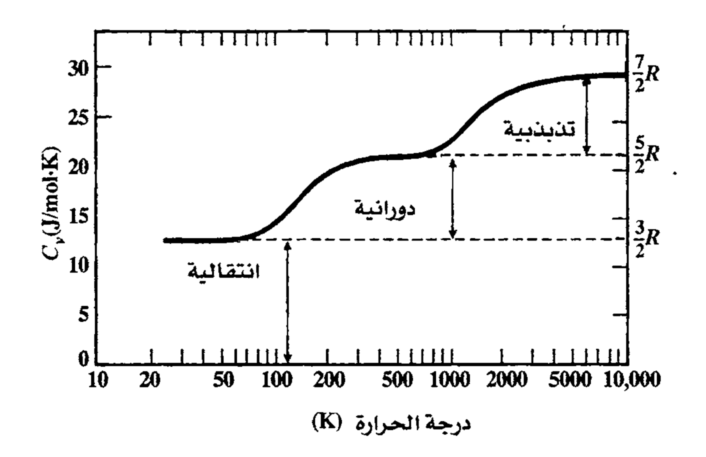
وهذه النتائج تتفق مع معظم القيم للغازات ثنائية الذرة المعطاه في جدول (2.18). إلا أن ذلك يثير بعض الدهشة حيث إننا لم نأخذ في الاعتبار الإضافة الناتجة عن احتمال تذبذب الجزئ. في النموذج التذبذبي ترتبط الذرتان بزنبرك افتراضي (انظر شكل 6.18c) والحركة التذبذبية تضيف درجتين إضافيتين من درجات الحرية، ناتجتين عن طاقة الحركة وطاقة الوضع المرتبطتان بالتذبذب على امتداد الجزئ. ومن ثم فإنه طبقا للفيزياء الكلاسيكية ولنظرية التجزؤ المتساوي للطاقة نستنتج أن الطاقة الداخلية للجزئ تكون على النحو التالي:

$$E_{int} = 3N(\tfrac{1}{2}k_BT) + 2N(\tfrac{1}{2}k_BT) + 2N(\tfrac{1}{2}k_BT) = \tfrac{7}{2}Nk_BT = \tfrac{7}{2}nRT$$

والحرارة النوعية المولية مع ثبات الحجم

$$C_V = \frac{1}{n}\frac{dE_{int}}{dT} = \frac{1}{n}\frac{d}{dT}\left(\frac{7}{2}nRT\right) = \frac{7}{2}R$$

إلا أن هذه النتيجة لاتتفق مع النتائج العملية للجزيئات مثل N_2, H_2 انظر جدول (2.18) مما يجعل النموذج الذي افترضناه على أساس الفيزياء الكلاسيكية ليس صحيحا.



شكل (7.18) الحرارة النوعية المولية الهيدوجين كدالة في درجة الحرارة. المقياس الأفقي لوغارتمي. لاحظ أن الهيدروجين تحدث له إسالة عند 20k.

عدد درجات الحرية للجزيئات المحتوية على أكثر من ذرتين تكون أكثر مما ذكرنا والذبذبات أكثر تعقيداً. وينتج عن ذلك حرارة نوعية مولية أكبر،وقد تتفق بشكل تقريبي مع النتائج التجريبية. فمع ازدياد عدد درجات الحرية المتاحة للجزئ، تزداد الطرق التي تمكنه من اختزان طاقة داخلية أكبر، وهذا بدوره يؤدي إلى خرارة نوعية مولية أكبر.

لقد رأينا أن نظرية التجزؤ المتساوي للطاقة قد نجحت في تفسير بعض خصائص الحرارة النوعية المولية لجزيئات الغاز وعلاقتها بالتركيب الجزيئ. إلا أنها لم تعط تفسيراً للتغير الملحوظ في الحرارة النوعية المولية مع تغير درجات الحرارة. ومن أمثلة هذا التغير بدرجة الحرارة، نجد أن C_V للهيدروجين H_2 مقدارها $\frac{5}{2}R$ من درجة حرارة 520k حتى 750k ثم تزداد تدريجيا إلى أن تصل إلى $\frac{7}{2}R$ فوق درجة حرارة 750k شكل (7.18). وهذا يعني أن هناك تذبذبات كثيرة تظهر بشكل واضح في درجات الحرارة المرتفعة. وفي درجات الحرارة أقل من 250k قيمة Cv حوالي $\frac{3}{2}R$ مما يعني أن للجزئ طاقة حركة انتقالية فقط عند درجات الحرارة المنخفضة.

نبذه عن تكمية الطاقة: AHint of Energy Quantization

لعل السبب في عدم نجاح نظرية التجزؤ المتساوي في تفسير تلك الظاهرة ناتج عن عدم كفاية الميكانيكا الكلاسيكية عندما تستخدم للنظم الجزيئية.

لإيجاد تفسير مرض يفضل استخدام نموذج كم ميكانيكي تكون فيه طاقة كل جزئ مكمّاة Quantized. فرق الطاقة بين كل مستويين متجاورين من مستويات الطاقة التذبذبية لجزئ مثل H_2 يصل إلى أكثر من عشرة أمثال طاقة الحركة للجزئ عند درجة حرارة الغرفة.

ومن ثَمَّ فإن التصادم بين الجزيئات عند درجات الحرارة المنخفضة لا يعطي الطاقة الكافية لإحداث تغيير في الحالة التذبذبية للجزئ. ويقال عادة أن درجات الحرية مجمدة "frozen" . وهذا مايفسر السبب في أن الطاقة التذبذبية لاتضيف إلى الحرارة النوعية المولية للجزيئات في درجات الحرارة المنخفضة.

مستويات الطاقة الدورانية أيضا مكماة إلا أن فرق الطاقة بين تلك المستويات عند درجات الحرارة العادية صغير بالمقارنة بمقدار k_BT. وحيث إن فروق الطاقة بين مستويات الطاقة المكماة قليل بالمقارنة بالطاقة المتاحة، فإن مسلك النظام ينطبق مع معطيات الميكانيكا الكلاسيكية. إلا أنه عند درجات الحرارة المنخفضة أقل من 50k عندما يصبح مقدار k_BT صغير بالمقارنة بفرق الطاقة بين مستويات الطاقة الدورانية وقد لاتصبح التصادمات بين الجزيئات ذات طاقة كافية للتغيير في حالاته الدورانية. وهذا ما يفسر السبب في أن C_V تنخفض قيمتها إلى $\frac{3}{2}R$ للهيدروجين H_2 في المدى من 20k إلى مايقرب من 100k.

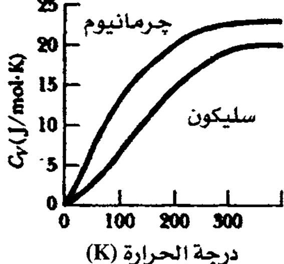
الحرارة النوعية المولية للأجسام الجامدة The Molar Specific Heat of Solids

ثبت أن الحرارة النوعية المولية للأجسام الصلبة تتغير أيضاً بتغير درجة الحرارة. الحرارة النوعية المولية للأجسام الصلبة بصفة عامة تقل بشكل غير خطي مع تناقص درجة الحرارة وتقترب من الصفر عندما تقترب درجة الحرارة من الصفر المطلق. في درجات الحرارة المرتفعة عادة أعلى من 300k الحرارة النوعية المولية تقترب من المقدار $3R = 25 J/mol\cdot k$. رهذه النتيجة تسمى عادة قانون دي لونج وبتي Dulong-Petit Law. والنتائج الفعلية المبينة في شكل 8.18 تبين العلاقة بين درجة الحرارة والحرارة النوعية المولية لمادتين جامدتين من أشباه الموصلات هما السليكون والجرمانيوم يمكننا أن نوضح الحرارة النوعية المولية للجوامد في درجات الحرارة العالية باستخدام نظرية التجزؤ المتساوي. عند إزاحة الذرات عن وضع الاتزان، تقوم كل ذرة بحركة توافقية بسيطة في اتجاهات المحاور z, y,x والطاقة المرافقة للحركة التذبذبية في اتجاه x هي

$$E = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

والعلاقتان بالنسبة للحركة التذبذبية في اتجاه المحورين z, y مشابهتان للعلاقة السابقة في اتجاه x. إذن لكل ذرة في الأجسام الجامدة ست درجات حرية. وطبقا لنظرية التجزؤ المتساوي تعادل طاقة تذبذبية متوسطة مقدارها $6(\frac{1}{2}k_BT) = 3k_BT$ لكل ذرة. إذن الطاقة الداخلية الكلية لجسم جامد يتكون من عدد N من الذرات هو.

$$E_{int} = 3Nk_BT = 3nRT \qquad (21.18)$$



شكل (8.18) الحرارة النوعية المولية للسليكون والجرمانيوم. عندما تقترب T من الصفر المطلق، تقترب الحرارة النوعية المولية كذلك من الصفر.

من هذه النتيجة نجد أن الحرارة النوعية المولية لجسم جامد عند حجم ثابت هي:

$$C_V = \frac{1}{n}\frac{dE_{\text{int}}}{dT} = 3R \qquad (22.18)$$

وهذه النتيجة تتفق مع القانون العملي الذي توصل إليه ديلونج وبتي.

أما التناقض بين هذا النموذج والمعطيات العملية عند درجة حرارة منخفضة فناتجة مرة أخرى عن عدم كفاية الفيزياء الكلاسيكية لوصف النظم الميكروسكوبيه.

5.18 قانون التوزع لبولتزمان THE BOLTZMANN DISTRIBUTION LAW

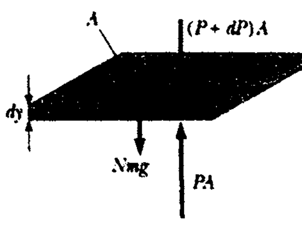
لقد أهملنا حتى الآن حقيقة هامة، وهي أن جميع جزيئات الغاز ليس لها نفس السرعة ولانفس الطاقة، حيث أن حركتها عشوائية تماماً. وأي جزئ على انفراد يتصادم مع الجزيئات الأخري بمعدل كبير جدا قد يصل إلي بليون مرة في الثانية. وكل تصادم ينتج عنه تغير في السرعة وفي اتجاه الحركة للجزيئات المشاركة. من معادلة 7.18 نجد أن متوسط السرعات الجزيئية يزداد بزيادة درجة الحرارة. ومانريد أن نعرفه هو العدد النسبي للجزيئات التي لها بعض الخواص مثل نسبة معينة من الطاقة الكلية او السرعة. ونسبة عدد الجزيئات التي لها بعض الخواص المطلوبة إلى العدد الكلي للجزيئات هي درجة احتمال أن جزئ معيناً له هذه الخواص المطلوبة.

الغلاف الجوي الأسي Exponential Atmosphere

نبدأ بوصف توزيع الجزيئات في الغلاف الجوي. سنحاول أن نبين كيف يتغير عدد الجزيئات في وحدة الحجوم من الغاز بالارتفاع. في النموذج الذي وضعناه سنفترض أن درجة حرارة الغلاف الجوي ثابته وتساوي T (هذا الفرض ليس صحيحا حيث إن درجة حرارة الغلاف الجوي تنقص بمقدار 2°C لكل 300m زيادة في الارتفاع) إلا أن النموذج يبين الملامح الرئيسية للتوزيع.

طبقا لقانون الغاز المثالي، الغاز الذي يحتوي على عدد N من الجزيئات في حالة اتزان حراري يخضع للعلاقة $PV = nk_BT$ ومن الأفضل أن نكتب تلك العلاقة بدلالة الكثافة العددية nunber density $n_V = N/V$ وهي تعطي عدد الجزيئات في وحدة الحجوم من الغاز. وهي كمية هامة وتتغير من مكان لآخر. وهدفنا الآن أن نبين كيف تتغير n_V في الغلاف الجوي للأرض. يمكننا أن نعبر عن قانون الغاز المثالي بدلالة n_V على النحو التالي $P=n_Vk_BT$. إذن لوعرفنا مقدار n_V يمكننا تحديد الضغط والعكس. الضغط الجوي ينقص مع زيادة الارتفاع لأن أي طبقة من الهواء لابد وأن تحمل كل وزن الغلاف الجوي الذي فوقها. أي أنه كلما زاد الارتفاع قلَّ وزن الهواء فوق تلك الطبقة، ومن ثمّ يقل الضغط.

لتعيين تغير الضغط مع الارتفاع. سنأخذ طبقة من الغلاف الجوي سمكها dy ومساحة مقطعها A كما هو موضح في شكل (9.18).



شكل 18.9 طبقة في الغلاف الجوي في حالة اتزان.

حيث إن الهواء في حالة اتزان استاتيكي قيمة الكمية PA وهي القوة إلى أعلى التي تؤثر على السطح السفلي لتلك الطبقة يجب أن تزيد عن مقدار القوة المؤثرة إلى أسفل على السطح العلوي للطبقة $(P+dp)A$ بمقدار يساوي وزن الغاز في هذه الطبقة. إذا كانت كتلة جزئ الغاز في الطبقة يساوي m والعدد الكلي للجزيئات في تلك الطبقة هو N. إذن وزن الطبقة هو $mgN = mgn_V V = mgn_V Ady$

ومن ثم نجد أن:

$$PA - (P + dP)A = mgn_V Ady$$

ويمكننا اختصار هذه العلاقة لتصبح

$$dP = -mgn_V dy$$

وحيث أن $P=n_V k_B T$, T من المفروض أن تظل ثابتة نجد أن $dp=k_B T dn_V$ وبإحلال تلك النتيجة في العلاقة السابقة للمقدار dp وتعديل الحدود نجد أن:

$$\frac{dn_V}{n_V} = -\frac{mg}{k_B T} dy$$

وبتكامل هذه المعادلة نحصل على الآتي :

$$n_V(y) = n_0 e^{-mgy/k_B T} \qquad \textbf{(23.18)}$$

حيث n_0 هو الكثافة العددية عند $y=0$ وهذه العلاقة تسمى قانون الأجواء Law of atmospheres وطبقا للعلاقة 18.23 الكثافة العددية number density تقل أسيا مع زيادة الارتفاع عند ثبوت درجة الحرارة. الكثافة العددية للغلاف الجوي للأرض عند مستوى سطح البحر حوالي

$n_0=2.69 \times 10^{25}$ molecules/m^3. حيث أن الضغط $P = n_V k_B T$

نجد من معادلة (23.18) أن الضغط في غلافنا الجوي يختلف باختلاف الارتفاع طبقاً للمعادلة

$$P = P_0 e^{-mgy/k_B T} \qquad \textbf{(24.18)}$$

حيث $P_0=n_0 k_B T$

لوقارنا هذا النموذج بالضغط الجوي الفعلي كدالة في الارتفاع نجد أن الشكل الأسي هو الأقرب إلى الصواب بالنسبة للغلاف الجوي للأرض.

مثال 18.4 الجزيئات الطائرة على ارتفاعات عالية.

ماهي الكثافة العددية للهواء على ارتفاع 11.km (الإرتفاع الذي تطير عليه الطائرات التجارية النفاثة) بالمقارنة بالكثافة العددية على مستوى سطح البحر؟ افترض أن درجة الحرارة عند هذا الارتفاع هي نفس الدرجة عند سطح الأرض 20.0°C.

الحل: الكثافة العددية للغلاف الجوي للأرض يتناقص أسيا مع الارتفاع طبقا لقانون الأجواء، معادلة 18.23. نفترض أن متوسط الكتلة الجزيئية هو 28.9u يساوي 4.80×10^{-26}kg باعتبار قيمة

y=11.0 km ، ثم حساب مقدار الأس للعلاقة الأسية (23.18) كما يلي

$$\frac{mgy}{k_B T} = \frac{(4.80 \times 10^{-26}\,\text{kg})\,(9.80\,\text{m/s}^2)\,(11\,000\,\text{m})}{(1.38 \times 10^{-23}\,\text{J/K})\,(293\,\text{K})} = 1.28$$

إذن من معادلة (23.12) نحصل على مقدار n_V

$$n_V = n_0 e^{-mgy/k_B T} = n_0 e^{-1.28} = 0.278 n_0$$

أي أن الكثافة العددية للهواء على ارتفاع 11.0 km تساوي 27.8% من الكثافة العددية عند سطح البحر. إذا افترضنا ثبات درجة الحرارة.

ونظرا لأن درجة الحرارة تنخفض مع الارتفاع. فإن الكثافة العددية للهواء تكون أقل من ذلك. ونظراً لأن الضغط عند هذا الارتفاع ينخفض بنفس الطريقة لذلك فإن الطائرات التي تطير على ارتفاع عالٍ يكيف فيها الهواء داخل مقصورة الركاب بحيث يصير ضغطه مساو للضغط الجوي عند سطح الأرض.

حساب القيم المتوسطة Computing Average Values

الدالة الأسية $e^{-mgy/k_B T}$ التي ظهرت في معادلة 23.18 يمكن اعتبارها توزعا إحصائيا يعطى الاحتمال النسبي لوجود جزئ من الغاز على ارتفاع ما y. إذن توزع الإحتمالات $P(y)$ يتناسب مع توزع الكثافة العددية $n_V(y)$. وهذا المفهوم يمكننا من حساب العديد من الخواص الجوية مثل نسبة عدد الجزيئات أسفل ارتفاع معين أو متوسط طاقة الوضع لجزئ. على سبيل المثال سنعين متوسط الارتفاع $\bar{y}$ لجزئ في الجو عند درجة حرارة T. العلاقة الرياضية لمتوسط ارتفاع هذا الجزئ هي.

$$\bar{y} = \frac{\int_0^\infty y n_V(y)\,dy}{\int_0^\infty n_V(y)\,dy} = \frac{\int_0^\infty y e^{-mgy/k_B T}\,dy}{\int_0^\infty e^{-mgy/k_B T}\,dy}$$

حيث ارتفاع الجزئ يتراوح بين صفر ومالانهاية. البسط في هذه العلاقة يمثل مجموع الارتفاعات للجزيئات مضروباً في أعدادها، بينما المقام هو مجموع أعداد الجزيئات. أي أن المقام هو العدد الكلي للجزيئات. بعد إجراء التكامل نحصل على الآتي:

$$\bar{y} = \frac{(k_B T/mg)^2}{k_B T/mg} = \frac{k_B T}{mg}$$

وهذه العلاقة تبين أن متوسط ارتفاع الجزئ يزداد كلما زادت درجة الحرارة كما نتوقع. ويمكننا أن نستخدم طريقة مماثلة لإيجاد متوسط طاقة الوضع لجزئ غاز. حيث إن طاقة الوضع الناتجة عن الجاذبية على ارتفاع y هي $U = mgy$. متوسط طاقة الوضع $mg\bar{y}$ حيث أن $\bar{y} = k_B T/mg$ نجد أن

$$\bar{U} = mg(k_B T / mg) = k_B T$$

وهذه النتيجة الهامة توضح أن متوسط طاقة الوضع الناشئة عن الجاذبية للجزئ تعتمد فقط على درجة الحرارة ولاتعتمد على m أو g

توزع بولتزمان The Boltzmann Distribution

حيث إن طاقة الوضع الناتجة عن الجاذبية gravitational Potential energy للجزئ على ارتفاع y هي $U = mgy$ يمكننا أن نعبر عن قانون الأجواء معادلة (23.18) كما يلي:

$$n_V = n_0 e^{-U/k_B T}$$

وهذا يعني أن جزيئات الغاز في حالة الاتزان الحراري توزع في الفضاء بدرجة احتمال تعتمد على طاقة الوضع الناتجة عن الجاذبية طبقا للعامل الأسي $e^{-U/k_B T}$. وهذه المعادلة الأسية التي تصف توزع الجزيئات في الغلاف الجوي يمكن استخدامها لأي نوع من أنواع الطاقة. وبصفة عامة الكثافة العددية للجزيئات التي لها طاقة E هي:

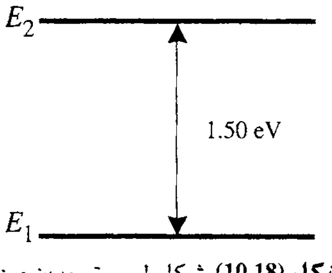
$$n_V(E) = n_0 e^{-E/k_B T} \qquad (25.18)$$

وهذه المعادلة تسمى قانون التوزع لبولتزمان Boltzmann Distribution Law. وهي معادلة على درجة كبيرة من الأهمية حيث إنها تعبر عن الميكانيكا الإحصائية للأعداد الكبيرة من الجزيئات. وقانون التوزع لبولتزمان ينص على أن احتمالية وجود الجزيئات في حالة معينة من حالات الطاقة تختلف أسياً طبقاً للقيمة السالبة للطاقة مقسومة على $k_B T$. وجميع الجزيئات تهبط إلى أدنى مستويات الطاقة إذا لم يتمكن التقليب الحراري عند درجة حرارة T من إثارة الجزيئات لتنتقل لمستويات طاقة أعلى.

مثال 5.18

كما ذكرنا في قسم (10.8) تستطيع الذرات أن تشغل فقط مستويات محددة من مستويات الطاقة. نفرض أن غازاً عند درجة حرارة 2500 K وتستطيع ذراته أن تشغل مستويين فقط من مستويات الطاقة فرق الطاقة بينهما 1.5 eV (الإلكترون فلط eV يساوي 1.6×10^{-19} J). احسب النسبة بين عدد الذرات في المستوى الأعلى إلى عدد الذرات في المستوى الأدنى شكل (10.18).

الحل: معادلة (25.18) تعطي العدد النسبي للذرات في مستوى معين من مستويات الطاقة في هذه الحالة للذرات مستويان للطاقة E_1, E_2 حيث E_1 مستوى الطاقة الأدنى. إذن النسبة بين عدد الذرات في مستوى الطاقة الأعلى إلى العدد في مستوى الطاقة الأدنى هو:



شكل (10.18) شكل لمستويين من مستويات الطاقة لغاز ذراته تستطيع أن تشغل مستويين.

$$\frac{n_V(E_2)}{n_V(E_1)} = \frac{n_0 e^{-E_2/k_B T}}{n_0 e^{-E_1/k_B T}} = e^{-(E_2-E_1)/k_B T}$$

في هذ المسألة $E_2 - E_1 = 1.5$ eV ومقام المقدار الأسي هو

$$k_B T = (1.38 \times 10^{-23}\text{J/K})\ (2\,500\text{ K})/1.60 \times 10^{-19}\text{J/eV}$$
$$= 0.216\text{ eV}$$

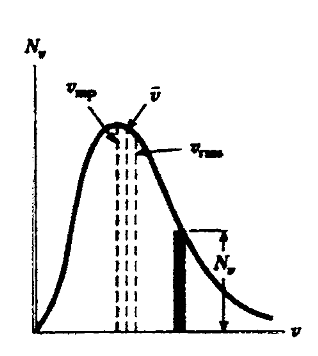
إذن النسبة المطلوبة هي:

$$\frac{n(E_2)}{n(E_1)} = e^{-1.50\text{ eV}/0.216\text{ eV}} = e^{-6.94} = 9.64 \times 10^{-4}$$

وهذه النتيجة تبين أنه عند درجة حرارة T= 2500 k قليل من الذرات تتواجد في مستوى الطاقة الأعلى. في الحقيقة أن كل ذرة في مستوى الطاقة الأعلى يقابلها 1000 ذرة في المستوى الأقل. وعدد الذرات في المستوى الأعلى يزيد كلما زادت درجة الحرارة. لكن قانون التوزع ينص على أنه في حالة الاتزان الحراري دائماً يوجد عدد أكبر من الذرات في المستوى الأقل مما في المستوى الأعلى.

6.18 توزع السرعات الجزيئية DISTRIBUTION OF MOLECULAR SPEEDS

في عام 1860 اشتق العالم جيمس كلارك ماكسويل James Clerk Maxwell (1831- 1879) معادلة تصف توزع السرعات الجزيئية بطريقة محددة. إلا أن أعماله وما حدث بعد ذلك من تطورات قام بها علماء آخرون كانت متضاربة، لأن الكشف المباشر عن الجزيئات لم يكن من الممكن عملياً في تلك الأزمنة. إلا أن التجارب التي أمكن عملها بعد مضي حوالي 60 عاماً بعد ذلك أكدت صحة نظرية ماكسويل. نفرض مستودعاً من الغاز به جزيئات لها توزع للسرعات، ونريد أن نعرف كم عدد جزيئات الغاز التي لها مدى من السرعات من 400 إلى 410 متر في الثانية. بالطبع سنتوقع أن توزع السرعات يعتمد على درجة الحرارة بالإضافة إلى ذلك سنتوقع أن قمة التوزع ستكون أقرب إلى v_{rms} أي أن عدداً قليلاً من الجزيئات يتوقع أن تكون سرعتها أقل بكثير أو أكثر بكثير من v_{rms}، حيث إن تلك السرعات المتطرفة القيمة تنتج غالباً عن سلسلة من التصادمات غير محتملة الحدوث.



شكل (11.18) توزيع السرعة بين جزيئات الغاز عند درجة حرارة معينة. عدد الجزيئات التي لها سرعة في حدود dv تساوي مساحة المستطيل المظلل. والدالة N_v و $N_v dv$ تؤول إلى الصفر عندمت تؤول v إلى مالا نهاية.

والتوزع المتوقع للسرعات في جزيئات الغاز في حالة الإتزان الحراري موضح في شكل (11.18). الكمية Nv تسمى دالة التوزع لماكسويل وبولتزمان Maxwell- Boltzman Distribution Function وتعرَّف كما يلي: إذا كانت N العدد الكلي للجزيئات فإن عدد الجزيئآت التي سرعتها تتراوح بين v و $v+dv$ تكون

$dN = N_\upsilon d\upsilon$. وهذا العدد يساوى أيضاً مساحة المستطيل المظلل في شكل (11.18). أضف إلى ذلك أن الجزيئات التي تقع سرعتها بين υ ، $\upsilon + d\upsilon$ تساوي $N_\upsilon d\upsilon/N$ وهذا الجزء يساوي أيضاً درجة احتمال أن يكون للجزئ سرعة ما بين υ و $\upsilon + d\upsilon$.

والعلاقة الأساسية التي تصف توزع السرعات لعدد N من الجزيئات هي:

$$N_\upsilon = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} \upsilon^2 e^{-m\upsilon^2/2k_B T} \qquad \textbf{(26.18)}$$

وهي دالة توزع السرعة لماكسويل حيث m هي كتلة جزئ الغاز، k_B ثابت بولتزمان، T درجة الحرارة المطلقة[1] قارن بين معامل بولتزمان $e^{-E/k_B T}$ وطاقة الحركة $E = \frac{1}{2}m\upsilon^2$ كما هو موضح في شكل 18.11. متوسط السرعة $\bar{\upsilon}$ أقل من الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة (rms). السرعة الأكثر احتمالاً υ_{mp} Most Prabable Speed هي السرعة التي عندها يصل منحنى التوزع إلى قمته باستخدام معادلة (26.18) نجد أن:

$$\upsilon_{rms} = \sqrt{\overline{\upsilon^2}} = \sqrt{3k_B T/m} \doteqdot 1.73\sqrt{k_B T/m} \qquad \textbf{(27.18)} \quad \text{rms speed}$$

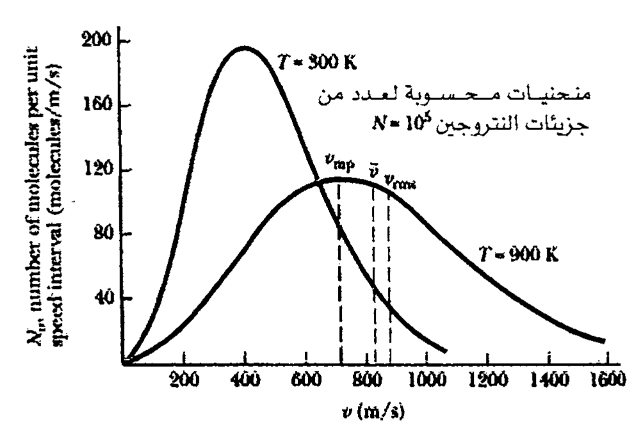
$$\bar{\upsilon} = \sqrt{8k_B T/\pi m} = 1.60\sqrt{k_B T/m} \qquad \textbf{(28.18)} \quad \text{Average speed}$$

$$\upsilon_{mp} = \sqrt{2k_B T/m} = 1.41\sqrt{k_B T/m} \qquad \textbf{(29.18)} \quad \text{Most probable speed}$$

استنتاج تلك المعادلة يترك للطالب (انظر تمارين 41 ,62) من تلك المعادلة نستنتج أن

$$\upsilon_{rms} > \bar{\upsilon} > \upsilon_{mp}$$

المنحنيات في شكل 12.12 تبين توزع السرعات لغاز N_2. وقد أمكن الحصول على تلك المنحنيات باستخدام معادلة 26.18. لكي نُقيِّم دالة التوزع عند سرعات مختلفة وعند درجتي حرارة مختلفتين. لاحظ أن القمة في المنحنى تحدث لها إزاحة نحو اليمين بزيادة درجة الحرارة T. مما يبين أن متوسط السرعة يزيد مع زيادة درجة الحرارة كما نتوقع. والشكل غير المتماثل للمنحنى ناتج عن أن أقل سرعة ممكنة هي صفر بينما أعلى حد للسرعة من الممكن أن يكون مالا نهاية كلاسيكياً.



شكل (12.18) دالة توزع السرعة لعدد 10^5 جزئ نتروجين N2 عند 900 K, 300 K المساحة الكلية تحت كل منحنى تساوي العدد الكلي للجزيئات وهي في هذه الحالة 10^5 لاحظ أن

$$\upsilon_{rms} > \bar{\upsilon} > \upsilon_{mp}$$

(1) لاستنتاج هذه العلاقة ارجع إلى مراجع الديناميكا الحرارية مثل R.P.Bauman, Modern Thermodynamics with Statistical Mechanics



اختبار سريع 3.18

المنحنيات في شكل (12.18) ماذا تمثل المساحة أسفل كل من المنحنيين بين العلامتين 800m/ s، 1000m/s على محور x

تجربة معملية سريعة:

إملأ كوب بماء ساخن جداً من الصنبور وآخر بماء بارد جداً ضع نقطة من مادة ملونة في كل كوب. أي النقطتين تنتشر أسرع ولماذا؟

معادلة 18.26 تبين أن توزع السرعة الجزيئية في غاز يعتمد على كل من الكتلة ودرجة الحرارة. عند درجة حرارة ما، نسبة الجزيئات الغازية التي تزيد سرعتها عن حد معين تزداد كلما قلت الكتلة. وهذا يفسر السبب في أن الغازات الخفيفة مثل He, H_2 تتسرب بسرعة كبيرة من الغلاف الجوي للأرض بينما تبقى الغازات ذات الكتل الكبيرة مثل N_2 والأكسجين O_2 (اقرأ موضوع سرعة التسرب في الباب (14)). جزيئات الغاز تتسرب من سطح القمر أسرع من تسربها من سطح الأرض لأن سرعة التسرب على القمر أكبر من سرعة التسرب على الأرض. توزع السرعة بين جزيئات السوائل مشابه لما هو مبين في شكل 21.18. يمكننا أن نعرف ظاهرة تبخر السوائل من توزع السرعات. باستخدام الظاهرة التي تبين أن بعض الجزيئات في السوائل أكثر طاقة من الأخرى. بعض الجزيئات التي تتحرك بسرعة كبيرة في السوائل تخترق سطح السائل وتتركه متحولة إلى بخار حتى ولو كانت عند درجة حرارة أقل بكثير من نقطة الغليان. والجزيئات التي تتسرب من السائل بالتبخير هي تلك التي لها طاقة كافية للتغلب على قوى جذب الجزيئات في الطور السائل. ومن ثم فالجزيئآت التي تتبقى في الطور السائل لها طاقة حركة أقل ونتيجة لذلك تنخفض درجة حرارة السائل. إذن البخر هو عملية تبريد فمثلاً وضع قطعة من القماش مبللة بالكحول فوق رأس مريض بالحمى تخفض درجة حرارته وتجعله يشعر بالراحة.



مثال 6.18 نظام به 9 جسميات

تسع جسيمات سرعاتها كالتالي: 5.00, 8.00, 12.00, 12.00, 12.00, 14.0, 14.0, 17.0, 20.0 متر/ ثانية (a) إحسب السرعة المتوسطة للجسيمات.

الحل: السرعة المتوسطة هي مجموع السرعات مقسومة على العدد الكلي للجسيمات

$$\bar{v} = \frac{(5.00+8.00+12.0+12.0+12.0+14.0+14.0+17.0+20.0)\ \text{m/s}}{9}$$

$$= 12.7\ \text{m/s}$$

(b) ما مقدار الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة rms

$$\overline{v^2} = \frac{(5.00^2+8.00^2+12.0^2+12.0^2+12.0^2+14.0^2+14.0^2+17.0^2+20.0^2)\ \text{m}}{9}$$

$$= 178\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

اذن مقدار الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة

$$v_{rms} = \sqrt{178\ m^2/s^2} = 13.3\ \text{m/s}$$

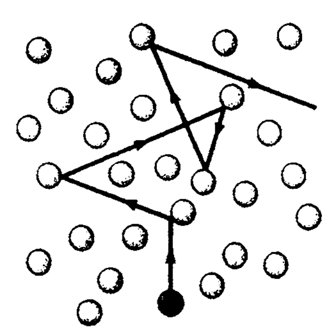
(c) ما هي السرعة الأكبر احتمالاً؟

الحل: ثلاثة من الجسيمات التسعة سرعتها 12 m/s واثنان سرعتهما 14 m/s والباقي له سرعات مختلفة. إذن السرعة الأكثر احتمالاً v_{mp} هي 12 m/s.

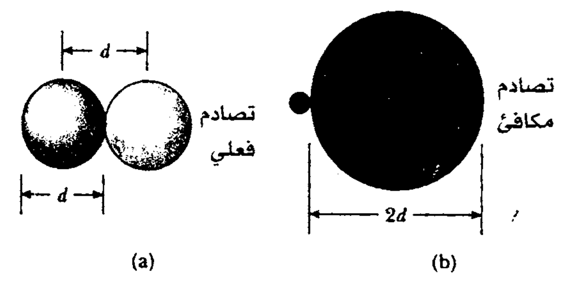
(قسم اختياري)

7.18 المسار الحر المتوسط MEAN FREE PATH

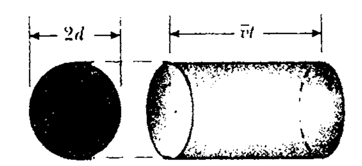
كلنا يعلم أن الرائحة النفاذة لغاز مثل النشادر (الأمونيا) قد تستغرق جزء من دقيقة لكي تنتشر في أرجاء الغرفة. وحيث إن متوسط السرعة الجزيئية تصل إلى بضع مئات من الأمتار في الثانية عند درجة حرارة الغرفة، كنا نتوقع زمن انتشار أقل بكثير من ثانية واحدة كما رأينا في الاختبار السريع 1.18. الجزيئات تتصادم مع بعضها لأنها ليست مجرد نقط هندسية. ومن ثم فهي لاتسير من إحدى نهايات الحجرة إلى نهايتها الأخرى في خط مستقيم. بين التصادمات تسير الجزيئات بسرعة ثابتة في خطوط مستقيمة. ومتوسط المسافة بين كل تصادمين تسمى **المسار الحر المتوسط** Mean Free Path والمسار العشوائي لأي جزئ يمثل بخط متعرج كما في شكل (13.18). المسار الحر المتوسط له علاقة بقطر الجزئ وكثافة الغاز. والآن سوف نصف كيف نقدر المسار الحر المتوسط لجزئ غازي. سنعتبر أن الجزيئآت عبارة عن كرات قطر كل منها d. نرى من شكل 14.18 a أنه لايتصادم جزيئان إلا إذا كان مركزهما على مسافة مقدارها أقل من d عندما يقتربا من بعضهما. طريقة أخرى مكافئة لكي نصف التصادم وهو باعتبار أن أحد الجزيئات قطره 2d وباقي الجزيئات عبارة عن نقط هندسية



شكل (13.18) جزئ يتحرك خلال غاز يتصادم مع جزيئات أخرى بطريقة عشوائية والمسار الحر المتوسط يزداد كلما قلت الجزيئات في وحدة الحجوم. لاحظ أن الحركة في ثلاث أبعاد وليست كما هو موضح في الرسم في بعدين فقط.



شكل (14.18) جزيئآن كرويان قطر كل منهما d يتصادمان إذا كانت المسافة بين مركزيهما تساوي d (b) التصادم بين جزيئين يكافئ تصادم بين جزئ قطره 2d وآخر عبارة عن نقطة هندسية.



شكل (15.18) في زمن t جزئ قطره الفعال 2d يمسح أسطوانة طولها $\overline{v}t$ حيث $\overline{v}$ متوسط سرعة الجزئ. في هذه الفترة الزمنية يصطدم بكل جزئ على شكل نقطة داخل تلك الأسطوانة.

شكل (14.18b) سوف نعتبر أن الجزئ الكبير هو الذي يتحرك بسرعة متوسطة $\overline{v}$ في زمن قدره t. في هذه الفترة الزمنية يتحرك الجزئ مسافة قدرها $\overline{v}t$ ويمسح في مساره أسطوانة مساحة مقطعها πd^2 وطولها $\overline{v}t$ شكل 15.18. إذن حجم الأسطوانة يساوي $\pi d^2\ \overline{v}t$. إذا كان n_V عدد الجزيئات في وحدة الحجوم، إذن عدد الجزيئآت التي على شكل نقط هندسية في تلك الأسطوانة هو $(\pi d^2\overline{v}t)n_V$. الجزئ الذي قطره المكافئ هو 2d يتصادم مع كل جزئ في هذه الأسطوانة في الزمن t. إذن عدد التصادمات في الزمن t يساوي عدد الجزيئات في الأسطوانة وهو $(\pi d^2\overline{v}t)n_V$.

المسار الحر المتوسط ℓ يساوي متوسط المسافة $\overline{v}t$ المقطوعة في زمن t ومقسومة على عدد التصادمات التي حدثت في هذه الفترة

$$\ell = \frac{\overline{v}t}{(\pi d^2\overline{v}t)n_V} = \frac{1}{\pi d^2 n_V}$$

وحيث إن عدد التصادمات في زمن t هو $(\pi d^2\overline{v}t)n_V$ وعدد التصادمات في وحدة الزمن. أي تردد الصدمات f هو (عدد الصدمات في الثانية)

$$f = \pi d^2\overline{v}n_V$$

ومقلوب تردد الصدمات هو متوسط الزمن بين التصادمات والمسمى متوسط الزمن الحر.

في استنتاجاتنا السابقة فرضنا أن الجزيئات داخل الأسطوانة ساكنه عندما نأخذ حركة تلك الجسيمات في حساباتنا سنحصل على النتيجة التالية:

المسار الحر المتوسط
$$\ell = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi d^2 n_V} \qquad \textbf{(30.18)}$$

تردد الصدمات
$$f = \sqrt{2}\,\pi d^2\overline{v}n_V = \frac{\overline{v}}{\ell} \qquad \textbf{(31.18)}$$

مثال 7.18

لو اعتبرنا الهواء الجوي يتكون من جزيئات نتروجين N_2 وقطر كل جزئ 2.0×10^{-10} m (a) ما هي المسافة التي يقطعها الجزئ قبل أن يصطدم بجزئ آخر.

الحل: باعتبار أن الغاز مثالي نجد أن المعادلة العامة للغازات $PV = Nk_BT$ لإيجاد عدد الجزيئات في وحدة الحجوم تحت الظروف المعتادة للجو في الحجرة.

$$n_V = \frac{N}{V} = \frac{P}{k_B T} = \frac{1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2}{(1.38 \times 10^{-23} \text{J/K})(293 \text{ K})} = 2.50 \times 10^{25} \text{ molecules/m}^3$$

إذن المسار الحر المتوسط

$$\ell = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi d^2 n_V}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}\pi(2.00 \times 10^{-10} \text{m})^2(2.50 \times 10^{25} \text{ molecules/m}^3)}$$

$$= 2.25 \times 10^{-7} \text{m}$$

وهذا المقدار أكبر من قطر الجزئ ألف مرة

(b) ما هو تردد تصادم الجزئ بآخر في المتوسط.

الحل: حيث إن الجذر التربيعي لمربع السرعة المتوسطة rms لجزئ النتروجين عند 20.0 °C هو 511m/ s (انظر جدول (1.18)) نعلم من معادلتي 27.18 و 28.18 أن

$$\bar{v} = (1.60/ 1.73)\ (511 \text{ m/ s}) = 473 \text{ m/ s}$$

إذن تردد الصدمات

$$f = \frac{\bar{v}}{\ell} = \frac{473 \text{ m/s}}{2.25 \times 10^{-7} \text{ m}} = 2.10 \times 10^9 s^{-1}$$

أي أن الجزئ يتصادم مع الجزيئات الأخرى بمعدل 2 بليون مرة في كل ثانية. المسار الحر المتوسط ℓ ليس كمتوسط المسافة بين الجسيمات. في الحقيقة أن متوسط التباعد d بين الجسيمات يساوي تقريباً $n_V^{-1/3}$ في هذا المثال متوسط التباعد الجزيئي

$$d = \frac{1}{n_V^{1/3}} = \frac{1}{(2.5 \times 10^{25})^{1/3}} = 3.4 \times 10^{-9} \text{ m}$$

ملخص SUMMARY

في غاز مثالي الضغط الناتج عن عدد N_1 من الجزيئات في وعاء حجمه V هو

$$P = \frac{2}{3}\left(\frac{N}{V}\right)\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right) \qquad (2.18)$$

متوسط طاقة الحركة الإنتقالية لكل جزئ من غاز، $\frac{1}{2}m\overline{v^2}$ لها علاقة بدرجة الحرارة T تعطى بالمعادلة

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}k_B T \qquad (4.18)$$

حيث k_B ثابت بولتزمان، وكل درجة من درجات الحرية (z, y, x) يخصها قدر من الطاقة يساوي $\frac{1}{2}k_B T$.

نظرية التوزع المتساوي للطاقة ينص على أن طاقة نظام ما في حالة اتزان حراري توزع بالتساوي بين جميع درجات الحرية.

الطاقة الكلية لعدد N من الجزيئات (أو n مول) في غاز مثالي أحادي الذرة هي

$$E_{int} = \frac{3}{2} N k_B T = \tfrac{3}{2} nRT \qquad \textbf{(10.18)}$$

التغير في الطاقة الداخلية لعدد n مول من أي غاز مثالي تتغير درجة حرارته بمقدار ΔT هو

$$\Delta E_{int} = nC_V \Delta T \qquad \textbf{(12.18)}$$

حيث C_V هي الحرارة النوعية المولية تحت حجم ثابت.

الحرارة النوعية المولية لغاز مثالي أحادي الذرة عند حجم ثابت هي $C_V = \frac{3}{2}R$. الحرارة النوعية المولية عند ضغط ثابت هي $C_P = \frac{5}{2}R$ والنسبة بين الحرارتين النوعيتين $\gamma = C_P / C_V = \frac{5}{3}$

إذا تعرض غاز مثالي لعملية تمدد أو انضغاط أديباتي، القانون الأول للديناميكا الحرارية مع معادلة الحالة. تبين أن

$$PV^{\gamma} = \text{constant} \qquad \textbf{(18.18)}$$

قانون التوزع لبولتزمان يصف توزيع الجزيئات بين مستويات الطاقة المتاحة. العدد النسبي للجزيئآت التي طاقتها تساوي E هي $n_V(E) = n_0 e^{-E/k_B T}$

(25.18)

دالة التوزع لماكسويل وبولتزمان تصف توزع سرعات الجزيئات في غاز

$$N_v = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2k_B T} \qquad \textbf{(26.18)}$$

وهذه العلاقة تمكننا من حساب الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة ومتوسط السرعة والسرعة الأكثر احتمالاً:

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{3k_B T/m} = 1.73\sqrt{k_B T/m} \qquad \textbf{(27.18)}$$

$$\overline{v} = \sqrt{8k_B T/\pi m} = 1.60\sqrt{k_B T/m} \qquad \textbf{(28.18)}$$

$$v_{mp} = \sqrt{2k_B T/m} = 1.41\sqrt{k_B T/m} \qquad \textbf{(29.18)}$$

QUESTIONS أسئلة

1 - قانون دالتون للضغوط الجزئية ينص على أن الضغط الكلي لخليط من الغازات يساوي مجموع الضغوط الجزئية للغازات المكونة للمخلوط. اعط ما يؤكد صحة هذا القانون على أساس نظرية الحركة للغازات.

2 - وعاء يحتوي على غاز الهليوم وآخر يحتوي على أرجون، إذا كان الوعائان عند نفس درجة الحرارة أي من جزيئات الغازين له الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة الأكبر.

3 - غاز مكون من خليط من جزيئات الهليوم والنتروجين هل جزيئات الهليوم الأخف لها سرعة أعلى من جزيئات النتروجين؟ وضح.

4 - على الرغم من أن متوسط مقدار السرعة لجزيئات الغاز وهي في حالة اتزان عند درجة حرارة ما أكبر من صفر، إلا أن السرعة قد تساوي صفراً إذكر لماذا هذه العبارة صحيحة؟.

5 إذا دلكت جسمك بالكحول فإن درجة حرارته تنخفض، وضح هذا التأثير.

6 - وعاء مملوء جزئياً بالماء، لماذا تنخفض درجة حرارة الماء إذا تم تفريغ الهواء الموجود أعلاه في الوعاء؟ (بهذه الطريقة يمكن تجميد الماء عند درجة حرارة أعلى من الصفر).

7 - وعاء يحتوي على حجم معين من الغاز تم تبريده. هل يزداد المسار الحر المتوسط لجزيئات الغاز أم يقل أم لايتغير خلال عملية التبريد؟ وماذا يحدث لتردد التصادمات.

8 - ضغط غاز عند درجة حرارة ثابتة. ماذا يحدث للمسار الحر المتوسط للجزيئات في هذه العملية؟

9 بالون به غاز هيليوم عند درجة حرارة الغرفة. وضع داخل فريزر الثلاجة هل يزداد حجمه أم ينقص أم يظل كما هو؟

10 ماذا يحدث لبالون مملوء بالهيليوم أفرغ في الجو. هل سيتمدد أم ينكمش؟ هل يتوقف عن الارتفاع إلى حد معين؟

11 - ما هو الأثقل الهواء الجاف أم الهواء المشبع ببخار الماء؟

12 - لماذا للغازات ثنائية الذرة محتوى حراري لكل مول أكبر من الغاز أحادي الذرة عند نفس درجة الحرارة.

13 - غاز مثالي موضوع في وعاء عند درجة حرارة 300 K، إذا ارتفعت الحرارة إلى 900K (a) بأي عامل يتغير الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة rms (b) بأي عامل يتغير الضغط في الوعاء؟

14 - وعاء يحتوي على غاز في حالة اتزان عند ضغط ودرجة حرارة ما. فهل يكون لجميع جزيئات الغاز نفس قيمة السرعة؟

15 - في النموذج الموضوع لنظرية الحركة للغازات تعتبر الجزيئات كرات جامدة تتصادم تصادماً مرناً مع جدران الوعاء الذي يحتويها فهل هذا النموذج واقعي؟

16 - على أساس الحقيقة التي مفادها أن الهواء الساخن يصعد إلى أعلى لماذا يصبح الجو بارداً كلما صعدنا فوق جبل (لاحظ أن الهواء ردئ التوصيل للحرارة).

PROBLEMS مسائل

1، 2، 3 = مسائل مباشرة، متوسطة، تحدي ☐ = الحل كامل متاح في المرشد.

WEB = الحل موجود في: http:// www. sanunderscollege. com/ physics/

= الحاسب الآلي مفيد في حل المسائل = فيزياء تفاعلية

☐ = أزواج رقمية/ باستخدام الرموز

قسم 1.18 النموذج الجزيئي للغاز المثالي

1 - استخدم تعريف عدد أفوجادرو لإيجاد كتلة ذرة الهيليوم.

2 - علبة مكعبة الشكل طول كل من أضلاعها 20.0 cm تحتوي على ثلاثة أمثال عدد أفوجادرو من الجزيئات عند درجة حرارة 20.0°C. أوجد القوة المؤثرة بواسطة الغاز على أحد جدران العلبة المكعبة. علماً بأن العلبة مغلقة من كل جانب.

3 - في فترة زمنية قدرها 30 s تساقط على نافذة 500 كرة صغيرة من كرات البَرَدْ. مساحة النافذة $0.60\ m^2$ وزاوية سقوط البرد 45.0° على سطح النافذة. وكل كرة من كرات البرد كتلتها 5.0g ومقدار سرعتها 8.0 m/s إذا كان التصادم مرناً ما مقدار متوسط القوة والضغط على النافذة.

4 - في زمن قدره t تساقط على نافذة عدد N من كرات البرد الصغيرة. مساحة النافذة A، وزاوية سقوط البرد على سطح النافذة θ. وكل كرة من كرات البرد كتلتها m ومقدار سرعتها υ. إذا كان التصادم مرناً. ما مقدار متوسط القوة والضغط على النافذة.

5 - في فترة زمنية قدرها 1.0 s تصادمت جزيئات نتروجين عددها 5.00×10^{23} مع حائط مساحته $800\ cm^2$. إذا كانت الجزيئات تتحرك بسرعة قيمتها 300 m/s وتصطدم مع الجدران تصادماً عمودياً ومرنا. ما هو الضغط الواقع على الحائط (كتلة جزئ النتروجين هي 4.68×10^{-26} Kg).

6 - قارورة حجمها 5.0 L بها 2 mol من غاز الأكسجين عند ضغط 8.0 atm. أوجد متوسط طاقة الحركة الانتقالية لجزئ الأكسجين تحت هذه الظروف.

☐7 بالون كروي حجمه $4000\ cm^3$ يحتوي على غاز الهيليوم تحت ضغط (داخلي) 1.2×10^5 Pa. ما عدد المولات من الهيليوم في البالون إذا كان لكل ذرة هيليوم طاقة حركة متوسطة قدرها 3.6×10^{-22} J؟

8 - الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة لذرة الهيليوم عند درجة حرارة ما هي 1350 m/s. أوجد عن طريق التناسب الجذر التربيعي لمتوسط سرعة جزئ الأكسجين عند هذه الدرجة (الكتلة المولية للأكسجين هي 32.0 g/mol والكتلة المولية للهليوم 4.00 g/ mol).

☐9 (a) ما عدد ذرات الهيليوم التي تملأ بالون قطره 30.0 cm عند درجة حرارة 20.0° c وضغط 1.0 atm؟ (b) ما مقدار متوسط طاقة الحركة لذرات الهيليوم؟ (c) ما مقدار الجذر التربيعي لمتوسط مربع سرعة كل ذرة من ذرات الهيليوم.

10 - قارورة حجمها 500 L بها غاز نتروجين عند درجة حرارة 27.0° C وضغط 3 atm أوجد (a) طاقة الحركة الانتقالية الكلية

لجزيئات الغاز (b) متوسط طاقة الحركة لكل جزئ.

WEB
11 أسطوانة تحتوي على خليط من الهيليوم والأرجون في حالة اتزان عند درجة حرارة 150° C (a) ما مقدار متوسط طاقة الحركة لكل من الغازين؟ (b) ما مقدار الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة لكل غاز من الغازين؟

12 - بين أن واحد باسكال يساوي واحد جول/ م^3 (b) بين أن الكثافة في الفضاء لطاقة الحركة الانتقالية لغاز مثالي هي 3P/ 2.

قسم 2.18 الحرارة النوعية المولية للغاز المثالي

(قد تحتاج البيانات الواردة في جدول (18.0)).

13 - احسب التغير في الطاقة الداخلية لثلاثة مولات من غاز الهيليوم عندما ترتفع درجة حرارته بمقدار 2K.

14 - جزئ من الهواء $C_V = \frac{5R}{2}$ عند درجة حرارة 300 K ومحبوس داخل أسطوانة مثبت عليها مكبس ثقيل ويشغل حيزاً مقداره 5.00 L. حدد الحجم الجديد إذا اكتسب النظام طاقة قدرها 4.40 KJ بواسطة الحرارة.

WEB
15 مول من الهيدروجين سخن تحت ضغط ثابت من درجة حرارة 300 K إلى 420 K احسب (a) الطاقة المنتقلة للغاز بواسطة الحرارة (b) الزيادة في الطاقة الداخلية للغاز (c) الشغل الذي بذله الغاز.

16 - في عملية تحت حجم ثابت انتقل 209J بواسطة الحرارة إلى 1.00 mol من غاز مثالي أحادي الذرة درجة حرارته الإبتدائية 300 K أوجد (a) الزيادة في الطاقة الداخلية للغاز (b) الشغل الذي بذله (c) درجة حرارته النهائية.

17 - منزل حوائطه جيدة العزل وبه 100 m^3 من الهواء عند درجة حرارة 300 K (a) احسب الطاقة اللازمة لتزيد درجة حرارة الهواء بمقدار 1.0° C (b) إذا استخدمت هذه الطاقة في رفع جسيم كتلته m إلى ارتفاع قدره 2.0 m ما مقدار m؟

18 - أسطوانة رأسية مثبت عليها مكبس ثقيل بها هواء عند درجة حرارة 800 K. الضغط الإبتدائي 200 K Pa والحجم الإبتدائي 0.35 m^3 باعتبار أن كتلة المول للهواء 28.9 g/ mol وبفرض أن $C_V = \frac{5R}{2}$ (a) احسب الحرارة النوعية للهواء عند حجم ثابت بوحدات J/ Kg°C (b) احسب كتلة الهواء في الأسطوانة (c) إفترض أن المكبس ظل ساكناً. احسب الطاقة الواجب إضافتها للهواء لكي ترتفع درجة حرارته إلى 700 K (d) نعود إلى الحالة الإبتدائية، بفرض أن المكبس قابل للحركة. احسب مقدار الطاقة المضافة اللازمة لرفع درجة الحرارة إلى700 K.

19 - وعاء ترمس سعته 1 L مملوء بالشاي عند درجة حرارة 90°C أخذت منه فنجاناً ثم أغلقته بسرعة. قدر تقريباً مقدار التغير في درجة حرارة الشاي الباقي في الترمس نتيجة لدخول هواء عند درجة حرارة الغرفة. اذكر الكميات التي أخذتها كمدخلات والمقادير التي قدرتها لكل منها.

20 - غاز مثالي ثنائي الذرة $C_V = \frac{5R}{2}$، مقدار الضغط لمول واحد من هذا الغاز هو P وحجمه V. عندما سخن الغاز زاد ضغطه إلى ثلاثة أمثال ضغطه الأول، وزاد حجمه إلى ضعف حجمه الأول. إذا كان التسخين قد تم على مرحلتين الأولى تحت ضغط ثابت والثانية تحت حجم ثابت. عين كمية الطاقة المنقولة للغاز بواسطة الحرارة.

21 - مول واحد من غاز مثالي عند درجة حرارة ابتدائية 300 K. عرض الغاز لعملية تحت حجم ثابت (أيزوفليومية) واكتسب طاقة قدرها 500 J بواسطة الحرارة. ثم عرض لعملية أيزوبارية ففقد نفس الكمية من الطاقة بواسطة الحرارة عين (a) درجة الحرارة النهائية للغاز (b) الشغل الذي بذله الغاز.

22 - وعاء به خليط من غازين n_1 مول من الغاز الأول وحرارته النوعية المولية C_1، n_2 مول من الغاز الثاني وله حرارة نوعية مولية C_2 (a) أوجد الحرارة النوعية المولية للخليط (b) ما هي الحرارة النوعية المولية إذا كان الغاز خليطاً من عدد m من الغازات وكمياتها $(n_1, n_2, n_3 ... n_m)$ وحراراتها النوعية المولية $(C_1, C_2, C_3 .... C_m)$ على الترتيب؟

23 - مول واحد من غاز مثالي ثنائي الذرة $C_V = \frac{5R}{2}$ يشغل حجماً V_i عند ضغط P_i. قام الغاز بعملية كان فيها الضغط يتناسب طردياً مع الحجم، في نهاية العملية وجد أن الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة لجزيئات الغاز قد صار ضعف قيمته الأولى. عين مقدار الطاقة التي انتقلت إلى الغاز على شكل حرارة.

قسم 3.18 العملية الأديباتية للغاز المثالي.

24 - أثناء شوط الضغط في آلة جازولين حرارية زاد الضغط من 1.0 atm إلى 20.0 atm. بافتراض أن العملية أديباتية وأن الغاز مثالياً $\gamma = 1.40$ (a) بأي عامل (Factor) تغير الضغط؟ (b) بأي عامل تغيرت درجة الحرارة؟ (c) إذا بدأ التضاغط بمقدار 0.016 mol من الغاز عند درجة حرارة 27.0° C أوجد مقدار كل من ΔE_{int}, W, Q التي تصف العملية.

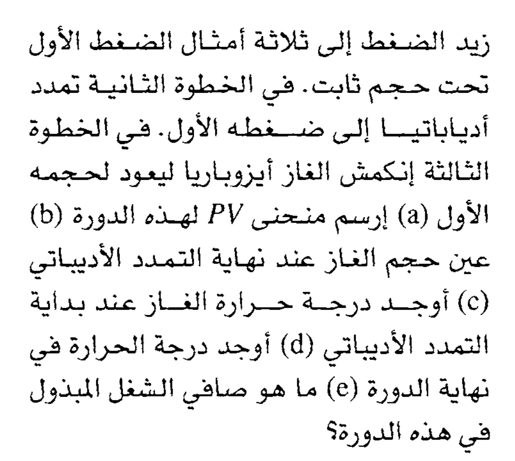
25 2 مول من غاز مثالي $(\gamma = 1.4)$ تمددا ببطئ وأديباتياً من ضغط 5.0 atm وحجم 12.0 L إلى حجم نهائي 30.0 L (a) ما هو الضغط النهائي للغاز؟ (b) ما هي درجة الحرارة الإبتدائية والنهائية (c) أوجد ΔE_{int}, W, Q.

26 - هواء $(\gamma = 1.4)$ عند درجة حرارة 27.0° C وعند الضغط الجوي داخل منفاخ دراجة قطر أسطوانته 2.50 cm وطولها 50.0 cm. في أحد الأشواط يضغط الغاز أديباتيا ويبين مقياس الضغط 800 K Pa قبل دخول الغاز إطار الدراجة عين (a) حجم الغاز المضغوط (b) درجة حرارة الهواء المضغوط (c) المنفاخ مصنوع من الصلب وسمك جدرانه 2.00 mm. افترض أن 4.00 cm من طول الأسطوانة سمح لها أن تصل إلى اتزان حراري مع الهواء. ما مقدار الزيادة في درجة حرارة الجدار.

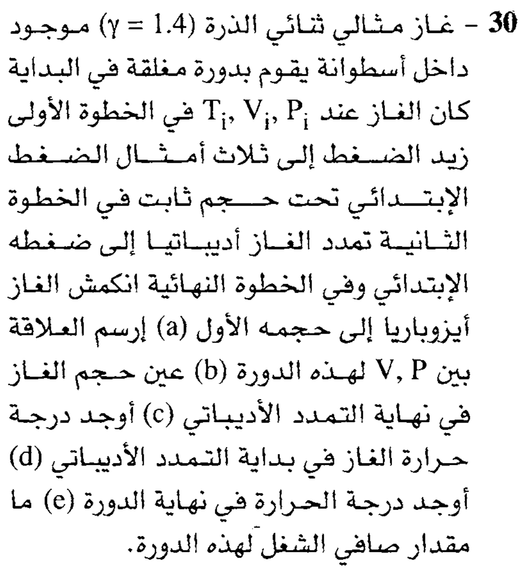
27 هواء في سحابة رعدية يتمدد كلما ارتفع. فإذا كانت درجة حرارته الإبتدائية 300 K وإذا لم يفقد أي طاقة بالتوصيل الحراري أثناء التمدد. ما مقدار درجة حرارته عندما يتضاعف حجمة الإبتدائي.

28 - ما مقدار الشغل المطلوب لضغط 5.0 mol من الهواء عند درجة حرارة 20.0°C وضغط 1.0 atm إلى 1/10 الحجم الأصلي بواسطة (a) عملية أيزوترمالية (b) عملية أديباتية (c) ما هو الضغط النهائي في كل من الحالتين.

29 - غاز ثنائي الذرة حجمه 4 لترات $(\gamma = 1.40)$ داخل أسطوانة يقوم بدورة مقفلة. يبدأ الغاز عند ضغط واحد جو ودرجة حرارة 300 K. في الخطوة الأولى

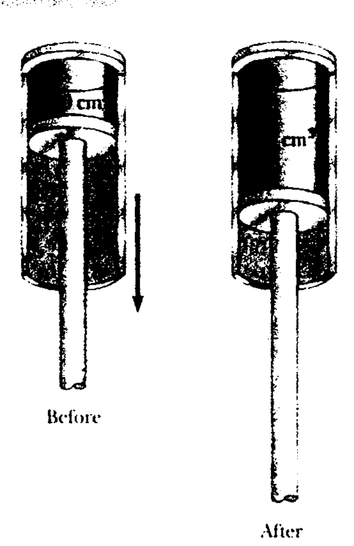


زيد الضغط إلى ثلاثة أمثال الضغط الأول تحت حجم ثابت. في الخطوة الثانية تمدد أدياباتيا إلى ضغطه الأول. في الخطوة الثالثة إنكمش الغاز أيزوباريا ليعود لحجمه الأول (a) إرسم منحنى PV لهذه الدورة (b) عين حجم الغاز عند نهاية التمدد الأديباتي (c) أوجد درجة حرارة الغاز عند بداية التمدد الأديباتي (d) أوجد درجة الحرارة في نهاية الدورة (e) ما هو صافي الشغل المبذول في هذه الدورة؟



30 - غاز مثالي ثنائي الذرة ($\gamma = 1.4$) موجود داخل أسطوانة يقوم بدورة مغلقة في البداية كان الغاز عند T_i, V_i, P_i في الخطوة الأولى زيد الضغط إلى ثلاث أمثال الضغط الإبتدائي تحت حجم ثابت في الخطوة الثانية تمدد الغاز أديباتيا إلى ضغطه الإبتدائي وفي الخطوة النهائية انكمش الغاز أيزوباريا إلى حجمه الأول (a) إرسم العلاقة بين V, P لهذه الدورة (b) عين حجم الغاز في نهاية التمدد الأديباتي (c) أوجد درجة حرارة الغاز في بداية التمدد الأديباتي (d) أوجد درجة الحرارة في نهاية الدورة (e) ما مقدار صافي الشغل لهذه الدورة.

31 - في أثناء شوط القدرة (Power) في محرك سيارة رباعي الأشواط. يضغط على المكبس (البستن) إلى أسفل عندما يتمدد خليط الهواء والغاز أدياباتيا بفرض أن (1) الآلة تعمل عند 2500rpm (2) الضغط الذي يبينه المقياس قبل التمدد مباشرة 20.0جو(3) حجم الخليط قبل وبعد التمدد مباشرة كان $400cm^3$ و$50.0\ cm^3$ على الترتيب شكل (P31.18) (4) الزمن الذي استغرقه التمدد للغاز 1/4 زمن الدورة الكلية (5) الخليط يعتبر كالغاز المثالي وله $\gamma = 1.4$ ، أوجد متوسط القدرة المتولدة أثناء عملية التمدد.



شكل P31.18

قسم 4.18 التجزؤ المتساوي للطاقة:

32 - جزئ معين له عدد درجات حرية f. بين أن الغاز الذي يتكون من تلك الجزيئات له الخواص التاليه (1) طاقته الكلية الداخلية هي $fnRT/2$ (2) الحرارة النوعية المولية عند حجم ثابت هي $fR/2$ (3) حرارته النوعية المولية عند ضغط ثابت هي $(f+2)R/2$ (4) النسبة γ تساوي

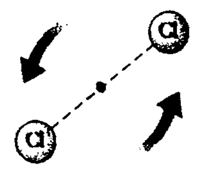
$$\gamma = C_p/C_V = (f+2)/f$$

WEB **33** 2.0 مول من غاز مثالي ثنائي الذره. أوجد السعة الحرارية الكلية تحت حجم ثابت وتحت ضغط ثابت (a) إذا كان الجزئ يدور ولكنه لا يتذبذب و(b) إذا كان الجزئ يدور ويتذبذب.

34 - إذا تفحصت قيم (C_p, C_V) للغازات ثنائية الذرة وعديدة الذرة في جدول (2.18) نجد أن القيم تزيد بزيادة الكتلة الجزيئية اعط توضيحا لهذه الملاحظة.

35 -في نموذج بدائي شكل (P35.18) لغاز الكلورين Cl_2 ثنائي الذرة، المسافة بين ذرتي الكلور Cl هي $2.0x\ 10^{-10}m$ ويدوران حول مركز

الكتلة بسرعة زاوية $\omega = 2.0x10^{12}$ rad/s ماهي طاقة الحركة الدورانية للجزئ الواحد من Cl_2 وكتلته المولية 70.0g/mole ؟



شكل P35.18

قسم 5.18 قانون التوزع لبولتزمان

قسم 6.18 توزع السرعات الجزيئية

36 - متر مكعب من الهيدروجين الذري عند درجة الصفر يحتوي على حوالي $2.7x10^{25}$ ذرة عند الضغط الجوي. الحالة المستثارة الأولى لذرة الهيدروجين طاقتها 10.2 eV فوق أقل مستوى للطاقة والمسمى المستوى الأرضي. إستخدم معامل بولتزمان لإيجاد عدد الذرات في الحالة المستثارة الأولى في درجة حرارة صفر سلسيوس وفي 10000°C.

37 - لو أن تيارات الحمل لاتحدث تقليبا للغلاف الجوي السفلي للأرض. فإن تركيبه الكيماوي سيتغير إلى حد ما بالإرتفاع لأن الجزيئات المختلفة لها كتل مختلفة. استخدم قانون الجو لتعيين كيفية تغيير نسبة الإتزان لجزيئات الأوكسجين والنتروجين بين مستوى سطح البحر وارتفاع 10.0Km بفرض تساوي درجات الحرارة عند 300K وخذ الكتل على أنها 32.0 للأكسجين (O_2) و28.0 للنتروجين (N_2).

38 - خليط من غازين ينتشران من خلال مرشح بمعدل يتناسب مع الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعات لتلك الغازات (a) أوجد نسبة السرعات لنظيرين للكلور $^{37}CL, ^{35}CL$ عندما ينتشرا في الهواء (b) أي النظيرين يتحرك أسرع من الآخر ؟

39 15 جزيئاً من نوع واحد لها سرعات مختلفة أحدها سرعته 2.0m/s وأثنان سرعتهما 3.0m/s وثلاث سرعتها 5.0m/s وأربعة سرعتها 7.0m/s وثلاثة سرعتها 9.0m/s واثنان سرعتهما 12.0m/s أوجد (a) السرعة المتوسطة (b) الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة (c) السرعة الأكثر احتمالا لتلك الجزيئات.

40 - هيليوم غازي في حالة اتزان مع هيليوم سائل عند درجة حرارة 4.2 K على الرغم من أنه عند نقطة التكثف. اعتبر الغاز مثالياً، عين السرعة الأكثر احتمالاً لذرة الهيليوم (كتلة ذرة الهيلوم $6.64x10^{-27}$ Kg)

41 من قانون ماكسويل وبولتزمان لتوزع السرعة، بين أن السرعة الأكثر احتمالاً لجزئ غازي تعطى بالمعادلة 29.18. لاحظ أن السرعة الأكثر احتمالاً تناظر النقطة التي عندها يصبح ميل منحنى توزع السرعة $dN_{\upsilon}/d\upsilon$ يساوي صفر.

42 - **مسألة للمراجعة:** عند أي درجة حرارة تكون السرعة المتوسطة لذرات الهيليوم تساوي (a) سرعة الإفلات من جاذبية الأرض $1.12x10^4$ m/ s (b) سرعة الإفلات من جاذبية القمر $2.37x10^3$ m/ s (انظر في باب 14 حول سرعة الإفلات ولاحظ أن كتلة ذرة الهيليوم هي $6.64x10^{-27}$ Kg

43 - غاز عند درجة حرارة الصفر إذا أردنا أن نضاعف الجذر التربيعي لمتوسط مربع سرعة الغاز، ما مقدار الزيادة المطلوبة في درجة الحرارة؟

44 - الحرارة الكامنة لتبخير الماء عند درجة حرارة الغرفة هي 2430 J/ g (a) ما مقدار طاقة الحركة التي يكتسبها كل جزئ ماء عندما يتبخر؟ (b) أوجد الجذر التربيعي

لمتوسط مربع السرعة لجزئ بخار الماء عند لحظة التبخر (c) ما هي درجة الحرارة المؤثرة لهذه الجزيئآت.

(اختياري)

قسم 7.18 المسار الحر المتوسط

45 في جهاز للتفريغ فوق العالي Ultrahigh Vacuum وجد أن ضغط الغاز هو 1.00×10^{-10} torr (133 Pa=1torr). إفرض أن جزيئات الغاز لها قطر جزيئي 3.0×10^{-10} m وأن درجة الحرارة هي 1300 K أوجد (a) عدد الجزيئات في حجم مقداره $1.00\ m^3$ (b) المسار الحر المتوسط للجزيئات (c) تردد التصادمات بفرض أن السرعة المتوسطة هي 500 m/ s.

46 - في الفضاء الخارجي يوجد جسيم واحد لكل متر مكعب. إذا استخدمنا لمتوسط درجة الحرارة المقدار 3.00 K وفرضنا أن هذا الجسيم هو هيليوم قطره 0.20 nm (a عين المسار الحر المتوسط للجسيم ومتوسط الفترة الزمنية بين التصادمات (b) كرر الجزء (a) بفرض أنه يوجد جسيم واحد لكل سنتيمتر مكعب.

47 - أثبت أن المسار الحر المتوسط لجزيئات غاز مثالي عند درجة حرارة T وضغط P هو:

$$\ell = \frac{k_B T}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$$

حيث d هو قطر الجزئ

48 - في وعاء مملوء بالأكسجين كم عدد الأقطار الجزيئية (d) (في المتوسط) التي يتحرك خلالها جزئ الأكسجين (عند ضغط واحد جو و 20.0°C) قبل أن يتصادم مع جزئ O_2 آخر؟ (قطر جزئ الأكسجين تقريباً 3.6×10^{-10} m).

49 - غاز أرجون عند الضغط الجوي ودرجة حرارة 20.0°C موضوع في قارورة حجمها $1.00\ m^3$. القطر الفعال لذرة الأرجون 3.10×10^{-10} m (a) عين المسار الحر المتوسط ℓ (b) أوجد الضغط عندما يكون المسار الحر المتوسط $\ell = 1.00$ m (c) إوجد الضغط عندما تكون $\ell = 3.10 \times 10^{-10}$ m

مسائل إضافية:

50 - حجرة أبعادها (2.5m x 3.0m x 4.2m) (a) احسب عدد جزيئات الهواء فيها عند الضغط الجوي ودرجة حرارة 20.0°C (b) أوجد كتلة هذا الغاز، بفرض أن الهواء يتكون من جزيئات ثنائية الذرة وكتلتها الجزيئية 28.9 g/ mol (c) أوجد متوسط طاقة الحركة للجزئ (d) أوجد الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة الجزيئية (e) بفرض أن الحرارة النوعية ثابتة ولاتتوقف على درجة الحرارة وحيث أن $\Delta E_{int} = 5nRT/2$. أوجد الطاقة الداخلية للهواء (f) أوجد الطاقة الداخلية للهواء في الغرفة عند درجة حرارة 25.0°C.

51 - الدالة $E_{int} = 3.5\ nRT$ تصف الطاقة الداخلية لغاز مثالي معين. عينه تحتوي على 2.00 mol من الغاز يقوم بعدة عمليات ترموديناميكية ويبدأ دائماً عند ضغط 100 KPa ودرجة حرارة 300 K. احسب لكل عملية من العمليات التالية، الضغط والحجم ودرجة الحرارة النهائية والتغير في الطاقة الداخلية للغاز والطاقة المضافة للغاز بواسطة الحرارة والشغل المبذول بواسطة الغاز (a) الغاز سخن مع ثبات الضغط إلى 400 K.(b) الغاز سخن مع ثبات الحجم إلى 400 K (c) الغاز زيد ضغطه إلى 120 KPa مع ثبات درجة الحرارة (d) الغاز ضغط أدياباتيا إلى 120 KPa.

52 - 20 جسيماً كتلة كل منها m ومحصورة في حجم V لها سرعات مختلفة إثنان لهما سرعة v وثلاثة لها سرعة 2v وخمسة لها سرعة 3v وأربعة لها سرعة 4v وثلاثة لها سرعة 5v واثنان لهما سرعة 6v وواحد له سرعة 7v أوجد (a) متوسط السرعة (b) الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة (c) السرعة الأكثر احتمالاً (d) الضغط الذي تحدثه الجسيمات على جدران الوعاء (e) متوسط طاقة الحركة لكل جسيم.

WEB

53 أسطوانة بها n مول من غاز مثالي يقوم بعملية أديباتية (a) تبدأ بالعلاقة $W=\int P\,dV$ وتستخدم العلاقة $PV^{\gamma} = \text{const.}$ بين أن الشغل المبذول هو

$$W = \left(\frac{1}{\gamma - 1}\right)(P_iV_i - P_fV_f)$$

(b) إبدأ بمعادلة القانون الأول في صورتها التفاضلية. اثبت أن الشغل المبذول أيضاً يساوي $NC_v\,(T_i - T_f)$. بين أن هذه النتيجة تتفق مع العلاقة المعطاه في الجزء (a).

54 - قارورة بها $1.00\text{x}10^4$ جزئ من الأكسجين عند درجة حرارة 500 K (a) ارسم رسماً بيانياً دقيقاً لدالة توزع السرعة لماكسويل مع السرعة. اجعل النقط على محور السرعة تبعد عن بعضها بمقدار 100 m/s (b) عين من الرسم السرعة الأكثر احتمالاً (c) احسب السرعة المتوسطة والجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة، وحدد تلك النقط على الرسم البياني (d) منَ الرسم قدر الجزء من عدد الجزيئات الذي تتراوح سرعاته بين 600 m/s, 300 m/s.

55 - **مسألة للمراجعة**: الأكسجين عند ضغط أعلى من واحد جو سام لخلايا الرئة. مانسبة غاز الهيليوم لغاز الأكسجين بالوزن الذي يجب أن يستخدمها الغواص عندما يهبط في ماء البحر على عمق 50 m.

56 - أسطوانة مثبت عليها مكبس تحتوي على 1.2 Kg من الهواء عند درجة 25.0° c وضغط 200 K Pa. انتقلت إلى النظام طاقة بواسطة الحرارة وسمح للغاز بالتمدد مع ارتفاع الضغط إلى 400 K Pa. خلال التمدد والعلاقة بين الضغط والحجم كانت كما يلي $P= CV^{1/2}$ حيث C مقدار ثابت (a) إوجد الحجم الإبتدائي (b) أوجد الحجم النهائي (c) أوجد درجة الحرارة النهائية (d) أوجد الشغل الذي بذله الغاز (e) أوجد مقدار الطاقة التي انتقلت إلى النظام بالحرارة اعتبر كتلة المول من الغاز M= 28.9 g/mol.

WEB

57 الانضغاطية (قابلية الانضغاط) κ لمادة ما، تعرَّف على أنها التغير الجزئي في الحجم لتلك المادة المقابل لتغير معين في الضغط أي أن

$$\kappa = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dP}$$

(a) وضح لماذا الإشارة السالبة في هذه العلاقة تؤكد على أن κ دائماً موجبة.

(b) بين أنه إذا ضغط غاز مثالي أيزوثرمالياً فإن انضغاطيته تعطى بالعلاقة $\kappa_1= 1/p$ (c) وضح أنه إذا ضغط غاز مثالي أديباتياً فإن انضغاطيته تعطى بالمعادلة $\kappa_2= 1/\gamma P$ عين قيمتي κ_2, κ_1 لغاز مثالي أحادي الذرة عند ضغط 2.0 atm.

58 - **مسألة للمراجعة**

(a) بين أن سرعة الصوت في غاز مثالي هي

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

حيث M هي الكتلة المولية. استخدم العلاقة العامة لسرعة الصوت في الموائع من قسم 1.17 والعلاقة لمعامل المرونة الحجمي من

قسم 4.12 ونتيجة المسألة 57 في هذا الباب. مع حركة الموجات الصوتية خلال غاز تكون الإنضغاطات إما سريعة جداً أو متباعدة عن بعضها بحيث أن انتقال الطاقة بالحرارة لايتم إما لعدم كفاية الفترة الزمنية أو لزيادة سمك العزل، لذلك فالتضاغطات والتخلخلات في هذه الحالة تتم أديباتياً (b) احسب السرعة النظرية للصوت في الهواء عند 20°C وقارنها بالقيمة المعطاه في جدول 1.17 اعتبر M= 28.9 g/ mol (c) أثبت أن سرعة الصوت في غاز مثالي هو

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

حيث m كتلة جزئ واحد. قارن نتيجتك مع السرعة الأكثر احتمالاً والجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة والسرعة المتوسطة.

59 استخدم برنامج كمبيوتر لحساب النسب التالية لغاز يخضع لقانون ماكسويل $N_\upsilon(\upsilon)/N_\upsilon(\upsilon_{mp})$ لقيم (υ) التالية

$\upsilon=(\upsilon_{mp}/50), (\upsilon_{mp}/10), (\upsilon_{mp}/2), \upsilon_{mp}, 2\upsilon_{mp}, 10\upsilon_{mp}, 50\upsilon_{mp}$.

ودون نتائجك لثلاث أرقام معنوية.

60 - جسيم في جهاز طرد مركزي للغازات، وهو جهاز يستخدم لفصل الجسيمات ذات الكتل المختلفة يجعلها تدور بسرعة في مدار دائري نصف قطره r وبسرعة زاوية ω. طبقاً لقانون نيوتن الثاني، مقدار القوة التي تؤثر على الجسيم تساوي $m\omega^2 r$. (a) إشرح كيف يستخدم جهاز الطرد المركزي للغازات في فصل الجسيمات ذات الكتل المختلفة (b) بين أن كثافة الجسيمات كدالة في r هي

$$n(r) = n_0 e^{mr^2\omega^2/2k_BT}$$

61 - حقق معادلتي 27.18, 28.18 بالنسبة للجذر التربيعي لمتوسط السرعة وللسرعة المتوسطة لجزيئات غاز عند درجة حرارة T. لاحظ أن القيمة المتوسطة للكمية υ^n هي.

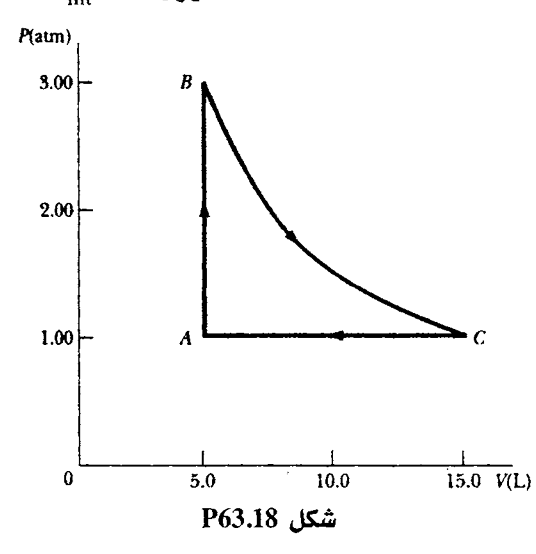
$$\overline{\upsilon^n} = \frac{1}{N}\int_0^\infty \upsilon^n N_\upsilon d\upsilon$$

واستخدم التكامل المحدد

$$\int_0^\infty x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a^2} \quad \int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8a^2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

62 - عينة من غاز مثالي أحادي الذرة تشغل حجماً قدره 5.0 L عند الضغط الجوي ودرجة حرارة 300 K النقطة A على الرسم (P 36.18) سخنت مع ثبات الحجم حتى وصل الضغط 30.0 atm (النقطة B) ثم ترك يتمدد أيزوثرماليا إلى 1.0 atm (النقطة C) وفي النهاية ضغط أيزوباريا إلى وضعه الأول. (a) أوجد عدد المولات في العينة (b) أوجد درجات الحرارة عند النقطتين C, B (c) بفرض أن الحرارة النوعية لاتعتمد على درجة الحرارة بحيث أن $E_{int}= 3nRT/2$ أوجد الطاقة الداخلية عند النقطتين A, B (C) ضع E_{int}, T, V, P في جدول عند الحالات الممثلة بالنقط C, B, A (e) إعتبر العمليات C→ A, B→C, A→B وبين كيف يمكن إجراء كل من تلك العمليات عملياً، (f) أوجد W, Q, Δ Eint لكل من تلك العمليات (g) أوجد للدورة كلها.

A→ B→ C→ A مقادير ΔE_{int}, W, Q.



شكل P63.18

63 - (a) بين أن الجزيئات التي في الجزء أسفل الإرتفاع h من الغلاف الجوي هو

$$f = 1 - e^{(-mgh/k_BT)}$$

(b) استخدم هذه النتيجة لتبين أن نصف الجزيئات أسفل الإرتفاع h' حيث $h'=k_BT\ln(2)/mg$ ما مقدار h' بالنسبة للأرض؟

(اعتبر أن درجة الحرارة 270 K ولاحظ أن متوسط الكتلة المولية للهواء 28.9 g/ mol.

64 - **مسألة للمراجعة** (a) إذا كان لدى الجزئ طاقة حركة كافية فإنه يستطيع أن يفلت من عجلة الجاذبية الأرضية. باستخدام مبدأ بقاء الطاقة بين أن أقل قدر من طاقة الحركة اللازمة للإفلات من جاذبية الأرض هي mgR حيث m هي وزن الجزئ، g عجلة الجاذبية الأرضية عند سطح الأرض، R نصف قطر الأرض (b) احسب درجة الحرارة التي عندها يكون أقل قدر من طاقة الحركة للإفلات من الجاذبية يساوي عشر أمثال متوسط طاقة الحركة لجزئ الأكسجين.

65 - باستخدام ليزر متعدد الأشعة إستطاع الفيزيائيون تبريد وحجز ذرات الصوديوم في نطاق صغير. في إحدى التجارب أمكن تخفيض درجة حرارة الذرات إلى 0.24 mK (a) عين الجذر التربيعي لمتوسط مربع السرعة لذرات الصوديوم عند هذه الدرجة.

إجابة الاختبارات السريعة: ANSWERS TO QUICK QUIZZES

(1.18.) الجزئ يتحرك بسرعة عالية إلا أنه لايبتعد كثيراً لأنه يتصادم مع الجزيئات الأخرى. والتصادم يجعله يحيد عن مساره الأصلي. من الطبيعي أن جزئ المادة العطرية يصل من زجاجة العطر في أول الحجرة إلى آخرها، إلا أنه لايتخذ مساراً مستقيماً بل يتخذ مساراً طويلاً جداً بسبب تلك التصادمات.

(2.18) Eint (c) تظل كما هي طبقاً لمعادلة (10.18)، E_{int} دالة في درجة الحرارة فقط. بما أنه على امتداد الأيزوثيرم T تكون ثابتة طبقاً للتعريف، ومن ثم لاتتغير الطاقة الداخلية للغاز.

(3.18) المساحة تحت كل من المنحنيات تمثل عدد الجزيئات في هذا المدى من السرعات. عدد الجزيئات التي سرعتها تتراوح بين 1000 m/ s, 800 m/s تحت المنحنى عند $T = 900$ K أكبر من عددها تحت المنحنى عند $T= 300$ K.



✱ صورة محيرة

تستخدم الثلاجة في حفظ المأكولات باردة. إلى جانب توقع ارتفاع قيمة فاتورة الكهرباء، هناك سبب آخر يجعلك لاتترك باب الثلاجة مفتوحاً لكي تقلل من درجة حرارة المطبخ في يوم شديد الحرارة فما هو هذا السبب؟

الفصل التاسع عشر 19

الآلات الحرارية - الأنتروبي والقانون الثاني للديناميكا الحرارية

Heat Engines, Entropy, and Second Law Of Thermodynamics

ويتضمن هذا الفصل :

القانون الأول للديناميكا الحرارية الذي درسناه في الفصل السابع عشر ينص على حفظ الطاقة وقد عمم ليضم الطاقة الداخلية. هذا القانون ينص على أن التغير في الطاقة الداخلية لنظام ما يحدث نتيجة لانتقال الطاقة بواسطة الحرارة أو بواسطة الشغل أو بالاثنين معاً. والقانون الأول لايميز بين نتائج الشغل ونتائج الحرارة. فأي من الشغل والحرارة يمكنه أن يحدث تغيراً في الطاقة الداخلية. إلا أن هناك إختلافاً جوهرياً بين الإثنين لايتضح من القانون الأول. أحد مظاهر هذا الإختلاف هو أنه من المستحيل تحويل الطاقة الداخلية كلها إلى طاقة ميكانيكية عن طريق جعل المادة تقوم بدورة ترموديناميكية كما يحدث في الآلات الحرارية وهو ما سندرسه في هذا الباب.

وعلى الرغم من أهمية القانون الأول، إلا أنه لا يميز بين العمليات التي يمكن أن تتم تلقائياً Spontaneous والعمليات التي لايمكن أن تتم تلقائياً. فهناك عدد محدود فقط من عمليات تحول الطاقة وانتقال الطاقة يمكنها أن تتم تلقائياً في الطبيعة. القانون الثاني للديناميكا الحرارية الذي سنقوم بدراسته في هذا الباب سيحدد ما هي تلك العمليات التي يمكنها أن تتم وما هي العمليات التي لايمكن أن تتم في الطبيعة. وفيما يلي بعض الأمثلة لبعض العمليات التي يمكن أن تتم فقط في اتجاه واحد.

- عند وضع جسمين مختلفين في درجة الحرارة في وضع اتصال حراري، تنتقل الطاقة دائماً بواسطة الحرارة من الجسم الأسخن إلى الجسم الأبرد، ولايمكن أن يحدث العكس.
- الكرة المصنوعة من المطاط إذا ألقيت على الأرض فإنها تعلو وترتد بضعة مرات قبل أن تتوقف على الأرض. إلا أن الكرة الساكنة فوق الأرض لايمكن أن تبدأ في العلو والارتداد بنفسها.
- البندول المتذبذب يتوقف بعد فترة بسبب تصادمه بجزيئات الهواء والاحتكاك مع محور التعليق. إن الطاقة الميكانيكية للبندول تتحول إلى طاقة داخلية في الهواء وفي محور التعليق إلا أن التحول العكسي للطاقة لايمكن حدوثه.

جميع هذه العمليات تسمى عمليات غير عكوسة Irreversable أي أنها عمليات تحدث تلقائياً في اتجاه واحد فقط ولاتوجد أي عملية غير عكوسة يمكنها أن تتم في اتجاه عكس حركتها الطبيعية. ولو فعلت ذلك فإنها ستتناقض مع القانون الثاني للديناميكا الحرارية ومن وجهة النظر التكنولوجية والهندسية لعل أهم ما جاء به القانون الثاني للديناميكا الحرارية هو أن كفاءة الآلات الحرارية محدودة. فطبقاً لهذا القانون لايمكن بناء آلة تستطيع بصفة دائمة أن تحول كل الطاقة الداخلية إلى أشكال أخرى من الطاقة في علميات دورية. أي أنه لايمكن بناء آلة ذات كفاءة تصل إلى مائة في المائة.

1.19 الآلات الحرارية والقانون الثاني للديناميكا الحرارية

HEAT ENGINS AND THE SECOND LAW OF THERMODYNAMICS

10.8

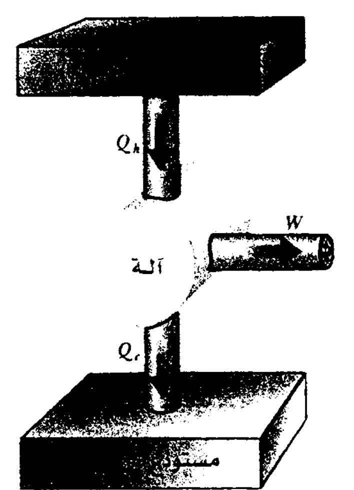
الآلة الحرارية Heat engine هي آلة تحول الطاقة الداخلية إلى طاقة ميكانيكية، على سبيل المثال تقوم محطة توليد الكهرباء بحرق الفحم أو أي نوع آخر من أنواع الوقود، والغازات الساخنة الناتجة عن ذلك تستخدم في تحويل الماء إلى بخار، ويتم توجية هذا البخار نحو ريش التوربينات



لورد كلفن (1824 -1907)
وليم طومسون. عالم فيزياء ورياضيات بريطاني. ولد في بلفاست. وهو أول من اقترح المقياس المطلق لدرجات الحرارة (مقياس كلفن) الذي يحمل اسمه تكريماً له.



شكل (1.19) الآلة البخارية المحركة لهذا القطار تحصل على طاقتها من حرق الفحم والطاقة المتولدة تستخدم في تبخير الماء وتحوله إلى بخار الذي يقوم بإدارة الآلة المحركة للقطار. الآلات المحركة الحديثة تستخدم وقود الديزل بدلاً من الفحم. والآلتان القديمة والحديثة هما آلات حرارية تستمد الطاقة من احتراق الوقود وتحول جزءاً منها إلى طاقة ميكانيكية.



شكل (2.19) شكل توضيحي للآلة الحرارية. الآلة تمتص طاقة Q_h من مستودع ساخن وتطرد طاقة Q_c إلى المستودع البارد وتعمل شغلاً W.

فتجعلها تدور. والطاقة الميكانيكية المصاحبة لهذا الدوران تستخدم في إدارة مولد الكهرباء. آلة حرارية أخرى- **آلة الإحتراق الداخلي** في السيارات تستخدم الطاقة الناتجة عن حرق الوقود في أداء شغل ينتج عنه حركة السيارة.

الآلة الحرارية تجعل مادة شغالة Working substance تقوم بعملية دورية تتم خلالها العمليات الآتية (1) تمتص المادة الشغالة طاقة من مستودع للطاقة درجة حرارته مرتفعة (2) تبذل الآلة شغلاً. (3) تطرد الآلة طاقة إلى مستودع للطاقة درجة حرارته منخفضة

على سبيل المثال سنأخذ طريقة عمل آلة بخارية شكل (1.19) في هذه الآلة المادة الشغالة هي الماء. الذي في الغلاي يمتص طاقة من حرق الوقود ويتحول إلى بخار، يقوم البخار بعد ذلك ببذل شغل

بتمدده فوق مكبس (Piston). بعد أن يبرد البخار ويتكثف يعود الماء الناتج عن التكثف إلى الغلاي مرة أخرى. وتتكرر الدورة.

ويمكن تمثيل الآلة الحرارية كما في شكل (2.19) تمتص الآلة كمية من الطاقة Q_h من المستودع الساخن، تبذل شغلاً W ثم تطرد كمية من الطاقة Q_c لمستودع بارد. حيث إن المادة الشغالة قامت بدورة فإن طاقتها الداخلية الإبتدائية والنهائية تكونان متساويتين ومن ثم $\Delta E_{int}=0$ إذن من القانون الأول للديناميكا الحرارية $\Delta E_{int}= Q - W$ إذن الشغل المبذول بواسطة الآلة الحرارية W يساوي صافي الطاقة Q_{net} حيث أن التغير في الطاقة الداخلية يساوي صفر. وكما ترى من شكل (2.19)مقدار Q_{net} يساوي $(Q_{net}= Q_h- Q_c)$

ومن ثم **(1.19)**

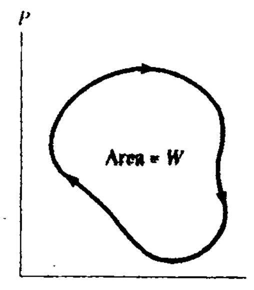
$$W = Q_h - Q_c$$

وفي هذه العلاقة والعلاقات القادمة في هذا الباب لكي نساير التقاليد المتبعة في معالجة الآلات الحرارية سنعتبر كل من Q_h, Q_c كميات موجبة على الرغم من أن Q_c تمثل طاقة تفقدها الآلة. في دراستنا للآلات الحرارية سوف نعتبر أن الطاقة التي تخرجها الآلة سالبة الإشارة كما في معادلة (1.19) كما ستعامل الطاقة الداخلة والطاقة الخارجة في حالة الآلة الحرارية على أنها حرارة كما هي في العادة. إلا أن انتقال الطاقة قد يتم بطريقة أخرى.

صافي الشغل المبذول في عملية دورية هي المساحة داخل المنحنى المغلق PV كما هو موضح في العملية الدورية الإختيارية في شكل (3.19).

كفاءة الآلة الحرارية e تعرَّف على أنها النسبة بين صافي الشغل المبذول بواسطة الآلة خلال دورة واحدة إلى الطاقة الممتصة من المستودع الساخن خلال الدورة

$$e = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} \qquad \textbf{(2.19)}$$

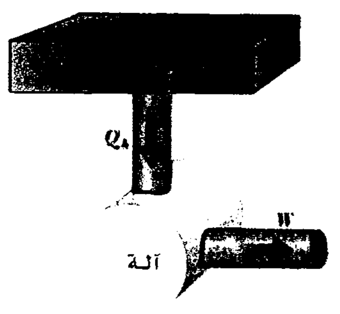


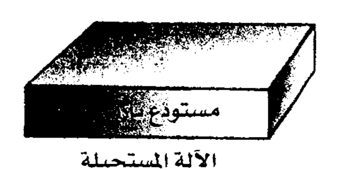
شكل (3.19) منحنى **PV** لعملية دورية إختيارية. مقدار صافي الشغل المبذول يساوى المساحة داخل المنحني المغلق

ويمكننا أن نتذكر الكفاءة كنسبة بين ما نحصل عليه (الشغل الميكانيكي) ومانعطيه (الطاقة Q_h المنتقلة عند درجة حرارة مرتفعة). عملياً، نجد أن جميع الآلات الحرارية تستخدم جزءاً من الطاقة الممتصة فقط في بذل شغل ميكانيكي ومن ثم فإن كفاءتها تكون أقل من 100% وآلات الديزل تتراوح كفاءتها بين 35%, 40%. أما محرك السيارة الجديدة فكفاءته تساوي 20%. من معادلة (2.19) نستنتج أن الآلة الحرارية كفاءتها تكون 100% $(e=1)$ فقط إذا كان مقدار $Q_c= 0$ أن أنه لاينتقل منها أي طاقة إلى المستودع البارد. وهذا يعني أن الآلة الحرارية ذات الكفاءة المثالية تستغل كل الطاقة الحرارية الممتصة في بذل شغل ميكانيكي.

على أساس الحقائق العملية التي تبيِّن أن كفاءة الآلات الحقيقية أقل بكثير من 100% وضع كلفن وبلانك منطوقاً للقانون الثاني للديناميكا الحرارية على النحو التالي:

من المستحيل بناء آلة حرارية تعمل في دورة ولاتحدث أي تأثير غير أنها تمتص طاقة من مستودع حراري وتؤدي شغلاً مساوياً لها.





شكل (4.19) شكل توضيحي لآلة حرارية تمتص طاقة Q_h من مستودع ساخن وتبذل شغلاً مكافئاً لها. من المستحيل بناء آلة بمثل هذه الكفاءة.

وهذا النص للقانون الثاني للديناميكا الحرارية يعني أنه أثناء عمل الآلة الحرارية من المستحيل أن يكون مقدار W مساوياً لمقدار Q_h أي إن الآلة لابد من أن تفقد قدراً من الطاقة Q_c في الوسط المحيط وشكل (4.19) رسم توضيحي للآلة الحرارية غير الممكنة التي تناقض القانون الثاني للديناميكا الحرارية.

ويمكن تلخيص القانون الأول والثاني للديناميكا الحرارية كما يلي:

ينص القانون الأول على أننا لانستطيع أن نحصل على طاقة على شكل شغل من عملية دورية تزيد عن الطاقة التي نضعها فيها. والقانون الثاني ينص على أنه لابد من أخذ طاقة من المصدر الساخن أكبر مما نحصل علية من طاقة على شكل شغل من العملية الدورية.

مثال 1.19

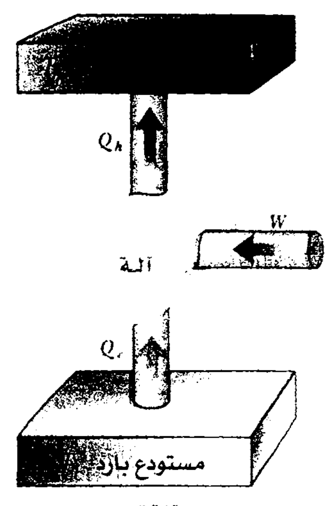
احسب كفاءة آلة حرارية تمتص J 2000 من الطاقة من المستودع الساخن وتفقد 1500J في المستودع البارد.

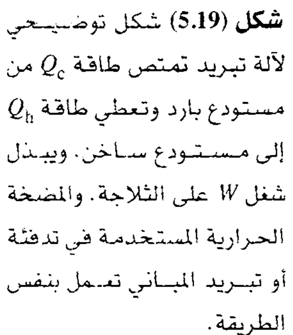
الحل: لحساب كفاءة آلة تستخدم المعادلة

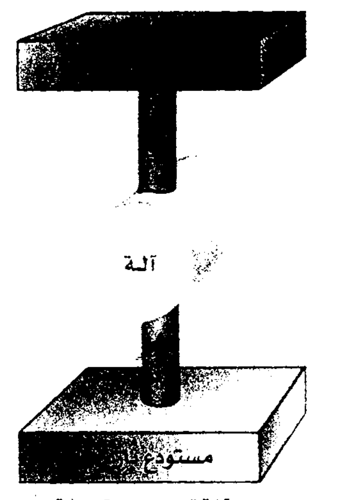
$$e = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{1\,500\ \text{J}}{2\,000\ \text{J}} = 0.25, \ \text{or}\ \ 25\%$$

الثلاجات والمضخات الحرارية Refrigerators and Heat Pumps

الثلاجات والمضخات الحرارية هي آلات حرارية تعمل عكس الآلات التي سبق ذكرها. وسوف نتناولها هنا باختصار من أجل وضع نص آخر للقانون الثاني للديناميكا الحرارية. إلا أننا سنتناولها بالتفصيل في القسم 5.19. في الثلاجات أو المضخات الحرارية تمتص الآلة طاقة Q_c من المستودع البارد وتفقد طاقة Q_h للمستودع الساخن شكل (5.19). ولكي يتم ذلك لابد من بذل شغل على الآلة.




شكل (5.19) شكل توضيحي لآلة تبريد تمتص طاقة Q_c من مستودع بارد وتعطي طاقة Q_h إلى مستودع ساخن. ويبذل شغل W على الثلاجة. والمضخة الحرارية المستخدمة في تدفئة أو تبريد المباني تعمل بنفس الطريقة.



شكل (6.19) شكل توضيحي لآلة تبريد مستحيلة تمتص طاقة Q_c من مستودع بارد وتعطي طاقة مكافئة لها في مستودع ساخن دون بذل شغل $W = 0$.

ومن القانون الأول للديناميكا الحرارية نعلم أن الطاقة المعطاة للمستودع الساخن لابد وأن تساوي مجموع مقداري الشغل المبذول والطاقة الممتصة من المستودع البارد. إذن الثلاجة أو المضخة الحرارية تنقل الحرارة من جسم أكثر برودة (على سبيل المثال من المحتويات التي بداخل الثلاجة المنزلية أو من الهواء البارد في الشتاء خارج المبنى) إلى جسم أكثر سخونة (مثل الهواء الذي داخل المطبخ أو الهواء الذي داخل المبنى).

ومن المرغوب فيه عملياً إتمام تلك العملية بأقل قدر من الشغل المبذول وإذا أمكن أن تتم تلك العملية دون بذل أي شغل سيكون ذلك أفضل كما في شكل (6.19). مرة ثانية مثل هذه الآلة تتناقض مع القانون الثاني للديناميكا الحرارية.

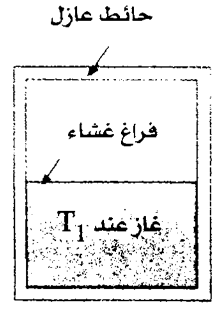
طبقاً لنص كلاوزيوس Clausius[1] وهو: من المستحيل بناء آلة تعمل في دورة وتقوم بنقل طاقة بصفة مستديمة من جسم إلى آخر درجة حرارته أعلى من الأول دون إدخال طاقة عن طريق بذل شغل على الآلة. وبطريقة أبسط الطاقة لاتنساب تلقائياً من جسم بارد إلى جسم ساخن.

مثلاً نحن نبرد المنازل صيفاً باستخدام المضخات الحرارية (أجهزة التكيف). ومكيفات الهواء تضخ الطاقة من حجرة باردة داخل المنزل إلى الهواء الدافئ خارج المنزل. وانتقال الطاقة في هذا الاتجاه يحتاج إلى إدخال طاقة إلى جهاز التكيف على شكل طاقة كهربائية. ونصي كلاوزيوس وكلفن وبلانك للقانون الثاني للديناميكا الحرارية قد يبدوان لأول وهلة غير مرتبطين ببعضهما. لكنهما في الحقيقة متكافئان من جميع النواحي فإذا ثبت أن أحد النصين غير صحيح فسيصبح النص الآخر غير صحيح أيضاً.

(1) رودولف كلاوزيوس Rudolf Clausius (1822-1888)

2.19 العمليات العكوسة والعمليات غير العكوسة
REVERSIBLE AND IRREVERSIBLE PROCESSES

في القسم التالي سوف ندرس آلة حرارية نظرية أي أنها ذات كفاءة أعلى مايمكن. لكي نستوعب طبيعتها، يجب أولاً أن نتفحص معنى عملية عكوسة Reversible والعملية غير العكوسة Irreversible. في العملية العكوسة، النظام الذي يقوم بعملية يمكن أن يعود إلى حالته الابتدائية عن طريق نفس المسار المبين على المنحنى البياني PV وكل نقطة على هذا المسار تمثل حالة اتزان، وأي عملية لاتحقق هذا الشرط هي عملية غير عكوسة.



شكل (7.19) تمدد أديباتي حر لغاز

جميع العمليات التي تحدث في الطبيعة هي عمليات غير عكوسة. ومن تلك العمليات سوف نختار واحدة كمثال لتوضيح مفهوم العملية العكوسة وغير العكوسة.

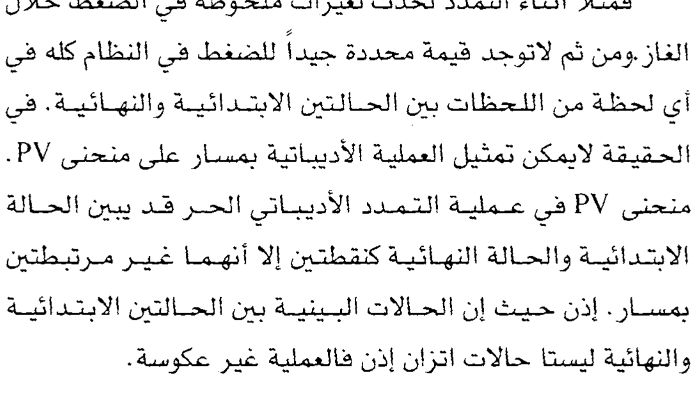
الحالة التي سندرسها هي حالة التمدد الأديباتي الحر لغاز الذي سبق دراسته في القسم 17.6 وسوف نبين كيف أنه لايمكن أن يكون عكوساً. الغاز في وعاء معزول حرارياً كما هو مبين في شكل (7.19). الغشاء يفصل الغاز عن منطقة مفرغة من الهواء. عند قطع الغشاء يتمدد الغاز بحرية في الفراغ ويشغل حجماً أكبر بعد حدوث التمدد. وحيث أن الغاز لم يؤثر بقوة خلال مسافة ما في الوسط المحيط، فهو لم يبذل شغلاً على الوسط المحيط أثناء التمدد. بالإضافة إلى ذلك لم تنتقل طاقة إلى أو من الغاز بواسطة الحرارة لأن الوعاء معزول عن الوسط الحيط. إذن في هذه العملية الأديباتية قد حدث تغير في النظام فقط دون أن يحدث أي تغير في الوسط المحيط.

لكي تكون هذه العملية عكوسة يجب أن يعود الغاز إلى حجمه الإبتدائي ودرجة حرارته الإبتدائية دون حدوث تغير في الوسط المحيط. تخيل أننا نريد أن نعكس العملية بضغط الغاز إلى حجمه الأول. لكي نفعل ذلك سوف نثبت مكبس Piston فوق الوعاء ونستخدم آلة لكي تؤثر على المكبس إلى الداخل. خلال تلك العملية، سيتغير الوسط المحيط لأن شغلاً سيبذل بواسطة عامل خارجي على النظام. بالإضافة إلى ذلك قد تغير النظام لأن الضغط يرفع درجة حرارة الغاز. يمكننا أن نقلل درجة حرارة الغاز بجعله يلامس مستودع خارجي للطاقة. على الرغم من أن ذلك يعيد النظام إلى حالته الابتدائية. إلا أن الوسط المحيط قد تأثر. لأن طاقة قد أضيفت له من الغاز. لوكان من الممكن استغلال تلك الطاقة لإدارة الآلة التي استخدمناها في ضغط الغاز، عند إذ سيكون صافي الطاقة المنتقلة إلى الوسط المحيط تساوي صفر. بهذه الطريقة يمكن إعادة النظام والوسط المحيط إلى حالتهما الأولى. ويمكننا أن نعرِّف العملية على أنها عكوسة. إلا أن نص كلفن وبلانك للقانون الثاني للديناميكا الحرارية ينص على أن الطاقة المأخوذة من الغاز لكي تعود درجة حرارته إلى حالتها الأولى لا يمكن تحويلها كلها إلى طاقة ميكانيكية على شكل شغل مبذول لضغط الغاز بواسطة المكبس. من ذلك يتضح أن العملية غير عكوسة.

يمكننا كذلك أن نثبت أن التمدد الأديباتي عملية غير عكوسة مستندين إلى جزء من تعريف العملية العكوسة الذي يشير إلى حالات الاتزان.



شكل (8.19) غاز على اتصال حراري بمستودع للطاقة يزداد الضغط فوقه ببطئ شديد بوضع حبات من الرمل فوق المكبس. الإنضغاط في هذه الحالة يكون أيزوثرمالي وعكوس.



فمثلاً أثناء التمدد تحدث تغيرات ملحوظة في الضغط خلال الغاز.ومن ثم لاتوجد قيمة محددة جيداً للضغط في النظام كله في أي لحظة من اللحظات بين الحالتين الابتدائية والنهائية. في الحقيقة لايمكن تمثيل العملية الأديباتية بمسار على منحنى PV. منحنى PV في عملية التمدد الأديباتي الحر قد يبين الحالة الابتدائية والحالة النهائية كنقطتين إلا أنهما غير مرتبطتين بمسار. إذن حيث إن الحالات البينية بين الحالتين الابتدائية والنهائية ليستا حالات اتزان إذن فالعملية غير عكوسة.

على الرغم من أن كل العمليات الحقيقية غالباً ماتكون غير عكوسة، إلا أن بعضها يكون عكوساً ،إذا تمت عملية حقيقية ببطئ شديد بحيث إن النظام ظل دائماً كما لوكان في حالة اتزان. عند إذ تكون العملية تقريباً عكوسة.

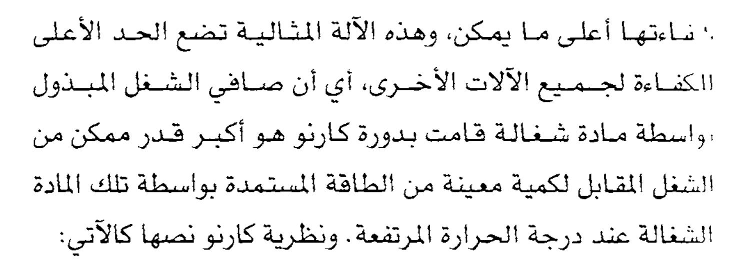
على سبيل المثال دعنا نتخيل أننا قد نضغط غاز ببطئ شديد بوضع بعض حبيبات من الرمل على مكبس عديم الاحتكاك كما في شكل (8.19) وسنجعل العملية أيزوثرمالية بوضع الغاز في اتصال حراري مع مستودع للطاقة، وسننقل قدراً من الطاقة من الغاز إلى المستودع بحيث تظل درجة حرارته ثابتة. في هذه الحالة يكون الضغط والحجم ودرجة الحرارة للغاز ذات قيم محددة خلال عملية الإنضغاط الأيزوثرمالي. إذن كل حالة أثناء العملية هي حالة اتزان، وفي كل مرة نضيف حبة رمل إلى المكبس فينقص حجم الغاز قليلاً بينما يزداد الضغط قليلاً كذلك. وكل حبة رمل نضيفها إلى المكبس تنقل النظام إلى حالة اتزان جديدة ويمكننا عكس العملية عن طريق إزالة حبات الرمل ببطئ من فوق المكبس.

ومن أهم خصائص العملية العكوسة أنها لاتكون مقترنة بعوامل تبدُّد (مثل الدوامات أو الإحتكاك) تحول الطاقة الميكانيكية إلى طاقة داخلية. وهذه التأثيرات لايمكن إزالتها تماماً. ولذلك فليس بمستغرب أن تكون جميع العمليات في الكون هي عمليات غير عكوسة.

3.19 آلة كارنو The CARNOT ENGINE

10.9

في عام 1824 قام المهندس والعالم الفرنسي سادي كارنو Sadi Carnot بوضع فكرة لآلة حرارية نظرية تسمى الآن آلة كارنو وهي ذات قيمة كبيرة من الناحيتين العلمية والعملية. لقد بين كارنو أن الآلة الحرارية التي تعمل في دورة عكوسة مثالية تسمى دورة كارنو بين مستودعين حراريين هي آلة



، ـاءتها أعلى ما يمكن، وهذه الآلة المثالية تضع الحد الأعلى الكفاءة لجميع الآلات الأخرى، أي أن صافي الشغل المبذول بواسطة مادة شغالة قامت بدورة كارنو هو أكبر قدر ممكن من الشغل المقابل لكمية معينة من الطاقة المستمدة بواسطة تلك المادة الشغالة عند درجة الحرارة المرتفعة. ونظرية كارنو نصها كالآتي:

"لاتوجد آلة حرارية تعمل بين مستودعين للطاقة كفاءتها أعلى من كفاءة آلة كارنو التي تعمل بين نفس المستودعين الحراريين".



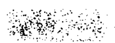
سادي كارنو. عالم ومهندس فرنسي كان أول من أوجد علاقة كمية بين الشغل والحرارة. في عام 1842 نشر عمله الوحيد. "Reflection on The Motive Power of Heat" وهذا العمل أثار الإنتباه إلى الأهمية التكنولوجية والسياسية والعسكرية للآلات الحرارية البخارية. وكارنو يعتبر من مؤسسي علم الديناميكا الحرارية.

لكي نناقش صحة هذه النظرية دعنا نتخيل آلتين حراريتين تعملان بين نفس المستودعين الحراريين أحدهما آلة كارنو وكفاءتها e_c والأخرى كفاءتها e أكبر من e_c. سنستخدم الآلة الأكثر كفاءة لإدارة آلة كارنو كآلة مبردة أي كمضخة حرارية. أي أن الشغل الخارج من الآلة الأعلى كفاءة يستغل كله كشغل يبذل على الة تبريد كارنو. بالنسبة للمجموعة المكونة من الآلة الحرارية وآلة التبريد لايحدث تبادل عن طريق الشغل بينهما وبين الوسط المحيط. وحيث إننا قد افترضنا أن الآلة الحرارية أكثر كفاءة من آلة تبريد كارنو. ستكون محصلة هذه المجموعة انتقال الطاقة من المستودع البارد إلى المستودع الساخن دون بذل شغل على المجموعة. وطبقاً لنص كلاوزيوس للقانون الثاني للديناميكا الحرارية من غير الممكن أن يحدث ذلك. إذن افترضنا أن $e > e_c$ هو افتراض خاطئ وجميع الآلات الحقيقية أقل كفاءة من آلة كارنو لأنها لاتعمل من خلال دورة عكوسة. وكفاءة الآلة الحقيقية تقل كذلك بسبب المصاعب العملية مثل الاحتكاك وفقدان الطاقة بالتوصيل.

لكي نصف دورة كارنو التي تتم بين درجتي حرارة (T_h, T_c) سنفرض أن المادة الشغالة هي غاز مثالي موجود داخل أسطوانة مثبت عليها مكبس متحرك فوق أحد نهايتيها. وجدران الأسطوانة والمكبس مُوصِّلان حراريان. في شكل (9.19) مبين أربع مراحل لدورة كارنو ومنحنى PV لدورة كارنو موضح في شكل (10.19) وتتكون دَوْرة كارنو من عمليتين أدياباتيتين وعمليتين أيزوثرماليتين وجميعها عكوسة.

1- العملية A→B شكل (9.19a) هي عملية تمدد عند درجة حرارة T_h بوضع الغاز في اتصال حراري مع مستودع الطاقة عند درجة حرارة T_h أثناء التمدد يمتص الغاز طاقة Q_h من المستودع خلال قاع الأسطوانة ويعمل شغلاً W_{AB} لرفع المكبس.

2- في العملية B→ C شكل (9.19b) يستبدل قاع الأسطوانة بآخر عازل للحرارة ثم يتمدد الغاز أديباتياً أي أن الطاقة لاتدخل ولاتخرج من النظام. أثناء تمدد الغاز تنخفض درجة الحرارة من T_h إلى T_c ويعمل الغاز شغلاً W_{BC} لرفع المكبس.



$A \rightarrow B$
تمدد
ايزوثرمالي

مستودع للطاقة T_h

(a)

دورة

$D \rightarrow A$
انضغاط
أديباتي

Cycle

$B \rightarrow C$
تمدد
أديباتي

$Q = 0$

$Q = 0$

(d)

(b)

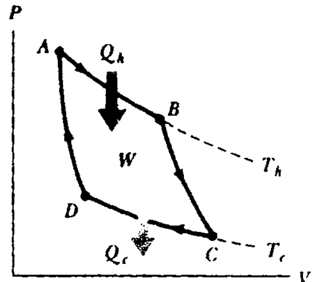
$C \rightarrow D$
انضغاط
ايزوثرمالي

مستودع للطاقة T_c

شكل (9.19) دورة كارنو. في العملية $A \rightarrow B$ يتمدد الغاز أيزوثرماليا بينما تكون الأسطوانة على اتصال حراري مع مستودع عند درجة حرارة T_h. في العملية $B \rightarrow C$ يتمدد الغاز أديباتيا Q=0 في العملية $C \rightarrow D$ يضغط الغاز أيزوثرمالياً، بينما الأسطوانة على اتصال حراري مع مستودع عند درجة حرارة T_c حيث $T_c < T_h$. في العملية $D \rightarrow A$ يضغط الغاز أديباتياً. السهم إلى أعلى يعني أن الكتلة ترفع من على المكبس أثناء التمدد والسهم إلى أسفل يعني أن كتلاً تضاف أثناء الإنضغاط.

- في العملية C→D شكل (9.19c) يوضع الغاز في اتصال حراري مع مستودع حراري عند درجة حرارة T_c ثم يضغط ايزوثرمالياً عند درجة حرارة T_c. في هذه المرة يفقد الغاز قدراً من الطاقة Q_c إلى المستودع والشغل المبذول على المكبس هو W_{CD}.

- في العملية الأخيرة D→A شكل (9.19d) يستبدل قاع الأسطوانة بآخر عازل للحرارة ويضغط الغاز أدياباتياً. فترتفع درجة حرارة الغاز إلى T_h والشغل المبذول على الغاز بواسطة المكبس هو W_{DA}.



شكل (10.19): شكل PV لدورة كارنو صافي الشغل المبذول يساوي صافي الطاقة التي استقبلها النظام في دورة واحدة $Q_h - Q_c$. لاحظ أن $\Delta E_{int} = 0$ بالنسبة لدورة كاملة.

محصلة الشغل المبذول في هذه الدورة العكوسة تساوي المساحة داخل المسار المغلق $ABCDA$ في شكل (10.19). كما بينا في قسم (1.19) حيث أن التغير في الطاقة الداخلية يساوي صفر، محصلة الشغل W في دورة واحدة يساوي الطاقة المنقولة إلى النظام $Q_h - Q_c$. الكفاءة الحرارية للآلة تعطى بالمعادلة:

$$e = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h}$$

في مثال (2.19) يتبين أن في دورة كارنو:

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h} \qquad \textbf{(3.19)}$$

إذن الكفاءة الحرارية لآلة كارنو هي:

$$e_C = 1 - \frac{T_c}{T_h} \qquad \textbf{(4.19)}$$

وهذه النتيجة تبين أن جميع آلات كارنو التي تعمل بين نفس درجتي الحرارة لها نفس الكفاءة.

ومعادلة (4.19) يمكن استخدامها لأي مادة شغالة تعمل في دورة كارنو بين مستودعين حراريين. طبقاً لهذه المعادلة تصبح الكفاءة صفر إذا أصبحت $T_c = T_h$. وتزيد الكفاءة كلما ارتفعت T_h وانخفضت T_c. إلا أن الكفاءة تصبح واحد صحيح إذا انخفضت درجة الحرارة T_c إلى الصفر المطلق ومثل هذا المستودع غير متاح، لذلك فإن الكفاءة دائماً تكون أقل من 100%. في معظم الأحوال تكون T_c قريبة من درجة حرارة الغرفة وهي حوالي 300 K. ولذلك فتبذل المحاولات دائماً برفع درجة الحرارة T_h.

مثال 2.19:

إثبت أن كفاءة آلة حرارية تعمل في دورة كارنو وتستخدم غازاً مثالياً تعطى بالمعادلة 19.4.

الحل: أثناء التمدد الأيزوثرمالي (عملية A→B في شكل 9.19) لاتتغير درجة الحرارة ومن ثم فإن الطاقة الداخلية تظل مقداراً ثابتاً. الشغل المبذول بواسطة الغاز أثناء عملية التمدد الأيزوثرمالي يعطى بالمعادلة 13.17. من القانون الأول هذا الشغل يساوي Q_h، الطاقة الممتصة، إذن

$$Q_h = W_{AB} = nRT_h \ln \frac{V_B}{V_A}$$

بطريقة مماثلة الطاقة المنتقلة إلى المستودع البارد أثناء عملية التضاغط الأيزوثرمالي C→D هي.

$$Q_c = |W_{CD}| = nRT_c \ln \frac{V_C}{V_D}$$

بقسمة المعادلة الثانية على المعادلة الأولى نجد أن

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h} \frac{\ln(V_C / V_D)}{\ln(V_B / V_A)} \quad (1)$$

سنبين الآن أن النسبة بين الكميات اللوغارتيمية تساوي واحد عن طريق إيجاد علاقة بين النسبة بين الحجوم. لأي عملية أديباتية شبه استاتيكية العلاقة بين الضغط والحجم طبقاً لمعادلة 18.18

$$PV^{\gamma} = \text{constant} \quad (2)$$

أثناء أي عملية عكوسة وشبه استاتيكية الغاز المثالي لابد أن يتبع معادلة الحالة $PV = nRT$. باستخدام هذه العلاقة في معادلة (2) نحصل على الآتي:

$$\frac{nRT}{V} V^{\gamma} = \text{constant}$$

ويمكن صياغتها على النحو التالي:

$$TV^{\gamma - 1} = \text{constant}$$

حيث تم وضع nR ضمن الثابت الموجود في الطرف الأيمن من المعادلة باستخدام هذه النتيجة للعملية الأديباتية B→ C, D→A نحصل على الآتي:

$$T_h V_B^{\gamma - 1} = T_C V_C^{\gamma - 1}$$

$$T_h V_A^{\gamma - 1} = T_C V_D^{\gamma - 1}$$

بقسمة المعادلة الأولى على الثانية

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D} \quad (3)$$

بإحلال المعادلة (3) في المعادلة (1) نجد أن الحد اللوغاريتمي يلغي ونحصل على:

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$$

وباستخدام هذه النتيجة في معادلة 2.19 نجد أن الكفاءة الحرارية لآلة كارنو هي:

$$e_C = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

وهي معادلة 4.19.

مثال 3.19 الآلة البخارية

آلة بخارية بها مرجل يعمل عند درجة حرارة 500 K. الطاقة الناتجة عن الوقود المحترق تحول الماء إلى بخار، وهذا البخار يحرك مكبس والمستودع البارد هو الهواء الجوي عند درجة حرارة 300 K تقريباً ما هي أعلى كفاءة حرارية لهذه الآلة البخارية.

الحل: باستخدام معادلة 4.19 نجد أن الحد الأعلى لكفاءة آلة تعمل بين هاتين الدرجتين هي:

$$e_C = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{300\ \text{K}}{500\ \text{K}} = 0.4, \text{ or } 40\%$$

هذه أعلى كفاءة نظرية للآلة. في الواقع أن الكفاءة الفعلية تكون أقل من ذلك بقدر ملحوظ.

تمرين: عين أكبر شغل يمكن للآلة أن تؤدية في كل دورة إذا امتصت طاقة قدرها 200 J من المستودع الساخن في كل دورة.

الجواب: 80J

مثال 4.19 كفاءة آلة كارنو

أعلى كفاءة نظرية لآلة ما هي 30% إذا كانت تلك الآلة تستخدم الجو كمستودع بارد عند درجة حرارة 300 K فكم تكون درجة حرارة المستودع الساخن.

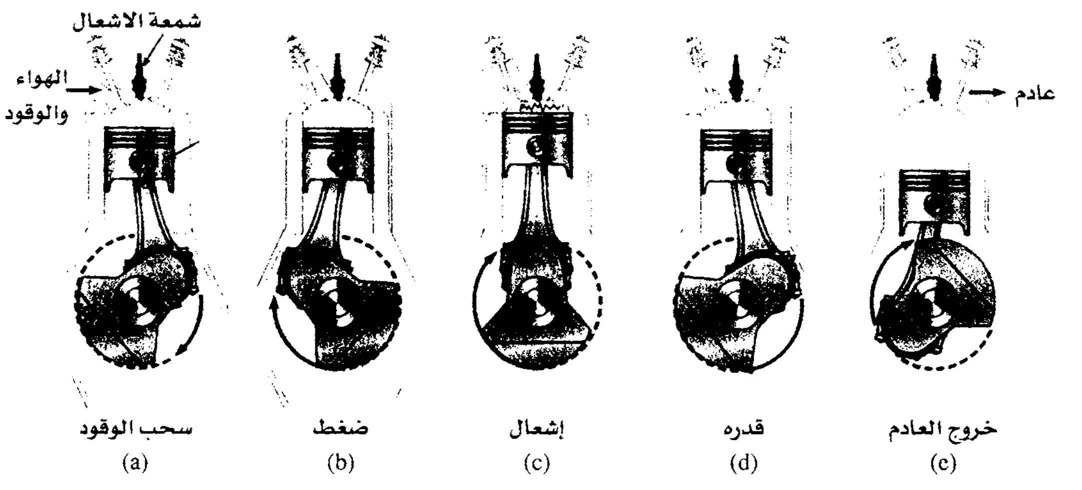
الحل: تستخدم كفاءة آلة كارنو لإيجاد T_h

$$e_C = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

$$T_h = \frac{T_c}{1 - e_C} = \frac{300\ \text{K}}{1 - 0.30} = 430\ \text{K}$$

4.19 آلة الجازولين وآلة الديزل GASOLINE AND DIESEL ENGINES

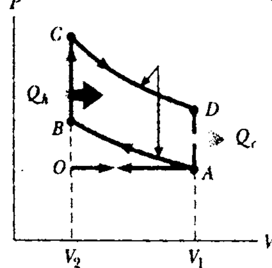
في آلة الجازولين تتم 6 عمليات في كل دورة خمسة منها موضحين في شكل 11.19. في هذه المعالجة، سنعتبر أن الجزء الداخلي من الأسطوانة أعلى المكبس (البستن) هو الذي يمثل النظام الترموديناميكي الذي يقوم بدورات متكررة أثناء عمل الآلة. في أي من تلك الدورات يتحرك المكبس إلى



شكل (11.19) الدورة رباعية الأشواط في آلة الجازولين التقليدية (a) شوط السحب فيه يتم إدخال الوقود (الجازولين) والهواء (b) يقفل صمام السحب ويضغط خليط الوقود والهواء بواسطة البستن (المكبس) (c) يشتعل الخليط بواسطة شموع الإشتعال فترتفع درجة حرارة الخليط (d) في شوط القدرة يتمدد الغاز فوق البستن ويدفعه إلى أسفل (e) تخرج الغازات بعد الاحتراق من صمام العادم وتكرر الدورة.

أعلى وإلى أسفل مرتين. وهذا يمثل دورة رباعية الأشواط تتكون من شوطين إلى أعلى وشوطين إلى أسفل. العملية التي تتم في الدورة يمكن تقريبها بواسطة **دورة أتو Otto Cycle** ومنحنى *PV* لدورة أُتو موضح في شكل 12.19.

1- في شوط السحب O→A شكل (11.19a) يتحرك البستن إلى أسفل ويتم سحب خليط غازي يتكون من الهواء والوقود داخل الأسطوانة عند الضغط الجوي. يزداد الحجم في هذه العملية من V_2 إلى V_1 وهذا هو شوط إدخال الطاقة في تلك الدورة وهي تدخل إلى النظام (داخل الأسطوانة) كطاقة داخلية مخزونة في الوقود وهو انتقال الطاقة عن طريق انتقال الكتلة Mass Transfer أي أن الطاقة تحمل بواسطة مادة. وهو ما يشبه الحمل الذي سبق أن درسناه.



شكل (12.19) شكل PV لدورة أُتو وهي تمثل بشكل تقريبي العمليات التي تحدث في آلة الإحتراق الداخلي.

2- أثناء شوط الضغط A→B شكل (11.19b) يتحرك المكبس إلى أعلى، ينضغط خليط الهواء والوقود أدبياتياً من حجم V_1 إلى حجم V_2 وترتفع الحرارة من T_A إلى T_B. الشغل المبذول بواسطة الغاز سالب وقيمته تساوي المساحة تحت المنحنى A_B في شكل (12.19).

3- في العملية B→C يحدث احتراق الوقود عندما تشعله شموع الإحتراق شكل (11.19c). وهذه العملية لاتمثل شوطاً من أشواط الدورة لأنها تحدث خلال فترة قصيرة منُ الوقت بينما

يكون البستن (المكبس) في أعلى نقطة داخل الأسطوانة. وعملية الإحتراق تمثل عملية سريعة لانتقال الطاقة الداخلية المخزونة في الروابط الكيميائية في الوقود إلى طاقة داخلية مرتبطة بحركة جزيئات الغاز. في هذا الوقت ترتفع درجة الحرارة من T_B إلى T_C كما يرتفع الضغط: إلا أن الحجم يظل ثابتاً تقريباً نتيجة لقصر المدة الزمنية. ولذلك لايحدث شغل بواسطة الغاز. ويمكننا أن نمثل هذه العملية على منحنى PV شكل (12.19) على أنها العملية التي تدخل فيها الطاقة Q_h إلى النظام. إلا أنه في واقع الأمر هذه العملية هي عملية تحول للطاقة الموجودة فعلاً داخل الأسطوانة (من العملية $O \rightarrow A$) وليست عملية انتقال.

4 - في شوط القدرة Power Stroke C→D شكل (11.19d) يتمدد الغاز أديباتياً من V_2 إلى V_1 وهذا التمدد يؤدي إلى خفض درجة الحرارة من T_C إلى T_D. يبذل الغاز شغلاً في دفع المكبس إلى أسفل. وهذا الشغل يساوي المساحة تحت المنحنى C_D.

5 - في العملية D--> A وهي ليست مبينة في شكل (11.19) تفتح صمامات العادم عندما يصل المكبس C لأسفل الأسطوانة ويهبط الضغط فجأة لفترة قصيرة من الوقت. خلال هذه الفترة يكون المكبس ساكناً تقريباً والحجم ثابت. تنتقل الطاقة من داخل الأسطوانة وتظل تتسرب إلى الخارج خلال العملية التالية.

6 - في العملية الأخيرة شوط العادم A→O شكل (11.19e) يتحرك المكبس إلى أعلى بينما يظل صمام العادم مفتوحاً. تخرج الغازات الباقية عند الضغط الجوي. وينقص الحجم من V_1 إلى V_2 وتتكرر الدورة.

وباعتبار خليط الوقود والهواء كالغاز المثالي عند إذ تكون كفاءة دورة أتو هي:

$$e = 1 - \frac{1}{(V_1 / V_2)^{\gamma - 1}} \qquad \textbf{(5.19)}$$

حيث γ هي النسبة بين الحرارتين النوعيتين للغاز C_P/ C_v لخليط الهواء. الوقود و V_1/ V_2هي **نسبة الإنضغاط.** معادلة (5.19) التي استنتجناها في مثال 5.19 تبين أن الكفاءة تزيد بزيادة نسبة الانضغاط. عندما تكوّن نسبة الانضغاط 8 ومقدار $\gamma = 1.4$ نتوقع كفاءة نظرية قدرها 56% لآلة تعمل **طبقاً لدورة أتُو المثالية**، وهذه القيمة أكبر بكثير مما تصل إليه كفاءة الآلة الحقيقية. (15% إلى 20%). بسبب بعض العوامل مثل الاحتكاك وانتقال الحرارة بالتوصيل من خلال جدران الأسطوانة وعدم احتراق خليط الهواء والوقود احتراقاً كاملاً. **وآلات الديزل** تعمل طبقاً لدورة تشبه دورة أتُو إلا أنها لاتستخدم شموع احتراق ونسبة الإنضغاط في آلة الديزل أكبر بكثير مما هي عليه في آلة الجازولين. فالهواء في الأسطوانة يضغط إلى حجم صغير جداً وتبعاً لذلك ترتفع درجة حرارة الأسطوانة ارتفاعاً شديداً في نهاية شوط الإنضغاط. عند إذ يحقن الوقود في الأسطوانة وتكون درجة الحرارة كافية

لحرق خليط الوقود والهواء دون حاجة إلى شموع احتراق. وآلات الديزل أعلى كفاءة من آلات الجازولين نتيجة لارتفاع نسبة الإنضغاط وما ينتج عن ذلك من ارتفاع شديد في درجة الحرارة.

مثال 5.19 كفاءة دورة أتّو

أثبت أن الكفاءة الحرارية لآلة تعمل طبقاً لدورة أتّو المثالية تعطي بمعادلة 5.19. إعتبر أن المادة الشغالة هي غاز مثالي ارجع إلى شكلي (11.19) ,(12.19).

الحل: نوجد أولاً الشغل المبذول في كل دورة بواسطة الغاز. في العملية $B\rightarrow C$ وفي العملية $D\rightarrow A$ لايبذل شغل. الشغل الذي يبذله الغاز خلال الإنضغاط الأديباتي $A\rightarrow B$ يكون سالباً، والشغل المبذول بواسطة الغاز خلال التمدد الأديباتي $C\rightarrow D$ موجب. مقدار صافي الشغل المبذول يساوي المساحة المظللة المحاطة بالمنحنى المغلق في شكل (12.19). حيث إن التغير في الطاقة الداخلية في دورة واحدة يساوي صفر. سنجد أنه طبقاً للقانون الأول صافي الشغل المبذول خلال دورة واحدة يساوي صافي الطاقة المنقولة إلى النظام

$$W = Q_h - Q_c$$

حيث إن العمليتين $D\rightarrow A,\ B\rightarrow C$ يحدثان تحت حجم ثابت وحيث أن الغاز مثالي، من تعريف الحرارة النوعية المولية معادلة (21.8) نجد أن.

$$Q_h = nC_V(T_C - T_B) \quad , \quad Q_C = nC_V(T_D - T_A)$$

باستخدام هاتين العلاقتين مع العلاقة 19.2 نستنتج المعادلة التالية للكفاءة الحرارية

$$e = \frac{W}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} \qquad (1)$$

ويمكننا تبسيط هذه العلاقة إذ لاحظنا أن العمليتين $A\rightarrow B,\ C\rightarrow D$ أديبابيتان ومن ثم فهما يخضعان للعلاقة $TV^{\gamma-1} = \text{constant}$ التي سبق أن حصلنا عليها في المثال 19.2 للعمليتين الأديبايتين إذن:

$$A \rightarrow B: \quad T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$
$$C \rightarrow D: \quad T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$$

باستخدام هاتين المعادلتين وحيث إن: $V_A = V_D = V_1,\ V_B = V_C = V_2$

نجد أن

$$T_A V_1^{\gamma-1} = T_B V_2^{\gamma-1}$$
$$T_D V_1^{\gamma-1} = T_C V_2^{\gamma-1}$$

بإعادة ترتيب الحدود في هذه المعادلات نجد أن:

$$T_A = T_B\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \qquad (2)$$

$$T_D = T_C\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \qquad (3)$$

بطرح معادلة (2) من (3) وإعادة ترتيب الحدود نجد أن:

$$\frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \qquad (4)$$

بإحلال المعادلة 4 في المعادلة 1 نحصل على

$$e = 1 - \frac{1}{(V_1/V_2)^{\gamma-1}} \qquad (5)$$

وهي المعادلة (5.19)

ويمكننا كذلك أن نعبر عن الكفاءة بدلالة درجات الحرارة بملاحظة أنه من معادلتي (2) ,(3)

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_A}{T_B} = \frac{T_D}{T_C}$$

إذن المعادلة (5) تصبح كالآتي:

$$e = 1 - \frac{T_A}{T_B} = 1 - \frac{T_D}{T_C} \qquad (6)$$

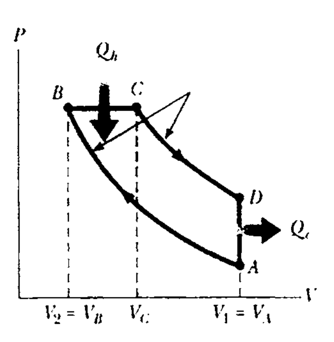
خلال دورة أتو أقل درجة حرارة هي T_A وأعلى درجة حرارة هي T_C إذن كفاءة آلة كارنو التي تعمل بين مستودعين عند هاتين الدرجتين والتي تعطى بالمعادلة $e_C = 1 - (T_A/T_C)$ أكبر من كفاءة دورة أتو المعطاة بالمعادلة (6).

تطبيـــق: نماذج لآلتي الجازولين والديزل Models of Gasoline and Diesel Engines

يمكننا من استخدام أسس الديناميكا الحرارية التي نوقشت في هذا الباب والأبواب السابقة أن نضع نموذجاً لأداء آلتي الجازولين والديزل. في الألتين يضغط الغاز أولاً في أسطوانات الآلة. بعد ذلك يحترق خليط من الهواء والوقود. يبذل على الغاز شغل أثناء الانضغاط، إلا أن شغلاً أكبر بكثير يبذل على المكبس (بستن) بخليط الهواء والوقود بعد الاحتراق عندما تتمدد نواتج الاحتراق في الأسطوانة. وتنتقل قدرة الآلة من المكبس إلى عمود الكرنك بواسطة قضيب التوصيل.

هناك كميتان هامتان لكل من الآلتين هما حجم الإزاحة Displacement Volume وهو الحجم المزاح بواسطة المكبس عندما يتحرك من القاع إلى قمة الأسطوانة ونسبة الإنضغاط r وهي النسبة بين أكبر حجم وأقل حجم للأسطوانة حيث r تعطى بالعلاقة $r = V_A/V_B$ or V_1/V_2 كما في معادلة 5.19. معظم آلات الجازولين والديزل تعمل بطريقة الدورات (الأشواط) الأربعة (السحب، الإنضغاط، القدرة، العادم). وفيها صافي الشغل في دورتي السحب والعادم كمية ضئيلة يمكن إهمالها. إذن تتولد القدرة Power مرة واحدة لكل دورتين لعمود الكرنك.

في آلة الديزل يوجد هواء فقط (دون وقود) في الأسطوانة في بداية الانضغاط. في دورة الديزل المثالية شكل (13.19) يقوم الهواء داخل الأسطوانة بعملية ضغط أديباتي من A إلى B. عند B يحقن الوقود في الأسطوانة بحيث أن خليط الهواء والوقود يقوم بعملية تمدد تحت ضغط ثابت إلى حجم أوسط Vc (B→ C). وينتج عن ارتفاع درجة حرارة الخليط في إحداث عملية احتراق للوقود، وشوط القدرة Power Stroke هو عملية تمدد أديباتي للعودة إلى V_D حيث (C→ D) $V_D= V_A$. يفتح صمام العادم ويحدث خروج طاقة Q_C تحت حجم ثابت D→ A عندما تفرغ الأسطوانة من نواتج الاحتراق.



شكل (13.19) الدورة الترموديناميكية لآلة الديزل على منحنى *PV*.

لكي نُبسِّط حساباتنا سنفرض أن الخليط في الأسطوانة هو غاز مثالي وسنستخدم الحرارة النوعية C بدلاً من الحرارة النوعية المولية C وسنفرض قيم ثابتة للهواء عند 300 K سنعبر عن الحرارات النوعية والثابت العام للغازات بدلالة وحدات كتلة بدلاً من المول إذن:

$$C_V= 0.718 \text{ kJ/kg·K},\ C_P= 1.005 \text{ kJ/kg·K},\ \gamma = C_P/ C_V= 1.40,\ R= C_P- C_V= 0.287 \text{ kJ/kg·K}$$

$$= 0.287 \text{ KPa. m}^3\text{/ kg·K}$$

آلة جازولين سعة 3 لترات A3.0 L Gasoline Engine

دعنا نحاول حساب القدرة المعطاة من آلة تعمل بالجازولين ذات ست سلندرات (أسطوانات) وحجم الإزاحة فيها 3000 L وعدد لفاتها 4000 rpm ونسبة الانضغاط فيها r = 9.50. وخليط الهواء والوقود يحقن داخل الأسطوانة عند الضغط الجوي ودرجة حرارة 27° c وأثناء الإحتراق يصل الخليط إلى درجة حرارة 1350° c.

أولاً سنحسب الشغل المبذول في إحدى الأسطوانات باستخدام ضغط ابتدائي قدرة P_A= 100 kPa ودرجة الحرارة الابتدائية T_A= 300 K وسنحسب الحجم الابتدائي وكتلة مزيج الهواء والوقود. ونحن نعلم أن النسبة بين الحجم الابتدائي والحجم النهائي تساوي نسبة الانضغاط $\frac{V_A}{V_B}$ = r= 9.5 ونعلم كذلك أن الفرق في الحجم هو الحجم المزاح والمعدل 3 L للآلة هو حجم الإزاحة الكلية للست سلندرات (أسطوانات). إذن لكل سلندر (أسطوانة) واحدة.

$$V_A - V_B = \frac{3.00 \text{ L}}{6} = \frac{3.00 \times 10^{-3} \text{m}^3}{6} = 0.500 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

بحل هاتين المعادلتين آنياً سنحصل على قيمتي الحجم الابتدائي والنهائي.

$$V_A = 0.559 \times 10^{-3} \text{ m}^3,\ V_B = 0.588 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

باستخدام قانون الغازات المثالية في الصورة $PV = nRT$ وحيث إننا نستخدم ثابت الغازات بدلالة الكتلة بدلاً من المول يمكننا إيجاد كتلة خليط الهواء- الوقود.

$$m = \frac{P_A V_A}{RT_A} = \frac{(100\ \text{kPa})\ (0.559\ \times\ 10^{-3}\ \text{m}^3)}{(0.287\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})\ (300\ \text{K})}$$
$$= 6.49\ \times\ 10^{-4}\ \text{kg}$$

العملية A→ B (انظر شكل 19.12) عملية انضغاط أديباتي وهذا يعني أن $PV^{\gamma} = \text{constant}$ إذن:

$$P_B V_B^{\gamma} = P_A V_A^{\gamma}$$
$$P_B = P_A\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma} = P_A(r)^{\gamma} = (100\ \text{kPa})\ (9.50)^{1.40}$$
$$= 2.34\ \times\ 10^3\ \text{kPa}$$

باستخدام قانون الغاز المثالي نجد أن درجة الحرارة بعد الانضغاط هي:

$$T_B = \frac{P_B V_B}{mR} = \frac{(2.34\ \times\ 10^3\ \text{kPa})\ (0.588\ \times\ 10^{-4}\ \text{m}^3)}{(6.49\ \times\ 10^{-4}\ \text{kg})\ (0.287\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})}$$
$$= 739\ \text{k}$$

في العملية $B \rightarrow C$ الاحتراق الذي يحول الروابط الكميائية إلى طاقة داخلية في حركة الجزيئات يحدث عند حجم ثابت إذن $V_C = V_B$ والاحتراق يؤدي إلى ارتفاع درجة الحرارة إلى $T_C = 1350°\ \text{C}$ أي 1623 K باستخدام هذه القيمة في قانون الغازات المثالية يمكن حساب P_C.

$$P_C = \frac{mRT_C}{V_C}$$
$$= \frac{(6.49\ \times\ 10^{-4}\ \text{kg})\ (0.287\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})\ (1\,623\ \text{K})}{(0.588\ \times\ 10^{-4}\ \text{m}^3)}$$
$$= 5.14\ \times\ 10^3\ \text{kPa}$$

في العملية $C \rightarrow D$ يحدث تمدد أديباتي والضغط بعد التمدد هو:

$$P_D = P_C\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma} = P_C\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma} = P_C\left(\frac{1}{r}\right)^{\gamma}$$
$$= (5.14\ \times\ 10^3\ \text{kPa})\left(\frac{1}{9.50}\right)^{1.40} = 220\ \text{kPa}$$

باستخدام قانون الغاز المثالي مرة ثانية نجد أن درجة الحرارة النهائية هي:

$$T_D = \frac{P_D V_D}{mR} = \frac{(220\ \text{kPa})\ (0.559\ \times\ 10^{-3}\ \text{m}^3)}{(6.49\ \times\ 10^{-4}\ \text{kg})\ (0.287\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})}$$
$$= 660\ \text{K}$$

الآن أصبح لدينا درجة الحرارة عند بداية ونهاية كل عملية في الدورة.

يمكننا أن نحسب صافي الطاقة المنتقلة وصافي الشغل الذي تقوم به كل أسطوانة في كل دورتين من معادلة 8.19.

$$Q_h = Q_{in} = mc_V (T_C - T_B)$$
$$= (6.49 \times 10^{-4} \text{ Kg}) (0.718 \text{ KJ/kg·K}) (1623 \text{ K} - 739 \text{ K})$$
$$= 0.412 \text{ KJ}$$

$$Q_c = Q_{out} = mc_V (T_D - T_A)$$
$$= (6.49 \times 10^{-4} \text{ Kg}) (0.718 \text{ Kj/ Kg· K}) (660 \text{ K} - 300 \text{ K})$$
$$= 0.168 \text{ KJ}$$

$$W_{net} = Q_{in} - Q_{out}$$
$$W_{net} = 0.244 \text{ KJ}$$

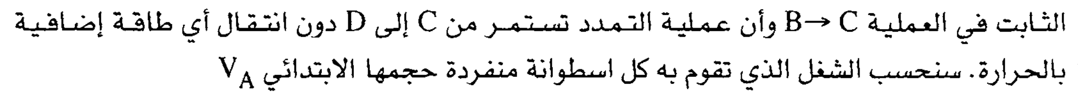
من معادلة 2.19 الكفاءة $e = W_{net}/ Q_{in} = 59\%$

(يمكننا كذلك استخدام المعادلة 5.19 لحساب الكفاءة مباشرة من نسبة الانضغاط). ونتذكر أن القدرة تعطي كل دورتين لعمود الكرنك سنجد أن صافي القدرةللآلة ذات الست أسطوانات التي تعمل بعدد لفات 4000 rpm هي:

$$\mathscr{P}_{net} = 6\left(\frac{1}{2 \text{ rev}}\right) (4\,000 \text{ rev/min}) (1 \text{ min}/60 \text{ s}) (0.244 \text{ kJ})$$
$$= 49 \text{ kw} = 66 \text{ hp}$$

آلة ديزل 2 لتر 2.00 L Diesel Engine

دعنا نحسب القدرة التي تعطيها آلة ديزل ذات أربع أسطوانات (سلندرات) الحجم المزاح فيها 2.00 L وتعمل عند عدد لفات في الدقيقة 3000 rpm ونسبة التضاغط $r = V_A / V_B = 22.0$ ونسبة التوقف Cut off وهي نسبة التغير في الحجم أثناء عملية الضغط الثابت. $B \rightarrow C$ في شكل 13.19 وهي $r_c = V_C/ V_B = 2.00$. يدخل الهواء في كل أسطوانة عند بداية دورة الانضغاط عند الضغط الجوي ودرجة حرارة الغرفة وهي 27° c. ونموذج آلة الديزل مشابه لنموذج آلة الجازولين الذي اتبعناه فيما عدا أن الوقود يحقن عند النقطة B والخليط يحترق ذاتياً قرب نهاية دورة الإنضغاط $A \rightarrow B$ عندما تصل درجة الحرارة إلى درجة الإشتعال. نفرض أن الطاقة الداخلية تتم أثناء عملية الضغط



الثابت في العملية B→ C وأن عملية التمدد تستمر من C إلى D دون انتقال أي طاقة إضافية بالحرارة. سنحسب الشغل الذي تقوم به كل اسطوانة منفردة حجمها الابتدائي V_A

$$V_A= (2.0\times 10^{-3}\ m^3)/4 = 0.50\times 10^{-3}\ m^3$$

حيث أن نسبة الانضغاط عالية جداً سوف نعتبر أكبر حجم للأسطوانة بحيث يصبح هو الحجم المزاح. باستخدام الضغط الابتدائي P_A يساوي 100 K Pa ودرجة الحرارة الابتدائية T_A= 300 K يمكننا حساب كتلة الهواء في الأسطوانة باستخدام قانون الغاز المثالي

$$m = \frac{P_A V_A}{RT_A} = \frac{(100\ \text{kPa})\ (0.500 \times 10^{-3}\ \text{m}^3)}{(0.287\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})\ (300\ \text{K})} = 5.81 \times 10^{-4}\ \text{kg}$$

العملية A→B عملية أديباتية إذن PV^{γ} = constant ومن ثم

$$P_B V_B^{\gamma} = P_A V_A^{\gamma}$$

$$P_B = P_A\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^{\gamma} = (100\ \text{kPa})\ (22.0)^{1.40} = 7.57 \times 10^3\ \text{kPa}$$

باستخدام قانون الغاز المثالي نجد أن الحرارة للهواء بعد الإنضغاط هي:

$$T_B = \frac{P_B V_B}{mR} = \frac{(7.57 \times 10^3\ \text{kPa})\ (0.500 \times 10^{-3}\ \text{m}^3)\left(\frac{1}{22.0}\right)}{(5.81 \times 10^{-4}\ \text{kg})\ (0.287\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})}$$

$$= 1.03 \times 10^3\ \text{K}$$

العملية B→C هي عملية تمدد تحت ضغط ثابت إذن $P_C = P_B$.

ونحن نعلم من نسبة التوقف وهي 2.00 أن الحجم يتضاعف في هذه العملية. طبقاً لقانون الغاز المثالي تضاعف الحجم في عملية أيزوبارية ينتج عنه تضاعف في درجة الحرارة

$$T_C = 2\ T_B = 2.00 \times 10^3\ \text{K}$$

العملية C→ D عملية تمدد أديباتي إذن

$$P_D = P_C\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma} = P_C\left(\frac{V_C}{V_B}\frac{V_B}{V_D}\right)^{\gamma} = P_C\left(r_C\frac{1}{r}\right)^{\gamma}$$

$$= (7.57 \times 10^3\ \text{kPa})\left(\frac{2.00}{22.0}\right)^{1.40} = 264\ \text{kPa}$$

نجد أن درجة الحرارة عند D من قانون الغاز المثالي هي:

$$T_D = \frac{P_D V_D}{mR} = \frac{(264\ \text{kPa})\ (0.500 \times 10^{-3}\ \text{m}^3)}{(5.81 \times 10^{-4}\ \text{kg})\ (0.287\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})}$$

$$= 792\ \text{K}$$

الآن عندنا درجة الحرارة عند البداية والنهاية لكل عملية، يمكننا حساب صافي الطاقة المنتقلة بواسطة الحرارة وصافي الشغل المبذول في كل أسطوانة كل دورتين.

$$Q_h = Q_{in} = mc_P\,(T_C - T_B) = 0.601\ \text{KJ}$$

$$Q_c = Q_{out} = mc_V\,(T_D - T_A) = 0.205\ \text{KJ}$$

$$W_{net} = Q_{in} - Q_{out} = 0.396\ \text{KJ}$$

$$e = \frac{W_{net}}{Q_{in}} = 66\%$$

صافي القدرة للآلة ذات الأربع أسطوانات (سلندرات) تعمل بمعدل 3000 rpm هي:

$$\mathscr{P}_{net} = 4\left(\frac{1}{2\ \text{rev}}\right)(3\,000\ \text{rev/min})\ (1\ \text{min}/60\ \text{s})\ (0.396\ \text{kJ})$$

$$= 39.6\ \text{kW} = 53\ \text{hp}$$

بالطبع التصميمات الحديثة للآلات تذهب إلى أبعد من تلك المعالجات الترموديناميكية البسيطة التي تستخدم فيها دورات مثالية.

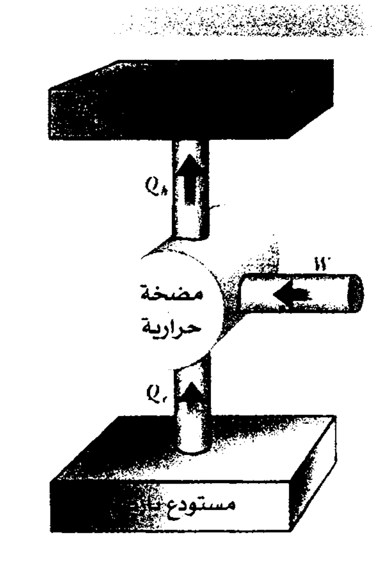
5.19 المضخات الحرارية والثلاجات HEAT PUMPS AND REFRIGERATORS

في قسم 1.19 تناولنا المضخات الحرارية كآلة ميكانيكية تنقل الطاقة من منطقة عند درجة حرارة منخفضة إلى منطقة أخرى أعلى منها في درجة الحرارة. لقد استخدمت المضخات الحرارية منذ زمن بعيد في تبريد المنازل والمباني وأصبحت الآن تستخدم كذلك في التدفئة. والمضخات الحرارية تحتوي على مبادلين حراريين من الأنابيب المعدنية يتبادلان الطاقة عن طريق الحرارة مع الوسط المحيط. أحد المبادلين يوضع خارج المبنى بحيث يكون متصلاً بالهواء والآخر يوضع داخل المبنى. في نظام التدفئة يدور مائع في المبادلين فتمتص الطاقة من خارج المبنى وتنطلق في داخله ويكون المائع بارداً وعند ضغط منخفض عندما يكون في المبادل الخارجي حيث يمتص الطاقة بالحرارة من الهواء خارج المبنى. يضغط المائع الدافئ بعد ذلك داخل المبادل الداخلي كمائع ساخن عند ضغط مرتفع، حيث تنتقل منه الحرارة المخزونة إلى الهواء داخل المبنى.

مكيف الهواء هو عبارة عن مضخة حرارية تعمل كنظام للتبريد حيث يوضع المبادل الخارجي مكان المبادل الداخلي والمبادل الداخلي مكان المبادل الخارجي. تمتص الطاقة في المائع الذي يجري في الملف الداخلي من الهواء داخل المبنى. وبعد أن يضغط المائع تخرج الحرارة من الملف الخارجي إلى الهواء خارج المبنى. ومكيف الهواء لابد من أن يفقد حرارته في خارج المبنى، وإلا فإن الشغل المبذول على المكيف سيمثل طاقة تضاف إلى الهواء داخل المبنى وتزداد درجة حرارة الحجرة تبعاً لذلك. بنفس الطريقة لايمكن أن تقوم الثلاجة بتبريد المطبخ إذا ما تركنا باب الثلاجة مفتوحاً. فمقدار الطاقة الذي يغادر المبادل الخارجي شكل (14.19) خلف الثلاجة أكبر من الطاقة التي تؤخذ من الطعام أو من الهواء داخل المطبخ إذا ما كان باب الثلاجة مفتوحاً. والفرق بين الطاقة الخارجة والطاقة الداخلة هو الشغل المبذول بواسطة الطاقة الكهربائية المغذية للثلاجة.



شكل (14.19) مبادل الطاقة الخارجي الموضوع خلف الثلاج ينقل الطاقة على شكل حرارة إلى الهواء. وهذ الطاقة تكون أكبر من الطاقة الممتصة بواسطة المبادل الداخلي في الثلاجة من محتويات الثلاجة من طعام وشراب.



شكل (15.19) رسم توضيحي لمضخة حرارية تمتص الطاقة Q_c من مستودع بارد وتعطي الطاقة إلى مستودع ساخن Q_h. لاحظ أن هذا الشكل يشبه شكل المبرد (5.19)

شكل (15.19) هو شكل توضيحي لمضخة حرارية. درجة الحرارة المنخفضة هي T_c ودرجة الحرارة المرتفعة هي T_h والطاقة الممتصة بالمائع المتحرك داخل مبادل الثلاجة Q_c وقد قامت المضخة الحرارية بعمل شغل قدره W والطاقة المنتقلة من المضخة إلى المبنى في دورة التسخين (التدفئة) هي Q_h ومدى فاعلية المضخة الحرارية يعبر عنها بدلالة مقدار يسمى معامل الأداء Coefficient of Performance ويرمز له بالرمز COP. وفي وضع التسخين يعرف معامل الأداء على أنه النسبة بين الطاقة المنتقلة إلى المستودع الساخن إلى الشغل اللازم لنقل تلك الطاقة

$$\text{COP (وضع التسخين)} = \frac{Q_h}{W}$$

$$\text{معامل الأداء} = \frac{\text{الطاقة المنقولة في درجة حرارة مرتفعة}}{\text{الشغل الذي تقوم به المضخة}} \quad \textbf{(6.19)}$$

لاحظ أن معامل الأداء COP يشبه الكفاءة الحرارية للآلة الحرارية في أنه النسبة بين ما نحصل عليه (الطاقة المنقولة إلى داخل المبنى) إلى ما نغذي به المضخة (الشغل الذي تقوم به المضخة) حيث إن Q_h بصفة عامة يكون أكبر من W فإن معامل الأداء يكون غالباً أكبر من واحد. ومن المفضل أن يكون COP أكبر ما يمكن تماماً كما أن كفاءة الآلة الحرارية يفضل أن تكون أعلى ما يمكن.

إذا كانت درجة الحرارة في الخارج 25° F أو أعلى عند إذ يكون COP للمضخة الحرارية حوالي 4. أي أن كمية الطاقة المنقولة إلى داخل هواء المبنى تكون أكبر بأربع أمثال الشغل الذي يبذله موتور

المضخة إلا أنه مع انخفاض درجة الحرارة خارج المبنى يصبح من الصعب على المضخة الحرارية أن تستخلص كمية كافية من الطاقة من الهواء وينخفض تبعاً لذلك معامل أدائها (COP). أي أن استخدام المضخات الحرارية التي تستخلص الطاقة الحرارية من الهواء في الجو المعتدل يكون مرضياً إلا أنه لايكون كذلك عندما تنخفض درجة الحرارة بشدة. ومن الممكن استخدام المضخات الحرارية في المناطق الباردة بدفن المبادل الخارجي على عمق كبير في الأرض في هذ الحالة تستخلص الطاقة من الأرض التي تكون أعلى حرارة من الهواء في أثناء الشتاء.

اختبار سريع 1.19

في السخان الكهربائي تتحول الطاقة الكهربائية إلى طاقة داخلية بكفاءة تصل إلى 100%. كم تكون النسبة المئوية التي تتغير بها تكلفة تدفئة المنزل إذا غيرت نظام التدفئة من الدفايات الكهربائية إلى مضخات حرارية معامل أدائها 4؟ بفرض أن موتور المضخة الحرارية له كفاءة 100%.

من الناحية النظرية يفترض أن المضخة الحرارية التي تعمل في عكس دورة كارنو هي أكفأ مضخة حرارية ممكنة. وتمثل الحد الأعلى لمعامل الأداء COP لأي آلة تعمل بين مستودعين أحدهما بارد والآخر ساخن. باستخدام معادلتي 1.19 و 3.19 نجد أن أعلى معامل أداء لمضخة حرارية هو عندما تعمل في نسق التسخين كدفاية.

معامل الأداء في نسق التسخين $\text{COP} = \dfrac{Q_h}{W}$

$$\text{COP} = \frac{Q_h}{Q_h - Q_c} = \frac{1}{1 - \dfrac{Q_c}{Q_h}} = \frac{1}{1 - \dfrac{T_c}{T_h}} = \frac{T_h}{T_h - T_c}$$

وبالنسبة لمضخة حرارية تعمل في نسق التبريد ما نحصل عليه هو طاقة مأخوذة من المستودع البارد والمكيف أو المضخة الحرارية الأكبر تأثيراً هي التي تنقل أكبر قدر من الطاقة من المستودع البارد نظير أقل قدر ممكن من الشغل المبذول. إذن لهذه النظم سنعرِّف معامل الأداء (COP) بدلالة Q_c

$$\text{معامل الأداء (COP) في نسق التبريد} = \frac{Q_c}{W} \qquad \textbf{(7.19)}$$

والمبرد الجيد يصل معامل أداؤه إلى 6.

وأعلى قدر لمعامل الأداء في مضخة حرارية تعمل كمبرد هو للمضخة الحرارية التي تعمل مادتها الشغالة طبقاً لدورة كارنو المعكوسة Carnot Cycle in Reverse

$$\text{COP (c) نظام تبريد} = \frac{T_c}{T_h - T_c}$$

عملياً درجة الحرارة المنخفضة لمبادل التبريد ودرجة الحرارة المرتفعة لمبادل الضغط المرتفع (الموجود خارج الثلاجة) يحددان مقدار معامل الأداء (COP) عند أقل من 10.

مختبر سريع

قدر COP لثلاجتك بقياس درجة الحرارة للأطعمة التى فى داخل الثلاجة وللمبادل الساخن(خارج الثلاجة). استخدم يدك إذا لم تجد ترمومتر.

6.19 الأنتروبي ENTROPY

10.10 & 10.11

القانون الصفري للديناميكا الحرارية يتناول مفهوم درجة الحرارة والقانون الأول يتناول مفهوم الطاقة الداخلية. ودرجة الحرارة والطاقة الداخلية من دوال الحالة State Functions أي أنهما يصفان الحالة الترمودياميكية للنظام. هناك دالة أخرى من دوال الحالة تتعلق بالقانون الثاني للديناميكا الحرارية وهي الأنتروبي Entropy ويرمز له بالرمز S. في هذا القسم سوف نعرف الأنتروبي على المستوى الماكروسكوبي كما عرفه كلاوزيوس Clausius في أول الأمر في عام 1865.

اعتبر عملية متناهية الصغر Infinitesimal انتقل خلالها النظام من حالة اتزان إلى حالة أخرى. إذا اعتبرنا أن dQ_r هي كمية الطاقة المنتقلة بواسطة الحرارة عندما يتبع النظام مساراً عكوساً بين الحالتين عند إذ يكون التغير في الأنتروبي dS مساوياً لهذا القدر من الطاقة للعملية العكوسة مقسوماً على درجة الحرارة المطلقة للنظام.

تعريف كلاوزيوس للتغير في الأنتروبي

$$dS = \frac{dQ_r}{T} \qquad (8.19)$$

لقد افترضنا أن درجة الحرارة ثابتة لأن العملية متناهية الصغر. وحيث إننا قد اعتبرنا أن الأنتروبي هو دالة من دوال الحالة، فإن التغير في الأنتروبي خلال العملية يعتمد فقط على نقطتي البداية والنهاية ومن ثم فهو لايعتمد على المسار الذي اتبعه النظام بين النقطتين.

والرمز السفلي r في الكمية dQ_r لتذكرنا بأن الطاقة المنقولة مقاسة خلال مسار عكوس حتى ولو كان النظام قد اتبع مساراً غير عكوس. إذا كان النظام قد امتص طاقة فإن dQ_r تكون موجبة ويزداد الأنتروبي للنظام وإذا كانت الطاقة dQ_r قد خرجت من النظام فإنها تكون سالبة ويقل الأنتروبي للنظام. لاحظ أن معادلة 8.19 لاتعرف الأنتروبي بل التغير في الأنتروبي. إذن الكمية ذات المغزى عند وصف العملية الترمودياميكية هي التغير في الأنتروبي. لقد صيغ الأنتروبي أساساً كمفهوم مفيد في الديناميكا الحرارية. إلا أن أهميته قد ازدادت مع ظهور علم الميكانيكا الإحصائية ولأن الطرق التحليلية للميكانيكا الإحصائية أعطت طرقاً بديلة لتفسير الأنتروبي. في الميكانيكا الإحصائية، يوصف سلوك المواد بدلالة السلوك الإحصائي لذراته وجزيئاته. وإحدى النتائج الأساسية لهذه المعالجة هي أن النظم المعزولة تميل نحو عدم النظام Disorder و أن الأنتروبي هو مقياس لهذا اللانظام. نأخذ على سبيل المثال جزيئات الغاز في هواء الحجرة. لو أن نصف جزيئات الغاز في الحجرة متجهات سرعتها متساوية

ومتجهة نحو اليسار والنصف الآخر متجهات سرعته متساوية كذلك ومتجهة نحو اليمين. سيكون الوضع منتظماً جداً. إلا أن هذا الوضع غير محتمل الحدوث. فلو أنك قد رأيت الجزيئات سوف تجد أنها تتحرك عشوائياً في جميع الاتجاهات تتصادم مع بعضها وتتغير سرعتها بعد التصادم فبعضها يتحرك بسرعة والآخر ببطئ. هذا الوضع هو منتهى اللانظام.

السبب في ميل النظام المعزول نحو عدم النظام يمكن تفسيره بسهولة بالتمييز بين الحالات الميكروسكوبية والحالات الماكروسكوبية للنظام. فالحالة الميكروسكوبية هي وصف لخواص الجزيئات المنفردة المكونة للنظام فمثلاً الوصف الذي أوردناه سابقاً عن كون متجهات السرعة لجزيئات الغاز في الحجرة منتظمة جداً يشير إلى حالة ميكروسكوبية، لكن الحالة الأكثر واقعية وهي الحركة العشوائية هي حالة ميكروسكوبية أخرى تمثل حالة عدم النظام. أما وصف حالة النظام من وجهة النظر الماكروسكوبية فيستخدم فيها المتغيرات الماكروسكوبية مثل الضغط والكثافة ودرجة الحرارة. فمثلاً في الحالتين الميكروسكوبيتين التي سبق وصفهما لجزيئات الهواء في الغرفة. جزيئات الهواء موزعة بالتساوي في الغرفة فهذه الكثافة المنتظمة هي حالة ماكروسكوبية. ولا يمكننا أن نميز بين الحالتين الميكروسكوبيتين التي سبق الحديث عنهما بإجراء قياسات ماكروسكوبية. فالحالتان الدقيقتان تظهران متشابهتان من الناحية الماكروسكوبية.

إذن لأي حالة ماكروسكوبية للنظام من الممكن أن يوجد أكثر من حالة ميكروسكوبية، وجميع تلك الحالات الميكروسكوبية الممكنة لها نفس درجة الإحتمال. إلا أنه لوفحصنا تلك الحالات الميكروسكوبية الممكنة سنجد أن حالات عدم الانتظام بينها أكثر من حالات الانتظام. وحيث إن جميع الحالات الميكروسكوبية محتملة بنفس الدرجة فإنه على الأرجح أن تكون الحالة الماكروسكوبية الفعلية ناتجة عن حالة ميكروسكوبية من الحالات غير المنتظمة حيث إنه يوجد منها الكثير. جميع العمليات الفيزيائية التي تحدث في نظام ما تحاول أن تجعل النظام والوسط المحيط به يتحرك نحو الحالة الماكروسكوبية الأكثر احتمالاً. والحالة الأكثر احتمالاً هي دائماً الأقل نظاماً. فإذا فرضنا أن النظام وما يحيط به يشملان الكون عند إذ يكون الكون يتحرك باستمرار نحو الحالة الماكروسكوبية المناظرة لحالة الإزدياد في عدم النظام. وحيث إن الأنتروبي هو مقياس لعدم النظام، فيمكن التعبير عن ذلك بأن نقول **الأنتروبي للكون يزداد في جميع العمليات الحقيقية**. وهذا نص آخر للقانون الثاني للديناميكا الحرارية. ويمكن بيان أنه يكافئ نص كلفن وبلانك ونص كلاوزيوس.

لكي نحسب التغير في الأنتروبي لعملية محددة يجب أن نتيقن من أن T ليست مقداراً ثابتاً بصفة عامة. إذا كانت dQ_r هي الطاقة المنقولة بواسطة الحرارة عندما يكون النظام في درجة حرارة T إذن التغير في الأنتروبي في عملية عكوسة بين الحالة الابتدائية والنهائية هو:

$$\Delta S = \int_i^f dS = \int_i^f \frac{dQ_r}{T} \qquad \text{(مسار عكوس)} \qquad \mathbf{(9.19)}$$

كما في العمليات متناهية الصغر التغير في الأنتروبي ΔS لنظام ينتقل من حالة إلى أخرى له نفس المقدار لجميع المسارات التي تربط بين الحالتين أي أن التغير المحدود في الأنتروبي ΔS لنظام يعتمد فقط على خواص حالتي الاتزان الابتدائية والنهائية. إذن لدينا الحرية أن نختار مساراً عكوساً معيناً لتقدير الأنتروبي بدلاً من المسار الفعلي طالما أن الحالتين الابتدائية والنهائية لم يتغيرا بالنسبة للمسارين.

اختبار سريع 2.19

أي من هذه الاختبارات هو الصحيح لتغير الأنتروبي لنظام قام بعملية أدياباتية عكوسة

(أ) $\Delta S < 0$ (ب) $\Delta S = 0$ (جـ) $\Delta S > 0$

سنأخذ حالة التغير في الأنتروبي التي تحدث في آلة كارنو الحرارية التي تعمل بين درجتي الحرارة T_c و T_h. في دورة واحدة تمتص الآلة طاقة قدرها Q_h من المستودع الساخن وتتخلص من الطاقة Q_c في المستودع البارد. وتلك الانتقالات في الطاقة تحدث أثناء الأجزاء الأيزوثرمالية من دورة كارنو. إذن يمكننا أن نضع درجة الحرارة الثابتة قبل علامة التكامل في معادلة 9.19 عند إذ يبقى داخل علامة التكامل كمية الطاقة التي انتقلت عن طريق الحرارة. إذن التغير الكلي في الأنتروبي لدورة واحدة هو:

$$\Delta S = \frac{Q_h}{T_h} - \frac{Q_c}{T_c}$$

والعلامة السالبة في المعادلة تعني أن الطاقة Q_c قد فقدها النظام، وحيث إننا لانزال نعامل Q_c على أنها كمية موجبة عندما نشير إلى الآلة الحرارية فقد بينا في مثال 2.19 عن آلة كارنو أن

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$$

باستخدام هذه النتيجة في المعادلة عن ΔS نجد أن التغير الكلي في الأنتروبي لآلة كارنو التي تعمل في دورة يساوي صفر (التغير في الأنتروبي لدورة كارنو) $\Delta S = 0$

والآن سنأخذ حالة نظام قام بدورة اختيارية (ليست دورة كارنو) عكوسة. حيث إن الأنتروبي دالة حالة، ومن ثم يعتمد فقط على خواص حالة الإتزان. سنعتبر أن $\Delta S = 0$ لأي دورة عكوسة. وبصفة عامة سوف نعبر عن هذا الشرط بصورة رياضية على النحو التالي:

$$\oint \frac{dQ_r}{T} = 0 \qquad (10.19)$$

حيث العلامة $\oint$ تدل على أن التكامل على دورة مقفلة.

العملية العكوسة شبة الاستاتيكية للغاز المثالي

Quasi- Static Reversible Process for an Ideal Gas

سنفرض أن غازاً مثالياً قام بعملية عكوسة شبة استاتيكية من حالة ابتدائية درجة حرارتها T_i وحجمها V_i إلى حالة نهائية عند درجة حرارة T_f وحجم V_f والمطلوب حساب التغير في الأنتروبي للغاز لهذه العملية.

نكتب القانون الأول للديناميكا الحرارية في صورته التفاضلية ونرتب الحدود فنحصل على المعادلة التالية $dQ_r = d\,E_{int} + dW$ حيث $dW = P\,dV$ للغاز المثالي وحيث إن معادلة (12.19) $dE_{int} = nC_V dT$ ومن قانون الغاز المثالي $P = nRT/V$ ومن ثم يمكننا التعبير عن الطاقة المنقولة بواسطة الحرارة في العملية كما يلي:

$$dQ_r = dE_{int} + P\,dV = nC_V dT + nRT\frac{dV}{V}$$

ولايمكننا تكامل هذه المعادلة بشكلها الحالي حيث إن الحد الأخير يحتوي على متغيرين T و V إلا أننا لوقسمنا جميع الحدود على المقدار T سيصبح كل حد من الحدود التي على اليمين معتمداً على متغير واحد فقط.

$$\frac{dQ_r}{T} = nC_V\frac{dT}{T} + nR\frac{dV}{V} \qquad \textbf{(11.19)}$$

إذا اعتبرنا C_V مقداراً ثابتاً في المدى المذكور وبتكامل المعادلة (11.19) من الحالة الابتدائية إلى الحالة النهائية نجد أن:

$$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ_r}{T} = nC_V \ln\frac{T_f}{T_i} + nR\ln\frac{V_f}{V_i} \qquad \textbf{(12.19)}$$

وهذه العلاقة تبين رياضياً ما افترضناه سابقاً أن ΔS تعتمد فقط على الحالتين الابتدائية والنهائية ولاتعتمد على المسار بين هاتين الحالتين لاحظ أيضاً أنه في معادلة 12.19 يمكن أن تكون ΔS موجبة أو سالبة ويعتمد ذلك على قيم الحجم ودرجة الحرارة في الحالتين الابتدائية والنهائية إذن في العملية الدورية التي يكون فيها $T_i=T_f$ و $V_i=V_f$ نجد من معادلة 12.19 أن ΔS تساوي صفر وهذا يؤكد على أن الأنتروبي هو دالة من دوال الحالة .State function

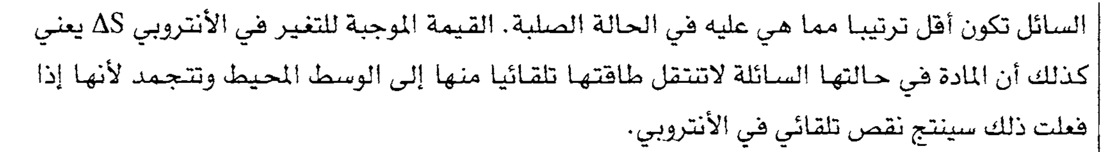
مثال 6.19 التغير في الأنتروبي - الانصهار

مادة صلبة حرارتها الكامنة للإنصهار L_f وتنصهر عند درجة حرارة T_f (a) إحسب التغير في الأنتروبي لهذه المادة عندما تنصهر كتلة منها قدرها m.

الحل: سنفترض أن عملية الإنصهار تمت ببطئ شديد بحيث يمكن اعتبارها عكوسة. في هذه الحالة يمكن اعتبار أن درجة الحرارة ثابتة وتساوي T_m. وباستخدام المعادلة 9.19 ومعادلة الحرارة الكامنة للإنصهار (6.17) $Q = mL_f$ نجد أن

$$\Delta S = \int\frac{dQ_r}{T} = \frac{1}{T_m}\int dQ = \frac{Q}{T_m} = \frac{mL_f}{T_m}$$

نلاحظ أنه من الممكن إخراج T_m من التكامل حيث إن العملية أيزوثرمالية، لاحظ كذلك أن ΔS كمية موجبة. وهذا يعني أنه عند انصهار مادة صلبة يزيد مقدار الأنتروبي لها، لأن الجزيئات في



السائل تكون أقل ترتيبا مما هي عليه في الحالة الصلبة. القيمة الموجبة للتغير في الأنتروبي ΔS يعني كذلك أن المادة في حالتها السائلة لاتنتقل طاقتها تلقائيا منها إلى الوسط المحيط وتتجمد لأنها إذا فعلت ذلك سينتج نقص تلقائي في الأنتروبي.

(ب) قدر قيمة التغير في الأنتروبي لمكعب من الثلج عندما ينصهر.

الحل: نفترض أن مكعب الثلج طول كل ضلع من أضلاعه 3 سنتيمتر. حجم المكعب سيكون تقريباً $30\ cm^3$ وكتلته 30 g من جدول 2.20 سنجد أن الحرارة الكامنة للانصهار للثلج هي$3.33\ x10^5\ J/kg$.

بإحلال هذه القيم في إجابتنا عن السؤال (أ) نجد أن:

$$\Delta S = \frac{mL_f}{T_m} = \frac{(0.03\ kg)\ (3.33\ \times\ 10^5\ J/kg)}{273\ K} = \ 40\ J/K$$

7.19 التغير في الأنتروبي في العمليات غير العكوسة:

ENTROPY CHANGES IN IRREVERSIBLE PROCESSES

طبقا لتعريف الأنتروبي نجد أن حساب التغير في الأنتروبي يقتضي وجود معلومات عن المسار العكوس الذي يربط بين حالتي الاتزان الابتدائية والنهائية.لحساب التغير في الأنتروبي في العمليات الحقيقية (غير العكوسة) يجب أن نتذكر أن الأنتروبي يعتمد فقط على حالة النظام (مثل الطاقة الداخلية) أي أن الأنتروبي هو دالة من دوال الحالة، ومن ثم فإن التغير في الأنتروبي عندما ينتقل النظام بين أي حالتين من حالات الاتزان يعتمد فقط على الحالة الابتدائية والحالة النهائية للنظام.ويمكننا أن نبين أن الأمر إن لم يكن كذلك فإنه يتعارض مع القانون الثاني للديناميكا الحررية.

سوف نقوم بحساب التغير في الأنتروبي في إحدى العمليات غير العكوسة بين حالتين من حالات الاتزان بإجراء عملية عكوسة (أو مجموعة من العمليات العكوسة بين نفس الحالتين ثم نحسب $\Delta S=\int \Delta Q_r/T$ للعملية العكوسة. في العمليات غير العكوسة من الأهمية بمكان أن تميز بينQ وهي الطاقة الفعلية المنتقلة في العملية وQ_r وهي الكمية الصحيحة التي يجب استخدامها عند حساب التغير في الأنتروبي.

كما سنرى من المثال التالي، التغير في الأنتروبي لنظام ما والوسط المحيط به يكون دئماً موجباً في العمليات غير العكوسة. وبصفة عامة الأنتروبي الكلي ومن ثم عدم النظام يزداد في العمليات غير العكوسة. إذا أخذنا ذلك في الاعتبار، فإننا نستطيع أن نصيغ القانون الثاني للديناميكا الحرارية كما يلي :

الأنتروبي الكلي لنظام معزول الذي يقوم بعملية تغير لايمكن أن يقل. بالإضافة إلى ذلك إذا كانت العملية غير عكوسة عند إذ الأنتروبي الكلي لنظام معزول يزداد دائماً. أما في العمليات العكوسة، فإن الأنتروبي الكلي لنظام معزول يظل ثابتاً.

عندما نتعامل مع نظام غير معزول عن الوسط المحيط فيجب أن نتذكر أن الزيادة في الأنتروبي المعبر عنها في القانون الثاني هي للنظام والوسط المحيط به.عندما تحدث عملية غير عكوسة لنظام ما غير معزول عن الوسط المحيط، فإن الزيادة في الأنتروبي لأحدهما تكون أكبر من نقص الأنتروبي في الثاني. ومن ثم نستنتج أن التغير في الأنتروبي للكون لابد وأن يكون أكبر من صفر لأي عملية غير عكوسة. وفي نهاية المطاف لابد وأن يصل الأنتروبي للكون إلى حد أعلى. عند هذه الحالة سيصبح الكون في حالة تساوي في درجة الحرارة والكثافة. وستتوقف كل العمليات الفيزيائية والكيميائية والبيولوجية، لأن حالة عدم النظام التام تؤدي إلى عدم توفر طاقة لعمل شغل. وهذه الحالة المظلمة تسمى أحيانا الموت الحراري للكون heat death of the universe.

إختبار سريع 3.19

في حالة وجود ضوء الشمس تقوم الشجرة بإعادة تنظيم غاز ثاني أكسيد الكربون الموجود في صورة غير منظمة وجزيئات الماء في نظام جزيئي في غاية النظام وهو ما نراه على شكل أوراق وفروع. فهل صح أم خطأ أن تناقص الأنتروبي في الشجرة يناقض القانون الثاني للديناميكا الحرارية.

التغير في الأنتروبي في التوصيل الحراري Entropy Change in Thermal Conduction

سنتناول حالة نظام يتكون من مستودع ساخن ومستودع بارد متصلان ببعضهما ومنفصلان عن باقي الوسط المحيط. ستحدث عملية يتم خلالها انتقال قدر من الطاقة Q بواسطة الحرارة من المستودع الساخن عند درجة حرارة T_h إلى المستودع البارد عند درجة حرارة T_c. وحيث إن المستودع البارد يمتص قدراً من الطاقة Q سيزداد الأنتروبي له بمقدار (Q/T_c). وفي نفس الوقت المستودع الساخن يفقد طاقة Q فيكون التغير في الأنتروبي له $(-Q/T_h)$ وبما أن $T_h > T_c$ فإن الزيادة في الأنتروبي للمستودع البارد تكون أكبر من النقص في الآنتروبي للمستودع الساخن. إذن التغير في الأنتروبي للنظام وللكون أكبر من صفر.

$$\Delta S_U = \frac{Q}{T_c} + \frac{-Q}{T_h} > 0$$

مثال 7.19 في أي اتجاه تسري الطاقة؟

جسم كبير بارد عند درجة حرارة 273 k وجسم كبير ساخن عند درجة حرارة 373k بين أنه من غير الممكن انتقال أي قدر من الطاقة مثلاً 8.00J تلقائياً من الجسم البارد إلى الجسم الساخن دون نقص في الأنتروبي للكون ومن ثم فهو يتناقض مع القانون الثاني للديناميكا الحرارية.

الحل: نفرض أنه في أثناء انتقال الطاقة لم يحدث تغير في درجة حرارة الجسمين وهو ليس شرطا

هاماً إلا أننا قد وضعناه لنتجنب استخدام حساب التكامل في حساباتنا. والعملية ليست عكوسة ولذلك فعلينا أن نوجد عملية عكوسة مكافئة لها. فيكفي أن نفترض أن الجسمين متصلان بموصل ردئ للحرارة تغطي المدى من 273K إلى 373K وهذا الموصل ينقل الطاقة ببطئ وحالته لاتغير أثناء العملية. مع هذه الافتراضات يعتبر انتقال الحرارة من أو إلى أي من الجسمين عملية عكوسة ويمكننا أن نضع $Q = Q_r$ والتغير في الأنتروبي للجسم الساخن هو

$$\Delta S_h = \frac{Q_r}{T_h} = \frac{8.00\ \text{J}}{373\ \text{K}} = 0.021\ 4\text{J/K}$$

الجسم البارد يفقد طاقة والتغير في الأنتروبي بالنسبة له هو

$$\Delta S_c = \frac{Q_r}{T_c} = \frac{-8.00\ \text{J}}{273\ \text{K}} = -0.029\ 3\text{J/K}$$

سوف نعتبر أن الجسمين معزولان عن العالم الخارجي. ومن ثم فإن التغير في الأنتروبي للكون هو هذا التغير في الأنتروبي للنظام المذكور وهو

$$\Delta S_U = \Delta S_c + \Delta S_h = -0.007\ 9\text{J/k}$$

وهذا النقص في الأنتروبي للكون يتناقض مع القانون الثاني للديناميكا الحرارية. أي أن الانتقال التلقائي للطاقة من جسم بارد إلى جسم ساخن لايمكن أن يحدث.

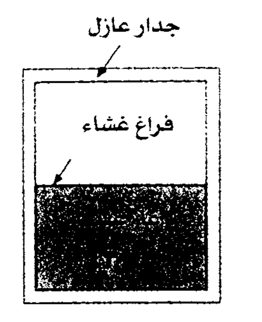
من حيث عدم النظام، دعنا نعتبر أن التناقض مع القانون الثاني إذا ظل انتقال الطاقة تلقائيا من جسم بارد إلى جسم ساخن. قبل انتقال الطاقة هناك درجة من النظام مرتبطة بدرجتي الحرارة للجسمين. فجزيئات الجسم الساخن لها طاقة أعلى من جزيئات الجسم البارد. فإذا انتقلت الطاقة تلقائيا من الجسم البارد إلى الجسم الساخن فإنه بعد فترة زمنية ستزداد برودة الجسم البارد والجسم الساخن سيزداد سخونة وسيتزايد تبعاً لذلك الفرق بين متوسط طاقة الجزيئات، وهو ما يمثل زيادة في انتظام الجزيئات المكونة لهذا النظام مما يتنافي مع القانون الثاني للديناميكا الحرارية. بالمقارنة بالعملية التي تتم طبيعياً هي سريان الحرارة من الأجسام الساخنة إلى الأجسام الباردة. في هذه العملية الفرق في متوسط الطاقة الجزيئية يتناقص، وهذا يمثل توزيعاً عشوائياً للطاقة وزيادة في عدم النظام.

تمرين: نفرض أن 8.00J من الطاقة انتقلت من جسم ساخن إلى جسن بارد ما هو مقدار التغير في الأنتروبي للكون...

الحل: +0.007 9 J/k

تغير الأنتروبي في التمدد الحر Entropy Change in Free Expansion

سنعود مرة ثانية إلى التمدد الأديباتي الحر لغاز يشغل حجماً ابتدائياً V_i شكل (16.19) ويفصل الغاز عن المنطقة المفرغة من الهواء غشاء رقيق. عند قطع هذا الغشاء يتمدد الغاز في عملية غير عكوسة ليشغل حجما V_f. سنوجد التغير في الأنتروبي للغاز وللكون خلال تلك العملية.



شكل (16.19) تمدد أديباتي حر لغاز عندما يقطع الغشاء يتمدد بحرية وبطريقة غير عكوسة. ويزداد حجمه، الوعاء معزول حرارياً ومن ثم لايحدث انتقال حراري للغاز أي أن $Q = 0$

واضح أن تلك العملية ليست شبه استاتيكية ولاعكوسة. الشغل المبذول بواسطة الغاز ضد الفراغ يساوي صفر. وحيث أن الجدران عازلة، لايوجد انتقال للطاقة بواسطة الحرارة أثناء التمدد أي أن $Q = 0$ و $W = 0$ وباستخدام القانون الأول سنجد أن التغير في الطاقة الداخلية يساوي صفراً وحيث إن الغاز مثالي Uint تعتمد على درجة الحرارة فقط ومن ثم $\Delta T = 0$ أي أن $T_i = T_f$.

نستخدم معادلة (9.19) لايمكن أن نضع $Q = 0$ وهي القيمة للعملية غير العكوسة. وبدلا من ذلك نوجد Q_r أي نوجد مساراً عكوساً مكافئاً له نفس الحالتين الابتدائية والنهائية. والإختيار الأسهل هو التمدد الأيزوثرمالي العكوس وفيه يدفع الغاز ببطئ مكبسا بينما درجة الحرارة تظل ثابتة، بنقل طاقة من مستودع إلى الغاز. وحيث إن درجة الحرارة ثابتة في هذه العملية يمكن استخدام معادلة (9.19)

$$\Delta S \int_i^f \frac{dQ_r}{T} = \frac{1}{T}\int_i^f dQ_r$$

بالنسبة للعمليات الأيزوثرمالية، طبقاً للقانون الأول للديناميكا الحرارية dQ_r تساوي الشغل المبذول بواسطة الغاز أثناء التمدد من V_i إلى V_f وهو ماتعطية معادلة 13.17. باستخدام هذه النتيجة نجد أن التغير في الأنتروبي للغاز هو:

$$\Delta S = nR \ln \frac{V_f}{V_i} \qquad (13.19)$$

حيث إن $V_f > V_i$ نستنتج أن ΔS تكون موجبة وهذه النتيجة الموجبة تبين أن كلا من الأنتروبي وعدم النظام للغاز يتزايد نتيجة لعملية التمدد الأديباتي غير العكوس.

نظراً لأن التمدد الحر يتم في وعاء معزول لاتوجد طاقة منتقلة بواسطة الحرارة من الوسط المحيط (تذكّر أن التمدد الأيزوثرمالي العكوس ليس إلا عملية استخدمناها لحساب التغير في الأنتروبي للغاز بدلاً من العملية الحقيقية، أي أنها ليست هي العملية الحقيقية). إذن التمدد الحر ليس له أي تأثير على الوسط المحيط. والتغير في الأنتروبي للوسط المحيط يساوي صفراً. إذن التغير في الأنتروبي للكون موجب، وهو ما يتفق مع القانون الثاني.

مثال 8.19 التمدد الحر للغاز

احسب التغير في الأنتروبي لعملية يقوم فيها 2 مول من الغاز المثالي بتمدد حر ليصبح حجمه النهائي ثلاث أمثال الابتدائي.